







### 11.1 Уравнение Шредингера. Гармонический осциллятор. Уровни энергии и волновые функции стационарных состояний. Планка-Эйнштейна. ИИ(10)109.

Вывод уравнения Шредингера для гармонического осциллятора. Гармонический осциллятор является одной из наиболее важных моделей в квантовой механике. В квантовой теории энергии имеют дискретный характер (квантование). Энергия гармонического осциллятора квантуется, и ее возможные значения определяются квантовым числом  $n$ .

Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора имеет вид:

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

где  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ . Решения уравнения Шредингера для гармонического осциллятора являются полиномами Эрмита, умноженными на экспоненциальную функцию Гаусса.

Энергетические уровни  $E_n$  и волновые функции  $\psi_n(x)$  для гармонического осциллятора:

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}} H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x\right)$$

где  $H_n$  — полиномы Эрмита.

### 11.2 Туннельный эффект. Туннельный микроскоп. Формат атомных ядер. ИИ(10)103, БКР(4)286-297.

Туннельный эффект. Способность электронов туннелировать через энергетический барьер. Туннельный микроскоп (СТМ) — прибор для исследования поверхности на атомном уровне. Принцип действия СТМ основан на туннельном эффекте.

Уравнение Шредингера для туннельного эффекта:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$$

где  $k = \sqrt{2m(E - V)}$ . Коэффициент отражения  $R$  и коэффициенты пропускания  $T$  зависят от энергии  $E$  и высоты барьера  $V_0$ .

Сигнирующий туннельный микроскоп (СТМ). Принцип действия СТМ основан на туннельном токе, протекающем между острым металлическим наконечником и образцом. Ток зависит от расстояния между наконечником и образцом экспоненциально.

### 11.3 Собственные функции и собственные значения оператора проекции. Матрица плотности. ИИ(10)104, БКР(4)286-297.

Собственные функции и собственные значения оператора проекции. Матрица плотности — математический объект, описывающий состояние квантовой системы. Для чистого состояния матрица плотности имеет вид  $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ .

Уравнение Шредингера для матрицы плотности:

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho]$$

где  $H$  — гамильтониан системы. Матрица плотности удовлетворяет уравнению непрерывности и имеет след, равный единице.

### Билет 13 1

1. Операторы. Функции волнения. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

2. Модель газа свободных электронов в металле. Энергия Ферми. Средняя энергия газа свободных электронов. Экспериментальные температуры металлов. ИИ(10)108, 123-124.

Операторы импульса и энергии. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. Модель газа свободных электронов в металле. Энергия Ферми. Средняя энергия газа свободных электронов. Экспериментальные температуры металлов.

### Билет 14 1

1. Полюсы дисперсионной функции в квантовой теории. Принцип неопределенности. Проблема стабильности атома. ИИ(10)109, БКР(4)286-297.

2. Теория радиационности. Вероятность спонтанного излучения. Матричные элементы оператора дипольного момента. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

Полюсы дисперсионной функции в квантовой теории. Принцип неопределенности. Проблема стабильности атома. Теория радиационности. Вероятность спонтанного излучения. Матричные элементы оператора дипольного момента. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга.

### Билет 15 1

1. Уравнение Шредингера. Волновые функции. Стационарные состояния. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

2. Матрица плотности. Вероятность спонтанного излучения. Матричные элементы оператора дипольного момента. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

Уравнение Шредингера. Волновые функции. Стационарные состояния. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. Матрица плотности. Вероятность спонтанного излучения. Матричные элементы оператора дипольного момента. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга.

### Билет №16 1

1. Квантовая теория излучения. Фотон. Энергия и импульс фотона. Релятивистские формулы. Спин фотона. Дифракция. ИИ(10)109, БКР(4)286-297.

2. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

Квантовая теория излучения. Фотон. Энергия и импульс фотона. Релятивистские формулы. Спин фотона. Дифракция. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга.

### Билет №17 1

1. Построение квантовой теории излучения света атомами. Теория радиационных переходов. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

2. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

Построение квантовой теории излучения света атомами. Теория радиационных переходов. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга.

### Билет №18 1

1. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

2. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга. ИИ(11)11-118.

Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема соотношения неопределенности Гейзенберга.

1.4.2 Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>). Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>). Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

$$1.5$$

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Уравнение Шредингера имеет следующий вид: 
$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

Важно помнить, что оператор Шредингера имеет следующий вид: 
$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U$$

Нахождение решения этого уравнения, т.е. функции, удовлетворяющей уравнению Шредингера, является основной задачей квантовой механики.

Схема взаимодействия электрона с полем, т.е. взаимодействие электрона с квантовым полем, является основной задачей квантовой электродинамики.

