студенты-физики

Ответы к экзамену по оптике

Барон Яков

4 семестр
Русаков В.С.

2014

Оптика.

Билет 1.

1. Э/м теория света. Ур-ния Максвелла и материальное ур-ние. Волновое ур-ние. Принцип суперпозиции. Бегущие э/м волны. Скорость света. Плоские и сферические волны. Комплексное представление гармонических волн.

Свет — э/м волны. Оптика — наука, изучающая природу оптического излучения (света), его распространение и взаимодействие с веществом. Сейчас неоспоримо утверждение о том, что оптическое излучение представляет собой э/м волны. Поэтому оптика является частью общего учения об э/м поле.

Ур-ния Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{H} = \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \\ \operatorname{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div}\vec{D} = \rho, \\ \operatorname{div}\vec{B} = 0. \end{cases}$$

Материальные ур-ния среды: $\vec{D} = \vec{D}(\vec{E})$, $\vec{B} = \vec{B}(\vec{H})$, $\vec{j} = \vec{j}(\vec{E})$.

Вид этих ф-ций зависит от св-в материальной среды, в которой распространяется волна.

Для вакуума ($\vec{j}=0$, $\rho=0$) материальные ур-ния имеют простейший вид: $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$; $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{E} - \Delta\vec{E} = -\mu_0\operatorname{rot}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\vec{H}$$

в вакууме: $\left.\begin{array}{l} j=0 \Rightarrow \operatorname{rot}\vec{H} = \varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t} \\ \rho=0 \Rightarrow \varepsilon_0\operatorname{div}\vec{E} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\vec{E} = \varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$

Окончательно имеем: $\boxed{\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Delta \vec{E}}$ – волновое ур-ние.

$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$ – скорость э/м волны (скорость света).

Аналогичное волновое ур-ние можно получить и для вектора $\vec{H}$: $\boxed{\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Delta \vec{H}}$

Если записать оба векторных волновых ур-ния в скалярном виде, то получим шесть одинаковых волновых ур-ний вида: $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \Delta f$, где под f подразумевается любая из шести компонент $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ э/м поля. Ф-ция f наз. ур-нием волны.

Бегущая волна — волна, которая при распространении в среде переносит энергию. Так же как и в случае упругой деформации, передача энергии от точки к точке в э/м волне связана с тем, что волны электрической и магнитной напряжённостей находятся в одной фазе.

Пусть ф-ция f зависит лишь от сферической координаты $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, тогда $f(x,y,z) = f(r,t)$.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \Delta f$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}\frac{\partial}{\partial r}; \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{x}{r}\left(\frac{x}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{x}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\right).$$ Тогда:

$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rf)$. Пусть $\psi = rf$, тогда: $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}$. Решение этого волнового ур-ния представляет собой суперпозицию волновых возмущений, движущихся навстречу друг другу:

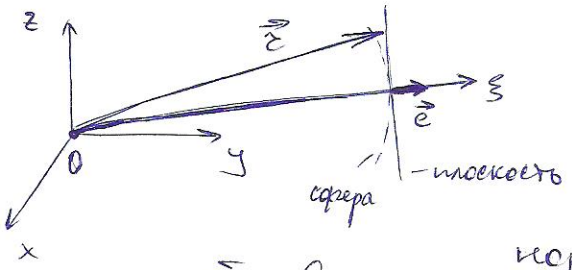
$\psi(r,t) = \psi_1(t - r/c) + \psi_2(t + r/c)$, где ψ_1, ψ_2 – произвольные ф-ции.

Окончательно ур-ние сферической волны примет вид:

$$\boxed{f(r,t) = \frac{\psi_1(t - r/c)}{r} + \frac{\psi_2(t + r/c)}{r}}$$

Первое слагаемое в правой части представляет собой сферическую волну, расходящуюся от начала координат, а второе — сходящуюся к началу координат. Важно отметить, что у расходящейся волны возмущение ослабевает обратно пропорционально пройденному волной расстоянию, а у сходящейся, наоборот, нарастает.

На больших расстояниях от начала координат фрагмент сферической волны может быть представлен в виде плоской волны. Если ввести единичный нормальный вектор $\vec{e}$, то ф-ция f постоянна на плоскости $\vec{r}\cdot\vec{e} = const$ и зависит только от координаты $\xi = \vec{r}\cdot\vec{e}$, отсчитываемой вдоль направления нормали к плоскости.



Поэтому ур-ние такой волны должно зависеть от координаты и времени следующим образом: $f(\vec{r},t) = f[\underbrace{(\vec{r}\cdot\vec{e})}_{\xi}, t]$. Отсюда:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \longrightarrow f(\xi,t) = f_1(t - \xi/c) + f_2(t + \xi/c),$$

где f_1 и f_2 — произвольные ф-ции.

Окончательно ур-ние <u>плоской волны</u> примет вид:

$$\boxed{f(\vec{r},t) = f_1\left(t - \frac{\vec{r}\cdot\vec{e}}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{\vec{r}\cdot\vec{e}}{c}\right)}$$

В отличие от сферической волны возмущение в плоской волне не изменяется с пройденным волной расстоянием.

<u>Ур-ние гармонической волны</u>:

$$f(x,y,z,t) = A(x,y,z)\cos[\omega t - \varphi(x,y,z)]$$

В оптике широко используется комплексное представление ур-ния волны: $f = \frac{1}{2}\left[Ae^{i(\omega t-\varphi)} + Ae^{-i(\omega t-\varphi)}\right]$.

Если ввести комплексную амплитуду $\hat{A} = Ae^{i\varphi}$, то получим <u>комплексное представление гарм. волны</u>:

$$\boxed{f = \frac{1}{2}\left[\hat{A}e^{i\omega t} + \hat{A}^* e^{-i\omega t}\right]}.$$

2. Нелинейные оптические явления. Поляризация (4)
среды в поле высокоинтенсивного лазерного излучения. Среды с квадратичной нелинейностью. Оптическое детектирование и генерация гармоник.

При распространении высокоинтенсивных волн, генерируемых лазерами, могут возникать новые оптические явления, которые невозможно было наблюдать до изобретения лазеров. В поле волн, для которых напряжённость E поля световой волны сопоставима с напряжённостью E_a характерного внутриатомного поля, связь м/у векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$ становится нелинейной. Поскольку $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, поляризуемость среды $\vec{P}$ нелинейным образом зависит от напряжённости $\vec{E}$. Феноменологически эту зависимость можно представить в виде ряда:

$P(E) = \varepsilon_0 \varkappa E + \varepsilon_0 \chi_2 E^2 + \varepsilon_0 \chi_3 E^3 + \ldots$, где $\varkappa$ – линейная восприимчивость; χ_2 и χ_3 – квадратичная и кубичная нелинейные восприимчивости соответственно.

<u>Квадратичной нелинейностью</u> обладают кристаллы, у которых отсутствует центр симметрии (KDP, $LiNbO_3$ и др.). Эти кристаллы обладают электрооптическими св-вами и являются пьезоэлектриками.

Направим на кристалл KDP наносекундный импульс излучения неодимового лазера ($\lambda = 1{,}06$ мкм). При определённой ориентации кристалла на его выходе появляется импульс с длиной волны $\lambda = 0{,}53$ мкм, который на экране даёт вспышку зелёного света. Таким образом, в кристалле генерируется волна удвоенной частоты, которая наз. <u>второй гармоникой излучения лазера.</u>

Помимо явления ГВГ, в средах с квадратичной нелинейностью возможно взаимодействие волн с частотами ω_1 и ω_2. В результате могут генерироваться гар-

моники с частотами $2\omega_1$ и $2\omega_2$, волны разностной $\omega_1-\omega_2$ и суммарной $\omega_1+\omega_2$ частот. Сложение частот 2ω и ω происходит в кристалле KDP, расположенном позади кристалла $LiNbO_3$. В рез-те появляется излучение частоты $3\omega = 2\omega+\omega$ (третьей гармоники).

Пусть в кристалле вдоль оси Oz распространяются две волны с частотами ω_1 и ω_2. Тогда суммарное эл. поле обеих волн:

$$E(z,t) = A_1\cos(\omega_1 t - k_1 z) + A_2\cos(\omega_2 t - k_2 z),$$ где

$k_1 = \frac{n(\omega_1)\omega_1}{c}$; $k_2 = \frac{n(\omega_2)\omega_2}{c}$. Вместе с этим полем в среде будет распространяться волна линейной поляризации

$P_л(z,t) = \varepsilon_0 \chi[A_1\cos(\omega_1 t - k_1 z) + A_2\cos(\omega_2 t - k_2 z)]$, которая, в соответствии с классической теорией излучения, будет порождать волны с частотами ω_1 и ω_2, как это и происходит в линейной среде. Однако волна нелинейной поляризации $P_{нл}(z,t) = \varepsilon_0\chi_2[A_1\cos(\omega_1 t - k_1 z) + A_2\cos(\omega_2 t - k_2 z)]^2$ будет порождать волны с частотами $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1-\omega_2$ и $\omega_1+\omega_2$.

В поле лишь одной волны (волны накачки) $E = A\cos(\omega t - kz)$

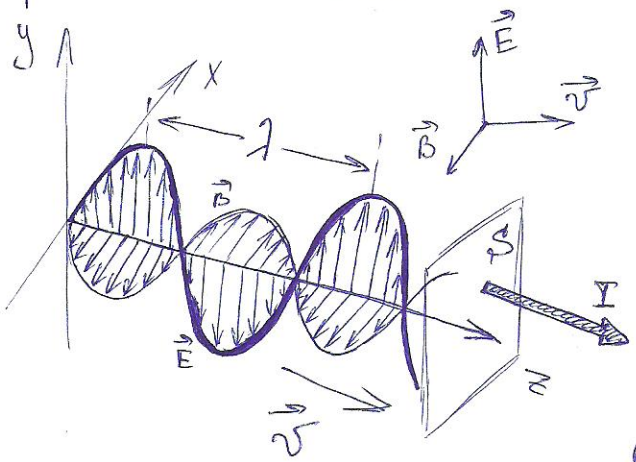
$P_{нл} = \varepsilon_0\chi_0\frac{A^2}{2}[1+\cos(2\omega t - 2kz)]$. Первое слагаемое описывает постоянную во времени поляризацию среды, пропорциональную интенсивности волны, $I \sim A^2/2$. Появление поляризации наз. <u>оптическим детектированием</u>. Второе слагаемое описывает волну поляризации частотой 2ω, движущуюся в среде со скоростью: $v_p = \frac{2\omega}{2k} = \frac{c}{n(\omega)} = v$, равной скорости волны накачки. Волна нелинейной поляризации будет генерировать волну второй гармоники:

$E_2(z,t) = A_2\cos(\omega_2 t - k_2 z)$, где $\omega_2 = 2\omega$, $k_2 = \frac{2\omega n(2\omega)}{c}$.

Скорость этой волны $v_2 = \frac{\omega_2}{k_2} = \frac{2\omega}{k_2} = \frac{c}{n(2\omega)}$.

Билет 2.

1. Поток и плотность потока энергии э/м волны. Вектор Умова-Пойнтинга. Интенсивность света. Закон изменения энергии э/м поля.



<u>Поток энергии</u> э/м волны — энергия, переносимая волной в единицу времени.

<u>Плотность потока энергии</u> э/м волны — энергия, переносимая волной за единицу времени через площадку единичного сечения, ориентированную перпендикулярно распространяющейся волне. Эта характеристика определяется <u>вектором Умова-Пойнтинга $\vec{S}$</u>:

$$\boxed{\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]}$$

Поток энергии „пульсирует" с течением времени. Поэтому на практике пользуются усреднённой за период величиной плотности потока энергии. Эта величина наз. <u>интенсивностью волны</u> и равна: $I = \langle |\vec{S}| \rangle_T$.

В случае плоской гармонической волны: $S_z = E_x H_y$
(вектор имеет лишь z-компоненту распространения)

т.к. $E_x = A\cos(\omega t - kz)$
$H_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_x = c\varepsilon_0 E_x$ $\Bigg\} \Rightarrow S_z = c\varepsilon_0 A^2 \cos^2(\omega t - kz)$

$$I = \langle S_z \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T S_z dt = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 A^2.$$

Обозначим ч/з u объёмную плотность энергии э/м поля:

$$u = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2\right) = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \vec{E}\cdot\vec{E} + \mu_0 \vec{H}\cdot\vec{H}\right)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad \mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{H}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mu_0 \vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad \vec{E}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j}\cdot\vec{E} + \varepsilon_0 \vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{E}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{H} - \vec{H}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{E} = \vec{j}\cdot\vec{E} + \varepsilon_0 \vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{H}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$-\mathrm{div}\,[\vec{E}\times\vec{H}] = \vec{j}\cdot\vec{E} + \varepsilon_0 \vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{H}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{S} + \varepsilon_0 \vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \vec{j}\cdot\vec{E} = 0$$

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{S} + \vec{j}\cdot\vec{E} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0}$$ — теорема Пойнтинга или з-н сохр. энергии э/м поля.

2. Нелинейные оптические явления. Поляризация среды в поле высокоинтенсивного лазерного излучения. Среды с кубичной нелинейностью. Самофокусировка волновых пучков и генерация гармоник.

см. Билет 1 (п. 2)

+

Если в среде, для которой $\chi_2 = 0$, распространяется мощная световая волна, то поляризация среды:

$$P = \varepsilon_0 \varkappa E + \varepsilon_0 \chi_3 E^3 \quad (1)$$

$$E(z,t) = A\cos(\omega t - kz) = \frac{1}{2}\hat{A}e^{i\omega t} + \frac{1}{2}\hat{A}^* e^{-i\omega t} \quad (2)$$

Подставим (2) в (1) и среди множества слагаемых учтём те, которые изменяются во времени с частотой ω падающей волны. Таких слагаемых будет три. Тогда поляризация среды на частоте ω будет определяться выражением:

$$P = \varepsilon_0 \varkappa E + \varepsilon_0 \cdot \frac{3}{8}\chi_3 A^2 E \quad (\text{т.к. } \hat{A}\cdot\hat{A}^* = A^2).$$

Из равенства $D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 \varepsilon E$ следует, что диэлектрическая проницаемость равна: $\varepsilon = \underbrace{1 + \varkappa}_{=n_0} + \frac{3}{8}\chi_3 A^2$ и зависит от интенсивности волны. Вычислим показатель преломления среды:

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{n_0 + \frac{3}{8}\chi_3 A^2} \approx n_0 + \frac{3}{16}\frac{\chi_3}{n_0}A^2$$

Если перейти к интенсивности $I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 A^2$, то:

$$n = n_0 + \underbrace{\Delta n_{нл}}_{} = n_0 + \underbrace{n_2 I}_{} \quad (3)$$

нелинейная добавка к показателю преломления

Кубичная нелинейность характеризуется размерным коэффициентом: $\boxed{n_2 = \frac{3}{8} \frac{\chi_3}{c \varepsilon_0 n_0}}$

Х распространение светового пучка радиусом r_0 с постоянной интенсивностью I_0 в его сечении. Из-за зависимости (3) в среде появится область, заполненная пучком, в которой $n = n_0 + n_2 I_0$. Если $n_2 > 0$, то $n > n_0$. Такая среда наз. фокусирующей. При $n_2 < 0$: $n < n_0$, и среда дефокусирующая.

Х случай $n_2 > 0$. Вследствие дифракции пучок стремится расшириться. Однако, находясь в оптически более плотной среде, он может распространяться в индуцируемом им волноводе. Оценка величины критической интенсивности $I_{кр}$, которая необходима для самоудержания пучка в пределах начального сечения r_0, даёт (см. стр. 278, Аскинкевич): $I_{кр} = \frac{1}{2} \frac{n_0}{n_2} \left(\frac{0{,}61 \lambda}{\pi r_0} \right)^2$. Переходя к критической мощности, находим: $P_{кр} = I_{кр} \pi r_0^2 = \frac{1}{2} \frac{n_0 (0{,}61 \lambda)^2}{\pi n_2}$.

Если мощность пучка $P < P_{кр}$, то он будет дифрагировать, а при $P > P_{кр}$ начнёт сжиматься, или самофокусироваться.

Билет 3.

1. Метод спектрального описания волновых полей. Суть и основы метода. Преобразования Фурье. Интеграл и коэффициенты Фурье. Спектральные амплитуда, фаза и плотность, комплексная спектральная амплитуда и их свойства.

Метод спектрального описания волновых полей:

а) суть метода:

разложение реального волнового поля (импульса и пучка света) на совокупность эталонных волн.

б) основа метода:

принцип суперпозиции волновых полей и преобразования Фурье.

Любую абсолютно интегрируемую на интервале $-\infty < t < +\infty$ ф-цию $f(t)$ можно представить в виде интеграла Фурье:

$$f(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}[a(\omega)\cos\omega t + b(\omega)\sin\omega t]\,d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} f_0(\omega)\cos(\omega t - \varphi(\omega))\,d\omega$$

Коэффициенты Фурье $a(\omega)$ и $b(\omega)$ находятся как:

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos\omega t\,dt\ ;\ b(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\sin\omega t\,dt.$$

Если $f(t)$ – чётная ф-ция, то $b=0$, а если нечётная, то $a=0$. Ф-ции $a(\omega)$, $b(\omega)$ и $f_0 = \sqrt{a^2+b^2}$ наз. спектральными амплитудами (или Фурье-амплитудами). f_0 является чётной ф-цией частоты: $f_0(\omega) = f_0(-\omega)$. Спектральная фаза φ является нечётной ф-цией частоты: $\varphi(\omega) = -\varphi(-\omega)$, т.к. $a(\omega) = a(-\omega)$, $b(\omega) = -b(-\omega)$. Св-ва чётности $f_0(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ позволяют расширить формально область интегрирования в область отрицательных частот:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f_0(\omega)\cos[\omega t - \varphi(\omega)]\,d\omega.$$

Введём комплексную спектральную амплитуду $\hat{f}_0(\omega) = f_0(\omega)e^{-i\varphi(\omega)}$. Тогда последний интеграл запишется в виде:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{f}_0(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega$$ – прямое преобразование Фурье.

$$\hat{f}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t}\,dt$$ – обратное преобразование Фурье.

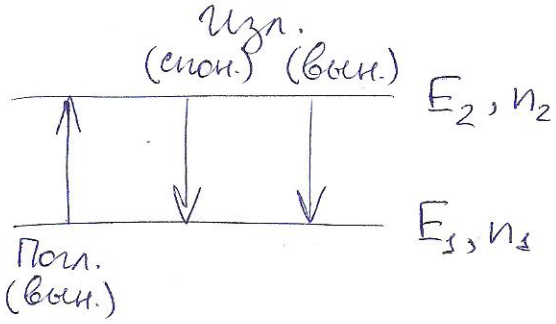
$\hat{f}_0(\omega) = a(\omega) - ib(\omega)$ – комплексная спектральная амплитуда.

Для практических целей вычисляют спектральную плотность $|\hat{f}_0(\omega)|^2$, поскольку именно её можно экспериментально измерить.

2. Резонансное усиление света. Линейные коэффициенты поглощения и усиления среды. Инверсная заселённость энергетических уровней. Воздействие светового потока на заселённость уровней. Получение инверсной заселённости с помощью трёхуровневой системы. Зависимость коэффициента усиления от частоты.

Типы радиационных переходов:

$n_{1,2}$ – заселённости на уровнях E_1 и E_2 соответственно.



а) спонтанное излучение: самопроизвольное испускание кванта света.

$$\left(-\frac{\Delta n_2}{\Delta t}\right)^{спон} = A_{21} n_2$$

A_{21} – коэф. Эйнштейна (вер-ть перехода одного атома в ед. времени).

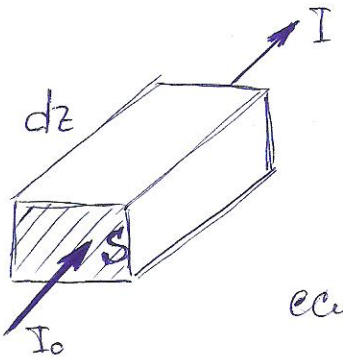
б) вынужденное поглощение: атом поглощает квант света и переходит $1 \to 2$.

$$\left(-\frac{\Delta n_1}{\Delta t}\right)^{вын} = \underbrace{B_{12}}_{\text{коэф. Эйнштейна}} \underbrace{\tilde{w}(\omega, T)}_{\text{спектр. плотность излучения}} n_1$$

вер-ть перехода одного атома в единицу времени в поле со спектр. плотностью $\tilde{w}$.

в) вынужденное излучение: переход $2 \to 1$ происходит под действием резонансного кванта света и сопровождается излучением точно такого же кванта.

$$\left(-\frac{\Delta n_2}{\Delta t}\right)^{вын} = B_{21} \tilde{w}(\omega, T) n_2$$



$$\boxed{I = I_0 e^{\alpha z}}$$ – з-н Бугера.

$\alpha = B \Delta n \frac{\hbar\omega}{kT}$, где $\Delta n = n_2 - n_1$ – инверсия среды.

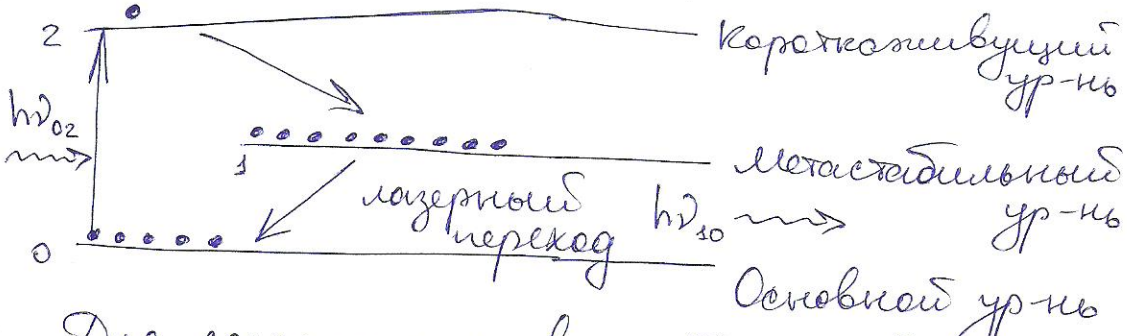
если $n_2 < n_1$, то $\alpha < 0$ – коэф. поглощения.

если $n_2 > n_1$ (инверсная заселённость), то $\alpha > 0$ – коэф. усиления света в инвертированной среде.

4. создание инверсной заселённости на примере трёх-уровневой системы, используемой в рубиновых лазерах.

Рубин — это кристаллическая окись алюминия Al_2O_3, являющаяся прозрачным и бесцветным в-вом. В это в-во (в матрицу) внедрены атомы хрома в кол-ве около 0,05%. Именно хром обеспечивает лазерную генерацию.

Из всего мн-ва энергетических ур-ней атома хрома в рубиновом лазере используется три: основной, первый (метастабильный, с временем жизни ~3мс) и второй уровень с малым временем жизни.



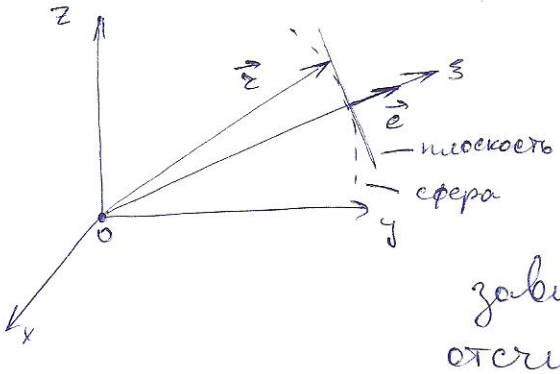
Для создания инверсной заселённости рубин облучают мощным импульсом света. При этом поглощаются фотоны с частотой ν_{02}, соответствующей переходу частиц — атомов хрома — м/у ур-нями 0 и 2 ($h\nu_{02} = E_2 - E_0$). Фотоны внешнего облучения с частотой ν_{02} не могут создать инверсную заселённость м/у ур-нями 2 и 0, т.к. при выравнивании их заселённостей вероятность поглощения фотона сравняется с вероятностью его вынужденного испускания. Для создания инверсной заселённости используют метастабильный ур-нь 1. Попавшие на ур-нь 2 частицы быстро, спонтанно и безызлучательно переходят на метастабильный ур-нь 1.

Фотоны внешнего облучения ν_{02} не могут вызвать индуцированное излучение с ур-ня 1, т.к. для этого требуются фотоны с другой частотой (ν_{01}). Поэтому на ур-не 1 постепенно накапливаются частицы и в конце концов их кол-во превысит кол-во частиц на нулевом ур-не. Таким образом, м/у ур-нями 0 и 1 будет создана инверсная заселённость. В обычных условиях переход с ур-ня 1 на ур-нь 0 происходит спонтанно и сопровождается излучением с длиной волны $\lambda = 694,3$ нм.

Билет 4.

