студенты-
физики

Ответы на вопросы к экзамену по механике

Лектор Алешкевич В. А.

Январь 2013

Неизвестный

Студент физфака

Вопросы 2012

Билет № 1

1. Предмет механики. Пространство и время в механике Ньютона. Система координат и тело отсчета. Часы. Система отсчета.
2. Гироскопические силы. Волчки.

Билет № 2

1. Кинематика точки и системы материальных точек. Способы описания движения. Уравнение кинематической связи. Закон движения.
2. Основы механики деформируемых сред. Типы деформаций. Упругая и остаточная деформации. Деформации растяжения, сжатия, сдвига, кручения, изгиба. Количественная характеристика деформаций.

Билет № 3

1. Инерциальные системы отсчета. Преобразования Галилея.
2. Закон Гука. Модуль Юнга. Коэффициент Пуассона. Модуль сдвига. Связь между модулем Юнга и модулем сдвига.

Билет № 4

1.Законы динамики. Первый, второй и третий законы Ньютона. Понятия массы, импульса и силы в механике Ньютона. Уравнение движения и его решение. Роль начальных условий.
2.Основы гидро-и аэростатики. Закон Паскаля. Гидравлический пресс.

Билет № 5

1. Законы, описывающие индивидуальные свойства сил. Закон всемирного тяготения. Закон Гука. Законы для сил сухого и вязкого трения. Явление застоя. Явление заноса.
2. Распределение давления в покоящейся жидкости (газе) в поле сил тяжести. Барометрическая формула.

Билет № 6

1. Тело как система материальных точек. Число степеней свободы системы. Изолированная и замкнутая системы материальных точек. Закон сохранения импульса.
2. Закон Архимеда. Условия устойчивого плавания тел.

Билет № 7

1. Центр масс. Теорема о движении центра масс.
2. Стационарное течение жидкости (газа). Линии тока. Трубки тока. Идеальная жидкость. Течение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли.

Билет № 8

1. Движение тел с переменной массой. Уравнение Мещерского.
2. Сила вязкости. Закон Ньютона для вязкого трения. Число Рейнольдса.

Билет № 9

1. Движение тел с переменной массой. Формула Циолковского.
2. Течение вязкой жидкости по трубе. Формула Пуазейля.

Билет № 10

1. Момент импульса материальной точки. Момент силы. Закон сохранения момента импульса для материальной точки.
2. Ламинарное и турбулентное течение. Число Рейнольдса. Лобовое сопротивление при обтекании тел.

Билет № 11

1. Работа силы. Теорема об изменении кинетической энергии. Консервативные силы. Потенциальная энергия.
2. Циркуляция. Подъемная сила. Эффект Магнуса.

Билет № 12

1. Консервативные силы и консервативные системы. Связь консервативных сил с потенциальной энергией. Закон сохранения механической энергии.
2. Свободные колебания системы с одной степенью свободы. Уравнение незатухающих колебаний. Его решение.

Билет № 13

1. Соударения тел. Абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары. Законы сохранения при соударениях тел.
2. Свободные гармонические колебания. Амплитуда колебаний. Частота и период колебаний. Фаза и начальная фаза. Начальные условия.

Билет № 14

1. Неинерциальные системы отсчета. Движение материальной точки в неинерциальной системе отсчета. Силы инерции. Переносная и кориолисова силы инерции. Центробежная сила инерции.
2. Сложение гармонических колебаний. Биения. Частота биений. Фигуры Лиссажу.

Билет № 15

1. Кориолисова сила инерции. Примеры ее проявления на Земле.
2. Затухающие колебания. Уравнение затухающих колебаний. Его решение. Показатель затухания. Логарифмический декремент затухания. Время релаксации. Добротность.

Билет № 16

1. Энергия деформированного твердого тела. Объемная плотность энергии деформируемого тела.

2. Вынужденные колебания. Уравнение вынужденных колебаний. Его решение. Процесс установления колебаний.

Билет № 17

1. Принцип эквивалентности Эйнштейна. Изменение темпа хода часов в гравитационном поле.

2. Резонанс. Амплитудная резонансная кривая. Ширина амплитудной резонансной кривой и добротность.

Билет № 18

1. Основные понятия теории относительности. Пространство и время в релятивистской механике. Два постулата Эйнштейна. Скорость света как максимальная скорость распространения сигналов. Синхронизация часов.

2. Фазовая резонансная кривая. Работа внешней силы при вынужденных колебаниях.

Билет № 19

1. Преобразования Лоренца. Инварианты преобразований Лоренца.

2. Параметрическое возбуждение колебаний. Автоколебания.

Билет № 20

1. Собственная длина и собственное время. Лоренцево сокращение длины движущихся отрезков. Релятивистское замедление темпа хода движущихся часов.

2. Связанные колебательные системы. Нормальные колебания (моды). Нормальные частоты.

Билет № 21

1. Сложение скоростей в релятивистской механике.

2. Волны. Распространение «импульса» в среде. Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Скорость волны и скорости «частиц».

Билет № 22

1.Преобразования Галилея как предельный случай преобразований Лоренца.

2. Волновое уравнение. Его решение. Плоская гармоническая бегущая волна. Волны смещений, скоростей, деформаций.

Билет № 23

1. Событие. Интервал между событиями. Инвариантность интервала. Свето-подобные, времени-подобные и пространственно-подобные интервалы.

2.Волны на струне, в стержне, в газовой среде. Связь скорости волны со свойствами среды.

Билет № 24

1. Относительность одновременности. Интервал между событиями. Причинно-следственная связь между событиями.
2. Отражение волн от границы раздела двух сред. Основные случаи граничных условий.

Билет № 25

1. Кинематика твердого тела. Поступательное и вращательное движение твердого тела. Плоское движение. Мгновенная ось вращения.
2. Стоячие волны. Распределение амплитуд смещений, скоростей и деформаций «частиц» в стоячей волне. Узлы и пучности.

Билет № 26

1. Динамика твердого тела. Уравнение движения центра масс и уравнение моментов. Динамика плоского движения твердого тела.
2. Нормальные колебания струны, стержня, столба газа. Акустические резонаторы.

Билет № 27

1. Кинетическая энергия твердого тела при плоском движении.
2. Поток энергии в бегущей волне. Вектор Умова.

Билет № 28

1. Момент импульса твердого тела. Тензор инерции. Осевые и центробежные моменты инерции.
2. Движение со сверхзвуковой скоростью. Ударные волны.

Билет № 29

1. Главные и центральные оси вращения. Силы, действующие на вращающееся тело. Свободные оси вращения.
2. Элементы акустики. Звуковые волны. Громкость звука. Тембр звука.

Билет № 30

1. Движение твердого тела с закрепленной точкой. Гироскопы. Прецессия гироскопа. Угловая скорость прецессии.
2. Эффект Доплера.

(1) • Предмет механики.
+ (1). Пространство и время в механике Ньютона.
• Сис-ма коорд. и тело отсчёта
• Часы. Сис-ма ~~коорд~~. отсчёта
– (2) • Гироскопические силы.
• Волчки

(1) • Мех-наука о перемещении тел др. относ. друга (или их частей) задача - обобщение рез-тов экспериментов, открытие законов - для конкретного случая.
Движение - в пространстве и времени. Могут меняться размеры, структура, взаимное положение.
Модели абстрагированы оставить главное и имеют свою область применения
• Пространство - из геометрии.

у Ньютона-пространство евклида (3 измерения, изотропность, однородность, безграничность) плоскость (нет крив.)

Время – тело с периодическим процессом (полураспад, маятник, планеты) у Ньютона время равномерно.

В каждой точке простр. должны быть неподвижн. синхр. часы (одинак. начало отсчёта и темп).

Время не обратимо (стрела времени) – процессы стремятся к состоянию с наиб. вероятностью исхода (не обратно)

• ~~Сис-ма координат~~

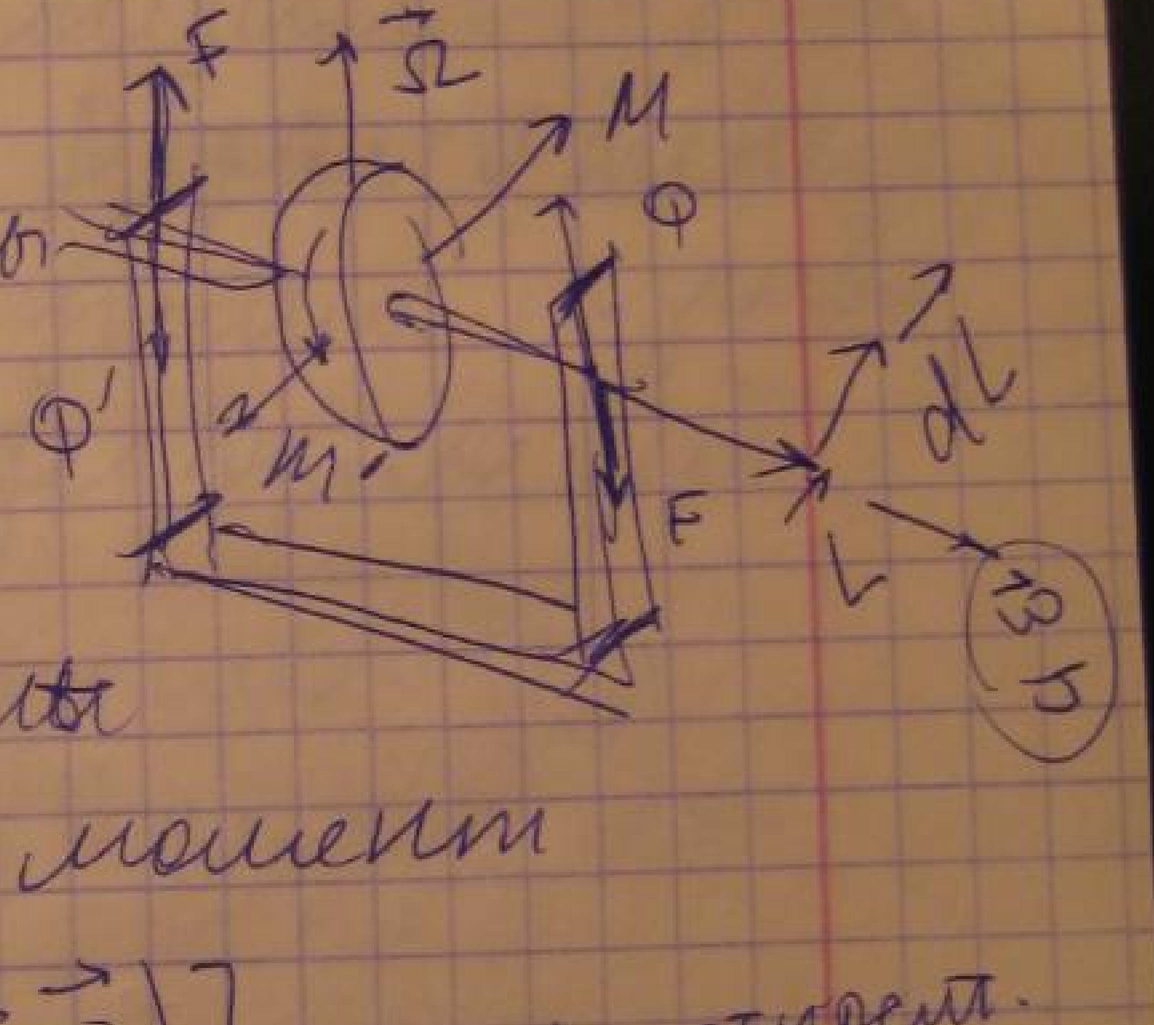
Тело отсчёта – тело, по отношению к к-рому определяют положение др. тел (точек) с ним связывают сис-му коорд-т.