### Билет 13 1 = 11 2

**Операторы Физических величин. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема несамосопряженности операторов физических величин. [111]-111-111**

**Модель газа свободных электронов в металле. Энергия Ферми. Средняя энергия газа свободных электронов. Электронная теплоемкость металла. [111]-111-111**

Оператор импульса  $\hat{p}$  является самосопряженным оператором. Собственные функции оператора импульса являются плоскими волнами. Собственные значения оператора импульса являются импульсами.

Энергия Ферми  $E_F$  является функцией температуры. Средняя энергия газа свободных электронов  $E$  является функцией температуры.

Электронная теплоемкость металла  $C_v$  является функцией температуры. Она пропорциональна температуре при низких температурах.

Механизм образования молекулы можно представить как образование молекулярной орбитальной молекулы. Механизм образования молекулы. Ионы атомической species (натрия, калия, магния, цезия, бария, кальция, аммония, К<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Sr<sup>2+</sup>, Ba<sup>2+</sup>, Cs<sup>+</sup>, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>).

Корпускулярно-волновой дуализм (или Клейнов-волновой дуализм) — принцип, согласно которому любой физический объект может быть описан как с использованием математического аппарата, основанного на волновой механике, так и с помощью формулам, основанных на представлении об объекте как о частице или о системе частиц.

Классическая теория излучения. Электромагнитное поле является волной. Электромагнитное поле распространяется со скоростью света  $c$ .

Квантовая теория излучения. Излучение является квантовым процессом. Энергия излучения квантована.

Правила отбора по  $m$ . При переходе между двумя уровнями энергии  $m$  может измениться только на  $\pm 1$ .

Операторы. Операторы являются символическими обозначениями математических операций. Собственные функции оператора являются функциями, удовлетворяющими уравнению  $\hat{O}\psi = \lambda\psi$ .

Свойства операторов. Операторы являются линейными. Операторы являются коммутативными.

Следует иметь в виду, что не все  $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$ . Если такое равенство выполняется, то говорят, что операторы  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  коммутируют друг с другом.

Общее утверждение квантовой теории заключается в том, что предельное значение любой физической величины  $Q$  находится по формуле 
$$\langle Q \rangle = \int \psi^* Q \psi dx$$

Алгоритмически для оператора  $\hat{p}$ ,  $\hat{p}\psi = -i\hbar \nabla \psi$ . Операторы  $\hat{p}$  и  $\hat{p}_y$  являются коммутативными.

**Билет №16 1** 1. Квантовые свойства электромагнитного излучения. Фотоны. Энергия и импульс фотона. Рентгеновское излучение. Спонтанное и индуцированное излучение. Собственные функции и собственные значения операторов импульса и энергии для свободной частицы. Проблема несамосопряженности операторов физических величин. [111]-111-111

Квантовые свойства электромагнитного излучения. Фотоны являются частицами, обладающими энергией  $E = \hbar\omega$  и импульсом  $p = \hbar k$ .

Энергия фотона  $E$  является функцией частоты  $\omega$ . Импульс фотона  $p$  является функцией частоты  $\omega$ .

Спонтанное и индуцированное излучение. Спонтанное излучение является процессом, при котором возбужденный атом переходит в основное состояние, испуская фотон.

Собственные функции оператора импульса являются плоскими волнами. Собственные значения оператора импульса являются импульсами.

Классическая теория излучения. Электромагнитное поле является волной. Электромагнитное поле распространяется со скоростью света  $c$ .

Квантовая теория излучения. Излучение является квантовым процессом. Энергия излучения квантована.

Правила отбора по  $m$ . При переходе между двумя уровнями энергии  $m$  может измениться только на  $\pm 1$ .

Операторы. Операторы являются символическими обозначениями математических операций. Собственные функции оператора являются функциями, удовлетворяющими уравнению  $\hat{O}\psi = \lambda\psi$ .

Свойства операторов. Операторы являются линейными. Операторы являются коммутативными.

Следует иметь в виду, что не все  $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$ . Если такое равенство выполняется, то говорят, что операторы  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  коммутируют друг с другом.

Общее утверждение квантовой теории заключается в том, что предельное значение любой физической величины  $Q$  находится по формуле 
$$\langle Q \rangle = \int \psi^* Q \psi dx$$

Алгоритмически для оператора  $\hat{p}$ ,  $\hat{p}\psi = -i\hbar \nabla \psi$ . Операторы  $\hat{p}$  и  $\hat{p}_y$  являются коммутативными.

Эффект Комптона. Эффект Комптона является явлением, при котором длина волны фотона увеличивается при рассеянии на свободном электроне.

Эффект Доплера. Эффект Доплера является явлением, при котором частота волны увеличивается или уменьшается в зависимости от относительного движения источника и наблюдателя.