1. Волновое уравнение. Общее решение в виде плоских волн. Свойства плоских волн: ориентация и взаимосвязь полевых векторов. Поляризация света. Классификация состояний поляризации. Поляризация естественного света.

$$\boxed{\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\underbrace{\varepsilon_0 \mu_0}_{=c^2}} \Delta \vec{E}}$$ — волновое ур-ние.



Пусть f — ур-ние волны.
Если ввести единичный нормальный вектор $\vec{e}$, то ф-ция f постоянна на плоскости $\vec{r}\cdot\vec{e} = const$ и зависит только от координаты $\xi = \vec{r}\cdot\vec{e}$, отсчитываемой вдоль направления нормали к плоскости. Поэтому ур-ние такой волны должно зависеть от координаты и времени след. образом:

$$\left.\begin{aligned} &f(\vec{r},t) = f[(\vec{r}\cdot\vec{e}),t]; \\ &\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \Delta f; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2}$$

Решение этого ур-ния есть суперпозиция двух плоских волн, движущихся навстречу друг другу:

$$f(\xi,t) = f_1\left(t - \frac{\xi}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{\xi}{c}\right)$$

$$\boxed{f(\vec{r},t) = f_1\left(t - \frac{\vec{r}\cdot\vec{e}}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{\vec{r}\cdot\vec{e}}{c}\right)}$$ — общее решение в виде плоских волн.

В плоской волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ зависят от координат и времени следующим образом:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}\left(t \mp \frac{\vec{r}\cdot\vec{e}}{c}\right); \quad \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}\left(t \mp \frac{\vec{r}\cdot\vec{e}}{c}\right)$$

Установим связь и ориентацию векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

Выбирая для опр-ти знак „−", будем тем самым ∡ плоскую э/м волну, распространяющуюся вдоль вектора $\vec{e}$.
Подставим $\vec{E}(\vec{r},t)$ и $\vec{H}(\vec{r},t)$ в первые два ур-ния Максвелла.
Для удобства диф-ния введём новую переменную $t' = t - \frac{\vec{r}\cdot\vec{e}}{c}$.
Тогда:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{E} &= -\frac{1}{c}\vec{e}\times\frac{\partial\vec{E}}{\partial t'} = -\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t'} \\ \operatorname{rot}\vec{H} &= -\frac{1}{c}\vec{e}\times\frac{\partial\vec{H}}{\partial t'} = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t'} \end{aligned}\right\} \mapsto \left.\begin{aligned} \frac{1}{c}\vec{e}\times\vec{E} &= \mu_0\vec{H} \\ -\frac{1}{c}\vec{e}\times\vec{H} &= \varepsilon_0\vec{E} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \sqrt{\varepsilon_0}\,\vec{e}\times\vec{E} &= \sqrt{\mu_0}\,\vec{H} \\ \sqrt{\mu_0}\,\vec{e}\times\vec{H} &= \sqrt{\varepsilon_0}\cdot\vec{E} \end{aligned}}.$$

Отсюда следует несколько важнейших выводов. В плоской бегущей волне:

а) векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{e}$ взаимно ⊥-ны, поэтому волна явл. поперечной;

б) эти векторы образуют правую тройку векторов;

в) величины напряжённостей эл. и магн. полей изменяются во времени синхронно, достигая одновременно максимальных и минимальных значений.

$$\boxed{\sqrt{\varepsilon_0}\,E = \sqrt{\mu_0}\,H}.$$

<u>Поляризация волн</u> — характеристика поперечных волн, описывающая поведение вектора колеблющейся величины в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Классификация состояний поляризации:

а) линейная поляризация;

б) эллиптическая поляризация;

в) циркулярная поляризация.

Излучение естественных источников представляет собой пример э/м волн со всевозможными равновероятными ориентациями вектора $\vec{E}$, т.е. с неопределённым состоянием поляризации.

2. Многоуровневые системы. Энергетическая структура атомов, молекул и твёрдых тел. Явление люминесценции: определение и классификация, механизмы и св-ва. Квантовый и энергетический выходы, тушение люминесценции. (14)

Атомы имеют линейчатую энергетическую структуру. Испускаемые или поглощаемые атомами световые волны при переходе с уровня энергии W_n на уровень энергии W_m, монохроматичны с частотой $\nu_{nm}(\omega_{nm})$, определяемой условием: $h\nu_{nm} = \hbar\omega_{nm} = W_n - W_m$.

Серия Лаймана: $m=1$, $h\nu_{n1} = W_n - W_1 = Rhc\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

Серия Бальмера: $m=2$, $h\nu_{n2} = W_n - W_2 = Rhc\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

Серия Пашена: $m=3$, $h\nu_{n3} = W_n - W_3 = Rhc\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

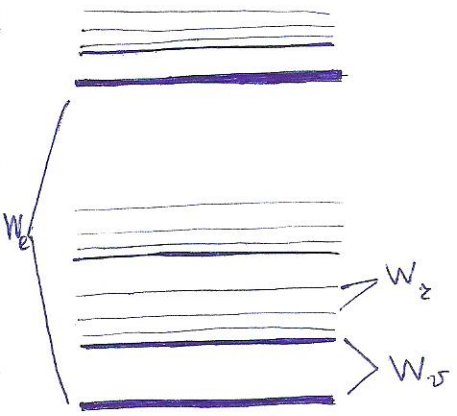
Здесь $R = 109678\ см^{-1}$ — постоянная Ридберга.

Молекулы имеют линейчато-полосатую энергетическую структуру: Молекулы, как и атомы, могут находиться в различных энергетических состояниях. В отличие от атомов энергетическое состояние молекул определяется не только состоянием электронов в них, но и колебательным движением атомов около равновесных положений внутри молекул и вращательным движением самих молекул. Эти движения подчиняются законам квантования, как и переход электронов в атомах. Изменение характера колебательного и вращательного движения связано с переходом молекул с одного энергетического ур-ня на другой. Каждому такому переходу соответствует появление линии в молекулярном спектре, как и в случае перехода электронов с одной молекулярной орбитали на другую.

Энергия колебательного движения: $W_v = \hbar\omega_v\left(v + \frac{1}{2}\right)$, $v = 0, 1, 2, \ldots$ — колебательное квантовое число, ω_v — частота колебаний.

Энергия вращательного движения: $W_r = \frac{J^2}{2I_0} = \frac{\hbar^2 r(r+1)}{2I_0}$,

I_0 – момент инерции, $J = \hbar\sqrt{r(r+1)}$ – момент кол-ва движения, $r = 0, 1, 2, 3, \ldots$ – вращательное квантовое число.



Молекула

В первом приближении три вида движения независимы: $W = W_e + W_v + W_r$,

$$\omega = \frac{\Delta W}{\hbar} = \frac{\Delta W_e}{\hbar} + \frac{\Delta W_v}{\hbar} + \frac{\Delta W_r}{\hbar} = \omega_e + \omega_v + \omega_r,$$

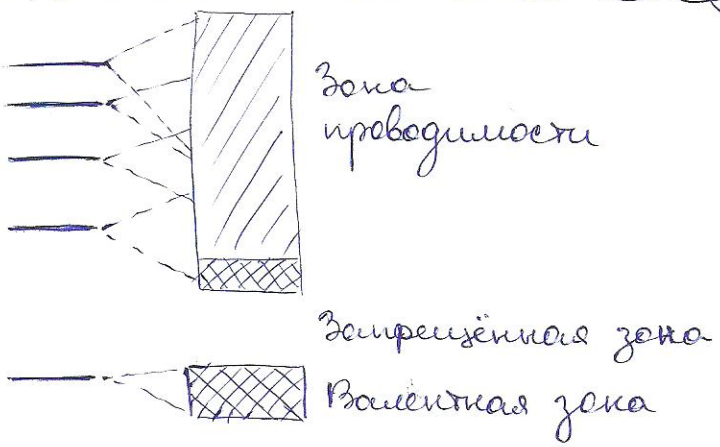
причём $\omega_e > \omega_v > \omega_r$.

$\Delta W_e = \hbar\omega_e$ – валентная и ультрафиолетовая область;

$\Delta W_v = \hbar\omega_v$ – инфракрасная область;

$\Delta W_r = \hbar\omega_r$ – далёкая инфракрасная область.

Твёрдые тела имеют полосатую энергетическую структуру.



Люминесценция — квантовый неравновесный процесс спонтанного излучения при энергетических переходах, происходящих после возбуждения вещества в газообразном (в атомах и молекулах), жидком и твёрдом состояниях. Люминесценция представляет собой избыток над тепловым излучением тела и продолжается в течение времени (τ), значительно превышающего период ($T = 10^{-14} - 10^{-15}$ с) световых колебаний ($\tau \gg T$).

В-во, на которое оказывается энергетическое воздействие, должно находиться в состоянии, близком к равновесному.

Излучение некогерентно, поскольку длительность м/у энергетическим воздействием и испусканием фотона больше периода световой волны. В природе — северное сияние, свечение насекомых, минералов, гниющего дерева.

Виды люминесценции:

а) по способу возбуждения:

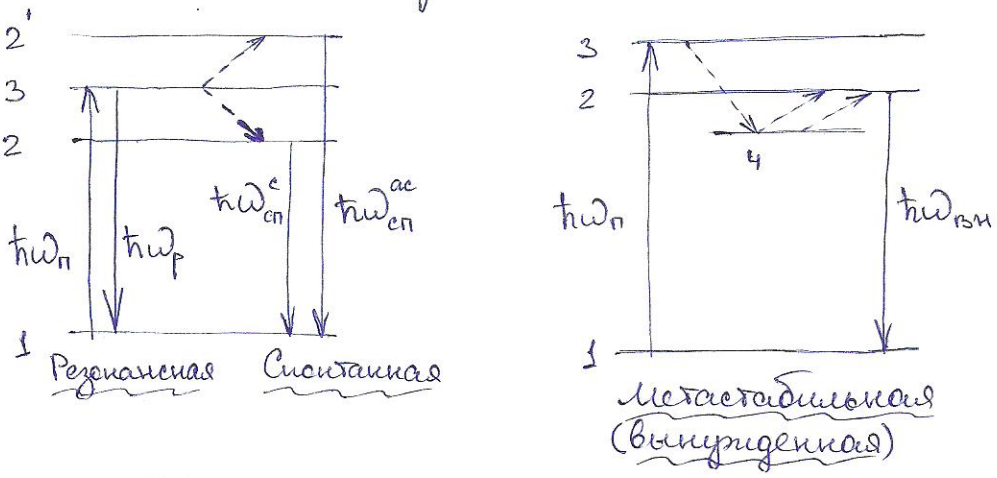
фото-, радио-, ионо-, α-, хеми-, электро-, катодолюминесценция и др.;

б) по длительности свечения:

флюоресценция ($\tau < 10^{-8}$ с)

фосфоресценция ($\tau > 10^{-8}$ с)

Механизмы процесса:



Рекомбинационная люминесценция: возбуждение вещества ⇒ ⇒ разделение разноимённо заряженных частиц ⇒ рекомбинация ⇒ возбуждённое состояние молекул ⇒ высвечивание.

Св-ва люминесценции:

Правило Стокса — длина волны испущенного кванта света больше, чем поглощённого — стоксова люминесценция: $\hbar\omega_л \leq \hbar\omega_п$.

Возможна антистоксова люминесценция — испущенный квант света имеет длину волны меньше, чем поглощённый: $\hbar\omega_л > \hbar\omega_п$.

В соответствии с распределением Больцмана: $N_i = N_0 e^{-\frac{W_i}{kT}}$: $I^{с}(T) > I^{ас}(T)$; при $T\uparrow$: $I^{с}(T)\downarrow$, $I^{ас}(T)\uparrow$.

Энергетический выход — отношение энергии люминесценции $E_л$ к поглощённой энергии возбуждения $E_п$ за единицу времени: $В_э = E_л / E_п < 1$.

При фотолюминесценции: квантовый выход — отношение числа испускаемых световых квантов $q_л$ к общему числу

поглощённых квантов $q_п$ за единицу времени: $B_{кв} = q_л / q_п$.

В стационарном состоянии — $B_э = \frac{E_л}{E_п} = \frac{q_л \cdot \hbar\omega_л}{q_п \cdot \hbar\omega_п} = B_{кв} \cdot \frac{\omega_л}{\omega_п}$, где $\omega_л$ и $\omega_п$ — частоты люминесценции и поглощённого света.

Для спонтанной (самостоятельной) люминесценции:

$N(t) = N_0 e^{-(A_р + A_{би})t} = N_0 e^{-At}$, где $A_р$ и $A_{би}$ — вероятности радиационного и безызлучательного переходов молекулы в основное состояние в единицу времени.

Тушение люминесценции — уменьшение выхода люминесценции B при увеличении вероятности безызлучательных переходов $A_{би}$. Если вер-ть $A_{би}$ постоянна в течение всего времени возбуждённого состояния, то: $I_р = \frac{A_р}{A_р + A_{би}} I_0 e^{-(A_р + A_{би})t}$,

$I_{би} = \frac{A_{би}}{A_р + A_{би}} I_0 e^{-(A_р + A_{би})t}$ и $B \sim \frac{A_р}{A_р + A_{би}}$.

Механизм тушения — внутри- и межмолекулярные взаимодействия. Виды тушения — температурное, концентрационное и примесное.

Билет 5.

1. Спектральная плотность интенсивности: световой импульс, непрерывное стационарное излучение, совокупность случайно разбросанных во времени одинаковых световых импульсов.

Применить интеграл Фурье можно к описанию спектральных характеристик света. Под ф-цией $f(t)$ будем подразумевать одну из компонент $E(t)$ напряжённости поля световой волны. Но тогда $f(t)$ явл. случайной ф-цией. Случайными будут и фурье-амплитуды a, b, f_0 и фаза φ. Кроме того, в реальном эксперименте время наблюдения ограничено, поэтому на практике можно анализировать сигнал $f_\tau(t)$ такой, что

$f_\tau(t) = f(t)$ при $0 < t < \tau_н$;

$f_\tau(t) = 0$ при $\tau_н < t < \infty$, $t < 0$, где $\tau_н$ — время наблюдения.

$$\boxed{S(\omega) = \lim_{\tau_н \to \infty} \frac{|\hat{f}_{0z}(\omega)|^2}{\pi \tau_н}}$$ — спектральная плотность интенсивности.

$$I = \langle E^2 \rangle = \int_0^\infty S(\omega)\, d\omega$$

Многие источники света (в том числе и большое число лазеров) излучают световые вспышки. Эти вспышки длятся ограниченное время τ_0 и представляют собой э/м импульсы. Амплитуда волны A и фаза φ_0 в таких импульсах зависят не только от координат, но и от времени. Ур-ние волны для импульсного, но по-прежнему направленного вдоль оси Oz излучения может быть записано в виде:

$$f(x,y,z,t) = A\left(x,y,z,t-\frac{z}{c}\right)\cos\left[\omega t - kz + \varphi_0\left(x,y,z,t-\frac{z}{c}\right)\right]$$

Пусть имеется излучение в виде случайной последовательности одинаковых цугов $f(t-t_l)$, где t_l — случайное время появления цуга. Рассчитаем спектральную плотность случайного сигнала $F(t) = \sum_{l=1}^{N} f(t-t_l)$, где число N членов суммы зависит от времени наблюдения. Согласно обратному преобразованию Фурье спектральная амплитуда:

$$\hat{F}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) e^{-i\omega t}\, dt = \sum_{l=1}^{N} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t_l) e^{-i\omega t}\, dt = \sum_{l=1}^{N} \hat{f}_0(\omega) e^{-i\omega t_l}.$$

Тогда: $|\hat{F}_0(\omega)|^2 = \hat{F}_0(\omega)\hat{F}_0^*(\omega) = |\hat{f}_0(\omega)|^2 \sum_{l=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} e^{i\omega(t_l - t_m)}$.

Если длительность цуга равна τ, то их число за время наблюдения $\tau_н$ в среднем равно $N = \tau_н/\tau$. Если N велико, то двойная сумма будет равна сумме членов при $l=m$. Остальные слагаемые скомпенсируют друг друга. Поэтому при $N \to \infty$ спектральная плотность:

$$|\hat{F}_0(\omega)|^2 = |\hat{f}_0(\omega)|^2 N = |\hat{f}_0(\omega)|^2 \frac{\tau_н}{\tau}.$$

Тогда спектральная плотность интенсивности сигнала $F(t)$ будет равна:

$S(\omega) = \frac{|\hat{F}_0(\omega)|^2}{\pi \tau_н} = \frac{|\hat{f}_0(\omega)|^2}{\pi \tau}$. Она совпадает со спектральной плотностью интенсивности для одного цуга.

2. Рассеяние света. Излучение элементарного рассеивателя. Индикатриса рассеяния, поляризация рассеянного света и закон Рэлея.

Рассеяние света — возмущение (изменение) световых полей на оптических пространственных неоднородностях среды. Под оптическими неоднородностями понимаются включения инородных частиц и флуктуации оптических св-в среды.

Процесс рассеяния света состоит в заимствовании молекулой или частицей энергии у распространяющейся в среде волны и последующем излучении всей или части этой энергии.

Рэлеевское рассеяние — упругое когерентное рассеяние света на оптических неоднородностях, размеры которых $r \ll \lambda$.

Виды (типы) рассеяния:

1) молекулярное рассеяние;
2) рэлеевское рассеяние в дисперсных системах;
3) рассеяние Ми;
4) рассеяние Мандельштама-Бриллюэна;
5) комбинационное рассеяние.

Индикатриса рассеяния — пространственная диаграмма зависимости интенсивности $I(r, \Omega)$ рассеянного света от телесного угла Ω (направления) рассеяния на данном расстоянии r от рассеивателя.

Элементарный рассеиватель: $I(\theta) = \langle E^2 \rangle = \frac{\omega^4}{(4\pi\varepsilon_0 c^2 r)^2} \overline{p^2} \sin^2\theta$.

Обсудим состояние поляризации рассеянного света. Предположим, что пучок параллельных лучей естественного (неполяризованного) света распространяется в рассеивающей среде по оси OX. В плоскости YOZ вектор $\vec{E}$ может быть ориентирован произвольным образом. Однако его всегда можно представить как совокупность составляющих $\vec{E}_y$ и $\vec{E}_z$. Также

ориентированы и дипольные излучатели вторичных волн. (20)
Будем регистрировать вторичные волны, распространяющиеся перпендикулярно к направлению распространения исходного пучка. Свет, рассеянный под прямым углом к исходному пучку, оказывается плоско поляризованным. Например, для вторичных волн, распространяющихся по оси OY, вклад в излучение дают лишь диполи, ориентированные по оси Z.

Закон Рэлея:

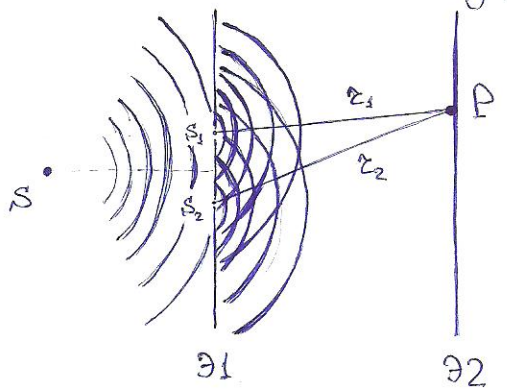
Если размеры неоднородностей малы по сравнению с длиной волны, то интенсивность рассеянного света оказывается: $\boxed{I \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}}$.

Билет 6.

1. Интерференция света. Общая схема и ур-ние двухволновой интерференции. Интерференция монохроматических волн: ур-ние интерференции, порядок интерференции, ф-ция видности, линейная и угловая ширины интерференционных полос.

Под интерференцией понимают явление наложения волн, приводящего к перераспределению в пространстве плотности энергии э/м поля.

Схема Юнга (двухволновая интерференция):



Свет от точечного источника S попадает на экран Э1 с двумя малыми близкорасположенными отверстиями, а на втором экране Э2 формируется интерференционная картина. Волновые возмущения в плоскости отверстий эквивалентны точечным источникам S_1 и S_2, посылающим в точку P волны:

$$E_1(t) = a_1(t)\sin[\omega_0 t - k_0 r_1 + \varphi_1(t)];$$

$$E_2(t) = a_2(t)\sin[\omega_0 t - k_0 r_2 + \varphi_2(t)].$$

Поле в точке P будет равно:

$$E_{1+2}(t) = A\sin(\omega_0 t + \Phi), \text{ где}$$

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos[(\varphi_1-\varphi_2)+k_0(r_2-r_1)];$$

$$\operatorname{tg}\Phi = \frac{a_1\sin(\varphi_1-k_0r_1)+a_2\sin(\varphi_2-k_0r_2)}{a_1\cos(\varphi_1-k_0r_1)+a_2\cos(\varphi_2-k_0r_2)}.$$

Интенсивность волны в точке P равна:

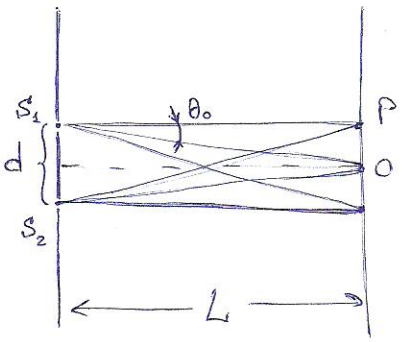
$$\boxed{I = \frac{A^2}{2} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos[(\varphi_1-\varphi_2)+k_0(r_2-r_1)]}, \text{ здесь } I_1 = \frac{a_1^2}{2};$$

$I_2 = \frac{a_2^2}{2}$. Величина $r_2 - r_1$ наз. разностью хода.

В случае интерференции монохроматических волн $a_1 = a_2 = a = const$; $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi = const$. Тогда ур-ние интерференции примет вид: $\boxed{I = 2I_0(1+\cos(k_0(r_2-r_1)))}$, здесь $I_0 = \frac{a^2}{2}$.

В интерф. максимумах $I = 4I_0$. Их положение определяется условием $k_0(r_2-r_1) = 2\pi m$, или $r_2 - r_1 = m\lambda$, где $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$. Целое число m определяет порядок интерф. максимума, или порядок интерференции. Если же $k_0(r_2-r_1) = 2\pi m + \pi$, или $r_2 - r_1 = m\lambda + \lambda/2$, то будут интерф. минимумы, в которых $I=0$.

$$\boxed{V = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}}$$ – ф-ция видности.



$\boxed{\Delta x = \frac{\lambda L}{d}}$ – линейная ширина интерф. полос.

$\boxed{\theta_0 = \frac{\Delta x}{L} = \frac{\lambda}{d}}$ – угловая ширина интерф. полос.

2. Молекулярное рассеяние света в газах и жидкостях. Положения статистической теории рассеяния. Формулы Эйнштейна и Рэлея. Основные особенности молекулярного рассеяния.

Молекулярное рассеяние — рэлеевское рассеяние света на тепловых статистически независимых флуктуациях оптических свойств макроскопически однородной среды, не содержащей примесей.

Статистическая теория рассеяния:

для разреженных газов — Мариан Смолуховский (1908 г.);
для жидкостей — Альберт Эйнштейн (1910 г.).

Осн. положения:

- размеры оптических неоднородностей малы по сравнению с длиной волны света;
- положение каждой области неоднородности не зависит от положений других областей;
- взаимодействием областей неоднородности можно пренебречь.

Основная причина статистических (тепловых) флуктуаций оптических св-в — флуктуации плотности среды.

$$\boxed{I = I_0 \frac{\omega^4}{(4\pi c^2 r)^2} \left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T^2 V \beta_T k T \sin^2\theta}$$

— ф. Эйнштейна для рассеяния света в жидкостях и плотных газах.

Здесь r — расстояние до точки наблюдения, ρ — плотность среды, ε — диэл. проницаемость среды, V — объём оптических неоднородностей, β_T — изотермическая сжимаемость, θ — угол рассеяния.

$$\boxed{I = I_0 \frac{\omega^4}{(4\pi c^2 r)^2} 4(n-1)^2 \frac{V}{N} \sin^2\theta}$$

— ф. Рэлея для рассеяния света в разреженных газах.

Здесь n — показатель преломления среды, N — число молекул в объёме V.

Осн. особенности молекулярного рассеяния:

1) Индикатриса интенсивности рассеянного света — как у элементарного рассеивателя;

- линейно поляризованное излучение — $I(\Omega) \sim \sin^2\theta$;
- естественная поляризация — $I(\Omega) \sim \frac{1+\cos^2\theta_z}{2}$.

2) Поляризация рассеянного света:

- от изотропных молекул — как у элементарного рассеивателя: степень поляризации — $P(\theta_z) \equiv \frac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel} = \frac{\sin^2\theta_z}{1+\cos^2\theta_z}$;
- от анизотропных молекул — деполяризация света при $\theta_z = 90°$; коэффициент деполяризации — $\gamma \equiv \frac{I_\parallel}{I_\perp}\ (\theta_z = 90°)$.

3) З-н Рэлея — $I \sim \omega^4 \sim 1/\lambda^4$ — как у элементарного рассеивателя.

