

Задания для самостоятельной подготовки к тесту по квантовой теории

1. Теория измерений. Чистое состояние.

1.1. Какие значения a_i и с какими вероятностями p_i будут получены при измерении наблюдаемой $A = \begin{pmatrix} 13 & i \\ -i & 13 \end{pmatrix}$ в состоянии с волновой функцией $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$?

1.2. Чему будут равны среднее значение $\langle A \rangle$ и дисперсия DA наблюдаемой $A = \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 11 & 0 \end{pmatrix}$ в состоянии с волновой функцией $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$?

2. Формулы для операторов.

2.1. Пусть x, p - операторы координаты и импульса, μ - некоторое число. Чему равно выражение $\exp(-\mu xp / (i\hbar)) x \exp(\mu xp / (i\hbar))$?

2.2. Пусть x, p - операторы координаты и импульса, μ - некоторое число. Чему равен коммутатор $[x, \exp(\mu p + 13)]$?

3. Одномерное движение

3.1. Как выглядит уравнение для четного уровня в двойной яме

$$V(x) = -U_0\delta(x-a) - U_0\delta(x+a) ? \text{ (Обозначим } E = -\frac{\hbar^2}{2m}k^2 \text{).}$$

3.2. Чему равняется коэффициент прохождения T для потенциала

$$V(x < 0) = 0, V(x \geq 0) = U_0 + V_0\delta(x) ? \text{ (Обозначим } E = \frac{\hbar^2}{2m}k^2, E - U_0 = \frac{\hbar^2}{2m}q^2 \text{).}$$

4. Осциллятор. Матричные элементы.

4.1. Чему равняется матричный элемент $\langle n=5 | xp^2 | n=2 \rangle$ между состояниями с определенной энергией одномерного гармонического осциллятора?

5. Динамика

5.1. В начальный момент времени волновая функция гармонического осциллятора равнялась $|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|n=7\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|n=13\rangle$. Чему будет равняться волновая функция $|\psi(t)\rangle$ в момент времени t ?

5.2. Рассмотрим одномерный гармонический осциллятор $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$. Для этой системы найти решение уравнения Гайзенберга для оператора импульса.

5.3. В начальный момент времени волновая функция системы равна $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$.

Гамильтониан системы равен $H = \begin{pmatrix} 0 & \hbar\omega \\ \hbar\omega & 0 \end{pmatrix}$. Чему равна волновая функция системы в момент времени t ?