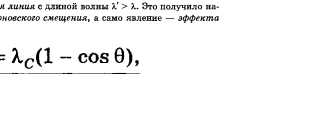
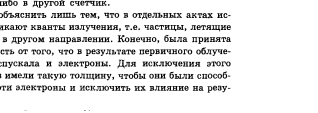
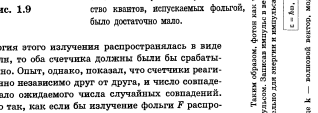
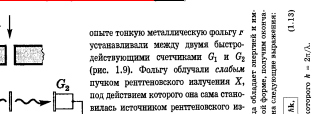
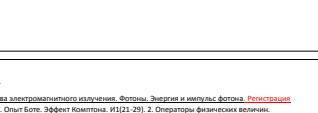
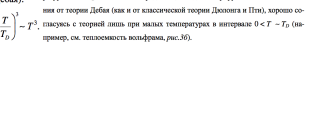
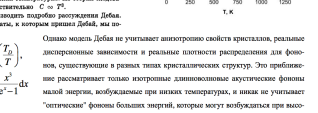
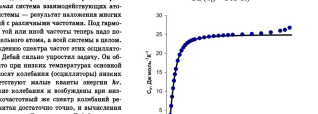
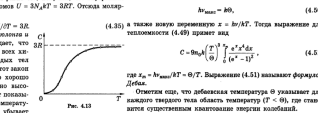


Рис. 1.9

Эффект Комптона. Эффект Комптона является явлением, при котором длина волны фотона увеличивается при рассеянии на свободном электроне.

Эффект Доплера. Эффект Доплера является явлением, при котором частота волны увеличивается или уменьшается в зависимости от относительного движения источника и наблюдателя.

Эффект Комптона. Эффект Комптона является явлением, при котором длина волны фотона увеличивается при рассеянии на свободном электроне.

Эффект Доплера. Эффект Доплера является явлением, при котором частота волны увеличивается или уменьшается в зависимости от относительного движения источника и наблюдателя.



Билет №19

Операторы физических величин. Собственные функции и собственные значения оператора. Принцип суперпозиции. Распределение квантовых частиц по состояниям и их особенности для фермионов и бозонов. Модели газа свободных электронов в металле. Энергия Ферми. Средние значения газа свободных электронов. Энергетическая теплоемкость металла.

Операторы. Оператором называют символическое обозначение математической операции, которую необходимо совершить с квантовой функцией. Примером оператора могут служить умножение на x или на какую-либо функцию f(x), дифференцирование по x, т. е. d/dx, d^2/dx^2 и т. д. Операторы принято обозначать буквами со «шляпкой», например Q-hat, и его действие на некоторую функцию f(x) записывают как Q-hat f(x).

Интерпретация операторов. Операторы можно складывать. A-hat + B-hat. Действие умножения оператора на любую функцию f(x) дает результат A-hat(B-hat f(x)).

Следует иметь в виду, что не всегда A-hat B-hat = B-hat A-hat. Во всех таких случаях справедливо, что коммутатор [A-hat, B-hat] коммутатор двух операторов (каждый из операторов A-hat и B-hat) равен d(A-hat B-hat f(x) - B-hat A-hat f(x))/dx. В противном случае операторы некоммутируют. Пример некоммутативных операторов — это x и d/dx. В таком же...

Оператор A называют линейным, если для любых двух функций f1 и f2 и любых постоянных a1 и a2 выполняется соотношение A-hat(a1 f1 + a2 f2) = a1 A-hat f1 + a2 A-hat f2.

Средние значения физических величин. Плотность среднего значения различных физических величин является весьма важным в квантовой теории. Рассмотрим этот вопрос на конкретном примере — определении среднего значения координаты x частицы, если известна ее y-функция, которую мы ради простоты будем считать функцией только одной пространственной координаты x.

Мы уже знаем, что |psi(x)|^2 или |psi(y)|^2 является плотностью вероятности найти частицу в определенности координаты x. Тогда вероятность нахождения частицы в интервале [x, x+dx] есть dP = |psi(x)|^2 dx, и среднее значение x определяется как...

ср = integral x |psi(x)|^2 dx

где интегрирование проводится по интересующей нас области. При этом предполагается, что y-функция является нормированной в (3.1), т. е. удовлетворяет условию (4.3): integral |psi(x)|^2 dx = 1.

Билет №20

Фазовое пространство. Квантовые статистические частицы. Формы Дирака и Бозе-Эйнштейна. Плотность квантовых состояний. Распределение квантовых частиц по состояниям и их особенности для фермионов и бозонов. Волновые свойства частиц. Интерференция одиночных электронов.

Различные статистики поясняет табл. 4.1, где показано как в каждой из них размещаются две тождественные частицы a и b по трем квантовым состояниям (клеткам).

Таблица 4.1. Статистика Бозе-Эйнштейна, Статистика Ферми-Дирака. Таблица с 3 столбцами: Статистика Бозе-Эйнштейна, Статистика Ферми-Дирака. В ней показаны различные способы размещения двух тождественных частиц (a и b) в трех квантовых состояниях (клетках).