4) Критическая опалесценция — явление возрастания интенсивности рассеянного излучения вблизи критической температуры из-за возрастания флуктуаций и соответственно возрастания величин: $\beta_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ и $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T$.

5) Селективное по частоте рассеяние — интенсивность рассеянного излучения возрастает вблизи собственных частот элементарного рассеивателя $\omega \sim \omega_0$, поскольку $I_s \sim (n-1)^2$.

Билет 7.

1. Интерференция квазимонохроматического света. Условие интерференции. Спектральное описание, ур-ние интерференции в частотном представлении. Ф-ция видности, время и длина когерентности, максимальный порядок интерференции.

$$\left.\begin{aligned} E_1(t) &= a_1(t)\sin[\omega_0 t - k_0 r_1 + \varphi_1(t)] \\ E_2(t) &= a_2(t)\sin[\omega_0 t - k_0 r_2 + \varphi_2(t)] \end{aligned}\right\}$$

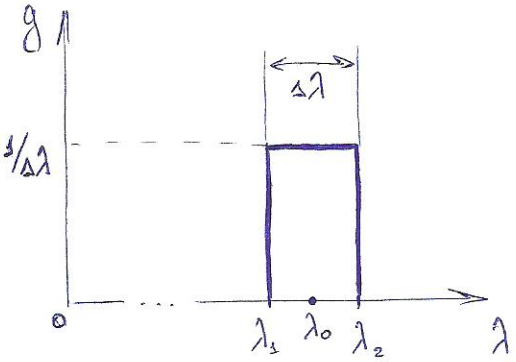
квазимонохроматические волны, у которых амплитуды a_1, a_2 и фазы φ_1, φ_2 являются медленно меняющимися ф-циями времени.

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos[(\varphi_1 - \varphi_2) + k_0(r_2 - r_1)], \text{ где } I_1 = \frac{a_1^2}{2},\ I_2 = \frac{a_2^2}{2}.$$

$$\langle E^2\rangle = \langle E_1^2\rangle + \langle E_2^2\rangle + \underbrace{2\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2\rangle}_{\text{интерфер. член}}$$

Необходимым условием интерференции является отличие от нуля интерференционного члена.

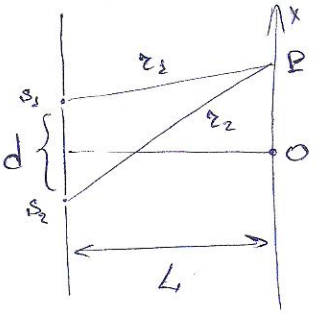
Кратностью вырождения уровня энергии g наз. кол-во независимых состояний на этом уровне.



Для простоты будем считать, что линия излучения имеет прямоугольный контур с центральной длиной волны λ_0 и шириной $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Спектральная плотность интенсивности связана с контуром линии зависимостью: $S(\lambda) = I_0 g(\lambda)$.

Если выделить узкий спектральный интервал $d\lambda$, то интенсивность для этого интервала $dI_0 = S(\lambda)d\lambda$. Каждый монохроматический источник света с такой интенсивностью и длиной волны λ сформирует свою элементарную интерференционную картину, симметричную относительно начала координат. Полная картина будет являться суперпозицией элементарных картин. Однако эти картины будут иметь разные расстояния Δx м/у полосами (т.к. $\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda L}{d}$). Поэтому при удалении от начала координат интерф. полосы суммарной картины будут расширяться и в некотором интерф. порядке m_{max} сольются. При $m > m_{max}$ картина будет полностью смазана.

Оценим m_{max}. Для этого будем считать, что в точке P реализуется m-й максимум для длины волны λ_2 и $(m+1)$-й – для длины волны λ_1:



$$(r_2 - r_1)_{max} = m_{max}\lambda_2 = (m_{max}+1)\lambda_1$$

$$\boxed{m_{max} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \approx \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}}$$ – максимальный порядок интерференции.

Этому порядку соответствует максимальная разность хода:

$$\boxed{(r_2 - r_1)_{max} = m_{max}\lambda_2 \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}}.$$

Получим распределение интенсивности при заданной спектральной плотности. Запишем ур-ние интерференции для монохроматического излучения в частотном виде:

$I = 2I_0[1+\cos(k_0(r_2-r_1))] \longmapsto I(\tau) = 2I_0[1+\cos(\omega_0\tau)]$, где

$\tau = \frac{r_2-r_1}{c}$ – время задержки, пропорциональное разности хода.

Для квазимонохроматического излучения заменим I_0 на $dI_0(\tau) = S(\omega)d\omega$. Тогда: $dI(\tau) = 2S(\omega)d\omega(1+\cos(\omega\tau))$.

Интегрируя последнее по всем частотам, получаем:

$$I(\tau) = \int dI(\tau) = 2I_0 + 2\int_0^\infty S(\omega)\cos(\omega\tau)d\omega. \quad (\star)$$

Рассчитаем $I(\tau)$ для нашего п/у контура. Полагая, что при $\omega_1 < \omega < \omega_2$ $S(\omega) = I_0/\Delta\omega$, после подстановки в $(\star)$ имеем:

$$I(\tau) = 2I_0 + 2\frac{I_0}{\Delta\omega}\int_{\omega_1}^{\omega_2}\cos(\omega\tau)d\omega = 2I_0 + 2I_0\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta\omega\tau}{2}\right)\cos(\omega_0\tau).$$

При увеличении τ качество картины (контраст) снижается, и при задержке $\tau_к = 2\pi/\Delta\omega = 1/\Delta\nu$ картина смазывается. Время $\tau_к$ наз. <u>временем когерентности излучения</u>: $\boxed{\tau_к = \frac{1}{\Delta\nu}}$. Оно определяет масштаб времени, на котором существенно изменяются амплитуда и фаза квазимонохроматического излучения. Этому времени соответствует разность хода, называемая <u>длиной когерентности</u>: $\boxed{l_к = c\tau_к = \frac{c}{\Delta\nu}}$. Очевидно, что $l_к = (r_2-r_1)_{max}$. Действительно, поскольку $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$, то $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \left|\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right|$. Поэтому $l_к = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{c}{\nu_0}\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$.

Для описания качества картины А. Майкельсон ввёл <u>функцию видности</u>:

$$\boxed{V(\tau) = \frac{I_{max}(\tau) - I_{min}(\tau)}{I_{max}(\tau) + I_{min}(\tau)}}$$

, где I_{max} и I_{min} – интенсивности в интерф. максимуме и ближайшем к нему минимуме.

Для п/у контура: $V(\tau) = \left|\mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta\omega\tau}{2}\right)\right|$

2. Распространение света в анизотропных средах. Описание диэлектрических свойств анизотропных сред. Главные диэлектрические оси. Плоские э/м волны в анизотропной среде. Структура световой волны, нормаль и луч, фазовая и лучевая скорости.

Осн. особенности распространения света в анизотропной среде:

1) Фазовая $\vec{v} = v\vec{n}$ и лучевая $\vec{v}_s = v_s\vec{s}$ скорости распространения волны в общем случае не равны по модулю ($v = v_s \cos\alpha$) и не совпадают по направлению ($\vec{n}\cdot\vec{s} = \cos\alpha$).

2) Модули фазовой $\vec{v}$ и лучевой $\vec{v}_s$ скоростей распространения волны зависят только от ориентации векторов эл. поля волны относительно главных диэлектрических осей кристалла — $v\left(\frac{\vec{D}}{D}\right)$, $v_s\left(\frac{\vec{E}}{E}\right)$. Главные диэл. оси — такие координатные оси, в которых тензор $\hat{\varepsilon} = (\varepsilon_{ij})$ имеет диагональный вид.

3) В данном направлении нормали $\vec{n}$ могут распространяться только две линейно поляризованные волны в общем случае с разными по модулю фазовыми скоростями — v', v'', векторы эл. индукции которых взаимно перпендикулярны ($\vec{D}' \perp \vec{D}''$).

4) В данном направлении луча $\vec{s}$ могут распространяться только две линейно поляризованные волны в общем случае с разными по модулю лучевыми скоростями — v_s', v_s'', векторы эл. поля которых взаимно перпендикулярны ($\vec{E}' \perp \vec{E}''$).

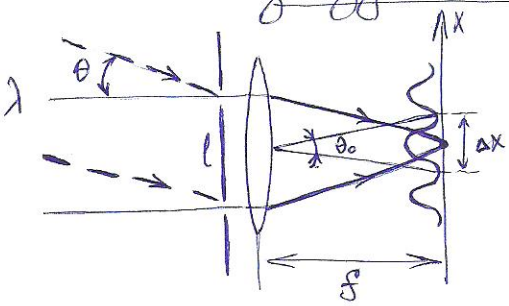
В анизотропных средах вектор $\vec{D}$ не совпадает по направлению с вектором $\vec{E}$. Направление распространения волны задаётся вектором $\vec{n}$ (нормаль), а направление переноса световой энергии задаётся вектором $\vec{s}$ (луч).

Пусть в анизотропной среде распространяется волна с напряжённостью эл. поля: $\vec{E}(t,\vec{r}) = \vec{A}\exp\left[i\omega\left(t - \frac{\vec{r}\cdot\vec{n}}{c}n_0\right)\right]$, где $\vec{n}$ — вектор нормали; n_0 — показатель преломления. Векторы $\vec{D}$, $\vec{E}$ и $\vec{n}$ лежат в одной плоскости. Вектор $\vec{H}$ перпендикулярен этой плоскости. Векторы $\vec{D}$, $\vec{H}$ и $\vec{n}$ образуют правую тройку векторов. Вектор $\vec{E}$, в общем случае, образует с вектором $\vec{D}$ угол анизотропии θ.

Билет 8.

1. Пространственная когерентность. Ур-ние интерференции. Ф-ция видности, угол и радиус когерентности. Звёздный интерферометр Майкельсона.

Схема звёздного интерферометра Майкельсона:



Если объектив телескопа закрыть диафрагмой с двумя отверстиями, находящимися на расстоянии l, то изображение далёкой звезды в его фокальной плоскости будет представлять собой пятно конечных размеров, изрезанное интерф. полосами.

$\Delta X = \frac{\lambda f}{l}$, где f - фокусное расстояние объектива. Угловой размер полосы: $\theta_0 = \frac{\Delta X}{f} = \frac{\lambda}{l}$.

Если на объектив падает свет от второй звезды (лучи помечены штриховой линией), то из-за некогерентности света независимых источников (звёзд) в фокальной плоскости будет происходить наложение двух интерферограмм. При углах $\theta < \theta_0$ суммарная интерферограмма не будет размыта. При увеличении угла θ интерферограмма сломается, когда интерф. максимумы от одной звезды совпадут с интерф. минимумами от другой. Это произойдёт при: $\theta = \theta_0/2 = \frac{\lambda}{2l}$.

Посмотрим на результаты опытов Майкельсона иным образом. Свет звезды или пары звёзд падает на диафрагму с отверстиями, разнесёнными на расстояние l. При увеличении расстояния l интерферограмма ухудшается и исчезает при $l_к = \frac{\lambda}{2\theta}$. Это происходит потому, что с ростом l ухудшается взаимная когерентность колебаний э/м поля звёзд в областях, где расположены отверстия. В этом случае говорят о пространственной когерентности, характеризуемой величиной $l_к$. Эта величина наз. радиусом пространст. когерентности. θ в данном случае наз. углом когерентности.

2. Оптические свойства одноосных кристаллов. Отрицательные и положительные кристаллы, сечения лучевых поверхностей. Главная плоскость, обыкновенный и необыкновенный лучи. Взаимная ориентация фазовой и лучевой скоростей. Двойное лучепреломление и поляризация света. Метод построения Гюйгенса. Закон Малюса. (28)

Одноосный кристалл (среда) — кристалл (среда), для которого две главные скорости распространения были равны — $v_x = v_y \neq v_z$ ($\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$; $n_x = n_y \neq n_z$). Для одноосного кристалла имеется:

- одна оптическая ось, совпадающая с осью вращения — главной диэлектрической осью, для которой диэл. проницаемость отлична от остальных;
- эллипсоид лучевых скоростей — эллипсоид вращения;
- лучевая поверхность — совокупность сферы и эллипсоида вращения, вписанных друг в друга.

Главная плоскость (главное сечение) — плоскость, образованная лучом и оптической осью.

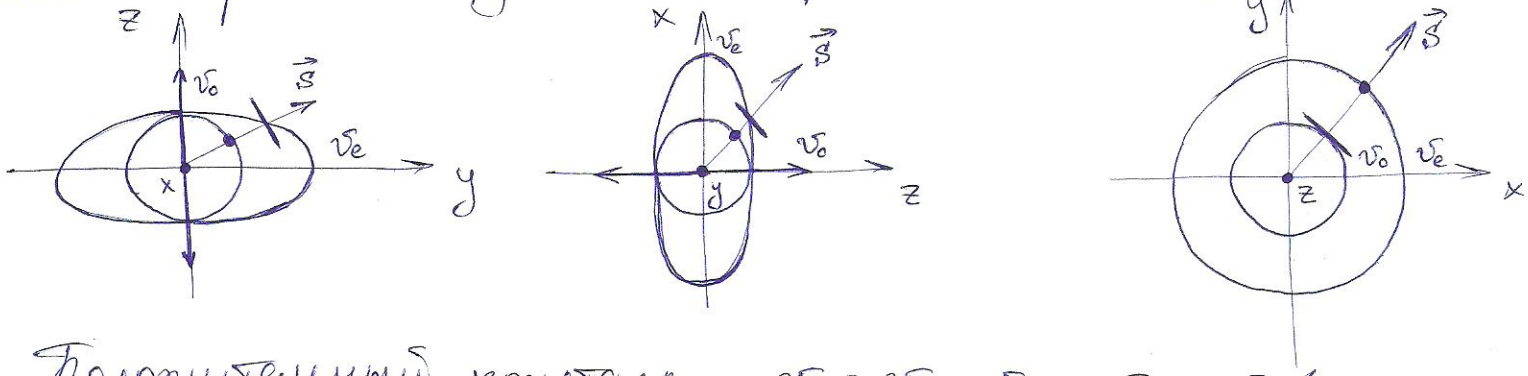
Обыкновенный луч — луч, напряжённость эл. поля которого направлена перпендикулярно главной плоскости (а значит и оптической оси). Ему соответствует лучевая поверхность в виде сферы. Фазовая и лучевая скорости равны $v_o \equiv v_x = v_y$ и не зависят от направления.

Необыкновенный луч — луч, вектор напряжённости эл. поля которого лежит в главной плоскости. Ему соответствует лучевая поверхность в виде эллипсоида вращения. Фазовая и лучевая скорости не равны и зависят от угла ~~м~~ между лучом и оптической осью, меняясь при этом от $v_o \equiv v_x = v_y$ до $v_e \equiv v_z$.

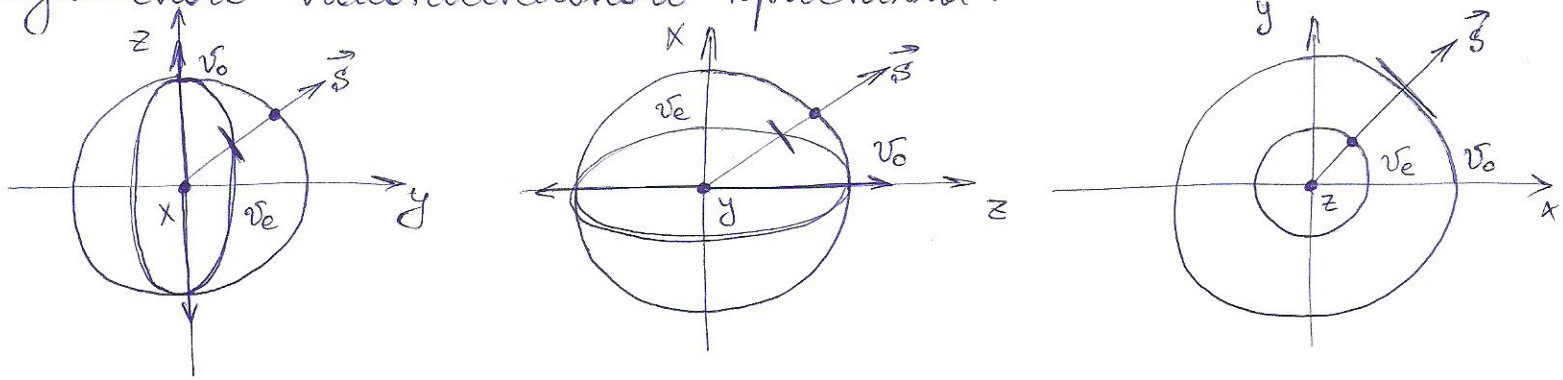
В одноосной оптической среде:

- для обыкновенного луча лучевая и фазовая скорости совпадают по величине и направлению и не зависят от направления;
- для необыкновенного луча они не совпадают и зависят от направления.

Отрицательный кристалл — $v_o \equiv v_x = v_y < v_e \equiv v_z$ ($n_o \equiv n_x = n_y < n_e \equiv n_z$); эллипсоид Френеля вытянут вдоль оси вращения X; лучевая сфера вписана в сплюснутый вдоль оси X лучевой эллипсоид вращения. Главные сечения лучевой поверхности одноосного отрицательного кристалла:



Положительный кристалл — $v_o \equiv v_x = v_y > v_e \equiv v_z$ ($n_o \equiv n_x = n_y > n_e \equiv n_z$); эллипсоид Френеля сплюснут вдоль оси X; лучевая сфера охватывает вытянутый вдоль оси X лучевой эллипсоид вращения. Главные сечения лучевой поверхности одноосного положительного кристалла:



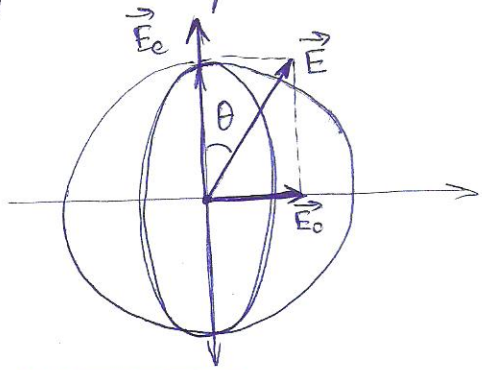
Двойное лучепреломление — явление возникновения двух преломленных линейно и взаимно перпендикулярно поляризованных плоских волн.

Метод построения Гюйгенса (осн. положения):

1) Каждая точка, до которой доходит возбуждение, становится источником вторичных волн, несущих световое возмущение;
2) огибающая вторичных волн — касательная поверхность к лучевым поверхностям — определяет фронт волны в последующий момент времени.

Построение Гюйгенса даёт как направление нормали, так и направление луча. Перпендикуляр к огибающей из источника вторичной волны даёт направление нор-

мами. Прямая, соединяющая источник вторичной волны с точкой касания огибающей с лучевой поверхностью, даёт направление луча.



Закон Малюса:

$$\boxed{\begin{aligned} I_o &= I\sin^2\theta \\ I_e &= I\cos^2\theta \end{aligned}}.$$

Билет 9.

1. Свойства преобразования Фурье: суперпозиция импульсов, смещение импульса во времени, изменение масштаба времени, соотношение м/у длительностью импульса и шириной спектра, смещение спектра по частоте. Теорема Планшереля. Примеры преобразования Фурье.

Св-ва преобразования Фурье:

1) суперпозиция импульсов:

$$f(t)+g(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\hat{f}_0(\omega)+\hat{g}_0(\omega)\right)e^{i\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{f}_0(\omega)e^{i\omega t}d\omega+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{g}_0(\omega)e^{i\omega t}d\omega.$$

2) смещение импульса во времени:

$$f(t-t_0)=e^{-i\omega t_0}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{f}_0(\omega)e^{i\omega t}d\omega.$$

3) изменение масштаба времени:

$$f(at)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{f}_0(\omega)e^{i\omega at}d\omega=\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{f}_0(\omega)e^{ia\omega t}d(a\omega).$$

4) соотношение м/у длительностью импульса и шириной спектра:

$$\Delta\omega=2/\tau.$$

5) смещение спектра по частоте:

$$\hat{f}_0(\omega-\omega_0)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-i(\omega-\omega_0)t}dt=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[e^{i\omega_0 t}f(t)\right]e^{-i\omega t}dt.$$

Теорема Планшереля: $\boxed{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}_0(\omega)|^2\,d\omega}$.

Примеры преобразований Фурье:

П/у импульс: $f(t) = \begin{cases} f_0, \text{ при } t \in [-\tau/2, \tau/2], \\ 0, \text{ при } t \notin [-\tau/2, \tau/2]. \end{cases}$

$$S(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t}\,dt = f_0 \int\limits_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-i\omega t}\,dt = f_0 \cdot \frac{e^{-i\omega\tau/2} - e^{i\omega\tau/2}}{-i\omega} =$$

$$= f_0 \tau \frac{-2i\sin(\omega\tau/2)}{-i\omega\tau} = f_0 \tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right).$$

Экспоненциальный импульс: $f(t) = f_0 e^{-t/\tau} = f_0 e^{-\delta t}$ при $t \geq 0$.

$$S(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_0 e^{-\delta t} e^{-i\omega t}\,dt = f_0 \left.\frac{e^{-(\delta+i\omega)t}}{-(\delta+i\omega)}\right|_0^{\infty} = \frac{f_0}{\delta+i\omega} = f_0 \frac{\delta - i\omega}{\delta^2+\omega^2}.$$

2. Поляризационные приборы. Получение и анализ поляризованного света — явление дихроизма, поляроид и поляризационные призмы. Управление поляризацией света — компенсатор Бабине, оптические пластинки „1/4" и „1/2".

Поляроид — дихроичная пластинка, при прохождении которой один из лучей в результате поглощения сильно ослабляется, а другой выходит линейно поляризованным.

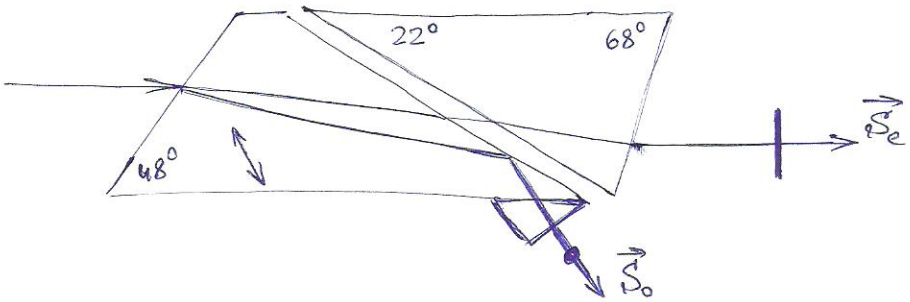
В основе — явление дихроизма — зависимость поглощения света от направления поляризации.

Поляризатор — поляроид, использующийся для получения поляризованного света.

Анализатор — поляроид, использующийся для анализа поляризованного света.

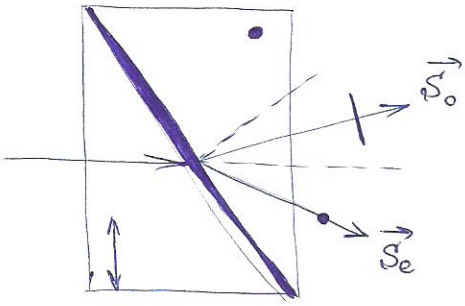
Поляризационная призма — комбинация кристаллов, оставляющая один поляризованный луч на выходе.

Призма Николя:



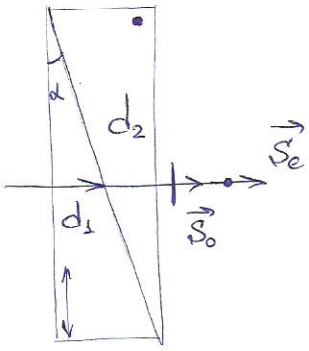
Двоякопреломляющая призма — комбинация кристаллов, оставляющая оба поляризованных луча на выходе.

Призма Волластона:



Компенсатор — пластина, вдоль которой непрерывно меняется разность фаз выходящих лучей.