Сис-ма отсчёта – часы, тело отсч. и сис-ма коорд.

Часы: у Ньют. либо двигающиеся

с телом, либо куча неподв. синхр. часов. (~~вр~~ при $v \ll c$ время подвиж. и неподвиж. одинак.)

2) Гироскоп – аксиально-симметричное вращающееся с большой углов. скор. тело относ. своей оси.



M – момент внеш. силы обеспечен $\vec{F}'$ и $\vec{F}$

$\vec{\Phi}, \vec{\Phi}'$ ($\vec{\Phi} = -\vec{F}$, $\vec{\Phi}' = -\vec{F}'$)

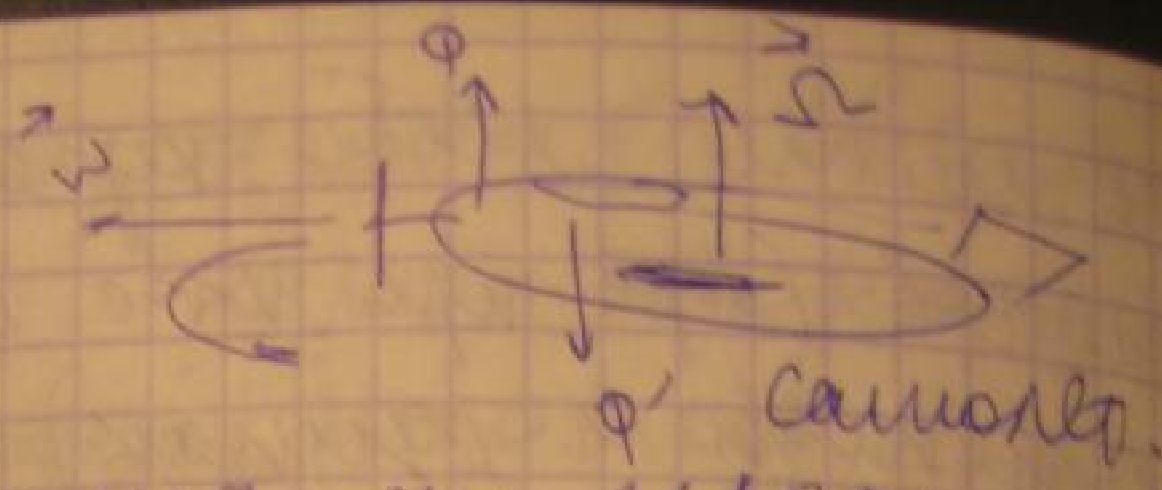
гироскопические силы

M' – гироскопическ. момент

$M = [\vec{\Omega} \times \vec{L}] = [\vec{\Omega} \times (\vec{J}\vec{\omega})]$ J – относит. оси вращ. ω

$M' = -M = (J\vec{\omega}) \times \vec{\Omega}$

правило Жуковского: гироск. силы стремятся совместить момент импульса L гироскопа с ~~углово~~ направлением угловой скорости вынужденного поворота.



Волчки - отлич. от гироскопов, что не имеют неподвиж. точек!

② (1) Кинематика точки и сис-мы
точек. Способы описания движ.
+ Ур-е кинематич. связи. Зак.
движения

(2) Основы мех. деформируемых
тел. Типы деформаций. Упругая
и остаточная д. Д. растяжения,
сжатия, сдвига, кручения, изгиба.
Количеств. хар-ка деформаций.

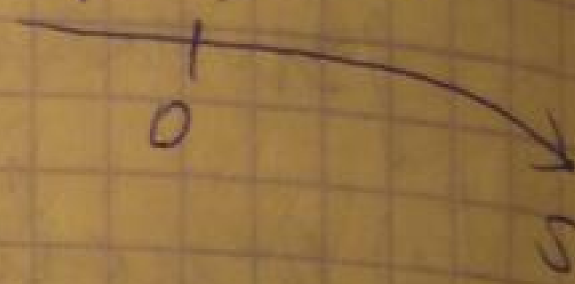
(1) Кинематика — раздел мех, изуч.
движение без учёта причин его.

Матер. точка — тело, размерами к-рого
можно пренебречь. Зная законы
движения кажд. точки сис-мы,
можно получить закон движения всей сис-мы

Задача кинематики — определить
$x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, и др. хар-ки точки.

Способы описания движения:

1 естеств: траектория, нач. отсчёта на траектории, направление, закон $s = f(t)$ (аналитич. или графич.)



2 координатный

$q_1 = q_1(t),\ q_2 = q_2(t),\ q_3 = q_3(t)$

q_1, q_2, q_3 — $x y z$; θ, φ, R; ρ, φ, z

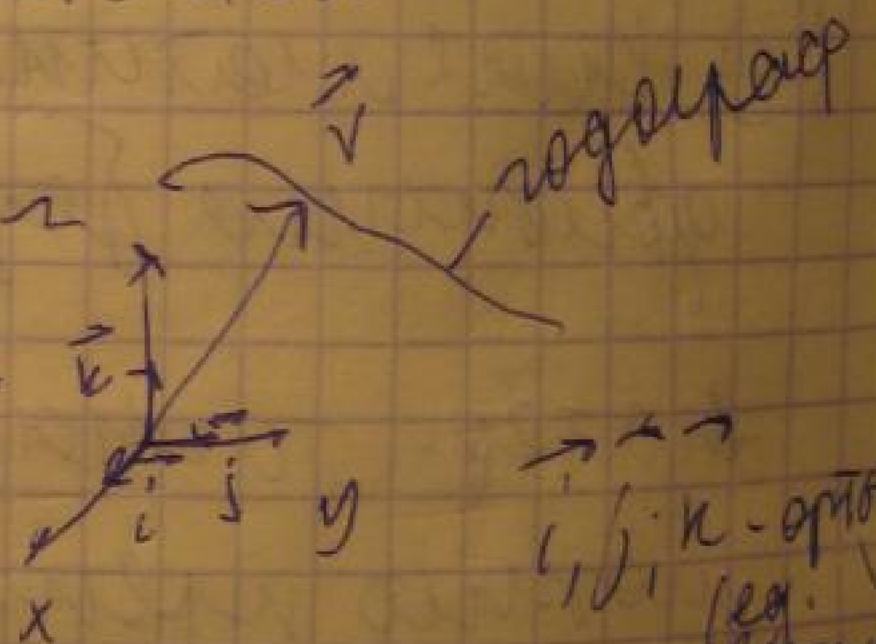
исключив t:

$\varphi(x,y) = 0$ } пересечение цилиндрич.
$\psi(y,z) = 0$ } поверхностей

3 векторный

$\vec{r} = \vec{r}(t)$

$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

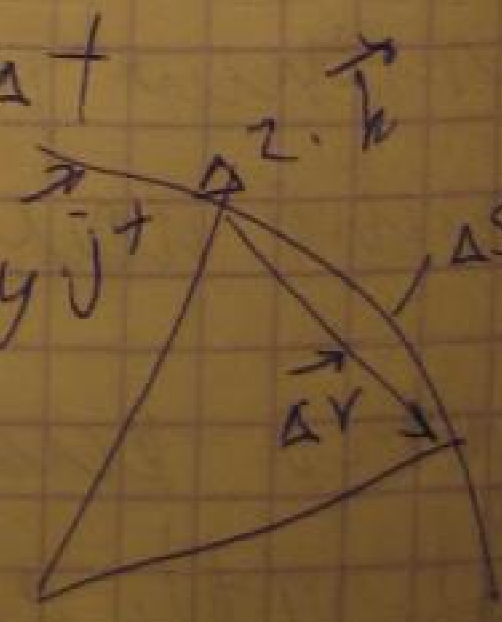


$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты (ед. векторы)

Перемещение за Δt

$\Delta\vec{r} = r(t+\Delta t) - r(t) = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \vec{j} + z \cdot \vec{k}$

$|\Delta\vec{r}| < |\Delta s|$



Скорость

$$\vec{V}_{ср}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$

(средняя)

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$

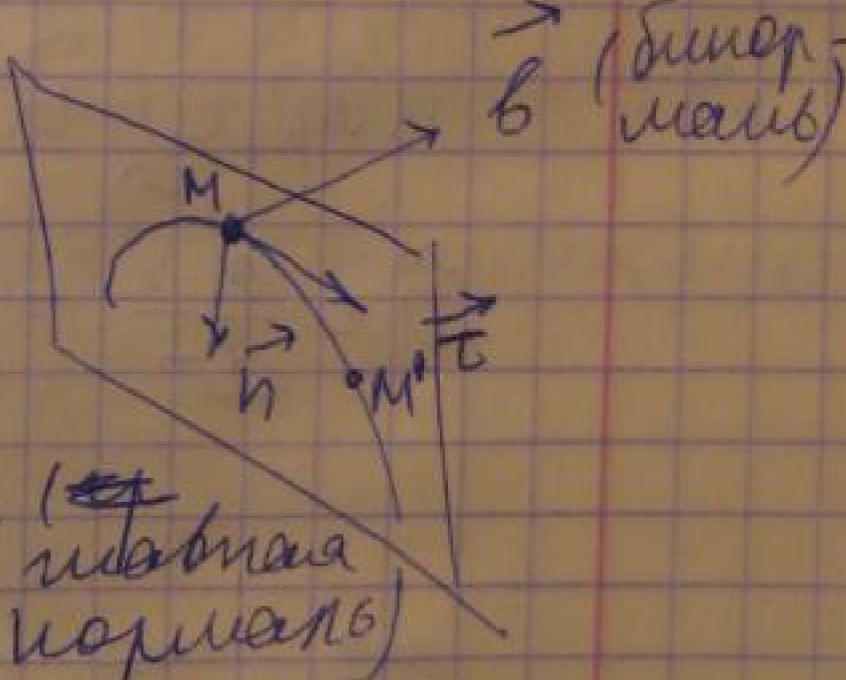
(мгнов)

$$\vec{V}_x = \frac{d\vec{x}}{dt} = \dot{\vec{x}}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{ds}}_{\vec{\tau}}\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{V} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau} = V\vec{\tau}$$ ($\vec{\tau}$ – ед. вект касательн.)

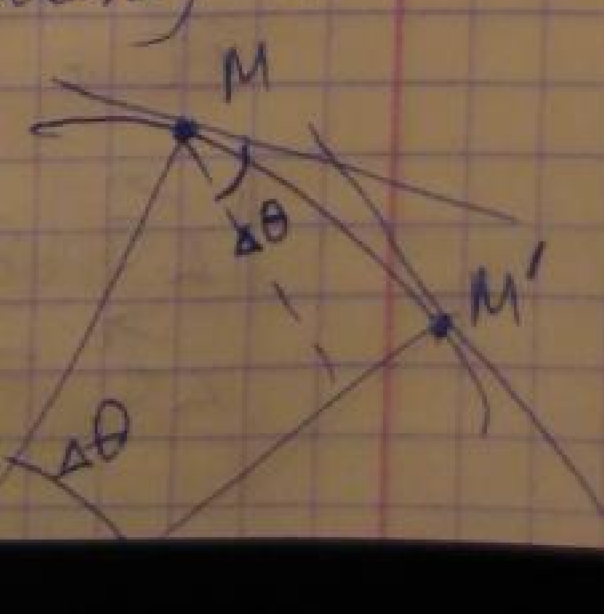
$$S(t) = S(0) + \int_0^t v(t)\,dt$$

Ускорение



соприкасающаяся плоскость: $\vec{\tau}$, $M' \to M$.