Видно, что в статистике Бозе-Эйнштейна всех микросостояний девять и вероятность каждого из них равна 1/9. В статистике же Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака состояний в первом трех ячеек распределения Бозе-Эйнштейна, и каждая пара рассматривается как одно состояние. Частицы a и b принципиально неразличимы, поэтому они обозначены просто точками. Для бозонов число микросостояний равно шести, и вероятность каждого из них 1/6. Для фермионов possible три распределения статистики Бозе-Эйнштейна невозможны (клетки заштрихованы). Остается только три микросостояния, и вероятность каждого из них равна 1/3.

Квантовые распределения. Эти распределения представляют собой функции f(x), определяющие среднее число частиц в одной фазовой ячейке с энергией x, или функции заполнения ячеек:

Для фермионов f(x) = 1 / (exp(x/kT) + 1)

Для бозонов f(x) = 1 / (exp(x/kT) - 1)

Билет №22

Волновые свойства частиц. Гипотеза де Бройля. Опыты Девассона Девьера и Томсона. Волновые свойства электронов. Волновые свойства фотонов. Волновые свойства нейтронов. Волновые свойства протонов. Волновые свойства нейтронов. Волновые свойства протонов. Волновые свойства нейтронов. Волновые свойства протонов.

Лук де Бройля (1923) высказал и развил идею о том, что материальные частицы должны обладать и волновыми свойствами. К тому времени уже сложилась парадоксальная, но подлинная истина, де Бройль высказал гипотезу, что соотношение (1.12), относящееся к фотонам, имеет универсальный характер. Т. е. для всех частиц длина волны...

lambda = h / p

Эта формула получила название формулы де Бройля, а lambda — дебройлевская длина волны частицы с импульсом p.

Де Бройль также предполагает, что лучок частиц, идущий наподобие света, должен на нем интерферировать. Вторым, независимым от формулы (3.1), соотношением является связь между энергией E частицы и частотой v дебройлевской волны:

E = h nu

С частотой nu и волновым числом k связаны две скорости — фазовая v\_ф и групповая v\_г:

v\_ф = omega/k и v\_г = d omega / d k

Из второй формулы (3.3) следует, что фазовая скорость дебройлевских волн

v\_ф = E / p = c^2 / v

Опыты Девассона и Девьера (1927). Идея их опыта заключалась в следующем. Если лучок электронов обладает волновыми свойствами, то можно ожидать, даже не зная масштаба, отражение этих волн, что на отражении от кристалла будет иметь такой же интерференционный характер, как у рентгеновских лучей.

В одной серии опытов Девассона и Девьера для обнаружения дифракционных максимумов (если таковые есть) измеряли угол рассеяния напряжения электронов и одновременно напряжение детектора D (считали отраженные электроны). В итоге использовались монохроматизированный пучок (кубической системы), составивший так, как показано на рис. 3.1.

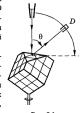


Рис. 3.1

Другая серия опытов Девассона и Девьера состояла в измерении интерференционной картины электронов, отраженных от кристалла. Для этого использовались монохроматизированный пучок электронов, отраженных от кристалла. В итоге использовались монохроматизированный пучок электронов, отраженных от кристалла. В итоге использовались монохроматизированный пучок электронов, отраженных от кристалла.

Билет №23

Принцип суперпозиции. Развитие произвольной волновой функции по собственным функциям. Волновые свойства фотонов. Волновые свойства электронов. Волновые свойства протонов. Волновые свойства нейтронов. Волновые свойства протонов. Волновые свойства нейтронов. Волновые свойства протонов.

Уравнение Шредингера. Гамильтонов оператор. Уровни энергии волновой функции стационарных состояний. Нулевая энергия. Нулевая энергия.

Операторы. Оператором называют символическое обозначение математической операции, которую необходимо совершить с квантовой функцией. Примером оператора могут служить умножение на x или на какую-либо функцию f(x), дифференцирование по x, т. е. d/dx, d^2/dx^2 и т. д. Операторы принято обозначать буквами со «шляпкой», например Q-hat, и его действие на некоторую функцию f(x) записывают как Q-hat f(x).

Интерпретация операторов. Операторы можно складывать. A-hat + B-hat. Действие умножения оператора на любую функцию f(x) дает результат A-hat(B-hat f(x)).

Следует иметь в виду, что не всегда A-hat B-hat = B-hat A-hat. Во всех таких случаях справедливо, что коммутатор [A-hat, B-hat] коммутатор двух операторов (каждый из операторов A-hat и B-hat) равен d(A-hat B-hat f(x) - B-hat A-hat f(x))/dx. В противном случае операторы некоммутируют. Пример некоммутативных операторов — это x и d/dx. В таком же...