Компенсатор Babine:

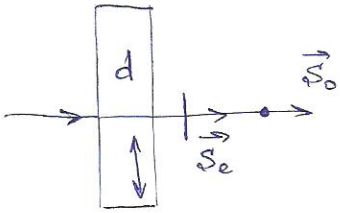


тонкие кварцевые клинья с $\alpha \ll \pi/2$.

$$\Delta = (n_e d_1 + n_o d_2) - (n_o d_1 + n_e d_2) = (n_e - n_o)(d_1 - d_2).$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o)(d_1 - d_2).$$

Оптические пластинки — пластинки из оптически анизотропных кристаллов, вносящие заданную разность хода для обыкновенного и необыкновенного лучей:



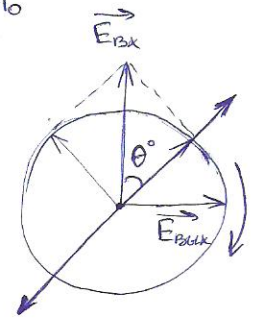
$$\Delta = (n_e - n_o)\, d$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o)\, d.$$

Пластинка $\lambda/4$:

$$\Delta = (n_e - n_o)d = \frac{\lambda_0}{4}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o)d = \frac{\pi}{2}$$

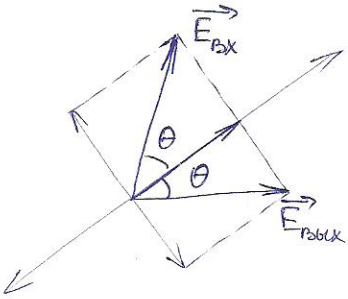


Линейная поляризация
⇕
циркулярная, $\theta = 45°$
(эллиптическая, $\theta \neq 45°$)
поляризация

Пластинка $\lambda/2$:

$$\Delta = (n_e - n_o)d = \frac{\lambda_0}{2}$$

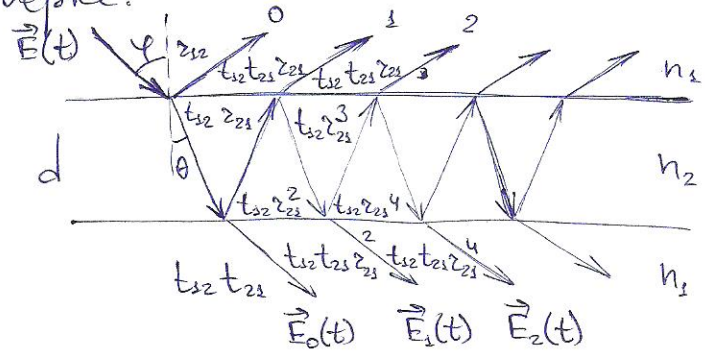
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o)d = \pi$$



Поворот линейной поляризации на 2θ или изменение направления циркулярной (эллиптической) поляризации на обратное.

Билет 10.

1. Многоволновая интерференция. Уравнения многоволновой интерференции — формулы Эйри. Ф-ция видности, ширина и резкость интерференционных полос. Интерференционный фильтр. Интерферометр Фабри-Перо. Пластинка Люммера-Герке.



r и t — комплексные коэффициенты отражения и пропускания по амплитуде;

R и T — коэффициенты отражения и пропускания по интенсивности:

$$t_{12}t_{21} = T_{12} = T_{21} \equiv T,$$

$$|r_{12}|^2 = |r_{21}|^2 = R_{12} = R_{21} \equiv R.$$

$$\boxed{I_{пр} = I\frac{T^2}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\frac{\Phi}{2}}; \quad I_{отр} = IR\frac{(1-(R+T))^2 + 4(R+T)\sin^2\frac{\Phi}{2}}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\frac{\Phi}{2}}.}$$

формулы Эйри (ур-ния многоволновой интерференции — зависимости интенсивностей прошедшей $I_{пр}$ и отражённой $I_{отр}$ волн от разности фаз Φ м/у двумя соседними вышедшими лучами).

Ф-ция видности: $V_{пр}(R) = \frac{2R}{1+R^2}$, $V_{отр} = 1$.

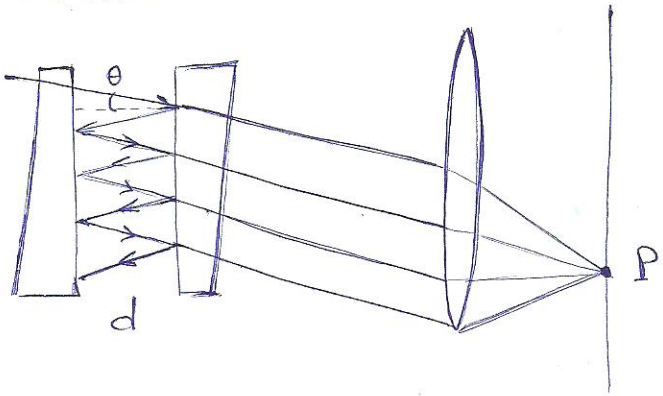
Ширина интерф. полос: $\delta_{пр}(R) = 2\frac{1-R}{\sqrt{R}}$, $\delta_{отр}(R) = 2\pi - \delta_{пр}(R)$.

Резкость интерф. полос: $F_{пр}(R) = \frac{2\pi}{\delta_{пр}(R)} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$, $F_{отр} = \frac{2\pi}{2\pi - \delta_{пр}(R)} \sim 1$.

Интерференционный (дихроичный) фильтр — отражает одну, и пропускает другую часть спектра падающего излучения благодаря явлению многолучевой интерференции в тонких диэлектрических плёнках.

Схема интерферометра Фабри - Перо:

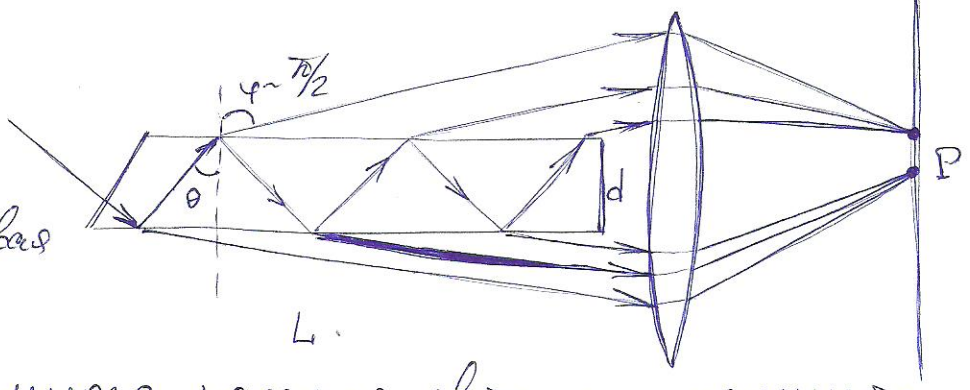
стеклянные или кварцевые пластины, покрытые полупрозрачной плёнкой с большим R.



Для устранения вредного влияния света, многократно отражённого от поверхностей внутри пластин, внешние поверхности делают несколько наклонными по отношению к внутренним рабочим поверхностям. Пластинки могут передвигаться в перпендикулярном направлении друг относительно друга. Интерф. картина полос равного наклона — концентрические кольца, наблюдаемые с помощью собирающей линзы.

Схема пластинки Люммера - Герке:

стеклянная или кварцевая пластинка.



Чтобы добиться нормального падения света и уменьшить таким образом потери энергии на отражение, один конец пластинки либо срезается, либо снабжается добавочной треугольной призмочкой. Лучи света от источника направляются на срезанный конец пластинки так, чтобы на границу раздела луч падал под углом чуть меньшим угла полного внутреннего отражения — $\theta \le \theta_0 = \arcsin\frac{n_1}{n_2}$. Такое падение луча обеспечивает $R \sim 1$ и примерно одинаковую интенсивность $N \approx 10 \div 15$ лучей, вышедших из пластинки, число которых лимитируется длиной пластинки. При каждом отражении от внутренней поверхности пластинки из системы, под малым углом к пластине, выходит очень

малая часть падающей световой волны. В фокальной плоскости линзы собираются параллельные лучи, образованные методом деления амплитуды и испущенные разными светящимися точками источника под определённым углом (полосы равного наклона).

2. Распространение света в анизотропных средах. Главные скорости. Уравнение Френеля для фазовых скоростей. Свойства волн, распространяющихся в заданном направлении нормали.

см. Билет 7 (п. 2).

Пусть $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ – нормаль волны; $v = c/n_0$ – фазовая скорость (здесь n_0 – показатель преломления среды); v_x, v_y, v_z – главные скорости волны (главные оси эллипсоида скоростей). Тогда:

$$\boxed{\frac{n_x^2}{v^2 - v_x^2} + \frac{n_y^2}{v^2 - v_y^2} + \frac{n_z^2}{v^2 - v_z^2} = 0}$$ – ур-ние нормалей Френеля.

Билет 11.

1. Основные схемы двухволновой интерференции. Метод деления волнового фронта и метод деления амплитуды. Характерные особенности методов. Примеры реализации методов. Интерференция при естественных условиях в тонких плёнках.

Метод деления амплитуды состоит в расщеплении световой волны на полупрозрачной пластине на две когерентные волны.

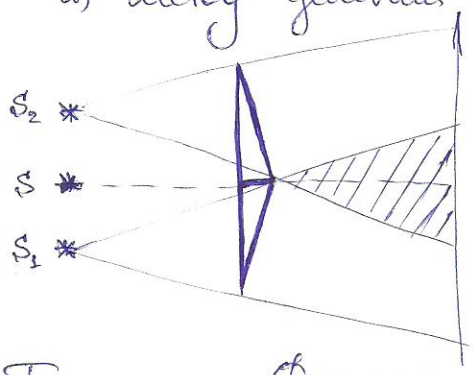
В методе деления волнового фронта две интерферирующие волны получаются, как два участка одного фронта волны.

Осн. характерные особенности методов реализации двухволновой интерференции.

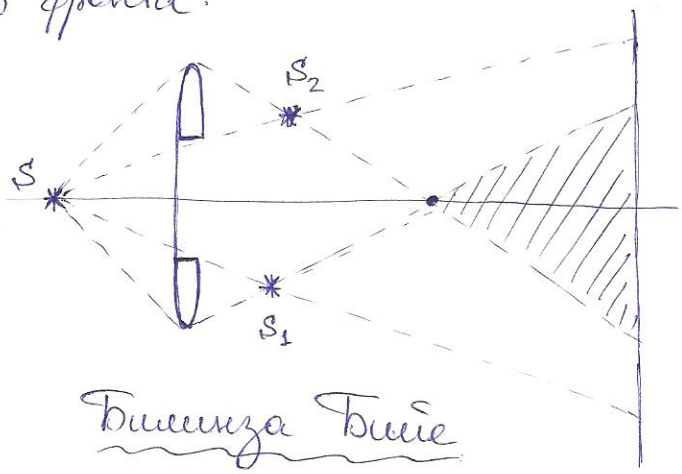
№	Характеристика	Метод деления	
		волнового фронта	амплитуды
1	Углы интерференции α и сходимости β	$\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ $(d \neq 0)$	$\alpha \approx 0, \beta \approx 0$ $(d \approx 0)$
2	Локализация интерф. картины	не локализована	локализована
3	Образование интерф. картины	пучками от одной точки источника	пучками от всех точек источника
4	Интенсивность интерф. картины	мала	велика
5	Увеличение размера источника	ухудшает видимость $\Omega \leq \Omega_к = \frac{\lambda}{d}$; $S \leq S_{max} = \frac{\lambda}{\alpha}$	не ухудшает видимость
6	Увеличение ширины спектра $\Delta\omega$ или $\Delta\tau(\Delta l, m)$	ухудшает видимость, $\Delta\tau \leq \tau_к \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega}$, $\Delta l \leq l_к = \tau_к v$	ухудшает видимость, $\Delta\tau \leq \tau_к \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega}$, $\Delta l \leq l_к = \tau_к v$

Примеры реализации методов:

а) метод деления волнового фронта:

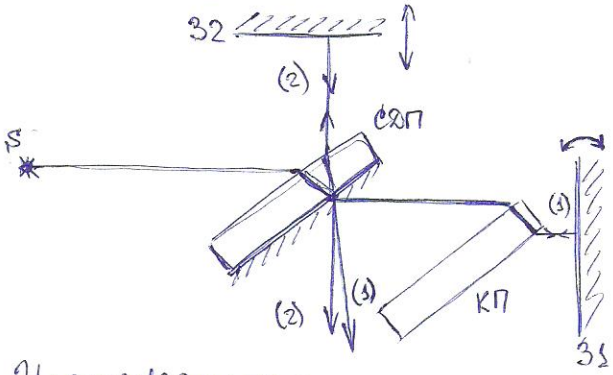


Бипризма Френеля

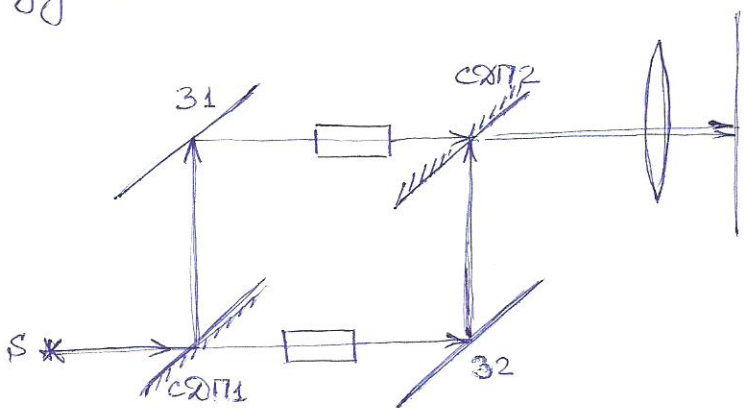


Бипризма Бийе

б) метод деления амплитуды:

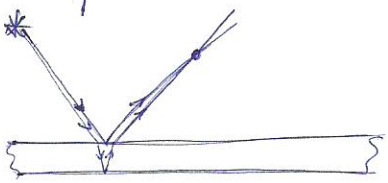


Интерферометр Майкельсона



Интерферометр Мака-Цендера

В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких плёнок. Эти явления обусловлены интерференцией света в тонких прозрачных плёнках, которая возникает в результате наложения когерентных волн, отражающихся от верхней и нижней поверхностей.



2. Распространение света в анизотропных средах. Главные скорости. Уравнение Френеля для лучевых скоростей. Свойства волн, распространяющихся в заданном направлении луча.

см. Билет 10 (п.2)

Пусть $\vec{s} = \{s_x, s_y, s_z\}$ – луч волны; u – лучевая скорость; $\vec{v} = \{v_x, v_y, v_z\}$ – фазовая скорость.

$$\boxed{\frac{s_x^2}{\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v_x^2}} + \frac{s_y^2}{\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v_y^2}} + \frac{s_z^2}{\frac{1}{u^2} - \frac{1}{v_z^2}} = 0}$$

– ур-ние Френеля для лучевых скоростей.

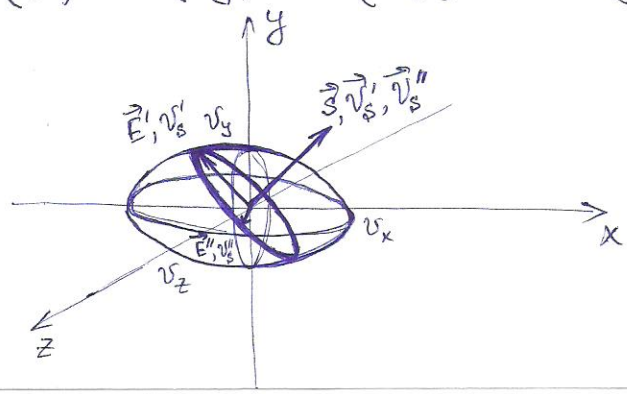
Билет 12.

1. Эллипсоид лучевых скоростей. Лучевая поверхность и её сечения. Оптическая ось. Классификация анизотропных сред.

Взаимосвязь модуля лучевой скорости и ориентации напряжённости поля $\vec{E}$ относительно главных диэл. осей кристалла: $\frac{1}{v_s^2} = \sum_i \frac{1}{v_i^2}\left(\frac{E_i}{E}\right)^2$; $\sum_i \frac{v_s^2}{v_i^2}\left(\frac{E_i}{E}\right)^2 = 1$.

Сделаем замену переменных: $x_i = v_s \frac{E_i}{E}$. Тогда:

$$\left(\frac{x}{v_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{v_y}\right)^2 + \left(\frac{z}{v_z}\right)^2 = 1$$ – ур-ние эллипсоида.



Эллипсоид лучевых скоростей (эллипсоид Френеля) – эллипсоид, главные оси которого совпадают с главными диэл. осями x, y и z кристалла, а главные полуоси равны главным скоростям v_x, v_y и v_z распространения света в среде.

В сечении лучевого эллипсоида, перпендикулярном лучу $\vec{s}$, образуется эллипс, вдоль главных осей которого направлены напряжённости $\vec{E}'$ и $\vec{E}''$ двух волн, а его главные полуоси равны модулям соответствующих лучевых скоростей v_s' и v_s'' этих волн.

Оптическая ось — направление в кристалле (среде), перпендикулярное плоскости кругового сечения эллипсоида лучевых скоростей. Всем лучам вдоль оптической оси соответствует одна и та же лучевая скорость, а векторы напряжённости эл. поля $\vec{E}$ могут колебаться в любом направлении, перпендикулярном лучу.

Классификация анизотропных сред:

а) двуосный кристалл — $v_x \neq v_y \neq v_z$ ($\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$; $n_x \neq n_y \neq n_z$).

Кристалл имеет две оптические оси, лежащие в главной плоскости, образованной главными диэл. осями, для которых главные скорости (диэл. проницаемости, показатели преломления) имеют максимальное и минимальное значения.

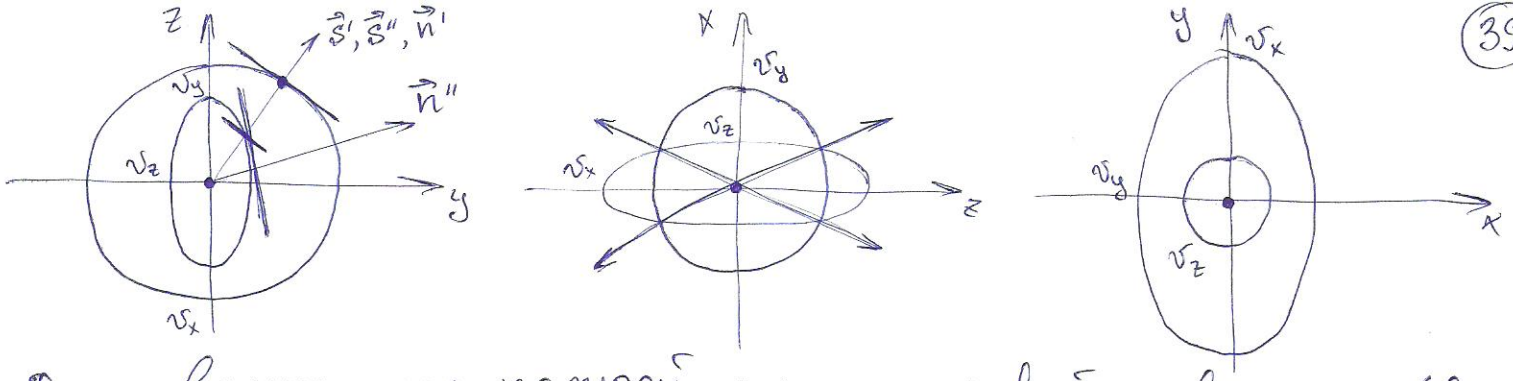
б) одноосный кристалл — $v_x = v_y \neq v_z$ ($\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$; $n_x = n_y \neq n_z$).

Эллипсоид лучевых скоростей — эллипсоид вращения вокруг оси, для которой главная скорость отлична от остальных (x). При этом имеется только одна оптическая ось, совпадающая с осью вращения.

Лучевая (волновая) поверхность — поверхность, до которой доходит световое возбуждение из данной точки среды за фиксированный интервал времени.

Это двухоболочечная самопересекающаяся поверхность четвёртого порядка. В общем случае в каждом направлении из начала координат лучевая поверхность встречается 2 раза.

Главные координатные плоскости пересекают лучевую поверхность по эллипсу и окружности. При $v_x > v_y > v_z$ получим следующие сечения:



<u>Фронт волны</u> для каждой точки лучевой поверхности (волны с заданным лучом) — плоскость, касательная к лучевой поверхности в этой точке.

2. Дисперсия и поглощение света. Поляризуемость молекулы и вектор поляризации. Формула Клаузиуса-Моссоти. Классическая электронная теория дисперсии. Плазменная частота. Комплексный показатель преломления. Закон Бугера. Зависимости показателя преломления и коэффициента поглощения от частоты. Дисперсионная формула и сила осциллятора.

<u>Дисперсия волны</u> — зависимость скорости распространения волны от её частоты.

В установившемся режиме молекула под действием светового поля частоты ω приобретает осциллирующий дипольный момент:

$$p_i = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^{3} a_{ij} E_{эфф\,j}$$

, где $a_{ij}(\omega)$ — компонента тензора диэлектрической восприимчивости, или <u>поляризуемости молекулы</u>, являющейся в общем случае анизотропной. Эта компонента зависит от частоты ω световой волны; $E_{эфф}$ — эффективное (действующее на молекулу) поле, вообще говоря, отличающееся от среднего макроскопического поля E в среде.

Поляризуемость диэлектрика определяется дипольным моментом $\vec{P}$ единицы его объёма (<u>вектором поляризации</u>). Если N — число молекул в единице объёма, то:

$$P_i = \sum_{l=1}^{N} p_{il} = N\langle p_i \rangle$$

, где $\langle p_i \rangle$ — среднее значение проекции дипольного момента молекулы (усреднение проводится по всем ориентациям молекул в единице объёма)

Пусть a – средняя поляризуемость молекулы. Тогда:

$$\boxed{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}=\frac{Na}{3}}$$ – ф-ла Клаузиуса-Моссоти.

Классическая теория дисперсии базируется на рассмотрении воздействия светового поля на оптический электрон в атоме (атомный осциллятор), обладающий осциллирующим дипольным моментом $p(t)=ex(t)$. В э/м поле $E_{эфф}(t)=E_0e^{i\omega t}$ он совершает вынужденные колебания, которые описываются ур-нием: $m\ddot{x}+\Gamma\dot{x}+kx=eE_0e^{i\omega t}$, где m и e – масса и заряд электрона; k – коэф-т „упругой" силы; Γ – коэф-т, описывающий силу „радиационного трения" (сила, действующая на заряженную точечную частицу со стороны её собственного э/м излучения, вызываемого неравномерностью движения этой частицы). Переходя к дипольному моменту: $\ddot{p}+2\delta\dot{p}+\omega_0^2p=\frac{e^2}{m}E_0e^{i\omega t}$, здесь $\delta=\frac{\Gamma}{2m}$ – показатель затухания; $\omega_0=\sqrt{k/m}$ – собственная частота колебаний электрона.

$$\boxed{k^2=\frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon-i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right)}$$ – дисперсионное соотношение

$\tilde{\varepsilon}_k=\tilde{\varepsilon}-i\frac{\tilde{\sigma}}{\varepsilon_0\omega}$ – комплексная диэл. проницаемость, объединяющая собственную диэл. проницаемость и проводимость.

Из дисперсионного соотношения:

$k=\frac{\omega}{c}\sqrt{\tilde{\varepsilon}_k}=\frac{\omega}{c}n_k=\frac{\omega}{c}(n-i\chi)$. Здесь $n_k=\sqrt{\tilde{\varepsilon}_k}$ – комплексный показатель преломления. Его действительная и мнимая части определяются выражениями:

$$\boxed{n^2=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\tilde{\varepsilon}^2+\frac{\tilde{\sigma}^2}{\varepsilon_0\omega^2}}+\tilde{\varepsilon}\right)};\quad \chi^2=\frac{1}{2}\left(\sqrt{\tilde{\varepsilon}^2+\frac{\tilde{\sigma}^2}{\varepsilon_0\omega^2}}-\tilde{\varepsilon}\right)$$

Величина n наз. показателем преломления. Она определяет фазовую скорость волны: $v=c/n$.

Величина χ описывает уменьшение амплитуды волны вдоль оси Oz и наз. показателем поглощения. Интенсивность волны убывает по з-ну Бугера: $\boxed{I(z) = I_0 e^{-\alpha z}}$,

здесь $\boxed{\alpha = 2\frac{\omega}{c}\chi}$ – коэф. поглощения.

Если допустить, что из N молекул среды в единице объёма часть из них $f_1 N$ $(f_1 < 1)$ имеют собств. частоту ω_{01} и коэф. затухания δ_1, другая часть $f_2 N$ – частоту ω_{02} и δ_2 и т.д.

Тогда: $$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{Ne^2}{3m\varepsilon_0}\sum_l \frac{f_l}{\omega_{0l}^2 - \omega^2 + 2i\delta_l\omega}.$$

Величина f_l наз. силой осциллятора $(0 < f_l < 1)$. Её расчёт может быть выполнен методами квантовой механики. Если частоте ω_{0l} поставить в соответствие частоту ω_{21} квантового перехода, то сила осциллятора f_{21} при таком переходе связана с дипольным моментом $p_{21} = er_{21}$ перехода: $f_{21} = \frac{2m}{\hbar e^2}\omega_{21}p_{21}^2$.

Квантовомеханический расчёт показывает, что: $\sum_l f_l = Z$ (заряд ядра атома).

Величина ω_p наз. плазменной частотой и определяется как: $\boxed{\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}}$.

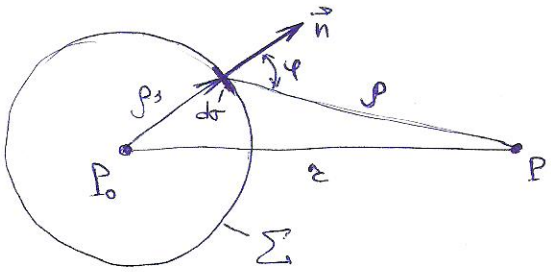
Билет 13.

1. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля и дифракционный интеграл Френеля. Теорема обратимости Гельмгольца. Принцип дополнительности Бабине.

Дифракцией наз. круг явлений, включающий в себя любое отклонение от прямолинейного распространения света.

Принцип Гюйгенса-Френеля:

„Каждый элемент волнового фронта можно рассматривать как центр вторичного возмущения, порождающего вторичные сферические волны, а результирующее световое поле в каждой точке пространства будет определяться интерференцией этих волн."



∡ распространение сферической волны от точечного монохроматического источника в т. P_0.

В т. P напряжённость эл. поля будет равна: $E(P) = \frac{C}{r} e^{i(\omega t - kr)} = A e^{i\omega t}$, где

$A = \frac{C}{r} e^{-ikr}$ – скалярная комплексная амплитуда;

C – константа, зависящая от мощности источника. Процесс распространения волны в точку P можно представить в два этапа. На первом этапе сферическая волна достигает нек. произвольной сферической пов-ти Σ, охватывающей источник. На этой пов-ти как бы появляются вторичные источники. На втором этапе вторичные источники испускают свои сферические волны, которые интерферируют в точке P. Однако, кроме частоты света, параметры этих источников неизвестны. Френель предложил, что возмущение, посылаемое элементарной площадкой, пропорционально её площади $d\sigma$ и зависит от угла наклона φ м/у нормалью к площадке и направлением в точку наблюдения.

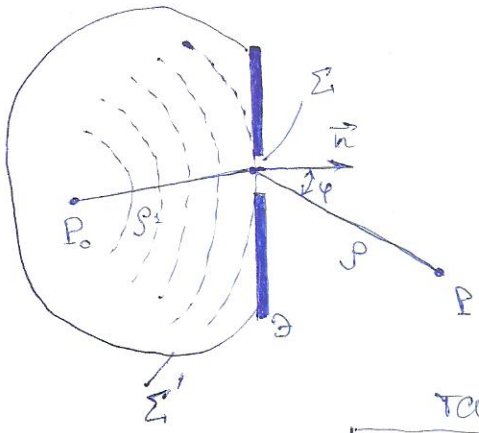
Поскольку в т. P регистрируется интенсивность $I = \frac{1}{2}|A|^2$, в дальнейшем множитель $e^{i\omega t}$ опускаем. В соответствии с двухэтапным рассмотрением:

$$A(P) = \iint_{\Sigma} \frac{C}{\rho_1} e^{-ik\rho_1} \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} K(\varphi) d\sigma = \frac{C}{r} e^{-ikr},$$

где $K(\varphi)$ – неизвестный коэффициент, зависящий от угла наклона φ. Для выполнения полученного равенства необходимо, чтобы $K(\varphi)$ был убывающей ф-цией φ. Френель предположил, что при $\varphi = \pi/2$ $K(\varphi) = 0$.

Кроме того, этот коэффициент должен быть размерным: $[K] = [м^{-1}]$. Поскольку единственным параметром с размерностью длины явл. длина волны λ, то $K \sim 1/\lambda$.

∡ теперь дифракцию сферической волны на экране Э с отверстием площадью Σ:



Для этого окружим источник замкнутой поверхностью площадью Σ' таким образом, чтобы она проходила ч/з экран. Если предположить, что материал экрана полностью поглощает свет и сам не излучает, то вторичные источники на отверстии такие же, как и в отсутствие экрана. Поэтому:

$$\boxed{A(P) = \iint\limits_{\Sigma} \frac{a}{\rho_1 \rho} e^{-ik(\rho_1+\rho)} K(\varphi)\, d\sigma}$$ — дифракционный интеграл Френеля.

Теорема обратимости Гельмгольца:

„Если в пространстве в какой-либо точке A возбуждаются световые волны, то обусловленная ими в какой-либо другой точке B амплитуда волны по величине и по фазе совпадает с той, которая имела бы место в точке A, если бы источник света находился в точке B".

Принцип Бабине:

„Сумма распределений полей от дополнительных объектов равна полю, наблюдаемому на экране при отсутствии препятствия".

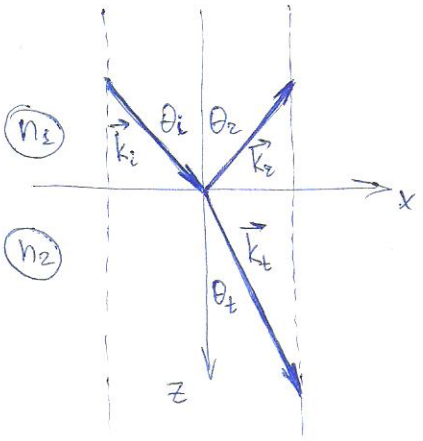
$\boxed{U_0(P) = U(P) + U_1(P)}$, где $U_0(P)$ — возмущение в отсутствие экрана; $U_1(P)$ — возмущение в присутствии непрозрачного препятствия, заменяющего отверстие.

2. Оптические явления на границе раздела изотропных диэлектриков. Законы отражения и преломления. Формулы Френеля, поляризация отражённой и прошедшей волн. Угол Брюстера.

Из многочисленных опытов известно, что при падении световой волны на границу раздела двух сред возникают, в общем случае, две волны — отражённая и проходящая ч/з эту границу. Направления распространения этих двух волн и их интенсивности зависят как от направления падающей волны и её интенсивности, так и от оптических характеристик двух сред.

Плоская монохроматическая линейно поляризованная световая волна: $\vec{E} = \vec{A} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$, $\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_2$, $\vec{E}_2 = \vec{E}_t$.

Граничное условие: $E_{1\tau} = E_{2\tau} \Rightarrow \vec{A}_{i\tau} e^{i(\omega_1 t - \vec{k}_1\vec{r})} + \vec{A}_{2\tau} e^{i(\omega_2 t - \vec{k}_2\vec{r})} = \vec{A}_{t\tau} e^{i(\omega_t t - \vec{k}_t\vec{r})}$



На границе раздела двух сред:

$$\omega_i = \omega_2 = \omega_t,$$

$$\vec{k}\cdot\vec{r} = (\vec{k}_n + \vec{k}_\tau)\cdot\vec{r}_\tau = \vec{k}_\tau \vec{r}_\tau$$

$$\vec{k}_{i\tau} = \vec{k}_{2\tau} = \vec{k}_{t\tau},$$

$$k_1 \sin\theta_i = k_2 \sin\theta_2 = k_t \sin\theta_t,$$

$$k_0 n_1 \sin\theta_i = k_0 n_1 \sin\theta_2 = k_0 n_2 \sin\theta_t,$$

$$n_1 \sin\theta_i = n_1 \sin\theta_2 = n_2 \sin\theta_t.$$

а) Частоты падающей, отражённой и преломлённой волн равны.

б) Волновые вектора падающей, отражённой и преломлённой волн лежат в одной плоскости с нормалью к поверхности раздела двух сред в точке падения.

в) Угол падения равен углу отражения — $\theta_i = \theta_2$.

г) Закон Вилеброрда Снеллиуса: $\dfrac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \dfrac{n_2}{n_1} \equiv n$.

(ну, это вообще пиздец, а не имя) (ком. барон Якоб)

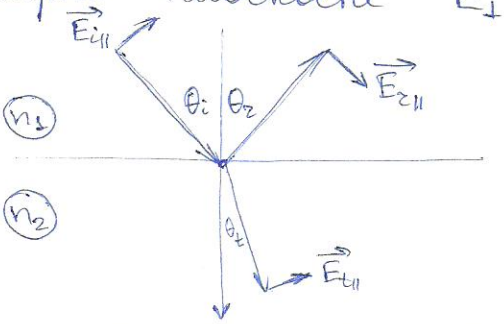
Формулы Френеля:

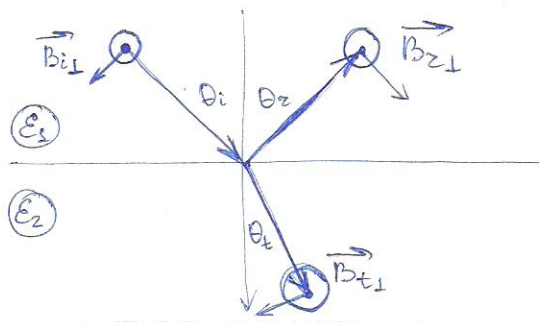
граничные условия — $\vec{D}_{2n} = \vec{D}_{1n}$, $\vec{B}_{2n} = \vec{B}_{1n}$, $\vec{E}_{2\tau} = \vec{E}_{1\tau}$, $\vec{H}_{2\tau} = \vec{H}_{1\tau}$.

св-ва плоских волн — $[\vec{n}\vec{E}] = v\vec{B}$, $[\vec{n}\vec{H}] = -v\vec{D}$, $\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}\,E = \sqrt{\mu_0\mu}\,H$.

материальные ур-ния: $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$.

Поляризация падающей волны в плоскости $\vec{E}_{\parallel}$ и перпендикулярно плоскости $\vec{E}_{\perp}$ падения:





Комплексные коэффициенты отражения ($r_{\parallel}$, $r_{\perp}$) и пропускания ($t_{\parallel}$, $t_{\perp}$) (по амплитуде):

$$r_{\parallel} \equiv \frac{A_{r\parallel}}{A_{i\parallel}} = -\frac{tg(\theta_i-\theta_t)}{tg(\theta_i+\theta_t)} = -\frac{n^2\cos\theta_i - \sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}{n^2\cos\theta_i + \sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}},$$

$$t_{\parallel} \equiv \frac{A_{t\parallel}}{A_{i\parallel}} = \frac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)\cos(\theta_i-\theta_t)} = \frac{2n\cos\theta_i}{n^2\cos\theta_i + \sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}},$$

$$r_{\perp} \equiv \frac{A_{r\perp}}{A_{i\perp}} = -\frac{\sin(\theta_i-\theta_t)}{\sin(\theta_i+\theta_t)} = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}},$$

$$t_{\perp} \equiv \frac{A_{t\perp}}{A_{i\perp}} = \frac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)} = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + \sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}. \qquad n \equiv \frac{n_2}{n_1}$$

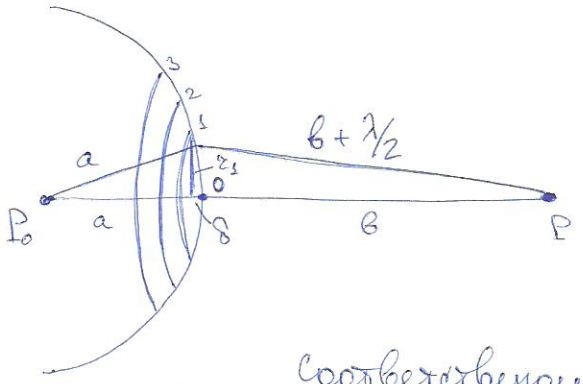
Угол падения θ_i, при котором одна из компонент ($E_{\parallel}$ или $E_{\perp}$) не отражается, наз. углом Брюстера. при $\theta_i+\theta_t=\pi/2$: $r_{\parallel}=0$ (одна из компонент не отраж.)

$$\frac{\sin\theta_Б}{\sin\theta_t} = \frac{\sin\theta_Б}{\sin(\pi/2-\theta_Б)} = tg\theta_Б = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

Таким образом, при падении под углом Брюстера света, поляризованного в плоскости падения, его отражения не происходит.

Билет 14.

1. Метод зон Френеля. Радиус и площадь зон Френеля. Число Френеля. Условия подобия дифракции и перехода от волновой к геометрической оптике.



Окружим точку P_0 сферой радиусом $\rho_1=a$. Пусть точка P расположена на расстоянии b от поверхности сферы. Мысленно циркулем, одна ножка которого находится в т. P, проведём по пов-ти сферы окружности. Соответствующие расстояния м/у ножками циркуля равны $b+\frac{\lambda}{2}$, $b+2\frac{\lambda}{2}$, $b+3\frac{\lambda}{2}$, ..., $b+m\frac{\lambda}{2}$. Тогда сфера будет разделена на кольцевые области, называемые зонами Френеля.

Рассчитаем радиус r_m и площадь σ_m m-й зоны. Радиус r_1 первой зоны определяется, как следует из рисунка, из уравнений:

$$a^2-(a-\delta)^2 = r_1^2 = \left(b+\frac{\lambda}{2}\right)^2-(b+\delta)^2$$

Поскольку $b \gg \lambda$, можно пренебречь величиной $\lambda^2/4 \ll \lambda b$ в правой части. В результате получим:

$$r_1 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}\lambda}.$$

Площадь первой зоны: $\sigma_1 = \pi r_1^2 = \frac{\pi ab}{a+b}\lambda$

Заменив λ на $m\lambda$, получим выражение для радиуса m-й зоны Френеля: $\boxed{r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}}$.

Площадь m-й зоны равна площади кольца:

$$\sigma_m = \pi(r_m^2 - r_{m-1}^2) = \pi r_1^2 = \sigma_1 \Rightarrow \boxed{\sigma_m = \sigma_1 = const}$$

Последнее означает, что различие вкладов зон в дифракционный интеграл Френеля обусловлено только разными расстояниями $\rho_m = b + m\frac{\lambda}{2}$ и углами наклона φ_m.

Основными параметрами, существенно определяющими характер дифракционных явлений, являются: длина волны λ, размер отверстия b, расстояние до точки наблюдения ρ. Характер дифракционных явлений существенно зависит от значения волнового параметра: $\boxed{p = \frac{\sqrt{\lambda\rho}}{b}}$

$p \ll 1$ – область геометрической оптики;
$p \gg 1$ – область дифракции Фраунгофера;
$p \approx 1$ – область дифракции Френеля.

При наличии экрана не все зоны Френеля открыты. Число открытых (действующих) зон Френеля N наз. числом Френеля. В общем случае число Френеля N зависит от радиуса отверстия в экране R_0, взаимного расположения источника, экрана с отверстием и точки наблюдения – a, b, и длины волны λ:

$$R_0 = r_N = \sqrt{N\frac{ab}{a+b}\lambda}, \quad \boxed{N = \frac{R_0^2}{\lambda}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$$

С изменением числа Френеля результирующая интенсивность будет периодически уменьшаться и увеличиваться, т.е. будет наблюдаться дифракционная картина. При этом число действующих зон Френеля (число Френеля) определяет условие наблюдения дифракции. Поэтому условием подобия дифракции будет одинаковое число Френеля N.

Если число Френеля будет большим, то при небольших перемещениях вдоль линии P_0P существенных дифракционных изменений интенсивности не происходит, поскольку вклады от дальних зон Френеля стремятся к нулю, — волна распространяется прямолинейно. Следовательно, условием перехода от волновой к геометрической оптике является очень большое число Френеля — $N \gg 1$.

2. Оптические явления на границе раздела изотропных диэлектриков. Формулы Френеля, явление полного внутреннего отражения. Энергетические соотношения при преломлении и отражении света.

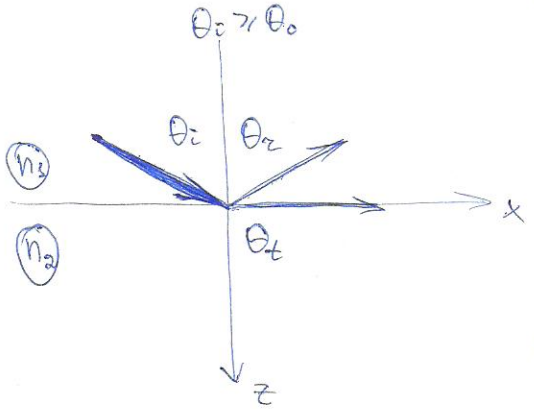
см. Билет 13 (п. 2)

Если $n_2 < n_1$, то существует угол полного внутреннего отражения θ_0 — наименьший угол падения, при котором нет преломлённой волны во второй среде:

$$\sin\theta_0 = \frac{n_2}{n_1} = n \longmapsto \boxed{\theta_0 = \arcsin\frac{n_2}{n_1}}$$

В этом случае волна движется вдоль поверхности раздела:

$$E_t = A_t e^{i(\omega t - \vec{k}_t\vec{r})} = A_t e^{i(\omega t - k_t x \sin\theta_t - k_t z\cos\theta_t)}$$



при $\sin\theta_i \geq n$:

$$\cos\theta_t = \pm\sqrt{1-\sin^2\theta_t} = \pm\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_i}}{n} =$$

$$= \pm i\frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}{n},$$

$$E_t = A_t e^{-k_t\frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}{n}z} e^{i(\omega t - k_t x\sin\theta_t)} =$$

$$= A_t e^{-z/\Delta z} e^{i(\omega t - k_t x\sin\theta_t)}$$

Глубина проникновения волны в среду Δz вдоль оси z:

$$\Delta z = \frac{n}{k_t\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}} = \frac{n\lambda_t}{2\pi\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}.$$

Энергетические соотношения при преломлении и отражении света:

а) плотность потока энергии (вектор Умова-Пойнтинга) плоской световой волны, усреднённая по времени наблюдения:

$$\langle\vec{S}\rangle = I\vec{n} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}\cdot\frac{1}{2}\langle|E|^2\rangle\vec{n} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}\cdot\frac{1}{2}|A|^2\vec{n}.$$

б) коэф. отражения (по энергии) R – отношение модулей нормальных компонент плотностей потоков энергии в отражённой и падающей волнах:

$$R \equiv \left|\frac{I_r\cos(\pi-\theta_r)}{I_i\cos\theta_i}\right| = \frac{I_r\cos\theta_r}{I_i\cos\theta_i} = \frac{|A_r|^2}{|A_i|^2} = |r|^2;$$

$$R_\parallel = |r_\parallel|^2, \quad R_\perp = |r_\perp|^2.$$

в) коэф. пропускания (по энергии) T – отношение модулей нормальных компонент плотностей потоков энергии в прошедшей и падающей волнах:

$$T \equiv \left|\frac{I_t\cos\theta_t}{I_i\cos\theta_i}\right| = \frac{I_t\cos\theta_t}{I_i\cos\theta_i} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}|A_t|^2\cos\theta_t}{\sqrt{\varepsilon_1}|A_i|^2\cos\theta_i} = n|t|^2\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i};$$

$$T_\parallel = n|t_\parallel|^2\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}, \quad T_\perp = n|t_\perp|^2\frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}.$$

Из формул Френеля следует, что $\boxed{R+T=1}$ – з-н. сохр. энергии.

Билет 15.

1. Спектральный анализ с пространственным разложением спектра. Спектральные приборы и их характеристики. Эшелон Майкельсона. Многоволновые интерферометры. Интерферометр Майкельсона.

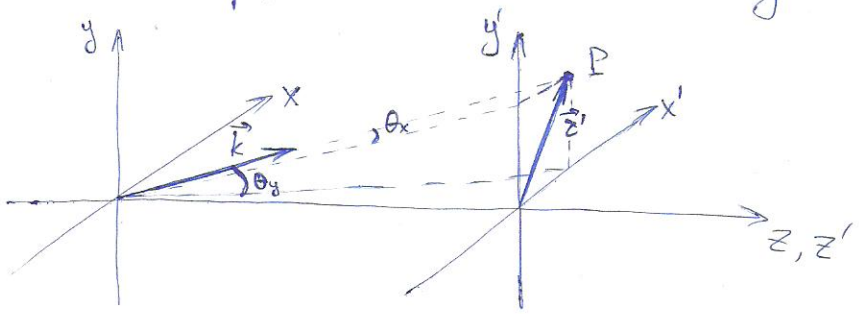
Комплексная амплитуда и интенсивность дифракционной картины в приближении Фраунгофера:

$$A(P) = \frac{i}{\lambda}\cdot\frac{e^{-ikb}}{b}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(x,y)\, e^{i(k_x x + k_y y)}\, dx\,dy = \frac{i}{\lambda}\frac{e^{-ikb}}{b} A_\Sigma(ik_x, ik_y),$$

$$I(P) = \frac{1}{2}|A(P)|^2 = \frac{1}{2\lambda^2 b^2}|A_\Sigma(ik_x, ik_y)|^2.$$

Пространственные частоты — $k_x = k\sin\theta_x = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x'}{b}$, $k_y = k\sin\theta_y = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{y'}{b}$.

Угловые координаты точки наблюдения P — θ_x и θ_y.



Комплексная пространственная спектральная амплитуда — прямое пространственное (пространственно-частотное или угловое) преобразование Фурье комплексной амплитуды $A_\Sigma(x,y)$ светового поля:

$$A_\Sigma(ik_x, ik_y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(x,y)\, e^{i(k_x x + k_y y)}\, dx\,dy.$$

Комплексная амплитуда светового поля на поверхности Σ — обратное пространственное преобразование Фурье комплексной пространственной спектральной амплитуды $A_\Sigma(ik_x, ik_y)$:

$$A_\Sigma(x,y) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(ik_x, ik_y)\, e^{-i(k_x x + k_y y)}\, dk_x\,dk_y.$$

<u>Спектральный прибор</u> — прибор для разложения светового поля на монохроматические составляющие в спектр (с пространственным разделением волн с помощью угловой дисперсии).

<u>Осн. характеристики</u>:

а) <u>Аппаратная ф-ция $I(P)$</u> — „отклик" прибора на монохроматическое излучение — регистрируемая интенсивность светового поля в зависимости от обобщённой координаты точки наблюдения P.

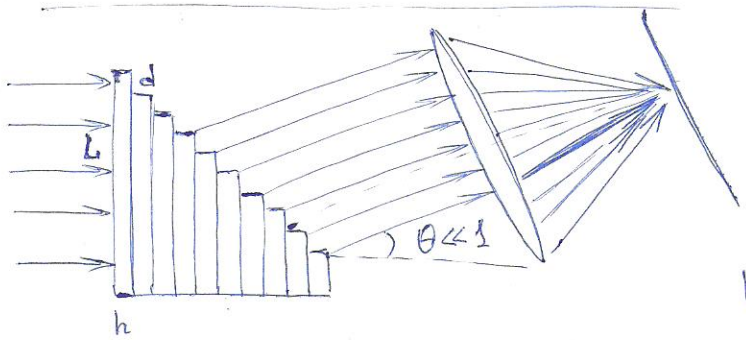
б) Область дисперсии, дисперсионная область $\Delta\lambda$ — максимальная ширина спектрального интервала, при котором возможна работа прибора (получение разрешённой дифракционной или интерференционной картины). Интервал длин волн, исследуемый спектральным прибором.

в) Предел разрешения $\delta\lambda$ — минимальная разность длин волн двух спектральных линий, которые разрешает спектральный прибор.

г) Разрешающая способность (сила) — отношение характерной длины волны λ исследуемого излучения к пределу разрешения $\delta\lambda$ ($R = \lambda/\delta\lambda$).

д) Угловая дисперсия $\mathcal{D}_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda}$ — скорость изменения угловой координаты θ максимума регистрируемой интенсивности с изменением длины волны.

Эшелон Майкельсона:



$$\Delta(\theta) = nh + d\sin\theta - h\cos\theta \approx (n-1)h.$$

Аппаратная ф-ция:

$$I(\theta) = I_1(\theta)\cdot H(N, \xi(\theta))$$

$$H(N, \xi(\theta)) = \frac{\sin^2(N\xi(\theta))}{\sin^2(\xi(\theta))}, \quad \xi(\theta) = \frac{k\Delta(\theta)}{2}.$$

Усл. главных максимумов:

$$\Delta = nh + d\sin\theta - h\cos\theta = m\lambda$$

Порядок дифракции: $m = \frac{\Delta}{\lambda} \approx \frac{(n-1)h}{\lambda}$.

Область дисперсии: $\Delta\lambda = \lambda/m \approx \frac{\lambda^2}{(n-1)h}$.

Предел разрешения: $\delta\lambda = \frac{\lambda}{Nm} \approx \frac{\lambda^2}{N(n-1)h}$.

Разрешающая способность: $R = Nm \approx \frac{N(n-1)h}{\lambda}$.

Угловая дисперсия: $\mathcal{D}_\theta = \frac{m}{d\cos\theta + h\sin\theta} \approx \frac{m}{d} = \frac{(n-1)h}{\lambda d}$.

Многолучевые интерферометры:

а) Интерферометр Фабри-Перо:

см. Билет 10 (п. 1).

Интерферометр Майкельсона (метод деления амплитуды).

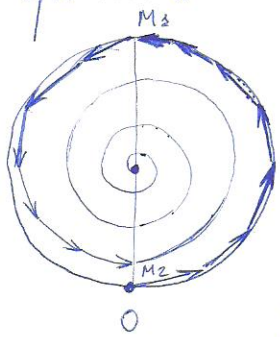
схему см. Билет 11 (п. 1).