естеств. сис-ма координат – $\vec{b}, \vec{n}, \vec{\tau}$



кривизна: $k = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

$R = \frac{1}{k} = \frac{ds}{d\theta}$ – радиус кривизны

$\vec{a}_{ср}(t, t+\Delta t) = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$ - сред. ускор.

$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} =$

$= \frac{d^2 x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2 y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2 z}{dt^2}\vec{k} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$

$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$

$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

$\vec{V}(t) = \vec{V}_0(0) + \int_0^t a(t)\,dt$

$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \int_0^t v(t)\,dt$

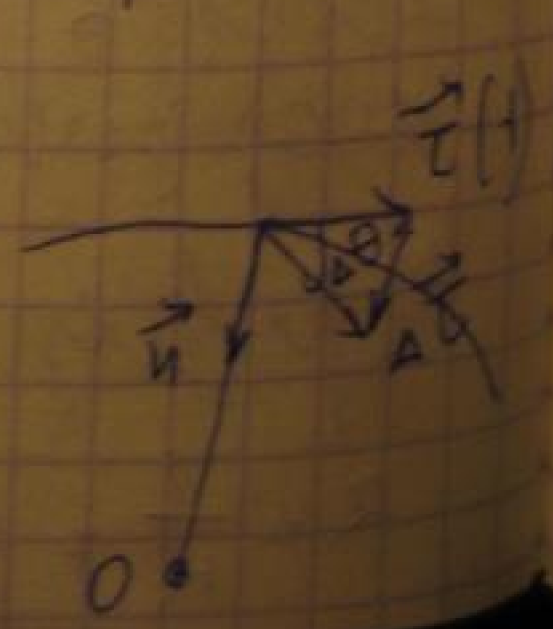
норм. и тангенц. ускорения.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\vec{\tau}) = \underbrace{\frac{dv}{dt}\vec{\tau}}_{\text{тангенц.}} + \underbrace{v\frac{d\vec{\tau}}{dt}}_{\text{нормальное}}$

$\Delta\vec{\tau} = \vec{\tau}(t+\Delta t) - \vec{\tau}(t)$

$|\Delta\vec{\tau}| \approx |\vec{\tau}| \cdot |\Delta\theta| = |\Delta\theta|$

$\Delta\vec{\tau} \approx \vec{n} \cdot \Delta\theta$ $\Rightarrow$



$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\tau}}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}\vec{n} = \frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}\vec{n} = \frac{1}{R} v \vec{n}$$

$$\Rightarrow v\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{v \cdot v}{R}\vec{n} = \underbrace{\frac{v^2}{R}\vec{n}}$$ – нормальное уск.

итак,

$$\vec{a} = \underbrace{\frac{dv}{dt}\vec{\tau}} + \underbrace{\frac{v^2}{R}\vec{n}} = \underbrace{a_\tau \vec{\tau}} + \underbrace{a_n \vec{n}}$$

$$\vec{\tau} \perp \vec{n} \Rightarrow$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

по окружности:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{R\,d\varphi}{dt} = \omega R. \quad v \perp \vec{R}$$

мех. сплош. сред → мех. деформируемых тел

(2) Под действ. сил тела деформируются

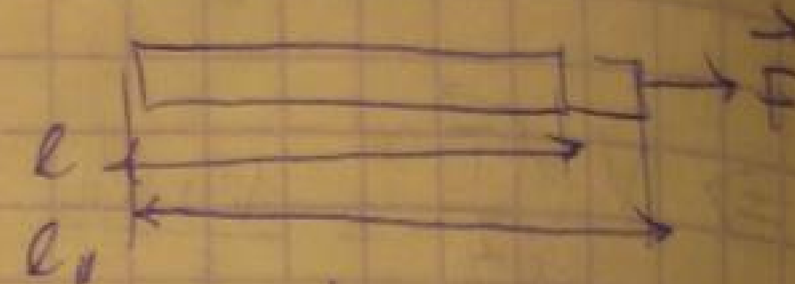
деформации:

– растяжения-сжатие

– сдвига

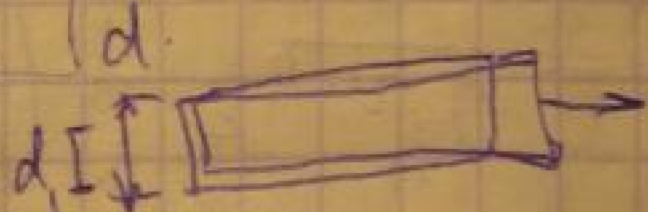
$$\boxed{\varepsilon = \frac{l_1 - l}{l} = \frac{\Delta l}{l}}$$

$\varepsilon > 0$ – растяж.
$\varepsilon < 0$ – сжат.



$$\boxed{\gamma = \operatorname{tg}\alpha}$$ ($\gamma \approx \alpha$ при α – мал.)

$$\boxed{\varepsilon_\perp = \frac{d_1 - d}{d} = \frac{\Delta d}{d}}$$



$$\boxed{\mu = -\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon} > 0}$$

коэфф. Пуассона

$0 < \mu < 0,5$

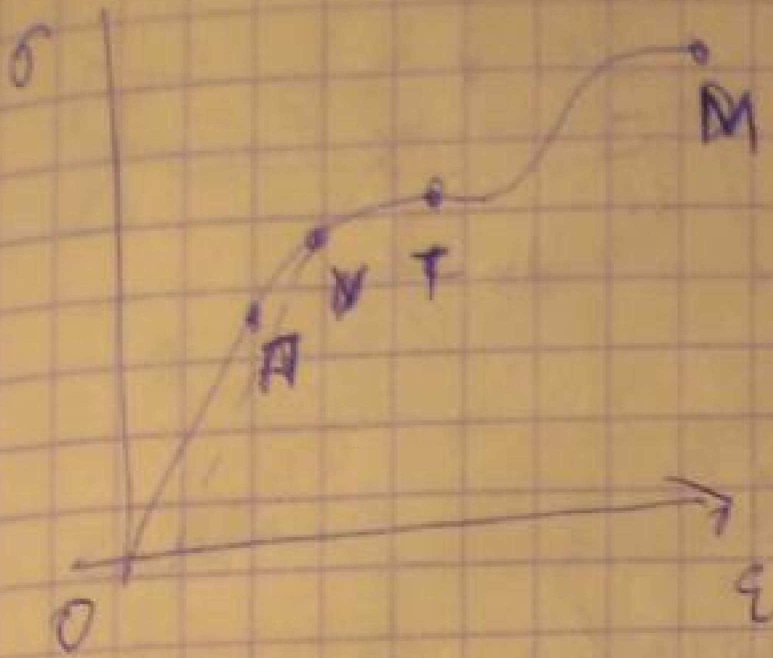
тензор деформаций

$$u_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

$$\hat{u} = u_{ij} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \frac{1}{2}(\gamma_{12}+\gamma_{21}) & \frac{1}{2}(\gamma_{13}+\gamma_{31}) \\ \frac{1}{2}(\gamma_{21}+\gamma_{12}) & \varepsilon_{22} & \frac{1}{2}(\gamma_{23}+\gamma_{32}) \\ \frac{1}{2}(\gamma_{31}+\gamma_{13}) & \frac{1}{2}(\gamma_{32}+\gamma_{23}) & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$

деформации стержня:

растяжение – сжатие



П - предел пропорцион. (Зак. Гука)

У - предел упругости (ост. удлинение)

Т - предел текучести

М - предел прочности

Зак. Гука:

$\cancel{\varepsilon = \sigma}$ $\frac{F}{S} = \boxed{\sigma = \varepsilon E}$

$\varepsilon = \frac{l_1 - l}{l} = \frac{\Delta l}{l}$

E - const. материала [Па]
модуль Юнга

$\frac{F}{S} = \boxed{\sigma = \gamma G}$

$\gamma = tg\,\alpha \approx \alpha$

G - модуль сдвига

$G = E \frac{1}{2(1+\mu)}$

$G < E$

<u>изгиб</u>

$\sigma(x,y) = k(x)\,y$ k - неизв.

- по горизонтали: $\Sigma F = 0$

$\int df = \int \sigma\, dS = k(x) \underbrace{\int y\, dS}_{} \equiv 0$.

- по касат. $\Sigma F_{верт} = 0$

(не учитыв)

- моменты

$Nx - M(x) = 0$. $k(x) = \dfrac{\sigma_2(x)}{y_2}$

$Nx - \int \sigma y\, dS$

$M(x) = \dfrac{\sigma_2(x)}{y_2} \int y^2 dS = \dfrac{\sigma_2(x)}{y_2} J$

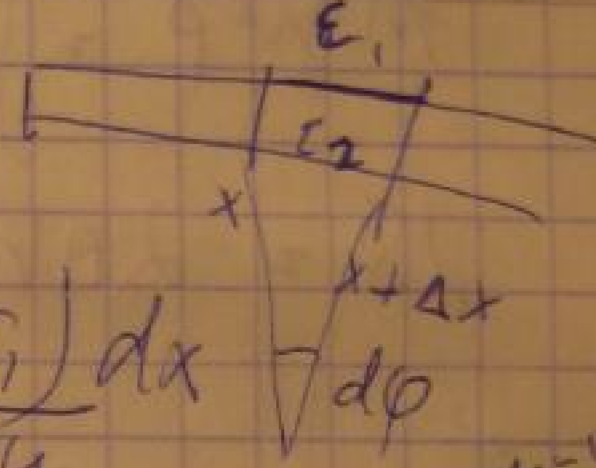
$J = \int y^2 dS$ - момент инерции поперечного сечения

$I = \dfrac{J}{y_2}$ - осевой момент инерции

$M(x) = \sigma_2(x)\, I$.

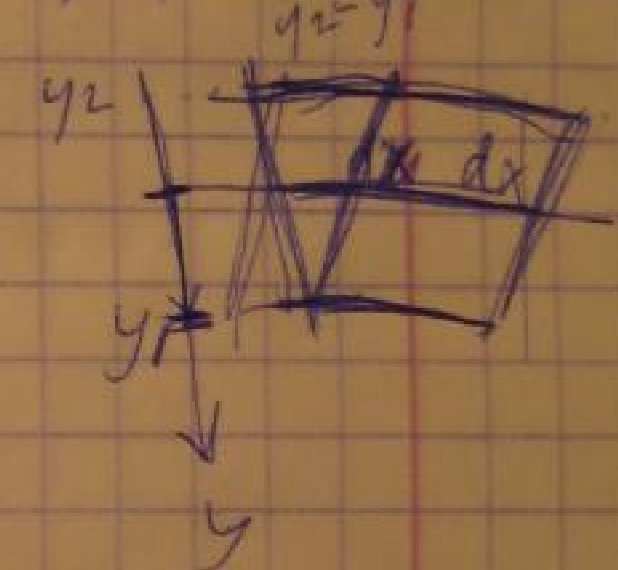
$J_{\square} = \frac{1}{12} bh^3$ $\quad I_{\square} = \frac{1}{6} bh^2$

$J_{\circ} = \frac{1}{64} \pi d^4$ $\quad I_{\circ} = \frac{1}{32} \pi d^3$



стрела прогиба

$$d\varphi = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\, dx}{y_2 - y_1} = \frac{1}{E} \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{y_2 - y_1} dx$$