Оператор A называют линейным, если для любых двух функций f1 и f2 и любых постоянных a1 и a2 выполняется соотношение A-hat(a1 f1 + a2 f2) = a1 A-hat f1 + a2 A-hat f2.

Средние значения физических величин. Плотность среднего значения различных физических величин является весьма важным в квантовой теории. Рассмотрим этот вопрос на конкретном примере — определении среднего значения координаты x частицы, если известна ее y-функция, которую мы ради простоты будем считать функцией только одной пространственной координаты x.

Мы уже знаем, что |psi(x)|^2 или |psi(y)|^2 является плотностью вероятности найти частицу в определенности координаты x. Тогда вероятность нахождения частицы в интервале [x, x+dx] есть dP = |psi(x)|^2 dx, и среднее значение x определяется как...

ср = integral x |psi(x)|^2 dx

где интегрирование проводится по интересующей нас области. При этом предполагается, что y-функция является нормированной в (3.1), т. е. удовлетворяет условию (4.3): integral |psi(x)|^2 dx = 1.

Билет №21

Нестационарные уравнение Шредингера. Дифференцирование операторов по времени. Сохраняющиеся величины (энергия, импульс, момент импульса). Матрица плотности. Квантовый эффект Халла. Опыт Штерна. Дифракция одиночных фотонов и электронов на щели. Соотношение неопределенности Гейзенберга для импульса и координаты.

Уравнение Шредингера имеет следующий вид:

hbar \* d^2 psi / dx^2 + U psi = E psi

Операторы. Оператором называют символическое обозначение математической операции, которую необходимо совершить с квантовой функцией. Примером оператора могут служить умножение на x или на какую-либо функцию f(x), дифференцирование по x, т. е. d/dx, d^2/dx^2 и т. д. Операторы принято обозначать буквами со «шляпкой», например Q-hat, и его действие на некоторую функцию f(x) записывают как Q-hat f(x).

Интерпретация операторов. Операторы можно складывать. A-hat + B-hat. Действие умножения оператора на любую функцию f(x) дает результат A-hat(B-hat f(x)).

Следует иметь в виду, что не всегда A-hat B-hat = B-hat A-hat. Во всех таких случаях справедливо, что коммутатор [A-hat, B-hat] коммутатор двух операторов (каждый из операторов A-hat и B-hat) равен d(A-hat B-hat f(x) - B-hat A-hat f(x))/dx. В противном случае операторы некоммутируют. Пример некоммутативных операторов — это x и d/dx. В таком же...

Оператор A называют линейным, если для любых двух функций f1 и f2 и любых постоянных a1 и a2 выполняется соотношение A-hat(a1 f1 + a2 f2) = a1 A-hat f1 + a2 A-hat f2.

Средние значения физических величин. Плотность среднего значения различных физических величин является весьма важным в квантовой теории. Рассмотрим этот вопрос на конкретном примере — определении среднего значения координаты x частицы, если известна ее y-функция, которую мы ради простоты будем считать функцией только одной пространственной координаты x.

Мы уже знаем, что |psi(x)|^2 или |psi(y)|^2 является плотностью вероятности найти частицу в определенности координаты x. Тогда вероятность нахождения частицы в интервале [x, x+dx] есть dP = |psi(x)|^2 dx, и среднее значение x определяется как...

ср = integral x |psi(x)|^2 dx

где интегрирование проводится по интересующей нас области. При этом предполагается, что y-функция является нормированной в (3.1), т. е. удовлетворяет условию (4.3): integral |psi(x)|^2 dx = 1.

Билет №24

Операторы физических величин. Собственные функции и собственные значения оператора. Принцип суперпозиции. Распределение квантовых частиц по состояниям и их особенности для фермионов и бозонов. Волновые свойства частиц. Интерференция одиночных электронов.

Уравнение Шредингера. Гамильтонов оператор. Уровни энергии волновой функции стационарных состояний. Нулевая энергия. Нулевая энергия.

Операторы. Оператором называют символическое обозначение математической операции, которую необходимо совершить с квантовой функцией. Примером оператора могут служить умножение на x или на какую-либо функцию f(x), дифференцирование по x, т. е. d/dx, d^2/dx^2 и т. д. Операторы принято обозначать буквами со «шляпкой», например Q-hat, и его действие на некоторую функцию f(x) записывают как Q-hat f(x).

Интерпретация операторов. Операторы можно складывать. A-hat + B-hat. Действие умножения оператора на любую функцию f(x) дает результат A-hat(B-hat f(x)).

Следует иметь в виду, что не всегда A-hat B-hat = B-hat A-hat. Во всех таких случаях справедливо, что коммутатор [A-hat, B-hat] коммутатор двух операторов (каждый из операторов A-hat и B-hat) равен d(A-hat B-hat f(x) - B-hat A-hat f(x))/dx. В противном случае операторы некоммутируют. Пример некоммутативных операторов — это x и d/dx. В таком же...