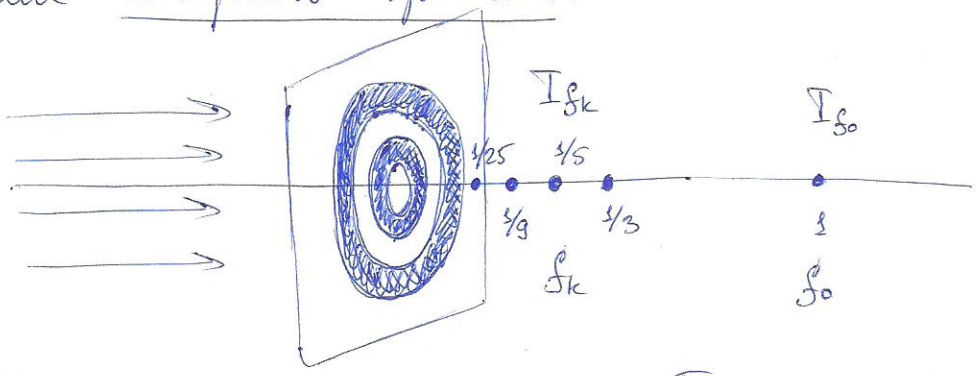
2. Метод векторных диаграмм. Спираль Френеля. Зонные пластинки. Амплитудная и фазовая зонные пластинки. Фокусы зонной пластинки. Линза как оптимальная зонная пластинка.

Если на стеклянную пластинку нанести концентрические тёмные кольца, закрывающие либо только чётные, либо только нечётные зоны Френеля, то получится зонная пластинка.

Колебания от чётных и нечётных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны зонную пластинку, то интенсивность света в точке наблюдения резко возрастёт. Ещё большего эффекта можно достичь, не перекрывая чётные (или нечётные) зоны, а изменяя фазу их колебаний на π. Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах, соответствующих чётным или нечётным зонам, отличается на надлежащим образом подобранную величину. Такая пластинка наз. фазовой зонной пластинкой. По сравнению с перекрывающей зоны амплитудной зонной пластинкой фазовая даёт дополнительное увеличение амплитуды в два раза, а интенсивности света — в четыре раза.

Для каждой зоны Френеля фаза будет плавно меняться от границы начала зоны до её конца. OM_1 – действие первой зоны Френеля. Для того чтобы учесть действие второй зоны Френеля, надо продолжить векторную диаграмму (дуга M_1M_2). M_1M_2 короче дуги OM_1 вследствие возрастающего наклона зоны. Продолжая такое рассмотрение, получим спираль Френеля.



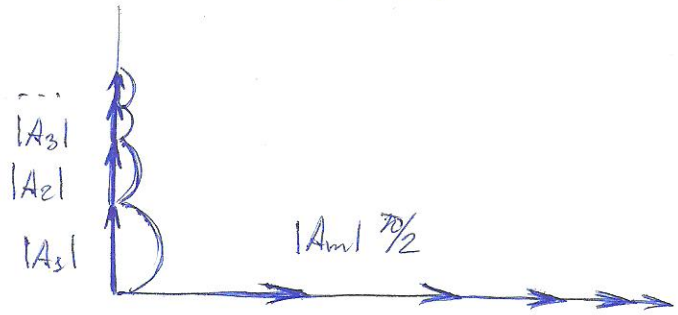


Если сместить точку наблюдения вдоль или поперёк оси SP, соединяющей источник и точку наблюдения, то условие зонной пластинки нарушится, и интенсивность света резко уменьшится. Как видим, зонная пластинка работает как линза, давая в точке P изображение точечного источника, находящегося в точке S. Для расчёта фокусного расстояния зонной пластинки воспользуемся формулой для радиусов зон Френеля. При падении на зонную пластинку плоской волны ($a \to \infty$) лучи должны собраться в фокусе. След-но:

$$R_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}} \xrightarrow[a\to\infty,\, b\to\xi_0]{} \sqrt{m\lambda\xi_0} \Rightarrow \boxed{\xi_0 = \frac{R_m^2}{m\lambda}}$$

При приближении точки наблюдения к пластинке зоны Френеля уменьшаются, а при удалении — увеличиваются. Если расстояние $b = \xi_0$ уменьшить в $(2k+1)$ раз, то каждая зона пластинки будет содержать в себе $(2k+1)$ новых зон Френеля, (поскольку m увеличивается в то же число раз) и будет наблюдаться локальное увеличение интенсивности. Тем самым, максимумы будут обнаружены на расстояниях $\boxed{\xi_k = \frac{\xi_0}{2k+1}}$, где $k = 0, 1, 2, \ldots$

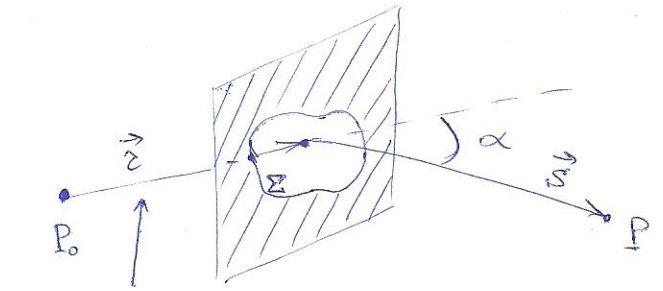
Линза — это оптимальная зонная пластинка, у которой световые возмущения в точке наблюдения (в месте изображения точечного источника, а в случае плоской падающей волны — в фокусе) от всех элементарных зон находятся в одинаковой фазе. Поэтому для линзы на векторной диаграмме выпрямляются полуокружности, соответствующие зонам Френеля.



Билет 16.

1. Дифракция света. Ближняя и дальняя зоны дифракции, дифракционная длина пучка. Дифракционная расходимость пучка в дальней зоне. Дифракция на круглом отверстии и круглом экране. Пятно Пуассона.

Дифракция света — это совокупность физических явлений, обусловленных волновой природой света и наблюдаемых при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью.



сферическая монохроматическая волна

$$U(P) = -\frac{iA}{2\lambda}\iint\limits_{\Sigma} K(\alpha)\,\frac{\exp(-ikr)}{r}\,\frac{\exp(-iks)}{s}\,dS$$ — интегральная формула Френеля–Кирхгофа.

$\frac{\exp(-ikr)}{r}$ — описывает сфер. волну, распространяющуюся из т. P_0 до некоторого вторичного источника.

$\frac{\exp(-iks)}{s}$ — описывает сфер. волну, идущую от вторичного источника до точки наблюдения P.

Если размер отверстия мал ($\Sigma \ll r, s$), то множители $K(\alpha)$ и $\frac{1}{rs}$ незначительно изменяются при интегрировании по отверстию Σ и основную роль в вычислении дифракцион-

ной картины играет интеграл от быстро осциллирующего множителя вида $\exp[-ik(r+s)]$. Разложение в ряд этого множителя позволяет существенно упростить ф. Фр.-Кирх. Явления, описываемые в рамках такого приближения, носят название дифракции Френеля, или <u>дифракции в ближней зоне</u>.

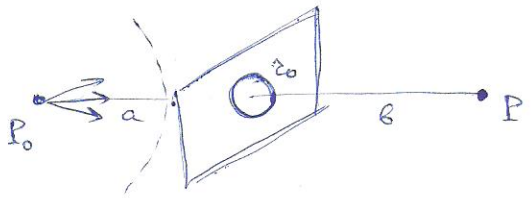
При $r \to \infty$ фронт падающей волны можно считать плоским. Если $s \to \infty$, то и вторичные волны, распространяющиеся под некоторым углом α к первоначальному направлению, имеют плоский волновой фронт. Дифракционные явления, наблюдаемые при этих условиях, носят название дифракции Фраунгофера, или <u>дифракции в дальней зоне</u>.

Если b_0 поперечный размер светового пучка, λ – длина волны света, то величина $\boxed{L_0 = \frac{b_0^2}{\lambda}}$ наз. <u>дифракционной длиной пучка</u>. Она определяет масштаб расстояний, на которых развивается заметная дифракция пучка.

В дальней зоне $z > L_0$ $(m < 1)$ интенсивность на оси с ростом z монотонно уменьшается. Это свидетельствует о том, что радиус пучка стал увеличиваться по мере его распространения. Пучок приобретает <u>дифракционную расходимость</u>, задаваемую углом $\theta \sim \lambda / b_0$.

1) Если сфер. волна падает на экран с <u>круглым отверстием</u> r_0, то амплитуда волны в точке P на оси отверстия зависит от числа открытых зон Френеля.

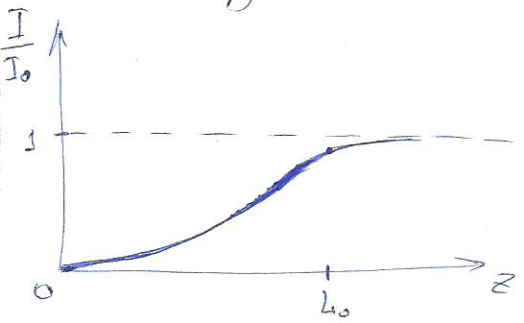
При фиксированном положении источника число открытых зон изменяется с расстоянием b: $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda} = r_0$



След-но: $m = \frac{r_0^2}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$.

При перемещении точки P вдоль оси амплитуда возмущения будет периодически изменяться, достигая максимума при нечётном m и минимума при чётном m. Абсолютный максимум достигается на расстоянии b, когда m=1. В этом случае: $A_{max} = A_1 = 2A = 2\frac{a}{a+b}$. Соответственно интенсивность волны повышается в 4 раза по сравнению с интенсивностью волны в отсутствие экрана.

2) Если же на пути плоской волны поставить непрозрачный диск (круглый экран) радиуса r_0, то при $z \ll L_0 = \frac{r_0^2}{\lambda}$ этот диск закроет практически все зоны и интенсивность $I \approx 0$. Наоборот, в дальней зоне при $z > L_0$ диск закрывает лишь небольшую центральную часть первой зоны, поэтому $I \approx I_0$. График распределения интенсивности на оси Oz, совпадающей с осью диска, выглядит так:

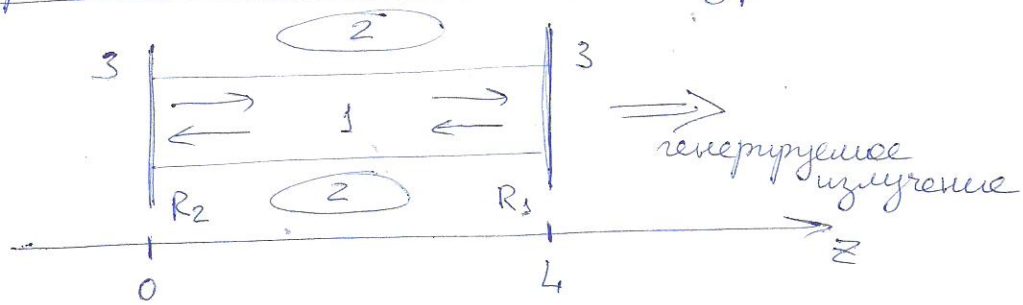


Проникновение света за диск в дальней зоне иногда трактуется как огибание светом диска. В центре тёмного поля дифракционной картины имеется светлое пятно (пятно Пуассона).

2. Лазеры — устройство и принцип работы. Принципиальная схема лазера. Условия стационарной генерации. Продольные и поперечные моды колебания и излучения. Спектральный состав излучения лазера. Ширины линии излучения, межмодового интервала и полосы усиления. Одномодовый лазер. Примеры лазеров.

Лазер — ОКГ, устройство, преобразующее произвольного вида энергию (электрическую, световую, химическую, тепловую и т.д.) в энергию когерентного э/м излучения оптического диапазона.

Принципиальная схема лазера:



1 – активная среда (среда с инверсной заселённостью уровней);

2 – система накачки (источник энергии для создания активной среды);

3 – оптический резонатор (обратная связь для генерации).

Накачка → Инверсия заселённостей → Спонтанное излучение → → Вынужденное излучение → Усиление света → Обратная связь → Генерация света.

Условия стационарной генерации:

а) баланс амплитуд (условие усиления, возникновения генерации):

$$S(\omega) = S_0(\omega) R_1 R_2 e^{\beta_{nm}(\omega) 2L}, \quad \frac{S(\omega)}{S_0(\omega)} = R_1 R_2 e^{\beta_{nm}(\omega) 2L} > 1,$$

$$\beta_{nm}(\omega) = \frac{\hbar\omega}{\nu} b_{nm}(\omega) g_n (n_n - n_m) > \beta_{пор} = \frac{-\ln\sqrt{R_1 R_2}}{L} \equiv \frac{f}{L}.$$

Здесь R_1, R_2 – коэф-ты отражения (по энергии) зеркал; L – длина резонатора; $\beta_{nm}(\omega)$ – коэф. усиления света в активной среде.

б) баланс фаз (оптимальное условие для генерации):

$$2L = m\lambda_m, \quad \lambda_m = \frac{2L}{m}; \quad k_m = m\frac{\pi}{L}, \quad \omega_m = m\frac{\pi v}{L}, \quad T_m = \frac{2L}{mv}, \quad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Для ур-ия резонатора – два зеркала (с $n>1$) вдоль оси z и отсутствие зеркал вдоль осей x и y (диэл. границы с $n<1$) – ур-ние моды колебания (решение волнового ур-ния):

$$E(t,x,y,z) = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0)\cos(k_x x + \varphi_{x0})\cos(k_y y + \varphi_{y0})\cos(k_z z + \varphi_{z0}) =$$
$$= E_0 \cos(\omega t + \varphi_0)\cos(k_x x)\cos(k_y y)\sin(k_z z)$$

Излучение лазера — бегущие волны, соответствующие модам колебаний — моды излучения лазера. Ур-ние моды излучения: $E(t,x,y,z)=E_0\cos(\omega t-k_x x-k_y y-k_z z+\varphi_0)=$
$=E_0\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r}+\varphi_0)$.

Продольные моды — $(0,0,m_z)$ — в плоскости XOY нет узлов.

Поперечные моды — $m_x, m_y\neq 0$ — число узлов в пл-ти XOY.

Спектральный состав излучения лазера:

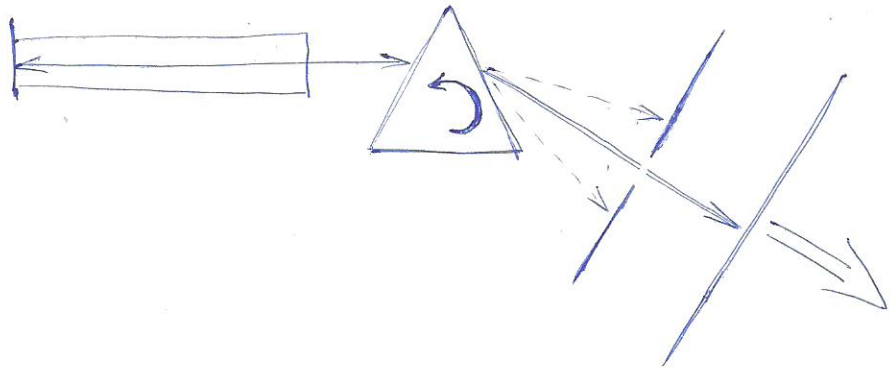
Ширина линий излучения — $\delta\omega$ ($\sim 1/\tau \sim 10^8 c^{-1}$).

Ширина межмодового интервала — $\Delta\omega_z=\frac{\pi v}{L}$ ($\sim 10^9 c^{-1}$).

Ширина полосы усиления — $\Delta\omega_{ус}=\omega_н-\omega_к$ ($\sim 10^{10}\div 10^{14} c^{-1}$).

Одномодовый лазер.

Принципиальная схема. Внутри резонатора — частотный фильтр — дисперсионный элемент (призма, диф. решётка и т.д.) и диафрагма. Преодолимый порог генерации $\beta_{пор}$ создаётся только для узкой области частот.



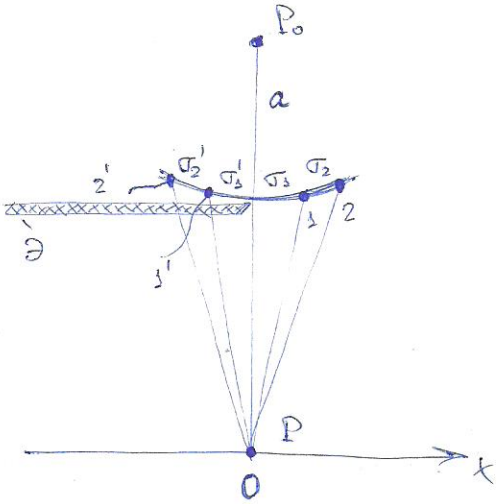
Примеры лазеров: рубиновый лазер, гелий-неоновый лазер, лазер на углекислом газе, лазеры на органических красителях

Билет 17.

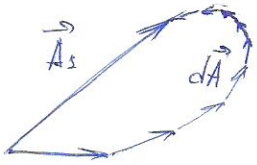
1. Дифракция света. Дифракция на крае полубесконечного экрана и щели. Зоны Шустера, спираль Корню.

см. Билет 16 (п. 1)

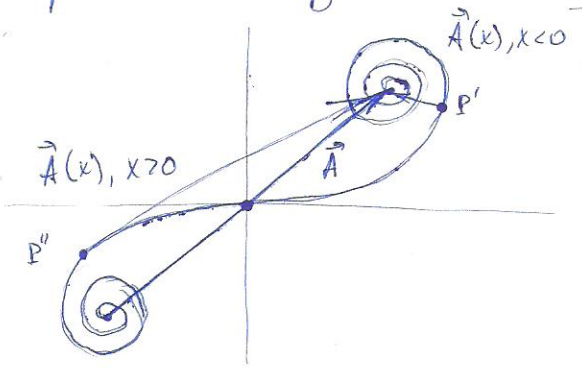
Для решения задачи дифракции на ½ щели или полуплоскости необходимо воспользоваться симметрией задачи и разбить волновой фронт на полуволновые зоны (зоны Шустера), которые, в принципе, аналогичны зонам Френеля. Однако в отличие от последних, площадь зон Шустера убывает по величине.



Пусть сферическая волна падает на непрозрачный экран Э с прямолинейным краем, закрывающим часть волнового фронта. Край экрана перпендикулярен плоскости чертежа. Разобьём сферический фронт радиуса a на зоны Шустера. Через точку P_0 и точки 1 и 1', 2 и 2' и т.д. проводим меридиональные плоскости, параллельные краю экрана. Эти плоскости разбивают фронт на зоны-дольки неравной площади: чем больше номер зоны, тем меньше её площадь. Это означает, что при суммировании в пределах какой-либо зоны величина dA будет уменьшаться в той же пропорции, что и площади зон, поскольку приращение угла ψ для всех dA выбирается одинаковым. Векторная диаграмма для первой зоны изображается следующим образом:



Подобным образом рассчитывается вклад любой зоны. Для расчёта амплитуды в точке P строится векторная диаграмма, называемая спиралью Корню.



Она состоит из двух ветвей, позволяющих учитывать вклад как зон $\sigma_1, \sigma_2, \ldots$, так и зон $\sigma_1', \sigma_2', \ldots$. Длина вектора $\vec{A}$, соединяющего полюсы спиралей (клоиды), равна амплитуде падающей волны.

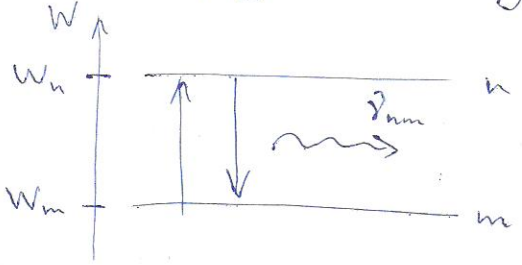
Расчёт дифракции Френеля на бесконечной щели сводится к задаче о дифракции на двух полуплоскостях с учётом открытого числа зон Шустера. Амплитуда дифрагированной волны в данной точке наблюдения определяется как длина вектора м/у двумя точками клотоиды, координаты которых зависят от положения точки наблюдения относительно краёв щели. Как и в случае дифракции Френеля на круглом отверстии, интенсивность дифрагированного света в центре экрана определяется числом открытых полуволновых зон Шустера: если это число чётное, то наблюдается минимум, если нечётное — максимум.

2. Основные представления о квантовой теории излучения света атомами и молекулами. Модель двухуровневой системы. Спонтанные и вынужденные радиационные переходы. Коэффициенты Эйнштейна. Взаимосвязь коэффициентов Эйнштейна, формула Планка.

см. Билет 3 (п.2)

- существуют стационарные состояния атомов, в которых они не излучают и не поглощают свет. В этих состояниях атомы обладают энергиями W_n, образующими дискретный ряд значений — уровни энергии.
- излучаемые или поглощаемые атомами световые волны при переходе с уровня энергии W_n на уровень W_m, монохроматичны с частотой ν_{nm} (ω_{nm}), определяемой условием:

$$h\nu_{nm} = \hbar\omega_{nm} = W_n - W_m.$$



а) <u>спонтанное излучение фотонов</u> с частотой ν_{21}:

атомы самопроизвольно переходят из возбуждённого состояния E_2 на уровень E_1. Число этих переходов в единицу времени пропорционально населённости N_2 верхнего уровня и равно:

$\frac{dN_{2сп}}{dt} = A_{21}N_2$, где A_{21} — <u>коэф. Эйнштейна</u>, характеризующий вероятность спонтанных переходов в единицу времени в расчёте на один атом на верхнем уровне N_2 и имеет смысл величи-

ны обратной среднему времени жизни возбуждённого состояния атома.

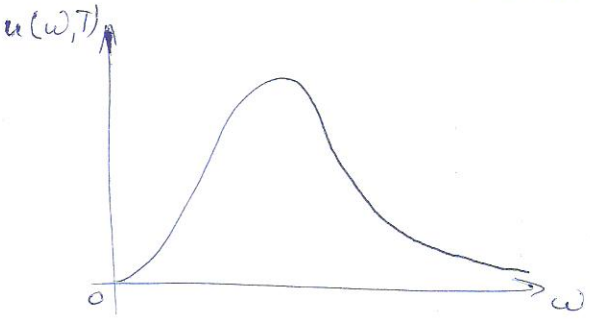
б) вынужденное излучение фотонов с частотой ν_{21}:

атомы переходят из возбуждённого состояния E_2 в состояние E_1 под действием внешнего светового поля. Число таких переходов в единицу времени пропорционально населённости N_2 верхнего уровня и спектральной плотности э/м поля ρ_ν и будет равно: $\frac{dN_{2\,вын}}{dt} = B_{21} N_2 \rho_\nu$, где B_{21} – коэф. Эйнштейна для вынужденного излучения; $(B_{21}\rho_\nu)$ – вероятность индуцированного перехода с излучением фотона, отнесённая к единице времени.

$$\boxed{\frac{A_{nm}}{B_{nm}} = \frac{\hbar\omega_{nm}^3}{\pi^2 c^3}}.$$

Ф-ла Планка для спектральной объёмной плотности энергии теплового излучения:

$$\boxed{u(\omega,T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}}$$



Билет 18.

1. Дифракция света. Недостатки положений принципа Гюйгенса-Френеля. Понятие о теории дифракции Кирхгофа. Уравнение Гельмгольца и интегральная теорема Гельмгольца-Кирхгофа. Дифракционный интеграл Френеля-Кирхгофа. Приближения Френеля и Фраунгофера.

см. Билет 16 (п. 3)

Недостатки принципа Гюйгенса-Френеля:

Если задаётся только одна скалярная волновая функция, то одному и тому же распределению амплитуд и фаз единичных волн будут соответствовать два волновых фронта (рассматриваемые как огибающие единичных сферических волн). Один из фронтов распространяется в одну сторону от поверхности, а другой — в противоположную. Поэтому для однозначности решения приходится принимать дополнительные, не включённые в формулировку задачи предположения о направлении распространения волн и сдвиге их фаз. Другими словами, при такой постановке задачи не задана необходимая информация о том, в какую сторону должны распространяться волны.

Ур-ние Гельмгольца:
(для независящей от времени комплексной амплитуды)

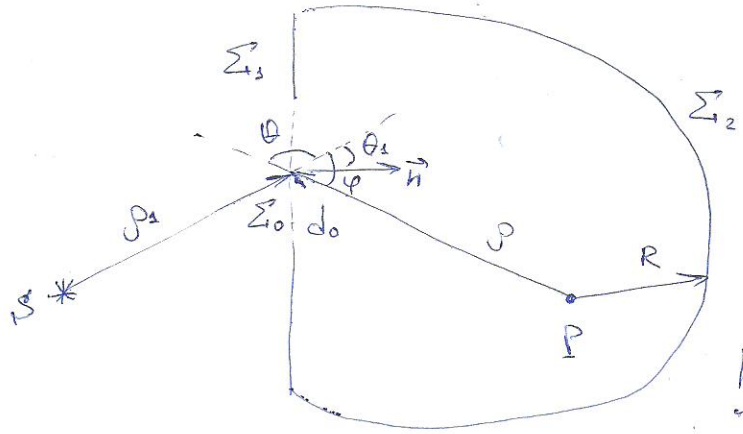
$$\boxed{(\Delta + k^2)A(\vec{r}) = 0}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Δ — лапласиан.