Кручение

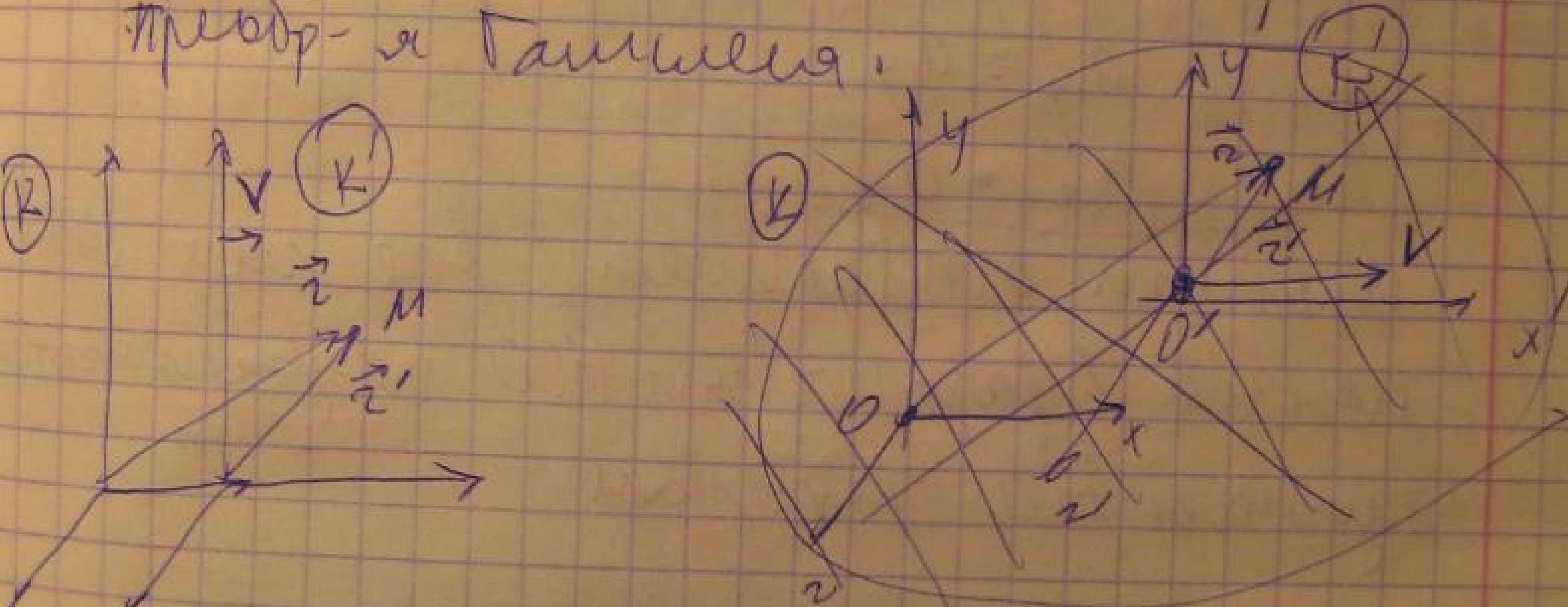
$M_{кр} = \int r \, dF_{\tau} = \int r \tau_{\tau} \, dS = \int_0^R r (\tau \ldots) 2\pi r \ldots$

$dS = 2\pi r \, dr$

③ (1) ИСО. Преобр-я Галилея.
+ (2) Зак. Гука. Модуль Юнга.
+ коэфф. Пуассона. Модуль сдвига.
Связь модуля Юнга и сдвига.

1) ИСО – такие СО, относ. к-рых тела, не побуждаемые силами, движутся прямолинейно и равномерно.

Преобр-я Галилея.



$x' = x - Vt$

$y' = y$

$z' = z$

$t' = t$

$x = x' + Vt'$

$y = y'$

$z = z'$

$t = t'$

inv:

$$l' = \sqrt{(x_2'-x_1')^2+(y_2'-y_1')^2+(z_2'-z_1')^2}$$

$$l = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t'$$ одновременность событий

$V_{абс} = V_{отн} + V_{пер}$.

$$\frac{d}{dt}\Big| V : \boxed{\begin{aligned} a_x' &= a_x \\ a_y' &= a_y \\ a_z' &= a_z \end{aligned}}$$

принцип отн Галилея: все мех. явления в различных ИСО подчиняются одинаковым законам

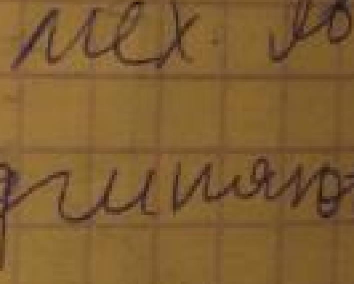
2) Зак Гука:

$$\boxed{\frac{F}{S} = \sigma = \varepsilon E}$$ $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

$E = [Па]$ модуль Юнга

σ - напряжение

$$\boxed{\frac{F}{S} = \sigma_\tau = \gamma G}$$ $\gamma = tg\,\alpha \approx \alpha$



$G = [Па]$ модуль сдвига.

Коэфф. Пуассона!

$$\boxed{\mu = -\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon} > 0}$$

$0 \le \mu \le 0{,}5$

Связь Юнга и Сдвига

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}}$$

$G < E$

④. (1) Зак. Динамики. I, II, III Зак. Ньют.

+ Масса, импульс, сила у Ньютона.
Ур-е движения и его решение.
Нач. условия

+ (2) Основы гидро- и аэростатики. Зак. Паскаля
гидравл. пресс.

---

(1) I Зак. Ньютона: в ИСО тела при скомпенсированных внешних силах движутся с пост. скоростью

Сила — действие над телом, меняющее его скорость (Ньют.) — мера взаимод-я тел масса — хар-ка инертных св-в и гравитац. взаимод-я, аддитивна, не зависит от выбора СО (инв)

I зак. Ньют. (в ИСО)

$\vec F_i$ — сумма

$\boxed{m\vec a = \vec F}$

II зак. Ньют.

$\boxed{\frac{d(m\vec v)}{dt} = \vec F}$ $\quad \vec a = \frac{d\vec v}{dt}$

Импульс: $\boxed{\vec p = m\vec v}$

III зак. Ньют.

$\boxed{\vec F_{21} = -\vec F_{12}} \Leftarrow m_1\vec a_1 = -m_2\vec a_2$

из з-н сохранения (2 и 3)

силы одинак. природы

Силы:

гравитац. $\boxed{\vec F_{12} = -\vec F_{21}} = -G\frac{m_1 m_2 \vec r_{12}}{r_{12}^2\, r_{12}} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\vec r_{12}$

$\vec{F} = m\vec{g}$, $g = G\frac{M_З}{R_З^2}$

кулона: $F_{12} = -F_{21} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$

Упруг. $F = -k\Delta l$

Трен. пок $F = \mu N$

кач

возд $\vec{F} = -k_1\vec{V}$, $F = -k_2 V^2 \frac{\vec{V}}{V}$

Ур-е движения

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}} \qquad \vec{F} = m\frac{d\vec{V}}{dt} \; ; \; m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$$

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x \\ m\ddot{y} &= F_y \\ m\ddot{z} &= F_z \end{aligned}\right\} \text{на оси}$$

$$\int_0^t \frac{F}{m}dt = \int_{V_0}^{V} dV \; ; \quad V - V_0 = \frac{Ft}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t}$$

$$\frac{dr}{dt} = V_0 + at \; ; \int_{r_0}^{r} dr = \int_0^t (V_0 + at)\,dt \; ; \quad \vec{r} = \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

(2) зак. Паск.: давл. в люб. месте покоящейся жидк. одинак. по всем направл., причём оно одинак. передаётся по всему объёму покоящейся жидк.

$\Delta S f_{22} = \Delta S f_{11} = \frac{F_n}{\sqrt{2}}$

усл. равновесия $\Rightarrow$

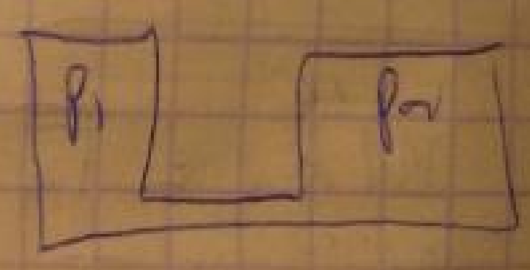
$$\boxed{p_{11} = p_{22} = p_{33} = p}$$

$p = [\text{Па}]$.

гидравл. пресс

$\cancel{F/S}$ $p_1 = p_2 \Rightarrow$

$$\boxed{\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}}$$



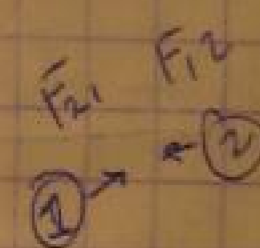
(3).

⑤ (1) Законы, описывающие индивидуальные св-ва сил. Зак. всемир. тяготен. Зак Гука. Зак. сил сух. и вязк. тр. Явл. застоя. Явл. заноса.
+

+ (2) Распредел. давл. в покоящ. жидк. или газе в поле сил тяжести. Барометрич. ф-ла.

---

(1) Законы сил.



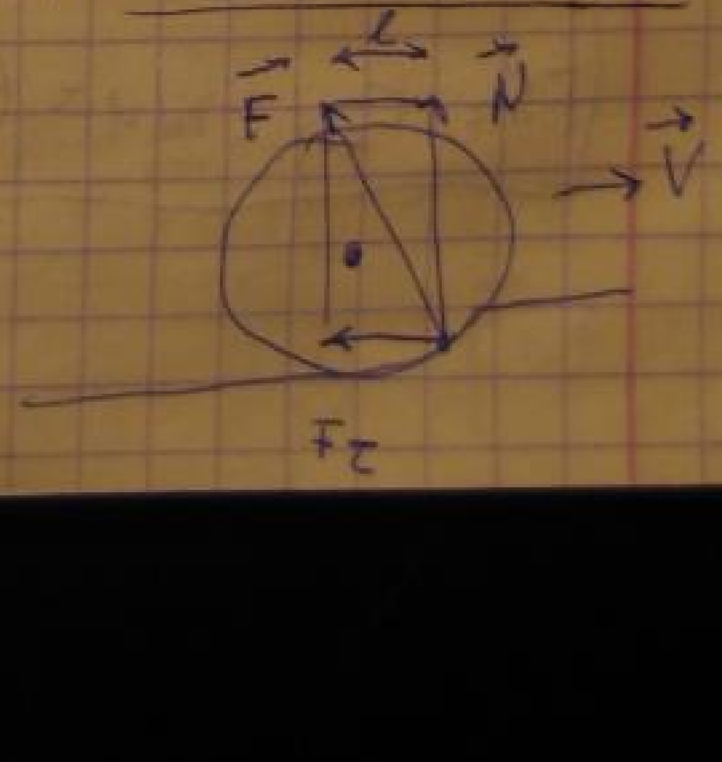
Зак всем тяг: $\boxed{F_{12} = -F_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = -G\frac{m_1 m_2 \vec{r}_{12}}{r_{12}^3}}$

Зак Гука: $\boxed{F = -k\Delta x}$

Сила сух тр: скольжения: $\boxed{F = \mu N}$

Сила вязк тр: $\boxed{\vec{F} = -k_1\vec{V}}$; $\boxed{F = -k_2 V^2 \frac{\vec{V}}{V}}$

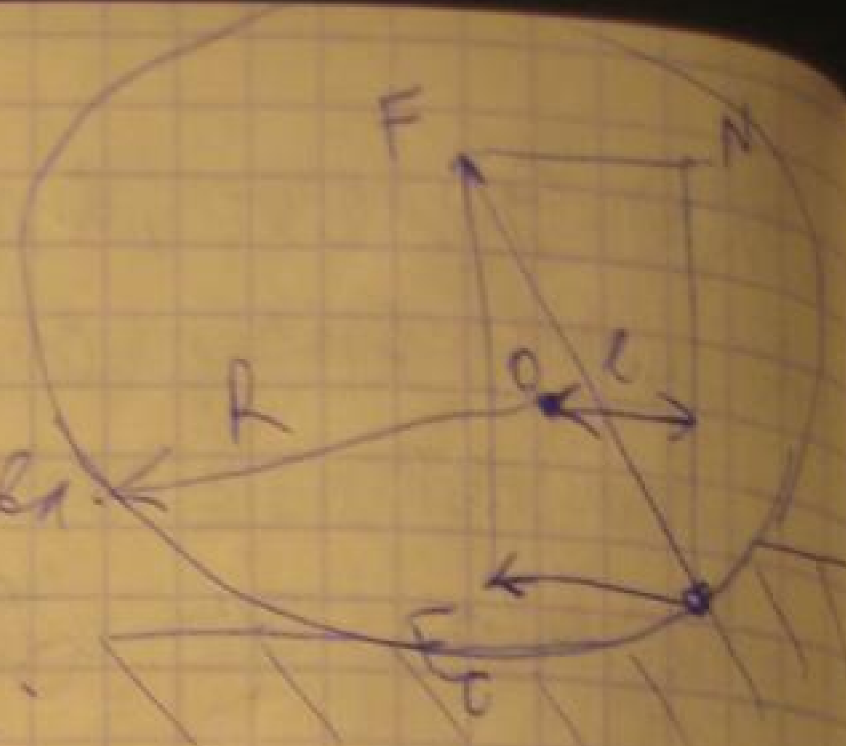
Сила тр. кач.