Оператор A называют линейным, если для любых двух функций f1 и f2 и любых постоянных a1 и a2 выполняется соотношение A-hat(a1 f1 + a2 f2) = a1 A-hat f1 + a2 A-hat f2.

Средние значения физических величин. Плотность среднего значения различных физических величин является весьма важным в квантовой теории. Рассмотрим этот вопрос на конкретном примере — определении среднего значения координаты x частицы, если известна ее y-функция, которую мы ради простоты будем считать функцией только одной пространственной координаты x.

Мы уже знаем, что |psi(x)|^2 или |psi(y)|^2 является плотностью вероятности найти частицу в определенности координаты x. Тогда вероятность нахождения частицы в интервале [x, x+dx] есть dP = |psi(x)|^2 dx, и среднее значение x определяется как...

ср = integral x |psi(x)|^2 dx

где интегрирование проводится по интересующей нас области. При этом предполагается, что y-функция является нормированной в (3.1), т. е. удовлетворяет условию (4.3): integral |psi(x)|^2 dx = 1.

Итак, де-Бройль высказал гипотезу, что соотношение (1.13), относящееся к фотонам, имеет универсальный характер. Т. е. для всех частиц длина волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (3.1)$$

Эта формула получила название формулы де Бройля, а  $\lambda$  — де-бройлевской длиной волны частицы с импульсом  $p$ .

Де-Бройль также предположил, что поток частиц, падающих на дифракционную решетку, должен за ними интерферировать. Вторым, независимым от формулы (3.1), соотношением является связь между энергией  $E$  частицы и частотой  $\nu$  де-бройлевской волны:

$$E = h\nu \quad (3.2)$$

С частотой  $\nu$  и волновым числом  $k$  связаны две скорости — фазовая  $v_\phi$  и групповая  $v_g$ :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} \quad \text{и} \quad v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (3.3)$$

Из первой формулы (3.3) следует, что фазовая скорость де-бройлевских волн

$$v_\phi = \frac{E}{p} = \frac{E}{\frac{h}{\lambda}} = \frac{E\lambda}{h} \quad (3.6)$$

**Опыты с одиночными электронами.** Описанные выше опыты выполнялись с использованием пучков частиц. Поэтому возникает естественный вопрос: наблюдаемые волновые свойства выражают свойства пучка частиц или отдельных частиц?

Чтобы ответить на этот вопрос, В. Фишман, Л. Вайсман и Н. Сушин осуществили в 1949 г. опыты, в которых применялась столь слабая пучка электронов, что каждый ролевой электрон проходил через кристалл независимо друг от друга и каждый ролевой электрон регистрировался фотоэлектрически. При этом электроны попадали в различные точки фотопластинки со скоростью беспорядочности на первый взгляд хаотическим образом (рис. 3.7, а). Между тем при достаточно длительной экспозиции на фотопластинке возникает дифракционная картина (рис. 3.7, б), абсолютно идентичная картине дифракции от обычного электронного пучка.

Так было доказано, что волновые свойства волны обладают и отдельные частицы. Таким образом, мы имеем дело с микрообъектами, которые обладают одновременно как корпускулярными, так и волновыми свойствами. Это позволяет нам в дальнейшем именовать их электронами, но выводу, и которым мы пришли, имеют совершенно общий смысл и в равной степени применимы к любым частицам.

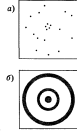


Рис. 3.7

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

Итак, де-Бройль высказал гипотезу, что соотношение (1.13), относящееся к фотонам, имеет универсальный характер. Т. е. для всех частиц длина волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p} \quad (3.1)$$

Эта формула получила название формулы де Бройля, а  $\lambda$  — де-бройлевской длиной волны частицы с импульсом  $p$ .

Де-Бройль также предположил, что поток частиц, падающих на дифракционную решетку, должен за ними интерферировать. Вторым, независимым от формулы (3.1), соотношением является связь между энергией  $E$  частицы и частотой  $\nu$  де-бройлевской волны:

$$E = h\nu \quad (3.2)$$

С частотой  $\nu$  и волновым числом  $k$  связаны две скорости — фазовая  $v_\phi$  и групповая  $v_g$ :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} \quad \text{и} \quad v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (3.3)$$

Из первой формулы (3.3) следует, что фазовая скорость де-бройлевских волн

$$v_\phi = \frac{E}{p} = \frac{E}{\frac{h}{\lambda}} = \frac{E\lambda}{h} \quad (3.6)$$

**Опыты с одиночными электронами.** Описанные выше опыты выполнялись с использованием пучков частиц. Поэтому возникает естественный вопрос: наблюдаемые волновые свойства выражают свойства пучка частиц или отдельных частиц?