Если решение ур-ния Гельмгольца (комплексная амплитуда $A(\vec{r})$ гармонической волны) имеет непрерывные частные производные первого и второго порядков на заданной поверхности Σ и внутри объёма V, ограниченного этой поверхностью, то имеет место интегральная теорема Гельмгольца-Кирхгофа:

$$\boxed{A(P) = \frac{1}{4\pi}\iint\limits_{\Sigma}\left(A_{\Sigma}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{-ik\rho}}{\rho}\right)\Bigg|_{\Sigma} - \frac{e^{-ik\rho}}{\rho}\cdot\frac{\partial A}{\partial n}\Bigg|_{\Sigma}\right)d\sigma}$$

Пусть монохроматическая волна, идущая от точечного источника S сквозь отверстие Σ_0 в непрозрачном экране Σ_1 создаёт световое возмущение в точке наблюдения P. Проведём вокруг этой точки P замкнутую поверхность $\Sigma = \Sigma_0 + \Sigma_1 + \Sigma_2$



Допустим, что линейные размеры d_0 отверстия Σ_0 велики по сравнению с длиной волны света ($d_0 \gg \lambda$). Тогда разумно принять граничные условия Кирхгофа (приближение Кирхгофа):

- в отсутствие экрана на Σ_0 – $A_{\Sigma_0} = \frac{A_0}{\rho_1} e^{-ik\rho_1}$, $\left.\frac{\partial A}{\partial n}\right|_{\Sigma_0} = \frac{\partial A_{\Sigma_0}}{\partial n}$;
- в области расположения экрана на Σ_1 – $A_{\Sigma_1} = 0$, $\left.\frac{\partial A}{\partial n}\right|_{\Sigma_1} = 0$;
- на поверхности Σ_2 – $A_{\Sigma_2} \to 0$, $\left.\frac{\partial A}{\partial n}\right|_{\Sigma_2} \to 0$ при бесконечном удалении точек поверхности Σ_2 от точки наблюдения P; их вклад убывает в силу того, что световое поле существовало в этой области пространства не всегда и имеет конечную скорость распространения.

$$\boxed{A(P) = \iint\limits_{\Sigma_0} A_{\Sigma_0} \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} \cdot \frac{i}{2\lambda} (\cos\theta_1 - \cos\theta)\, d\sigma}$$ – дифракционный интеграл Френеля – Кирхгофа.

Здесь A_{Σ_0} – комплексная амплитуда поля реального точечного источника S (если учесть принцип суперпозиции, то и совокупности реальных точечных источников, для которых $\cos\theta_1 \sim const$) на поверхности Σ_0 вторичных источников.

2. см. Билет 16 (п. 2)

Билет 19.

1. Дифракция света. Дифракция в дальней зоне как пространственное преобразование Фурье. Комплексная пространственная спектральная амплитуда. Разложение пучка по плоским волнам. Угловой спектр и его ширина.

Пространственное преобразование Фурье.

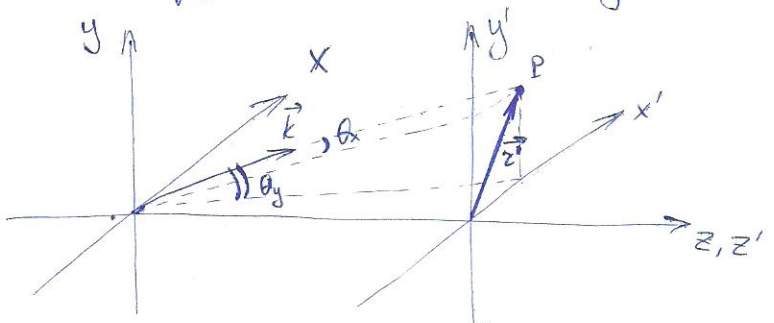
Комплексная амплитуда и интенсивность дифракционной картины в приближении Фраунгофера: $A(P) = \frac{i}{\lambda}\frac{e^{-ikb}}{b}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(x,y)e^{i(k_x x + k_y y)}dx\,dy =$

$$= \frac{i}{\lambda}\frac{e^{-ikb}}{b}A_\Sigma(ik_x, ik_y),$$

$$I(P) = \frac{1}{2}|A(P)|^2 = \frac{1}{2\lambda^2 b^2}|A_\Sigma(ik_x, ik_y)|^2.$$

Пространственные частоты – $k_x = k\sin\theta_x = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{x'}{b}$; $k_y = k\sin\theta_y = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{y'}{b}$;

Угловые координаты точки наблюдения P: θ_x и θ_y.



Комплексная пространственная спектральная амплитуда – прямое пространственное (пространственно-частотное или угловое) преобразование Фурье комплексной амплитуды $A_\Sigma(x,y)$ светового поля:

$$\boxed{A_\Sigma(ik_x, ik_y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(x,y)e^{i(k_x x + k_y y)}dx\,dy.}$$

Комплексную амплитуду светового поля $A(x,y,z)$ в произвольной точке пространства ищем в виде, аналогичном для поля на светящейся поверхности $A_\Sigma(x,y)$: $A(x,y,z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A(ik_x, ik_y, z)e^{-i(k_x x + k_y y)}dk_x dk_y$.

Воспользуемся ур-нием Гельмгольца $(\Delta + k^2)A(x,y,z) = 0$:

$$(\Delta + k^2)\left(A(ik_x, ik_y, z)e^{-i(k_x x + k_y y)}\right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 A(ik_x, ik_y, z)}{\partial z^2} + (k^2 - k_x^2 - k_y^2)A(ik_x, ik_y, z) = 0$$

$A(ik_x, ik_y, z) = A(ik_x, ik_y)e^{-i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}\,z} = A(ik_x, ik_y)e^{-ik_z z}$. В результате:

$$A(x,y,z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(ik_x, ik_y)e^{-i(k_x x + k_y y + k_z z)}dk_x dk_y = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_\Sigma(ik_x, ik_y)e^{-i\vec{k}\vec{R}}dk_x dk_y,$$

где $\vec{R}$ – радиус-вектор произвольной точки пространства относительно точки O – центра светящейся поверхности.

Как видим, ограниченный в пр-ве пучок можно представить в виде суперпозиции (совокупности) плоских волн, распространяющихся в разных направлениях, задаваемых волновым вектором $\vec{k}$ (с независимыми поперечными компонентами k_x и k_y волнового вектора $\vec{k}$).

Интенсивность дифракционной картины $I(P)$ равна:

$$I(P) = \frac{1}{2}|A(P)|^2 = \frac{1}{2\lambda^2 b^2}|A_\Sigma(ik_x, ik_y)|^2.$$

Здесь $|A_\Sigma(ik_x, ik_y)|^2$ — пространственная спектральная плотность или угловой спектр излучения (пучка), заданного комплексной амплитудой $A_\Sigma(x,y)$ светового возмущения на поверхности Σ.

Как и при частотно-временном Фурье-преобразовании, когда ширина частотного спектра $\Delta\omega$ связана с длительностью импульса Δt — $\Delta\omega\Delta t \approx 2\pi$, при пространственно-частотном Фурье-преобразовании ширины углового спектра Δk_x и Δk_y связаны с поперечными линейными размерами пучка l_x и l_y: $\Delta k_{x,y} \cdot l_{x,y} \approx 2\pi$

$$\boxed{\Delta k_{x,y} = \frac{2\pi}{l_{x,y}}}.$$

2. Излучение света. Классическая осцилляторная модель атома. Оценка времени затухания. Естественная форма и ширина линии излучения.

Для излучения света атомом можно использовать классическое описание, если интерпретировать акт излучения фотона частоты ω_0 как кратковременный процесс излучения атомом, обладающим осциллирующим дипольным моментом:

$$p(t) = qx(t) = qx_0\cos\omega_0 t \quad (☆)$$

В этой модели атома предполагается, что внешний (оптический) электрон с зарядом q колеблется вблизи ядра по гармоническому закону, и расстояние x между ядром и электроном меняется с амплитудой x_0 и частотой ω_0.

При излучении атом будет терять энергию, и в конце концов излучение уединённого атома прекратится. Происходит это вследствие торможения электрона излучаемым э/м полем. Поэтому говорят о радиационном затухании осцилляций. Тогда модель осциллятора следует несколько усложнить, включив в (☆) затухание.

Рассчитаем характерное время затухания τ, записав закон движения электрона в виде: $x(t) = x_0 e^{-t/\tau}\cos\omega_0 t$.

Полная механическая энергия W осциллятора массой m (m – масса электрона), равная сумме кинетической $W_к$ и потенциальной $W_п$ энергий, будет убывать по закону:

$$W(t) = W_к(t) + W_п(t) = \frac{m\omega_0^2 x_0^2}{2} e^{-2t/\tau}.$$

Скорость изменения этой энергии во времени связана с излучаемой мощностью законом сохранения энергии: $\frac{dW}{dt} = -P$

$P = \int \langle S \rangle d\sigma = \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$. Тогда имеем:

$$-\frac{2}{\tau}\frac{m\omega_0^2 x_0^2}{2} e^{-2t/\tau} = -\frac{q^2\omega_0^4 x_0^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} e^{-2t/\tau}.$$

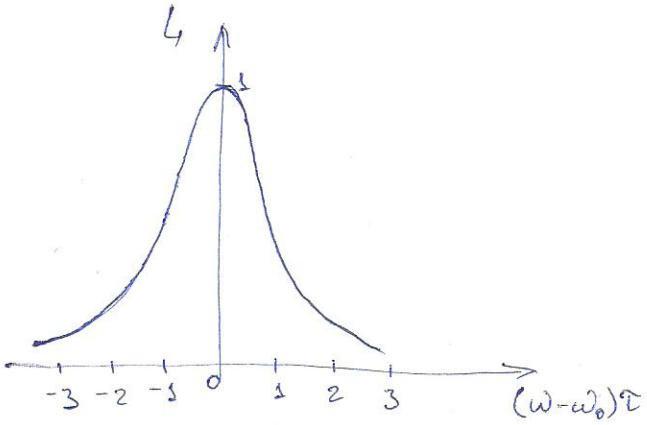
Окончательно: $\boxed{\tau = \frac{6\pi m\varepsilon_0 c^3}{q^2\omega_0^2}}$. Для видимого диапазона ($\omega_0 \sim 10^{16}$ Гц):

$$\boxed{\tau \sim 10^{-8}\ c}$$

Мы получили фундаментальный результат, состоящий в том, что любой уединённый атом после возбуждения излучает э/м волну в течение времени порядка 10^{-8} с.

Естественные флуктуации частоты дают лоренцевскую форму спектральной линии. Спектральная плотность излучения невзаимодействующих атомов описывается лоренцевой ф-цией, а спектральная линия их излучения имеет лоренцевый контур, ширина которого обратно пропорциональна времени радиационного затухания: $\Delta\omega = 2/\tau$. Ширина линии, связанная с радиационным затуханием, наз. <u>естественной шириной</u>.

$L(\omega) = \frac{1}{\tau^2(\omega_0-\omega)^2+1}$ – лоренцева ф-ция. График этой ф-ции наз. лоренцевым контуром.



Билет 20.

1. Тепловое излучение. Излучательная и поглощательная способности вещества и их соотношение. Модель абсолютно чёрного тела. Формула Рэлея-Джинса. Ограниченность классической теории излучения. Формула Планка. Закон Стефана-Больцмана и закон смещения Вина.

Тепловое излучение — свет, излучаемый нагретым телом.

Поглощательная способность тела α — физ. величина, равная отношению энергии света, поглощённого телом $W_{погл}$, к энергии падающего на тело света $W_{пад}$: $\boxed{\alpha \equiv \frac{W_{погл}}{W_{пад}}}$.

„Абсолютно чёрное тело" — тело, полностью поглощающее свет ($\alpha = 1$).

Опыт показывает, что $\alpha = \alpha(\omega, T)$. При этом для каждого тела эта ф-ция своя.

Понятно, что мощность излучения $dP_{изл}$ физически бесконечно малого элемента поверхности в малом интервале частот от ω до $\omega + d\omega$ пропорциональна площади $d\sigma$ этого элемента и ширине интервала $d\omega$: $dP_{изл} = \mathcal{E} d\omega d\sigma$, где коэф-т пропорциональности $\mathcal{E}$ — излучательная способность тела, равная энергии излучения света элементом поверхности единичной площади в единицу времени, в единичном интервале частот (спектральной плотности). Опыт показывает, что $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\omega, T)$.

Закон Кирхгофа:

В состоянии теплового равновесия отношение излучательной способности к поглощательной способности тела не зависит от природы тела и является универсальной (одинаковой для всех тел) ф-цией частоты и температуры тела, называемой излучательной способностью абсолютно чёрного тела:

$$\boxed{\frac{\mathcal{E}(\omega, T)}{\alpha(\omega, T)} = \rho(\omega, T)} \text{ — inv.}$$

Спектральная плотность равновесного излучения $u(\omega, T)$ — объёмная плотность энергии равновесного излучения, приходящегося на единицу длины частотного интервала:

$$u(\omega, T) = \frac{1}{V}\frac{dW}{d\omega}$$

$$\boxed{u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT}$$ — формула Рэлея-Джинса.

Главный недостаток формулы Рэлея-Джинса состоит в предсказываемом ею неограниченном росте спектральной плотности излучения в области высоких частот. Кроме того, из этой формулы следует, что полная энергия теплового излучения равна: $\int_0^\infty u(\omega, T) d\omega = \infty$.

Поскольку эти обстоятельства связаны с коротковолновой частью спектра, то за ними закрепилось название ультрафиолетовой катастрофы или парадокса Рэлея-Джинса.

$$\boxed{u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}}$$ — формула Планка.

З-н Стефана-Больцмана:

Объёмная плотность мощности теплового излучения во всём диапазоне частот возрастает пропорционально четвёртой степени абсолютной температуры тела: $\boxed{u(T) = \sigma T^4}$, где $\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{15 c^3 \hbar^3}$

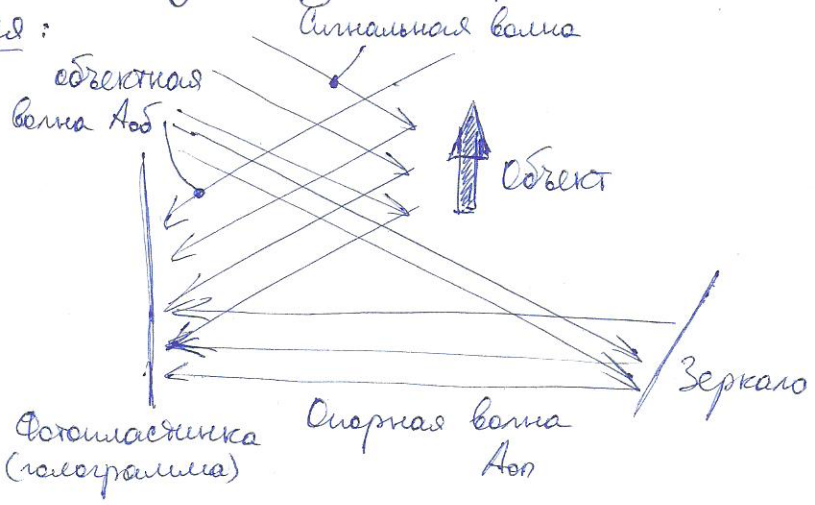
З-н смещения Вина:

Длина волны λ_{max}, на которую приходится максимум спектральной плотности теплового излучения, уменьшается обратно пропорционально абсолютной температуре тела: $\boxed{\lambda_{max} = \frac{const}{T}}$

2. Запись и восстановление светового поля. Голография. Схемы голографической записи и восстановления. Двух- и трёхмерные голограммы.

Основная идея голографии — фотографируется не само объектное световое поле $A_{об}$, идущее от светящегося объекта, а картина интерференции этого поля с когерентной опорной волной $A_{оп}$. Картина интерференции объектной и опорной волн, записанная на фотопластинку, наз. голограммой.

Схема записи светового поля:



Амплитуда светового поля в плоскости фотопластинки есть $A = A_{об} + A_{оп}$, а распределение интенсивности:

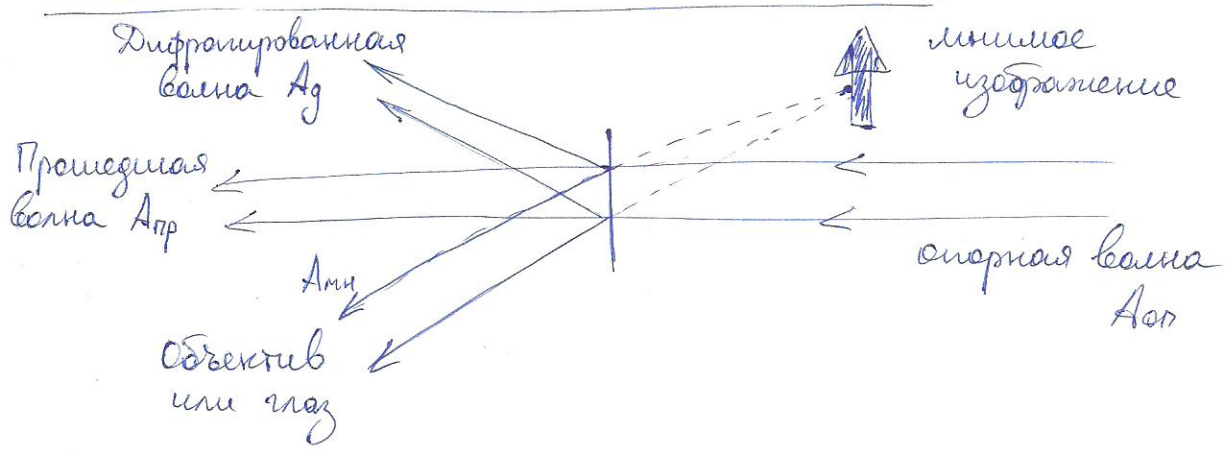
$$I(x,y) = \frac{1}{2}|A(x,y)|^2 = \frac{1}{2}|A_{оп} + A_{об}|^2 =$$

$$= I_{оп} + I_{об} + \frac{1}{2}A_{оп}A_{об}^* + \frac{1}{2}A_{оп}^*A_{об}.$$

Это распределение интенсивности фиксируется на фотопластинке. Важно, что в этом выражении есть слагаемые, содержащие информацию о фазе объектной волны.

Для восстановления светового поля голограмму освещают опорной волной $A_{оп}$. В результате дифракции опорной волны на голограмме возникает несколько световых волн, одна из которых в точности повторяет поле предметной волны.

Схема восстановления светового поля:



В зависимости от геометрической конфигурации светочувствительной среды, в которой зарегистрирована интерференционная картина, различают двумерные и трёхмерные голограммы.

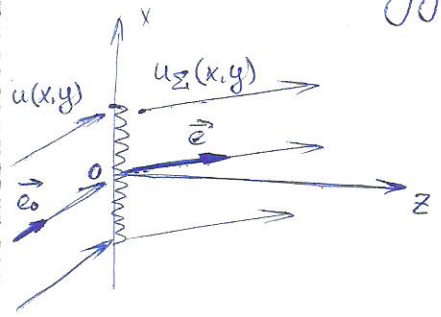
Двухмерная голограмма относится к тому случаю, когда толщина фотоматериала h много меньше пространственного периода Λ регистрируемой интерференционной картины от суперпозиции объектной $A_{об}$ и опорной $A_{оп}$ волн. Отображающие св-ва двухмерной голограммы ограничены. В частности, она неоднозначно восстанавливает волновое поле излучения объекта: кроме истинной объектной волны $A_{об}$ и соответствующего ей истинного изображения объекта в этом случае восстанавливается так называемая сопряжённая дифрагированная волна $A_д$ и соответствующее ей сопряжённое изображение. Источник S, с помощью которого восстанавливается двухмерная голограмма, должен быть строго монохроматичным, поскольку двухмерная голограмма восстановит все соответствующие разным λ изображения, и, как следствие этого, результирующее изображение будет сильно размазано, поскольку падающая волна не будет обладать достаточной степенью временной когерентности.

Трёхмерная голограмма, у которой толщина h много больше Λ, представляет собой наиболее общий случай голографической записи. Она однозначно восстанавливает волновое поле объекта — сопряжённая волна $A_д$ и соответствующее ей сопряжённое изображение отсутствуют. Особенностью трёхмерной голограммы является также способность воспроизводить не только фазу и амплитуду записанного на ней излучения, но и его спектральный состав. Оказывается, что если такую голограмму восстановить источником излучения со сложным спектром (например, лампой накаливания), то она сама выберет из сложного спектра те составляющие, которые участвовали в её записи. Св-во спектральной селективности трёхмерной голограммы обусловлено интерференцией волн, отражённых трёхмерной последовательностью пучностей зарегистрированной на голограмме стоячей волны. Эти волны складываются синфазно и взаимно усиливают друг друга только для одной монохроматической составляющей, той, которой экспонировалась голограмма при её записи. Т.к. любая светочувствительная среда имеет конечную толщину, то все голограммы фактически трёхмерны. Трёхмерность голографической записи особенно выявляется в том случае, когда длина волны регистрируемого на голограмме излучения намного меньше толщины светочувствительного материала.

Билет 21.

1. Дифракция на одномерных периодических структурах. Ф-ция (комплексный коэффициент) пропускания (отражения). Фактор многоволновой интерференции. Интерференционная ф-ция Лауэ. Угловая ширина главных максимумов. Амплитудная и фазовая решётки.

Дифракционной решёткой является любое устройство, обеспечивающее периодическую модуляцию вдоль одного направления амплитуды и фазы падающей волны.



При падении на решётку плоской волны возмущение на её поверхности:

$$U(x,y) = U_0 e^{-ike_{0x}x - ike_{0y}y}.$$

Модуляционные св-ва решётки задаются комплексной ф-цией пропускания (отражения):

$$\boxed{t(x) = \frac{U_\Sigma(x,y)}{U(x,y)} = |t(x)| e^{-i\Phi(x)}}$$

, где $U_\Sigma(x,y)$ – возмущение, проходящее через решётку.

Эта ф-ция периодична: $t(x) = t(x+d)$.
Величина d наз. периодом решётки.

По характеру модуляции решётки подразделяются на амплитудные и фазовые. Для амплитудных решёток $\Phi(x) = 0$, для фазовых $|t(x)| = 1$.

Пусть исследуемый объект представляет собой идеальный кристаллический образец, характеризуемый кристаллической решёткой, узлы которой описываются трансляционными векторами вида: $\vec{T} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c}$, где $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – базисные векторы; u, v, w – произвольные целые числа. Для упрощения расчётов облучаемый образец кристалла рассматривается в форме параллелепипеда. Узловые ряды, направленные вдоль базисных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ содержат N_1, N_2, N_3 узлов соответственно. След-но, рассматриваемый кристаллический образец содержит $N = N_1 N_2 N_3$ узлов.

$$\boxed{\mathcal{L} = \frac{\sin^2(N_1\psi_1)}{\sin^2\psi_1}\cdot\frac{\sin^2(N_2\psi_2)}{\sin^2\psi_2}\cdot\frac{\sin^2(N_3\psi_3)}{\sin^2\psi_3}}$$ — интерференционная функция Лауэ.

Здесь $\psi_1 = \frac{\pi}{\lambda}(\vec{\Delta s}\,\vec{a})$; $\psi_2 = \frac{\pi}{\lambda}(\vec{\Delta s}\,\vec{b})$; $\psi_3 = \frac{\pi}{\lambda}(\vec{\Delta s}\,\vec{c})$.

$$\boxed{\delta\varphi_m = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{m^2\lambda^2}{d^2}}}\cdot\frac{2\lambda}{Nd}}$$ — угловая ширина главных максимумов.

2. Излучение света атомами и молекулами. Квантовые свойства света. Фотоэлектрический эффект. Эффект Комптона. Квантовые свойства атомов, постулаты Бора.

см. Билет 17 (п. 2)

Фотоэффект — явление испускания электронов веществом под действием света — фотоэлектронная эмиссия.

3-ны фотоэффекта:

а) Существует фототок насыщения, сила которого $I_{нас}$ прямо пропорциональна интенсивности падающего света I.

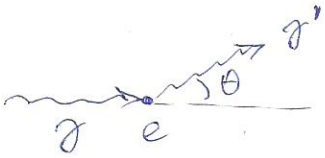
б) Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов $W_{max} = eV_{зап}$ не зависит от интенсивности I падающего света, а линейно зависит от частоты ν падающего света.

в) Существует минимальная частота падающего света ν_{min} — красная граница фотоэффекта ($h\nu_{min} = A_{вых}$), при которой ещё наблюдается фотоэффект.

Для объяснения з-нов фотоэффекта пришлось предположить, что свет обладает корпускулярными св-вами (гипотеза Эйнштейна).

$$\boxed{h\nu = A_{вых} + W_{max}}$$ — ф-ла Эйнштейна для фотоэффекта.