$\vec{N}$ замедл. вращ.
$\vec{F}_T$ замедл. скор.

$$\boxed{M_{тк} = lN}$$

(тр. кач.)

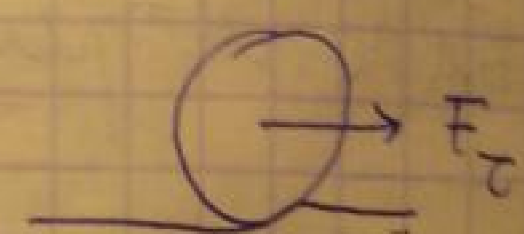


момент норм составл. силы реакции = момент силы тр. кач.

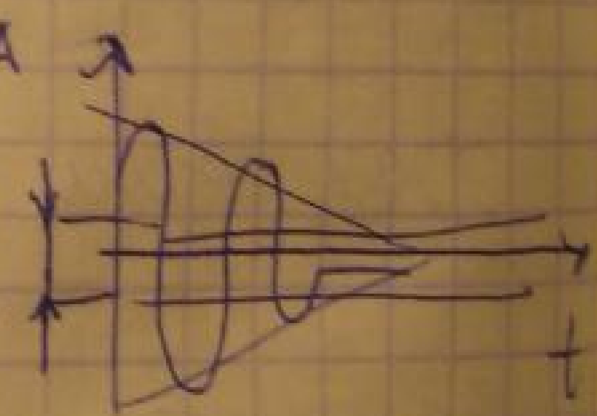
l не зависит от R.

1,

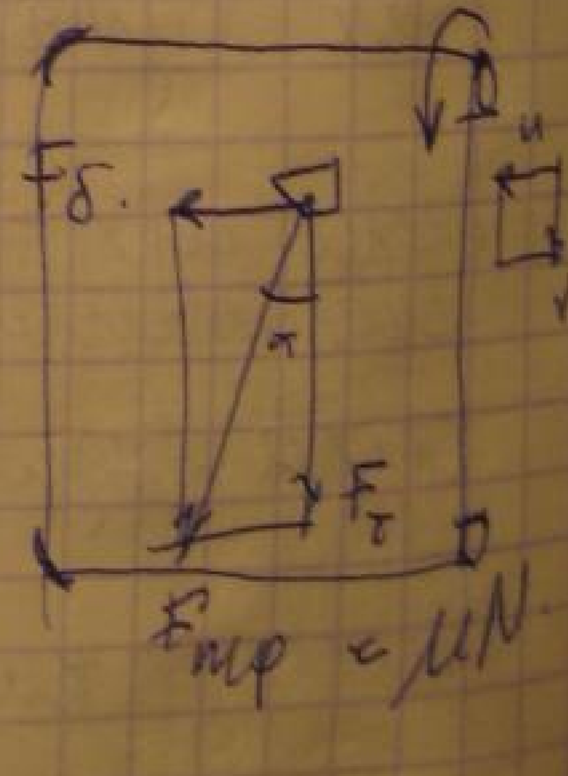
$$\boxed{F_\tau = \frac{lN}{R}}$$



Застой



Занос

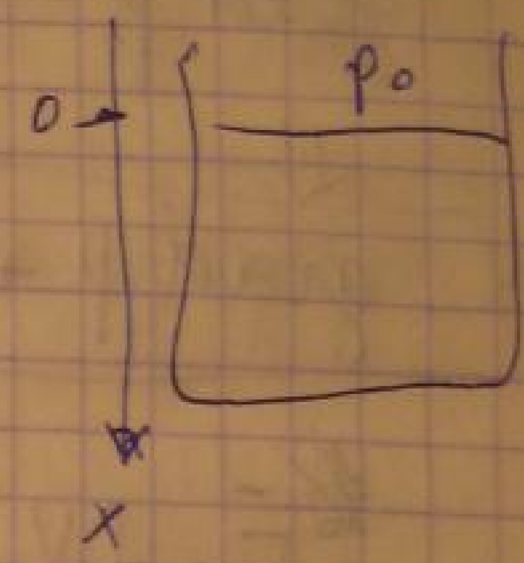


$$F_{тр} = \sqrt{F_\tau^2 + F_б^2} = \mu N$$

$$\boxed{F_б = F_{тр} \sin\alpha = F_{тр} \frac{u}{\sqrt{v^2+u^2}}}$$

(г) жидкость в поле тяжести.

$\vec{f} = \rho \vec{g} = [\frac{Н}{м^3}]$.



$U(x) = -\rho g x \Rightarrow$

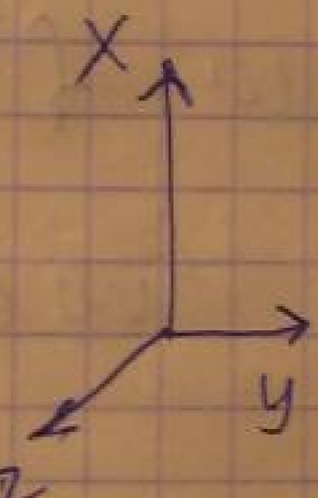
$p(x) = \rho g x + const = p_0$

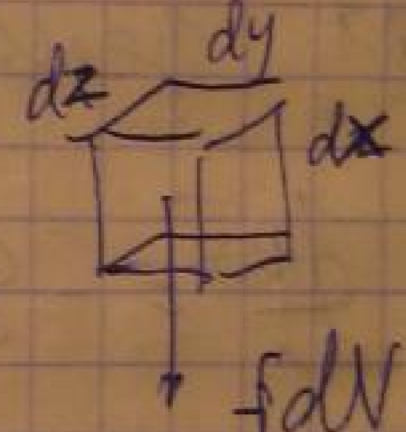
$$\boxed{p(x) = p_0 + \rho g x}$$

Барометрическая ф-ла (для атмосферы)

$\cancel{f - \mathrm{grad}\, p = 0}$.

$dV = dx\,dy\,dz$





на нижнюю грань сила:

$p(x,y,z)\,dy\,dz$

f – плотность силы $[\frac{Н}{м^3}]$

на верхнюю грань: $p(x+dx, y, z)$

dV: $p(x+dx, y, z)\,dy\,dz - p(x+dx, y, z)\,dy\,dz + f_x\,dx\,dy\,dz = 0$

для осей y и z аналогично.

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + f_x = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} + \underset{0}{f_y} = 0; \quad -\frac{\partial p}{\partial z} + \underset{0}{f_z} = 0.$$

$$\operatorname{grad} p = \nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} e_x + \frac{\partial p}{\partial y} e_y + \frac{\partial p}{\partial z} e_z$$

$\Downarrow$

$$\boxed{-\operatorname{grad} p + \vec F = 0}$$ (e_x, e_y, e_z – орты)

~~если $\vec f^* = \frac{\vec F}{m}$, что (плотность объемн. сил)~~ $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \vec F = f V \\ \vec F = f^* m \end{cases} \Rightarrow \vec f V = \vec f^* m$$

$f = [\frac{Н}{м^3}]$, $f^* = [\frac{Н}{кг}]$

$\Rightarrow \operatorname{grad} p = f^* m \Rightarrow$

$$\boxed{\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p = \vec f^*}$$ ρV

$f^* = [\frac{Н}{м}]$

для земли $\vec f^* = \vec g \Rightarrow$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = -g$$ на ось x.

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{\rho RT}{\mu} \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{p} \frac{dp}{dx} = -\frac{g\mu}{RT(x)}$$

пусть $T(x) = \overline{T} = 255K$ (ср. знач)

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\int_0^x \frac{g\mu}{R\overline{T}} dx$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{g\mu}{R\overline{T}} \cdot x$$

$$\boxed{p = p_0 \exp\left(-\frac{gM}{RT}x\right) = p_0 \exp\left(-\frac{x}{H_0}\right)}$$ барометр. ф-ла

H_0 - привед. высота, давл. падает в е ра[з]

$$\boxed{H_0 = \frac{RT}{Mg}}$$

(6)

+ (1) Тело как сис-ма матер. точек.
Число степеней свободы сис-мы
изолиров. и замкн. сис-мы точек.
Зак сохр импульса.

− (2) Зак. Арх. Услов. устойч ~~пл~~ плавани[я]

---

(1) Степени свободы - число необх.
коорд. для описания положения
точки.

для N незав. точек — 3N степ. свободы

$$\boxed{\vec{r}_{цм} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}} \; ; \quad \boxed{\vec{V}_{цм} = \frac{\sum m_i \vec{V}_i}{\sum m_i}}$$

(после дифф)

Замкн. сис-ма – сумма внеш. сил = 0
Изолиров. сис-ма – силы внеш. не действ.