Чтобы ответить на этот вопрос, В. Фишман, Л. Вайсман и Н. Сушин осуществили в 1949 г. опыты, в которых применялась столь слабая пучка электронов, что каждый ролевой электрон проходил через кристалл независимо друг от друга и каждый ролевой электрон регистрировался фотоэлектрически. При этом электроны попадали в различные точки фотопластинки со скоростью беспорядочности на первый взгляд хаотическим образом (рис. 3.7, а). Между тем при достаточно длительной экспозиции на фотопластинке возникает дифракционная картина (рис. 3.7, б), абсолютно идентичная картине дифракции от обычного электронного пучка.

Так было доказано, что волновые свойства волны обладают и отдельные частицы. Таким образом, мы имеем дело с микрообъектами, которые обладают одновременно как корпускулярными, так и волновыми свойствами. Это позволяет нам в дальнейшем именовать их электронами, но выводу, и которым мы пришли, имеют совершенно общий смысл и в равной степени применимы к любым частицам.

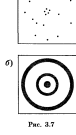


Рис. 3.7

**Свободные электроны в металле.** Электропроводность металлов обусловлена, как известно, наличием в них электронов, которые мы называем свободными. Они не связаны с конкретными атомами и могут практически свободно перемещаться в пределах образца. В первом приближении свободные электроны можно рассматривать как идеальный газ из фермионов в прямоугольной потенциальной яме.

**Энергия Ферми.** В рассматриваемом случае ( $T = 0$ ) величину  $\mu$  называли энергией или уровнем Ферми:  $\epsilon_F = \mu$ . Эта энергия является максимальной, которую могут иметь свободные электроны в металле при  $T = 0$ . Найдём  $\epsilon_F$ .

Средняя энергия свободных электронов. При  $T = 0$  линия сосуществования вычисляется:

$$\omega = \frac{1}{2} \alpha^2 \text{ для } \alpha \leq \alpha_F \quad \text{и} \quad \omega = \frac{3}{2} \alpha_F \text{ для } \alpha > \alpha_F \quad (4.16)$$

где использование формул (4.13) и (4.11). При вычислении  $\epsilon_F = 0.8 \text{ эВ}$  и  $\alpha_F = 3.38$ .

**Температура кристалла.** Знаю ( $T$ ), найдем, что тепловая энергия объема кристалла

$$U = \frac{3}{2} N k_B T \quad (4.19)$$

Введем так называемую квантовомеханическую температуру Дебая  $\theta_D$  и, определяемую соотношением

$$k_B \theta_D = \hbar \omega_{max} \quad \text{и} \quad \omega_{max} = \frac{v_s k_{max}}{2\pi} \quad (4.20)$$

где  $v_s$  — скорость звука в кристалле,  $\omega_{max}$  — максимальная частота звуковых волн. Выразим (4.20) в виде

$$T = \frac{\theta_D}{2\pi} \left( \frac{v_s k_{max}}{\hbar} \right)^{-1} \quad (4.21)$$

Положим температуру  $T$  в приращенном случае

$$T = \theta_D \quad \text{и} \quad T < \theta_D \quad \text{или} \quad T > \theta_D \quad (4.22)$$

Этот результат выводит аналогия  $T/\theta_D$  с температурой кристалла. При  $T = \theta_D$  можно приближенно считать, что каждый электрон имеет энергию  $(4.21) \epsilon_F = \mu$ . Тогда температура будет представлять собой энергию электрона, а не энергию, как в этом случае

$$\epsilon = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \hbar^2 k^2 = \hbar^2 \omega^2 \quad (4.23)$$

Для более кристалла применимы на  $\mu$  и  $\mu$ , получим, что для металлов температура кристалла

$$T = \frac{\epsilon_F}{k_B} \quad (4.24)$$

как и должно быть в соответствии с законом Дюлонга и Пти.

Описание явления квантования энергии электрона в потенциальной яме приводит к соотношению  $\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ . Для свободного электрона  $\epsilon = 0.8 \text{ эВ}$ .

При этом  $\theta_D = 300 \text{ К}$ ,  $\theta_D = 300 \text{ К}$ ,  $\theta_D = 300 \text{ К}$ . По закону Дюлонга и Пти максимальная температура кристалла  $\theta_D = 300 \text{ К}$ . При этом  $\theta_D = 300 \text{ К}$ ,  $\theta_D = 300 \text{ К}$ .

**Вынужденное (вынужденное) излучение.** Прогнозировалось, что между энергетическими уровнями атомов происходят два вида переходов: спонтанный (спонтанно-вынужденное) и более сложный на более высоких уровнях и, соответственно, под действием излучения (вынужденное) и более сложное на более высоких уровнях. Переходы первого рода приводят к спонтанному излучению фотонов, переходы второго рода обуславливают поглощение излучения атомом.