импульс точки: $\boxed{\vec{p}_i = m\vec{v}_i}$

импульс сис-мы: $\boxed{\vec{p} = \sum_i m_i\vec{v}_i = \sum \vec{p}_i}$

$\left(M v = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\cancel{\sum m}} M = \sum p_i\right)$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_i \vec{F}_i + \underbrace{\sum_i \sum_k \vec{f}_{ki}}_{=0}$$

внутр. силы скомпенсир (III Зак. Ньют)

$$\boxed{\frac{dp}{dt} = \sum_i F_i}$$

при $\sum_i F_i = 0$ $\boxed{p = const}$ – зак сохр. импульса в замкн. сис-ме

2) Зак Арх.

$$\boxed{\vec{F}_A = \sum \vec{f}_i \Delta S_i = -\sum p_i S_i \vec{n}_i}$$

$\vec{n}$ – вектор нормали

$\vec{f}_i = p\vec{n}_i$ – сила давления $\left[\frac{H}{м^2}\right]$

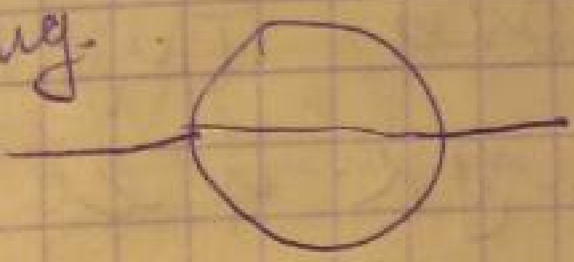
ΔS – площадь эл-та ~~тела~~, поверх. тела

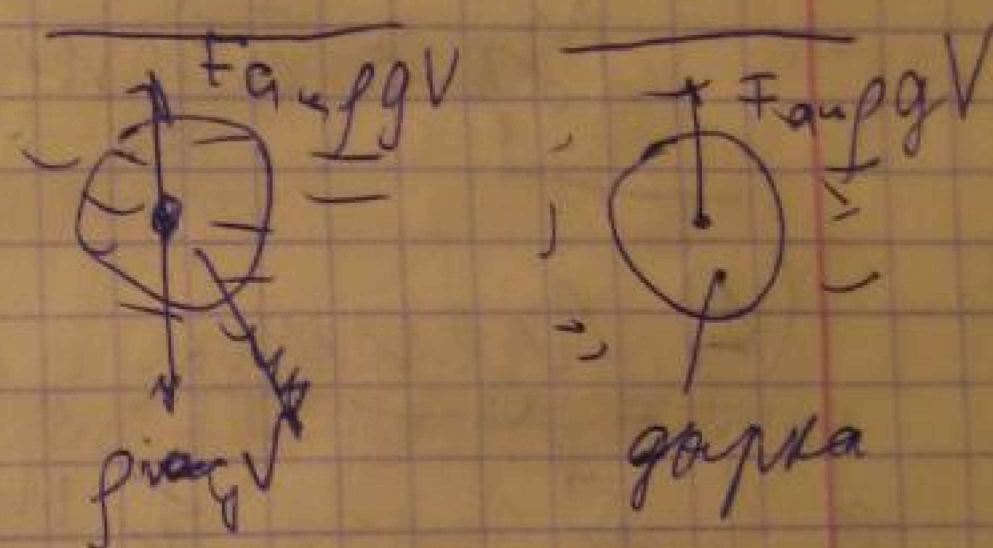
О – ц объёма

М – ц. м.

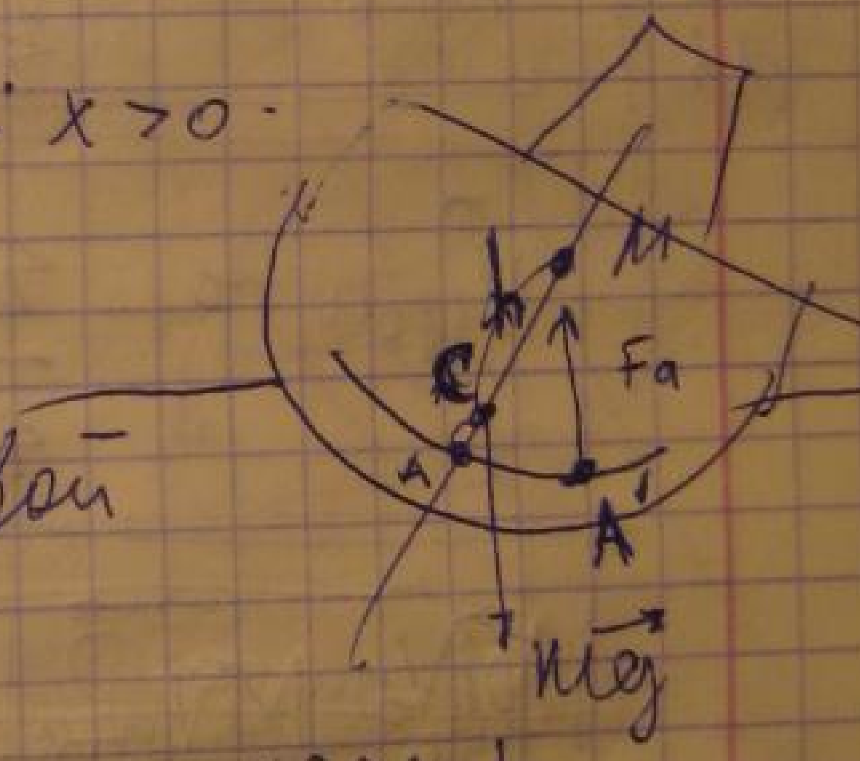
на поверхн?

$F_{арх} = mg$.





Усл. ~~на~~ плавания: $x > 0$.



М – метацентр – центр кривизны кривой приложения Fa (кривой центров объёма при качке)

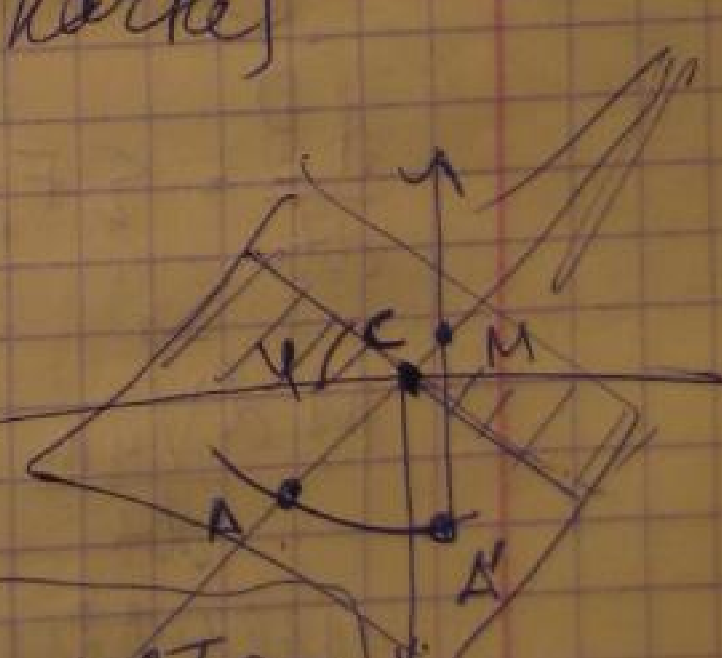
$AC = a$

$CM = h$ – метацентрич высота.

$\tilde{M} = mg(a+h)\varphi_A$ (относит. точки A).

$$\boxed{I = \int x^2 ds.}$$

x ds



$I = V_{выт}(a+h) \Rightarrow h = \dfrac{I}{V_{выт}} - a > 0$ – устойч.

(7) Ц.м. Теорема о движении ц.м.

\+ (1)

\+ (2) Стационарное течение жидк. (газа), Линия тока. Трубки тока. Идеальн. жидк. и её течение. Ур-е Бернулли.

(1) Центр масс

$$\frac{d}{dt}\Bigg|\ \boxed{\vec{V}_{цм} = \frac{\sum m_i \vec{V}_i}{\sum m_i}}$$

$$\boxed{\vec{V}_{цм} = \frac{\sum m_i \vec{V}_i}{\sum m_i}} = \frac{\sum \vec{p}_i}{M} \Rightarrow$$

$$\boxed{M\vec{V}_{цм} = \vec{P}}$$

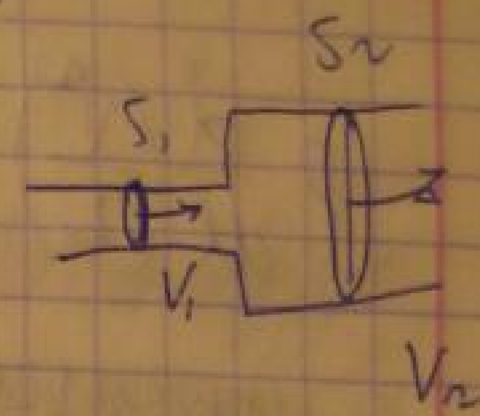
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum F_i = F. \quad \text{- внеш. сила} \Rightarrow$$

$$M\frac{d\vec{V}_{цм}}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}, \text{ т.е. } \boxed{M\frac{d\vec{V}_{цм}}{dt} = \vec{F}}$$

теорема о движ. ц.м.

(2) Масса через трубу:

$m = \rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2 = const$ — стационарное течение.



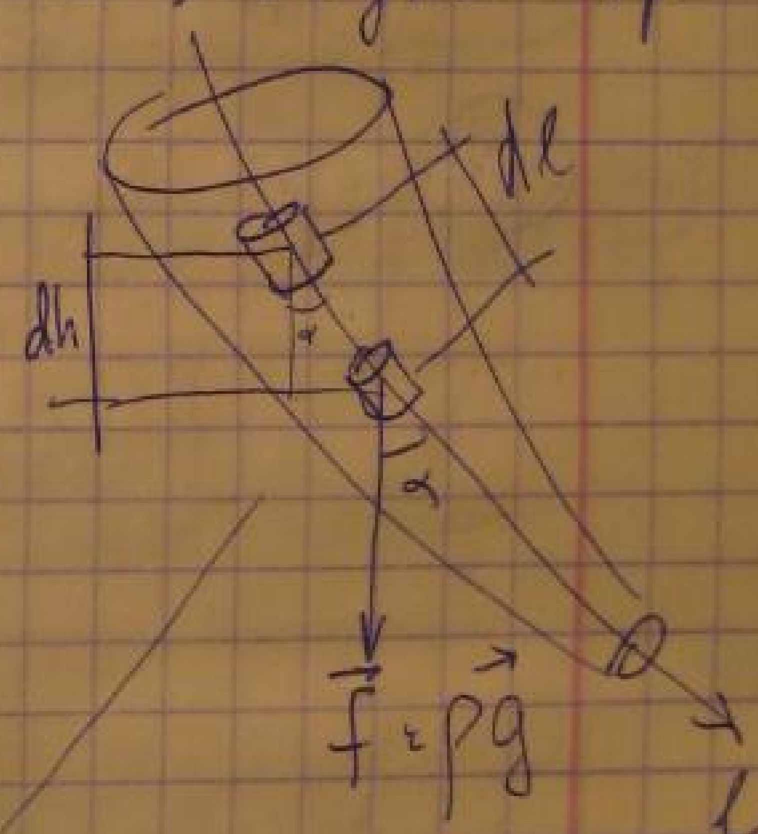
несжимаемая: $\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow$

$$\boxed{V_1 S_1 = V_2 S_2}$$

Линия тока — линия, касат. к к-рой совпадают со скоростью

Трубки тока — семейство линий тока

Течение идеальн. жидк. — без вязкого тр.



$$\rho \frac{dV_x}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + f_x \qquad f_x = \left[\frac{Н}{м^3}\right]$$

[ma = F] (см. ∇)

$$v\,dt = dl \Rightarrow dt = \frac{dl}{v}$$

$$\rho V \frac{dV}{dl} = -\frac{dp}{dl} + \rho g \cos\alpha$$

V — скорость вдоль оси l.

$$\cos\alpha = -\frac{dh}{dl} \quad (\text{т.к. } dh < 0)$$

$$\rho V \frac{dV}{dl} = -\frac{dp}{dl} - \frac{dh}{dl}$$

$v\frac{dv}{dl} = \frac{1}{2}\frac{dv^2}{dl}$ (правило дифф.)

$$\rho\frac{d}{dl}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{dp}{dl} + \rho g\frac{dh}{dl} = 0.$$

несжим. жидк.: $\rho = const$.

$$\int \Big| \quad \frac{d}{dl}\left(\frac{\rho v^2}{2} + p + \rho g h\right) = 0$$

$$\boxed{\frac{\rho v^2}{2} + \underset{\text{в данн. точке}}{p} + \rho g h = \underset{p_\infty}{const}}$$

Стац. течен. невязкой несжим. жидк.

ур-е Бернулли

(Я:)

(6) (1) Движение тел с перем. массой.

\+ Ур-е Мещерского.

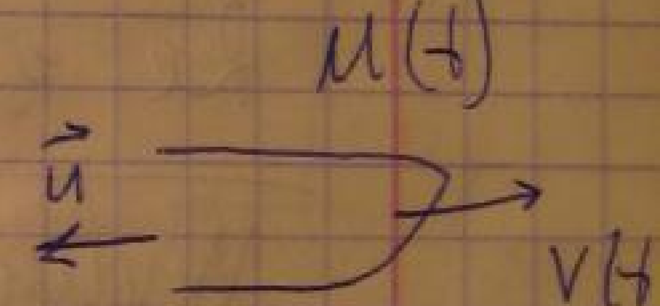
\+ (2) Сила вязкости. Зак. Ньют. для вязкого трен. число Рейнольдса.

---

(1) - Зак. сохр. импульса:

$$Mv = (M+\underbrace{dM}_{\approx 0})(v+dv) + (-dM)(v-u)$$

$$\cancel{Mv} = \cancel{Mv} + \cancel{dM\,v} + M\,dv + \underbrace{dM\,dv}_{\approx 0} - \cancel{v\,dM} + u\,dM$$



$\vec{u}$ - относит. ракеты.

$$M\,dv + u\,dM = 0$$

$$\boxed{M\frac{dv}{dt} = -u\frac{dM}{dt} = \mu u = F_{реакт}}$$

$$\mu = -\frac{dM}{dt} > 0$$

$$\int_{M_0}^{M_k}\frac{dM}{M} = -\int_{0}^{v_k}\frac{dv}{u}, \qquad \boxed{-\ln\frac{M_k}{M_0} = \frac{v_k}{u}}$$

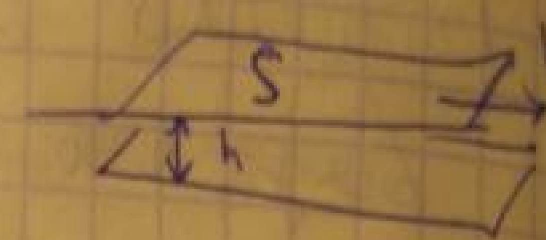
Ур-е Циолковск.

12) Пластинки (установка Ньютона)

$$\boxed{F = \eta S \frac{v}{h}}$$

η - вязкость $\left[\frac{кг}{м \cdot с}\right] = [Па \cdot с]$

($\frac{v}{h}$ - градиент)



Число Рейнольдса

$$\boxed{Re = \frac{W_{кин}}{A_{тр.}}}$$ —

$W_{кин} = \frac{mv^2}{2} = \rho l^3 \frac{v^2}{2}$

$A_{тр} = F_{тр} l = \eta S \frac{dv}{dh} \cdot l = \eta$

$$\boxed{Re = \frac{\rho l^3 v^2}{\eta l^2 v} = \frac{\rho l v}{\eta}} = [-].$$

пренебрегаем всем, т.к. сравнение по порядку величины.

больше Re - меньше вязк. η.

пр $Re = 86$ - вода при 15°C

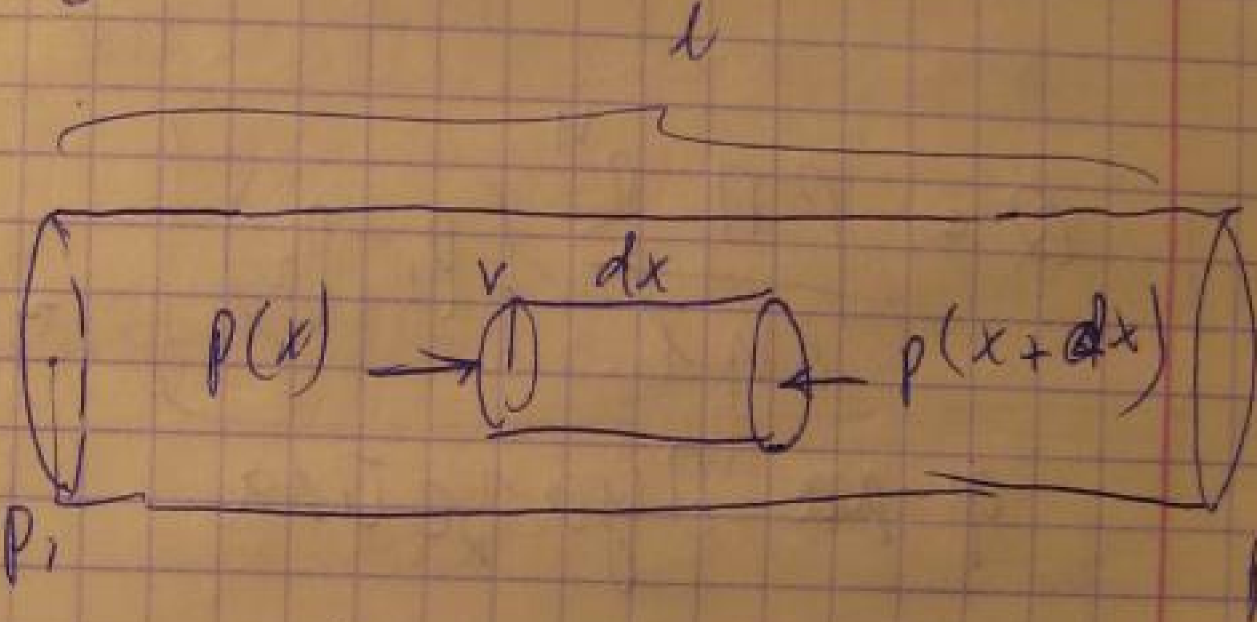
(9) (1) Движение тел с переменной
+ массой. Ф-ла Циолковского.

+ (2) Течение вязк жидк. по трубе
ф-ла Пуазейля.

---

(1) см. билет 8.

(2)

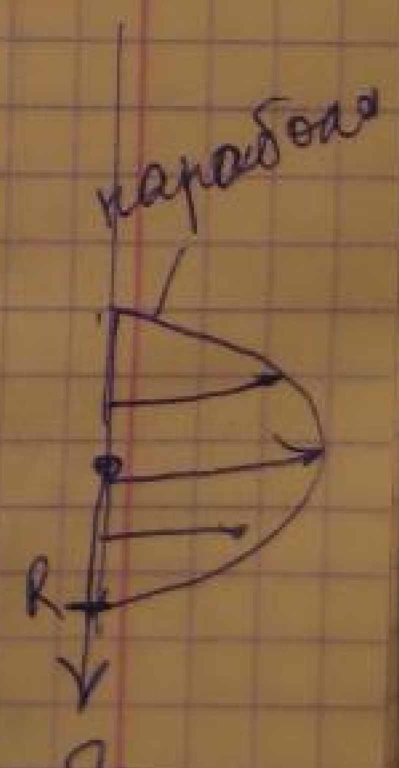


$$\underbrace{2\cancel{\pi} r \cdot \cancel{dx}}_{S} \cdot \eta \frac{dv}{dr} = \cancel{\pi} r^2 \frac{\partial p}{\partial x} \cancel{dx}$$

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{\partial p}{\partial x} = r \cdot \frac{p_2 - p_1}{l}$$

$$\frac{dv}{dr} = -r \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \Rightarrow$$

$$\int_0^v dv = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \int_R^r r\,dr \; ; \quad v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}(R^2 - r^2)$$



расход жидк. объёмный $Q = \left[\frac{м}{с}\right]$

$$\int_0^R \Big| \; dQ = \frac{dm}{dt} = \frac{\rho\, dV}{dt} = \frac{\rho\, 2\pi r\, dr}{dt} = \rho 2\pi r \cdot v =$$

$$= \rho \cdot 2\pi r \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta l}(R^2 - r^2) = \frac{\rho \pi (p_1 - p_2)}{2\eta l} r (R^2 - r^2)$$

$$\boxed{Q = \frac{\rho \pi R^4}{8\eta l}(p_1 - p_2)} = \left[\frac{м}{с}\right].$$

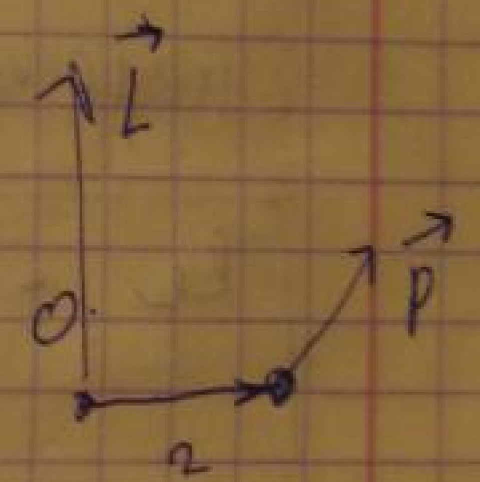
ф-ла Пуазейля

(10) (1) Момент импульса матер. точки
+ Момент силы. Зак сохр. момента импульса.

+ (2) Ламинарное и турбулентное течение. Число Re. Лобовое сопротивление при обтекании тела

---

(1) Момент импульса



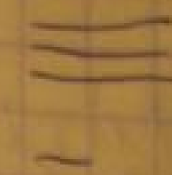
$$\boxed{\vec L = \vec r \cdot \vec p}$$

$$\frac{d\vec L}{dt} = \underbrace{\underbrace{\frac{d\vec r}{dt}}_{\vec v} \times \underbrace{\vec p}_{m\vec v}}_{0} + \vec r \frac{d\vec p}{dt} = \vec r \times \vec F = \vec M \qquad (\vec v \parallel \vec v)$$

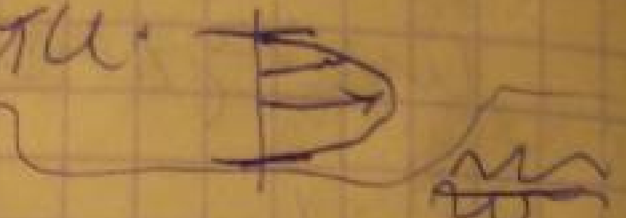
т.е. $\boxed{\frac{d\vec L}{dt} = \vec M}$ ур-е моментов

при $\vec M = 0$ $\vec L = const$ и {Зак сохр}: если относит. нек. точки момент сил $= 0$, то момент импульса тела относ. этой точки неизменен.

(г) Ламинарное (слоистое) –



силы вязкости сглаживают боковые движения жидкости.



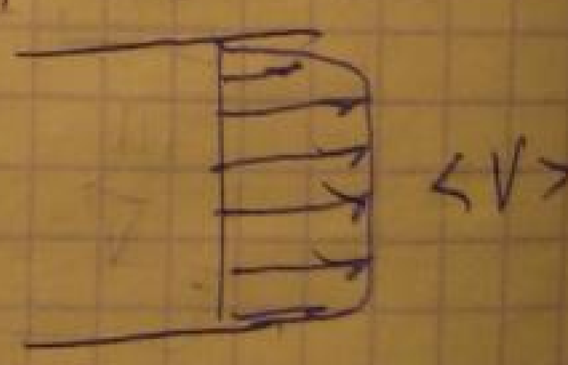
Турбулентное течение – скорость частицы претерпевает многократные изменения ⇒ завихрения

переход к турбул. течен:

$$\boxed{Re = \frac{\rho V R}{\eta} < Re_{кр}}$$

$Re_{кр}$ (определяется опытом)

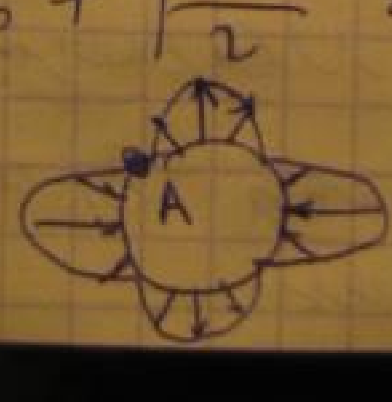
при турб. теч. ср. скорость почти постоянна по сечению!