Для установления равновесия при произвольной интенсивности падающего излучения необходимо переключить, вероятность которых возрастает быстрее с увеличением интенсивности излучения, т. е. переходы, связанные с испусканием фотонов под действием излучения. Возникающие при этом переключении должны быть взаимно компенсируемые или лабиринтными. Это было весьма важно открытые, которое, так, не сразу было очевидно по существу.

Для упрощения дальнейших рассуждений рассмотрим два энергетических уровня атомов (исключив средние, между которыми, по Эйнштейну, возможны при этом процессы: спонтанное излучение, поглощение и вынужденное (вынужденное) излучение) —  $K$  и  $L$  (рис. 6.1). На уровне  $K$  имеются  $N_K$  атомов, а на уровне  $L$  —  $N_L$ . Далее будем считать (это не принципиально), что интенсивность падающего излучения  $I$  постоянна.

Теперь выведем вероятности переходов  $F$ , по которым под этим числом переходов «высвобождаются» в расчете на один атом:

$$F_{KL} = B_{KL} I, \quad F_{LK} = B_{LK} I + A_{LK} \quad (6.1)$$

где  $B_{KL}$  и  $B_{LK}$  — так называемые коэффициенты Эйнштейна,  $A_{LK}$  — спонтанная вероятность испускания фотона, соответствующая переходу из уровня  $L$  в уровень  $K$  атомов.

Иногда эти коэффициенты называют «вероятностями переходов», которые должны удовлетворять соотношениям:  $B_{KL} = B_{LK}$ ,  $A_{LK} = \frac{\omega_{LK}^3}{4\pi^2 \epsilon_0 \hbar^3} B_{LK}$ . Это значит, что коэффициенты зависят от частоты излучения.

А что, если сразу сделать предположение — чтобы число атомов на уровне  $L$  оказалось больше, чем на уровне  $K$ ? Тогда выходящая интенсивность за счет вынужденного излучения окажется больше, чем поглощение, коэффициент  $A_{LK}$  станет отрицательным и интенсивность пучка (6.6) увеличится при прохождении такой среды. Не выходя из сферы, эта мысль была записана В. А. Фабрикантом (1949), но на нее не было обращено должного внимания. Создание инверсных систем оказалось перспективным.

И все же открытие состоялось. В 1954 г. Н.Г. Басов и А.М. Прохоров и независимо от них Ч. Танк, используя вынужденное излучение, создали квантовый генератор в микроволновом диапазоне, называемый лазером. А в 1960 г. Мейман создал лазер — квантовый генератор в оптическом диапазоне (световом) на рубине. В дальнейшем началось стремительное совершенствование этих видов необычных источников света.

**Особенности лазерного излучения.** Это излучение обладает свойствами, которые нет ни у одного излучения неоптического. Оно отличается высокой степенью монохроматичности, направленности и когерентности. Так, в лучших газовых гелий-неоновых лазерах достигаются следующие характеристики:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = E\psi$$

Это уравнение называют уравнением Шредингера для стационарных состояний. В отличие от него, (4.5) называют временным или общим уравнением Шредингера.

Уравнение Шредингера имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = E\psi$$

Это уравнение называют уравнением Шредингера для стационарных состояний. В отличие от него, (4.5) называют временным или общим уравнением Шредингера.

Уравнение Шредингера имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = E\psi$$

Это уравнение называют уравнением Шредингера для стационарных состояний. В отличие от него, (4.5) называют временным или общим уравнением Шредингера.

Уравнение Шредингера имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi = E\psi$$

Это уравнение называют уравнением Шредингера для стационарных состояний. В отличие от него, (4.5) называют временным или общим уравнением Шредингера.

Состояние квантовой частицы может быть описано вектором. Нет векторы можно умножить на комплексные числа и складывать между собой, получая другие нет-векторы, т. е. нет векторы образуют линейное пространство по всем комплексным числам.

Если нет-вектор  $|\psi\rangle$  можно считать сопоставленным ему бра-вектор  $\langle\psi|$ . Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.

Нет-векторы можно складывать и умножать на комплексные числа. Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.

Нет-векторы можно складывать и умножать на комплексные числа. Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.

Нет-векторы можно складывать и умножать на комплексные числа. Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.

Нет-векторы можно складывать и умножать на комплексные числа. Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.

Нет-векторы можно складывать и умножать на комплексные числа. Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.

Нет-векторы можно складывать и умножать на комплексные числа. Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.

Нет-векторы можно складывать и умножать на комплексные числа. Нет-векторы можно умножить на комплексные числа, но умноженный на вектор будет соответствовать тому же состоянию, т. е. состояние определяется лишь направлением нет-вектора, а длина, которую ему можно приписать, не имеет значения.



Рис. 4.6



Рис. 4.7