Лобовое сопр-е

для идеальн. жидк. $F_{сопр} = 0$ (парадокс Даламбера)

$$p_к = p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} = p_{к'}$$



$p_A = p_0 + \frac{\rho V_0^2}{2} - \frac{\rho V_A^2}{2}$ ~~т.к~~. A – лоб. точка.

Для неидеальн. жидк:

$$\boxed{F_{||} = C_x(Re)\frac{\rho V^2}{2}S.}$$

ρ – плотн ж.
V – скор. потока
S – поперечник

$C_x(Re)$ – коэфф лоб. сопр тела данной формы, зависящий от Re

$$\boxed{Re = \frac{\rho V l}{\eta}}$$

(l – характерн. размер тела)

—

при Re < 1 поток стационарн, плавное обтекание. Сопротивл – вязкость между слоёв у шара.

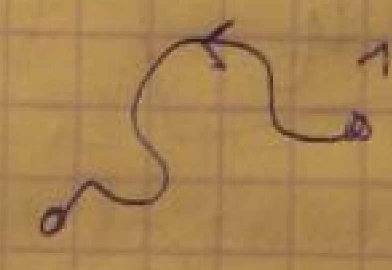
при Re ≯ 1 $F_{||} = 3\pi\eta D v$. ф-ла Стокса для шара.

(11) (1) Работа силы. Теорема об
+ изменении кинетич. энергии.
Консерватив. силы. Потенц. энергия.
(2) Циркуляция. Подъёмная сила.
Эфф. Магнуса.

(1б) По определению: работа

$\boxed{\delta A = \vec F d\vec r}$ (скалярно) $= F dr \cos\alpha$

$A_{12} = \int_1^2 \vec F d\vec r = [\text{Дж}]$



(δ, т.к. работа может быть < 0)

Мощность:

$\boxed{N = \frac{\delta A}{dt} = \vec F \frac{d\vec v}{dt} = \vec F \vec v} = [\text{Вт} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}}]$

$A = \int_t^{t+\Delta t} N dt$

Кинетич. энергия – её изменение:

$\delta A = \vec F d\vec r = m\frac{d\vec v}{dt} d\vec r = m\vec v d\vec v = \frac{m\, d(v^2)}{2} =$

$= d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$

т.е. $\boxed{A_{12} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{k_2} - E_{k_1}}$

теор. об изм. кинетич. энергии.

а) Консервативные силы — силы, работа к-рых не зависит от формы пути.

б) работа на замкн. контуре к-рых $= 0$. $\oint dA = 0$

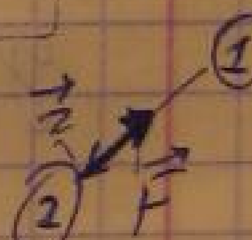
$F_{тяж}$, $F_{упр}$, F эл-статич. — консерв

$F_{тр}$, F сопр. движения — не консерв

нек-рые работы:

упр: $F = -kx$. $\boxed{A_{12} = \int_1^2 (-kx)dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}}$

гравитац: $\vec{F}_{12}(\vec{r}) = -G\frac{m_1m_2}{r^3}\vec{r}_{12}$



$A_{12} = \int_1^2 \left(-G\frac{m_1m_2}{r^3}\vec{r}\right)d\vec{r} = -Gm_1m_2\int_1^2 \frac{dr}{r^2} =$

$= \left(-G\frac{m_1m_2}{r_1}\right) - \left(-G\frac{m_1m_2}{r_2}\right)$

кулоновская: аналогично. $G \Leftrightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Для консерватив. сил введ. потенц. энергию $U(x,y,z)$

$$\boxed{dU = -\delta A}$$

$$\boxed{A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2}$$

U определяет не абсолют. энергию, а ее изменение. Поэтому вводят по отношению в какой-нибудь точке (нормировка)

[нормировка].

упр: $U(x) = \frac{kx^2}{2}$ $[U(0) = 0]$

гравит.: $U(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r}$ $[U(\infty) = 0]$

в поле тяж. однород.: $U(h) = mgh$ $[U(0) = 0]$

кулон. поле: $U(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$ $[U(\infty) = 0]$

\+ 12 1) Консервативные силы и консерв. сис-мы. Связь консерв. сил с потенц. энергией. Зак. сохр. мех. энергии.

\+ (2) Свобод. колеб. сис-мы с одной степ. свободы. Ур-е незатух. колеб. Его решение.

---

(1) см. билет 11 (1)

Зак. сохр. мех. энергии гласит:

$\boxed{A_{полн} = A + A_{стор}}$ — A - работа сил поля, $A_{стор}$ - раб. стор. сил, $A_{полн}$ - полная раб.

$(A = U_1 - U_2)$ $\Downarrow$

$T_2 - T_1 = \underbrace{U_1 - U_2}_{A} + A_{стор}$ — T - кинет. энерг.

или $(T_2 + U_2) - (T_1 + U_1) = A_{стор}$

$\boxed{E = T + U}$ — полн. мех. энергия

если $A_{стор} = 0$, то

$E_2 - E_1 = 0$ или $\boxed{E = T + U = const}$

зак. сохр. мех энергии при не совершении стор. силами работы в поле консерв. сил.

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} \Rightarrow$$

$$\vec F = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec i + \frac{\partial U}{\partial y}\vec j + \frac{\partial U}{\partial z}\vec k\right)$$

$$\boxed{\vec F = -\operatorname{grad} U = -\nabla U}$$ ∇ – набла.

Кинетич. энергия сис-мы.

$\boxed{\Delta T_i = A_i}$ – для одной частицы

$\boxed{\Delta T = A_\Sigma}$ A_Σ – работа всех сил, действ. на все частицы. (в т.ч. внутр. силы – соверш. работу)

перейдём в сис-му ц.м. сис-мы:

$\boxed{\vec V_i = \vec U_i + \vec V_{цм}}$ U_i – скор. относ. ц.м.

V_i – абс. скор. i-й частицы

$$T = \sum_i \frac{m_i V_i^2}{2} = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec V_{цм} + \vec U_i)^2 =$$

$$= \frac{V_{цм}^2}{2}\sum m_i + \vec V_{цм}\underbrace{\sum m_i \vec U_i}_{=0} + \frac{1}{2}\sum m_i U_i^2 =$$ (импульс частиц в сис-ме ЦМ)

$$= \frac{m V_{цм}^2}{2} + \frac{1}{2}\sum m_i U_i^2$$

или $\boxed{T = \frac{mv_{цм}^2}{2} + T_0}$ T_0 - суммар. кинетич. энергия частиц в сис-ме ЦМ.

Теорема Кёнига.

Кинет. энергия сис-мы - сумма её кинет. энергии ЦМ и энергии всех частей по отнош. к ЦМ.

Потенциальная энергия сис-мы

$\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji}$ $\exists \vec{f}_{ij} \vec{f}_{ji} = 0$ (!)

$dA_{ij} = \vec{f}_{ij} d\vec{r}_j + \vec{f}_{ji} d\vec{r}_i = \vec{f}_{ij}(d\vec{r}_j - d\vec{r}_i) = \vec{f}_{ij} d\vec{r}_{ij}$

$d\vec{r}_{ij}$ - перемещение j относит. i

представ. убыль пот. энергии j част. в поле i част.

$\boxed{dA_{ij} = -dU_{ij}}$ - для двух частиц

$$\boxed{dA = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} dU_{ij} = -dU}$$

$\frac{1}{2}$ - не учит. воздейств. пары ab и ba.

$\boxed{A = -\Delta U}$

работа внутр. консерв. сил равна убыли пот. энергии сис-мы.

зак сохр. мех. энергии:

$$\boxed{A_\Sigma = A + A_\Delta + A_{внеш}}$$

A – внутр. консерватив. силы

A_Δ – внутр. диссипатив. силы (н-р, $F_{тр}$)

(их работа может быть >0 и <0
но работа внутр диссипатив. сил $A_д < 0$ всегда)

$\Downarrow$

$\Delta T = A + A_д + A_{внеш}$ (т.к. $A = -\Delta U$,) то

$\Delta T + \Delta U = A_д + A_{внеш}$.

или $\boxed{\Delta E = A_д + A_{внеш}}$

если $A_д + A_{внеш} = 0$, то $E = const$.

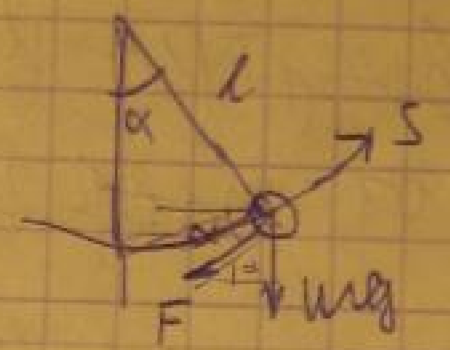
В изолир. сис-ме $A_{внеш} = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta E = A_д} < 0$.

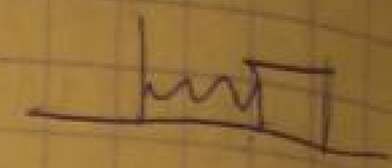
убывает.

Зак сохр энерги полн мех:

$\Delta E = 0$, $E = const$ в инерциальной сис-ме отсчёта в изолир. сис-ме частиц, в к-рой нет диссипатив. сил.

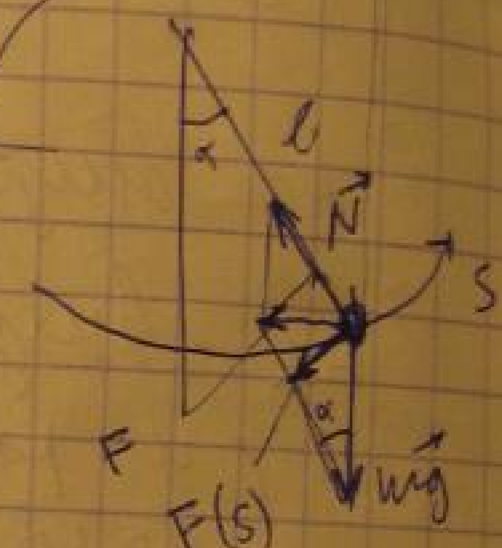
(2) $m\vec{a} = \vec{F}$





$$\boxed{m\frac{d^2s}{dt^2} = F(s) = -mg\sin\alpha \approx -mg\left(\frac{s}{l}\right)}$$

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = F(s) = -ks.$$



$\Downarrow$

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{g s}{l} = 0 \qquad \boxed{\frac{g}{l} = \omega_0^2}$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{k}{m}s = 0 \qquad \boxed{\frac{k}{m} = \omega_0^2}$$

их решение?

$$\boxed{s(t) = s_0\sin(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

[т.к. $\frac{ds}{dt} = s_0\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$; $\frac{d^2s}{dt^2} = -s_0\omega_0^2(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 s$]

$$\left.\begin{aligned} s(0) &= s_0\sin\varphi_0 \\ v(0) &= \left.\frac{ds}{dt}\right|_{t=0} = s_0\omega_0\cos\varphi_0 \end{aligned}\right\} \text{откуда}$$

$$s_0 = \sqrt{s^2(0) + \frac{v^2(0)}{\omega_0^2}}; \quad \varphi_0 = \operatorname{arctg}\left(\frac{s(0)\,\omega_0}{v(0)}\right)$$

частота: $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$

период $T = \frac{1}{\nu_0} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ или $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

физ. маятник.

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} = M = -mga\sin\alpha$$

$$\boxed{\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mga}{J}\alpha = 0}$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{J}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_0 + ma^2}{mga}}$

(J_0 - относ. ц.м)

$\frac{J}{ma} = l$ - приведенная длина.