Эффект Комптона — явление увеличения длины э/м волны (рентгеновских лучей) при её рассеянии на свободном электроне (слабо связанном электроне лёгких атомов).



$\boxed{\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_k(1-\cos\theta)}$, где $\lambda_k \equiv \frac{h}{m_e c}$ — комптон. длина волны электрона.

Изменение длины волны $\Delta\lambda$ не зависит от длины волны λ рассеиваемой волны и от материала рассеивающего тела, но зависит от направления рассеяния (как в эксперименте).

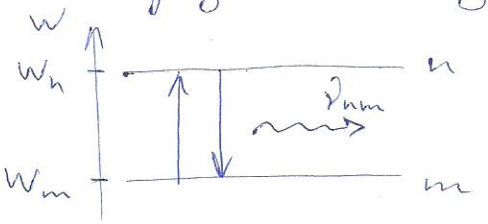
Гипотеза Макса Планка о квантовании энергии осциллятора + модель атома Резерфорда ⇒ теория водородоподобного атома Бора.

Постулаты Бора:

1) Существуют стационарные состояния атомов, в которых они не излучают и не поглощают свет. В этих состояниях атомы обладают энергиями W_n, образующими дискретный ряд значений — уровни энергии.

2) Излучаемые или поглощаемые атомами световые волны при переходе с уровня энергии W_n на уровень W_m, монохроматичны с частотой ν_{nm} (ω_{nm}) определяемой условием:

$$h\nu_{nm} = \hbar\omega_{nm} = W_n - W_m.$$



Билет 22.

1. Дифракция на многомерных периодических структурах. Прямоугольные дифракционные решётки. Трёхмерная структура. Уравнения Лауэ. Условие Брэгга-Вульфа. Понятие о рентгеноструктурном анализе.

см. Билет 21 (п. 1)

Уравнения Лауэ — полная система уравнений для углов $\alpha_x; \alpha_y, \alpha_z$, определяющих направления на главные максимумы дифракционной картины при дифракции плоской волны в кристалле, углов м/у направлением на точку наблюдения и осями координат.

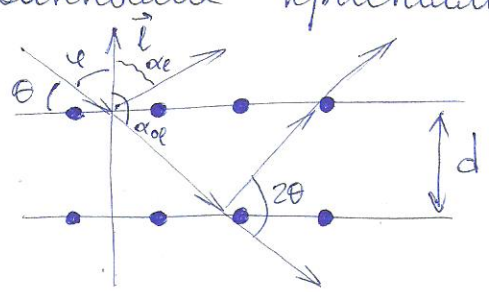
$$\begin{cases} \cos\alpha_x - \cos\alpha_{0x} = m_x \dfrac{\lambda}{d_x}, \\ \cos\alpha_y - \cos\alpha_{0y} = m_y \dfrac{\lambda}{d_y}, \\ \cos\alpha_z - \cos\alpha_{0z} = m_z \dfrac{\lambda}{d_z}; \end{cases}$$

где $\alpha_{0x}, \alpha_{0y}, \alpha_{0z}$ — углы м/у направлением падающей плоской волны и осями координат. При этом в соответствии с т. Пифагора:

$$\cos^2\alpha_x + \cos^2\alpha_y + \cos^2\alpha_z = 1,$$

$$\cos^2\alpha_{0x} + \cos^2\alpha_{0y} + \cos^2\alpha_{0z} = 1.$$

Для получения дифракционных картин используют либо рентгеновское излучение с широким частотным спектром, либо вращают кристалл относительно монохроматического пучка рентгеновского излучения с помощью специального гониометрического устройства, меняя углы $\alpha_{0x}, \alpha_{0y}, \alpha_{0z}$, либо используют поликристаллический образец с сильно разориентированными кристалликами.



Условие интерференционного усиления волн, идущих от совокупности параллельных атомных плоскостей:

$$\cos\alpha_l - \cos\alpha_{0l} = m\frac{\lambda}{d}.$$

Поскольку $\alpha_l = \varphi$ и $\alpha_{0l} = \pi - \varphi$, то условием дифракции будет условие Брэгга-Вульфа: $\boxed{2d\cos\varphi = m\lambda \text{ или } 2d\sin\theta = m\lambda}$, где d — расстояние м/у плоскостями, φ — угол падения, θ — угол скольжения, 2θ — угол дифракции, $m \in \mathbb{Z}$.

Рентгеноструктурный анализ — один из дифракционных методов исследования структуры вещества. В основе данного метода лежит явление дифракции рентгеновских лучей на трёхмерной кристаллической решётке. Метод позволяет определять атомную структуру вещества, включающую в себя пространственную группу элементарной ячейки, её размеры и форму, а также определить группу симметрии кристалла.

2. Резонансное усиление света. Линейные коэффициенты поглощения и усиления среды. Инверсная заселённость энергетических уровней. Воздействие светового потока на заселённость уровней. Получение инверсной заселённости с помощью трёхуровневой системы. Зависимость коэффициента усиления от частоты.

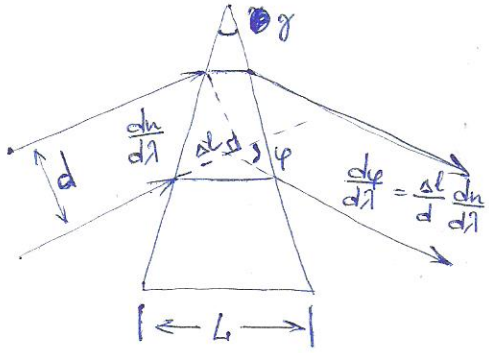
см. Билет 3 (п. 2).

Билет 23.

1. Спектральный анализ с пространственным разложением спектра. Спектральные приборы и их характеристики. Призма. Дифракционная решётка.

см. Билет 15 (п. 1)

Призма:



Аппаратная ф-ция: $I(\theta) = I_0 \frac{d^2}{\lambda b} \mathrm{sinc}^2\left(\frac{k\sin(\theta-\varphi)}{2} d\right)$

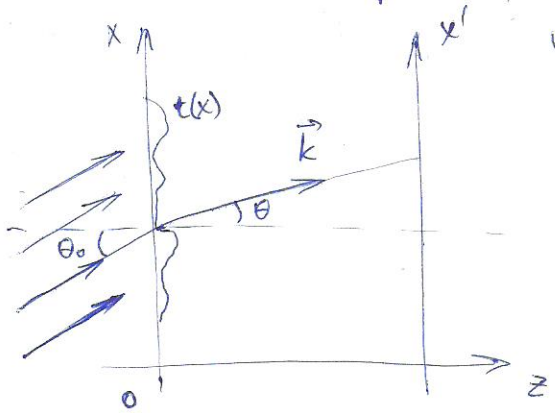
Усл. максимума: $\frac{k\sin(\theta-\varphi)}{2} d = 0 \Rightarrow \theta = \varphi$ и $\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d\varphi}{d\lambda}$

Усл. минимума: $\frac{k\sin(\theta-\varphi)}{2} d = \pi \Rightarrow \theta \approx \varphi + \frac{\lambda}{d}$

Усл. дисперсии: $\mathcal{D}_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\Delta l}{d}\frac{dn}{d\lambda}$

Разрешающая способность: $R = \lambda/\delta\lambda = \Delta l \left|\frac{dn}{d\lambda}\right|$; $R_{max} = L\left|\frac{dn}{d\lambda}\right|$.

Дифракционная решётка:



Аппаратная ф-ция: $I(\theta) = I_1(\theta)\frac{\sin^2 N\delta}{\sin^2\delta}$, где

$\delta = k\frac{\sin\theta - \sin\theta_0}{2} d = k\frac{\Delta(\theta)}{2}$

Усл. главных максимумов: $\Delta = d(\sin\theta - \sin\theta_0) = m\lambda$

Усл. ближайших минимумов:

$\Delta = d(\sin\theta - \sin\theta_0) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda$

Порядок дифракции: $m = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{d(\sin\theta - \sin\theta_0)}{\lambda}$

Уг. дисперсия: $D_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$.

Разрешающая способность: $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$, $R_{max} = N m_{max} = N\frac{d}{l} = \frac{L}{l}$

2. Наведённая анизотропия оптических свойств. Фотоупругость. Эффекты Поккельса и Керра. Явление Коттон-Мутона, эффекты Зеемана и Фарадея.

Механо- (электро-, магнито-) оптические эффекты — изменение оптических характеристик среды под внешним механическим (электрическим, магнитным) воздействием.

Фотоупругость — двойное лучепреломление в кристаллах при их односторонней сжатии и растяжении.

$$n_e - n_o = \Delta n(\omega) = \gamma(\omega)\frac{F}{S}\ ;\ \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o)l$$

Электрооптический эффект Поккельса - двойное лучепреломление в кристаллах при воздействии электрического поля.

$$\Delta n = n_e - n_o = \gamma E$$

Квадратичный эффект Керра — двойное лучепреломление в изотропных жидкостях и других центрально-симметричных средах под действием сильного постоянного электрического поля напряжённостью E.

$$\Delta n = n_e - n_o = \gamma E^2$$

Явление Коттон-Мутона — квадратичный магнитооптический эффект в поперечном магнитном поле.

$$\Delta n = n_e - n_o = \gamma B^2.$$

Эффект Зеемана — расщепление спектральных линий испускания и поглощения в продольном и поперечном магнитных полях.

Эффект Фарадея — явление вращения плоскости поляризации в продольном магнитном поле из-за изменения показателей преломления среды для циркулярно право- и левополяризованного света (циркулярное двулучепреломление).

Билет 24.

1. Излучение света. Классическая осцилляторная модель атома. Оценка времени затухания. Естественная форма и ширина линии излучения.

см. Билет 19 (п. 2)

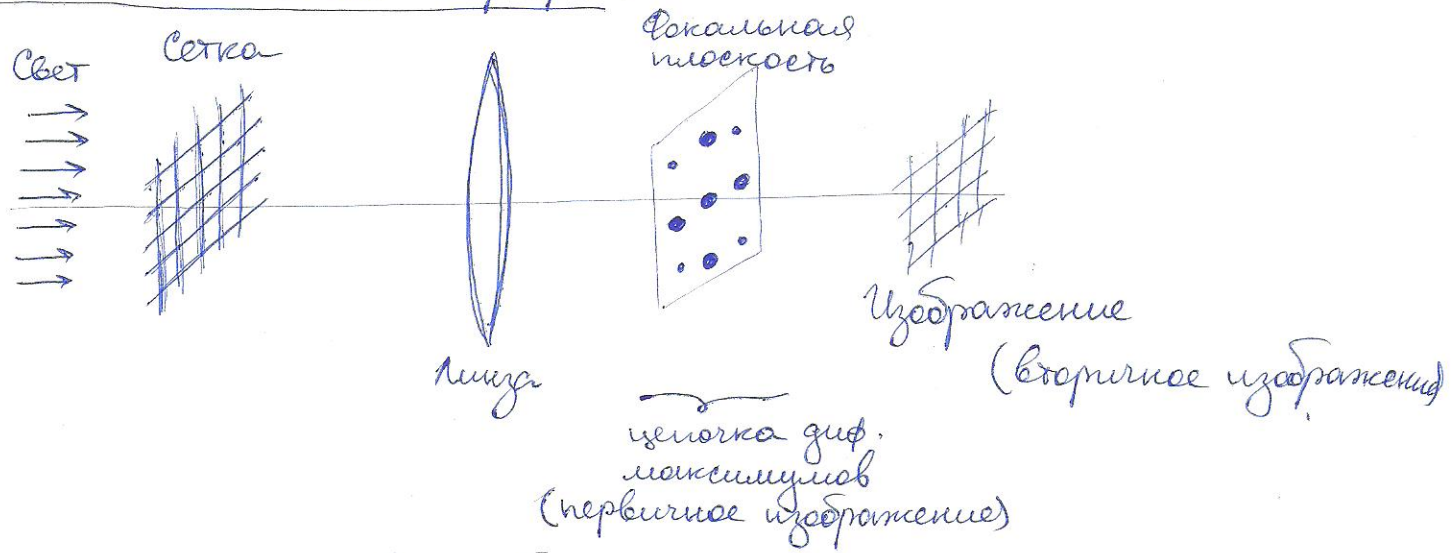
2. Основы дифракционной теории формирования изображения Аббе. Пространственная фильтрация изображения. Опыт Аббе-Портера. Специальные методы наблюдения фазовых объектов. Метод тёмного поля. Метод фазового контраста.

I этап: линза в своей фокальной плоскости осуществляет пространственный Фурье-анализ светового поля светящегося объекта.

II этап: в процессе свободной дифракции осуществляется пространственный Фурье-синтез изображения.

Пространственная фильтрация изображения — изменение изображения объекта посредством модификации пространственных спектральных компонент светового поля объекта.

Схема опыта Аббе-Портера:



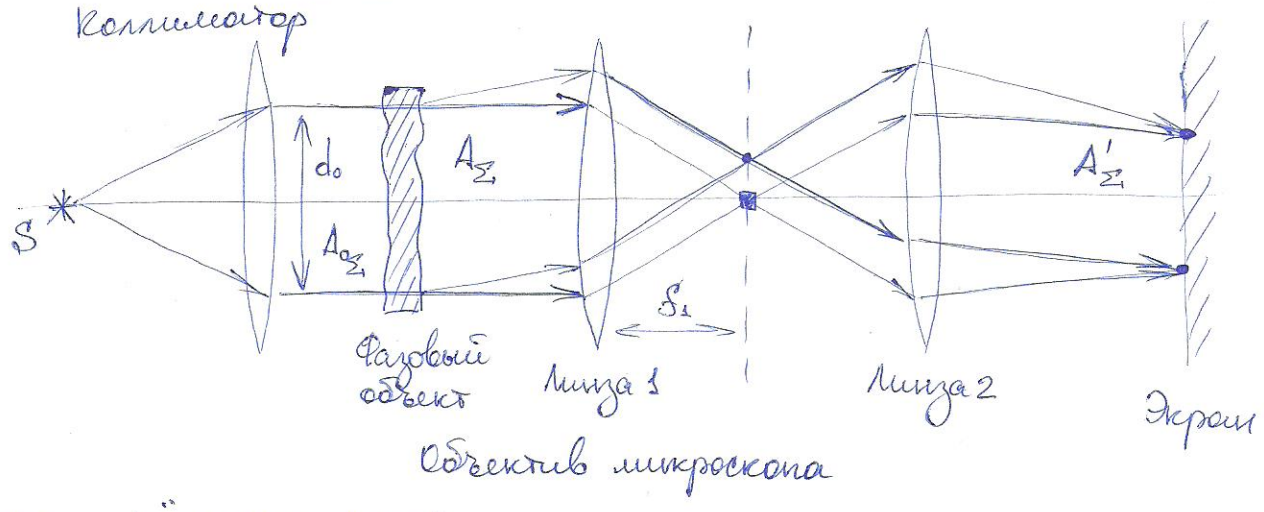
Рассмотрим фазовые объекты, которые практически не поглощают свет $|t(x,y)| \sim 1$ и слабо меняют его фазу $|\Phi(x,y)| \ll 1$:

$$t(x,y) = |t(x,y)|\, e^{-i\Phi(x,y)} \approx 1 - i\Phi(x,y)$$

$$A_\Sigma(x,y) \approx A_{0\Sigma}(x,y)(1 - i\Phi(x,y)) = A_{0\Sigma}(x,y) - i A_{0\Sigma}(x,y)\Phi(x,y),$$

$$I_\Sigma(x,y) = \frac{1}{2}|A_\Sigma| = I_{0\Sigma}(x,y)|t(x,y)|^2 \approx I_{0\Sigma}(x,y)(1+\Phi^2(x,y)) \approx I_{0\Sigma}(x,y). \quad (A)$$

Схема наблюдения объекта в микроскопе:



Метод тёмного поля.

В заднем фокусе объектива микроскопа — непрозрачный диск, закрывающий кружок Эйри:

$$A'_\Sigma(x,y) \approx A_{0\Sigma}(x,y) - iA_{0\Sigma}(x,y)\Phi(x,y) - A_{0\Sigma}(x,y) \approx -iA_{0\Sigma}(x,y)\Phi(x,y)$$

$$I'_\Sigma(x,y) \approx I_{0\Sigma}(x,y)\Phi^2(x,y)$$

Изменения интенсивности будут такими же малыми, как и в (A), однако более заметными, поскольку средняя освещённость отсутствует (отсюда и название метода).

Метод фазового контраста.

Фазовый рельеф преобразуется в амплитудный рельеф с помощью фазовой пластинки, перекрывающей кружок Эйри. Пластинка толщиной $d = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4(n-1)}$ осуществляет изменение фазы $\Delta\varphi$: $\Delta\varphi = k(n-1)d = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)d = (2m+1)\frac{\pi}{2}$

$$e^{-i\Delta\varphi} = e^{-i(2m+1)\frac{\pi}{2}} = -i(-1)^m;$$

$$A'_\Sigma(x,y) \approx -i(-1)^m A_{0\Sigma}(x,y) - iA_{0\Sigma}(x,y)\Phi(x,y),$$

$$I'_\Sigma(x,y) \approx I_{0\Sigma}(x,y)(1 + 2(-1)^m\Phi(x,y)).$$

При $m = 2l+1$ — тёмный, а при $m = 2l$ — светлый фазовый контраст.

Билет 25.

1. Излучение ансамбля статистически независимых осцилляторов. Ударное и допплеровское уширения спектральной линии. Понятие об однородном и неоднородном уширении.

Если атомы излучают независимо друг от друга, что типично для нелазерных источников, то квадратуры являются суммой большого числа статистически независимых случайных величин. В соответствии с центральной предельной теоремой при $N \to \infty$ распределение плотности вероятности суммы независимых случайных величин, имеющих произвольную статистику, стремится к нормальному (гауссову) распределению.

$$\boxed{\omega(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right)}$$ — распределение Рэлея случайной величины A для ансамбля независимых осцилляторов.

Столкновение атомов приводит к уменьшению времени жизни возбуждённого состояния. Уменьшение времени жизни влечёт увеличение ширины спектральной линии излучения как отдельного атома, так и всего ансамбля. Такое уширение наз. ударным. Оно относится к однородному уширению, поскольку в одинаковой степени уширяются контуры спектральных линий излучения каждого атома.

Поскольку атомы находятся в тепловом движении, то наблюдатель вследствие эффекта Допплера будет регистрировать цуги волн с разными частотами ω. Допплеровское уширение относится к неоднородному уширению, поскольку разные атомы вносят вклад в суммарное излучение с разными частотами.

2. Запись и восстановление светового поля. Голография. Схемы голографической записи и восстановления. Двух- и трёхмерные голограммы.

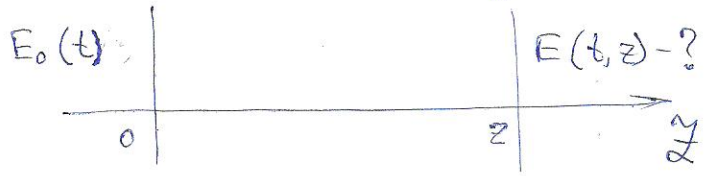
см. Билет 20 (п. 2)

Билет 26.

1. Тепловое излучение. Излучательная и поглощательная способности вещества и их соотношение. Модель абсолютно чёрного тела. Формула Рэлея-Джинса. Ограниченность классической теории излучения. Формула Планка. Закон Стефана-Больцмана и закон смещения Вина.

см. Билет 20 (п. 1)

2. Распространение светового импульса в диспергирующей среде. Фурье-анализ, спектральное преобразование и Фурье-синтез волнового поля. Фазовая и групповая скорости. Формула Рэлея. Дисперсионное расплывание волновых пакетов. Дисперсионная длина светового импульса.



Три этапа решения:

1) Фурье-анализ входного импульса:

$$E_0(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} E_0(i\omega)e^{i\omega t}d\omega, \text{ где } E_0(i\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(t')e^{-i\omega t'}dt'$$

2) Преобразование спектральных компонент входного импульса диспергирующей средой:

$$E(i\omega, z) = E_0(i\omega)e^{-ik(\omega)z}$$

3) Фурье-синтез импульса на выходе:

$$E(t,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} E(i\omega,z)e^{i\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E_0(t')e^{-ik(\omega)z}e^{i\omega(t-t')}d\omega dt'.$$

Фазовая скорость — скорость перемещения точки, обладающей постоянной фазой колебательного движения, в пространстве вдоль заданного направления.

Групповая скорость — это величина, характеризующая скорость распространения „группы волн" (волнового пакета), т.е. более или менее хорошо локализованной квазимонохроматической волны (волны с достаточно узким спектром).

$$\boxed{I = I_0 \frac{\omega^4}{(4\pi c^2 r)^2} 4(n-1)^2 \frac{V}{N} \sin^2\theta}$$ – формула Рэлея для рассеяния света в разрежённых газах.

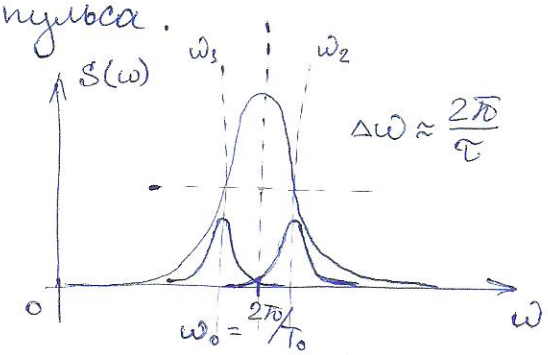
Здесь n – показатель преломления среды, N – число молекул в объёме V, θ – угол рассеяния.

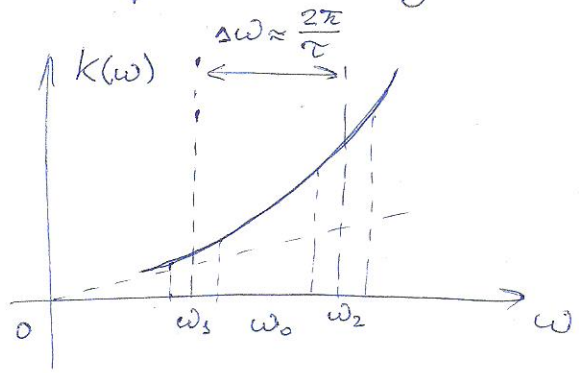
В линейных прозрачных средах с дисперсией второго или более порядков групповая скорость $u(\omega)$ зависит от частоты света, имеет место дисперсия групповых скоростей.

$$k(\omega) = k_0 + k_0'(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}k_0''(\omega-\omega_0)^2 + \dots,$$

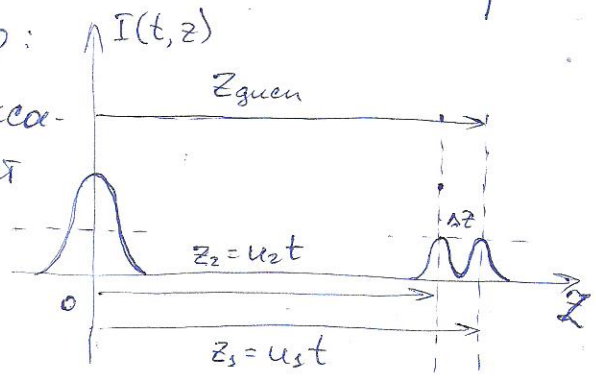
$$u(\omega) = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{dk/d\omega} = \frac{1}{k_0' + k_0''(\omega-\omega_0) + \dots}.$$

∡ два небольших узкополосных волновых пакета с частотами ω_1 и ω_2 на краях частотного интервала исходного светового импульса.





Эти пакеты вначале находятся вместе в начале координат, а затем распространяются в пространстве с разными групповыми скоростями u_1 и u_2. За время t эти пакеты пройдут расстояния z_1 и z_2 соответственно:



В точке с координатой z_1 после фиксации первого пакета второй пакет будет зафиксирован ч/з время:

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{u_2} = \frac{u_1-u_2}{u_2}t = \frac{u_1-u_2}{u_1 u_2} z_1$$

Из-за этой задержки м/у пакетами начнёт увеличиваться длительность импульса примерно на ту же величину. Выберем расстояние $z_{дисп}$ такое, чтобы задержка м/у пакетами Δt равнялась длительности импульса τ в начале процесса, и назовём её дисперсионной длиной импульса в данной среде.

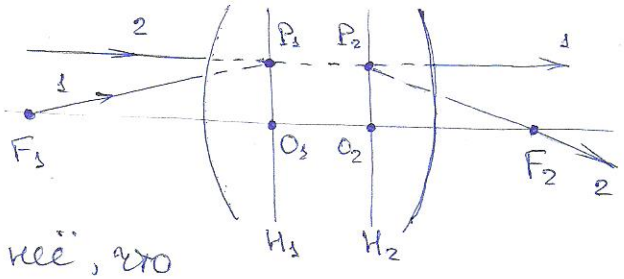
Дисперсионная длина светового импульса в среде — расстояние вдоль направления распространения светового импульса в прозрачной диспергирующей среде, на котором его длительность увеличивается вдвое. (81)

Билет 27.

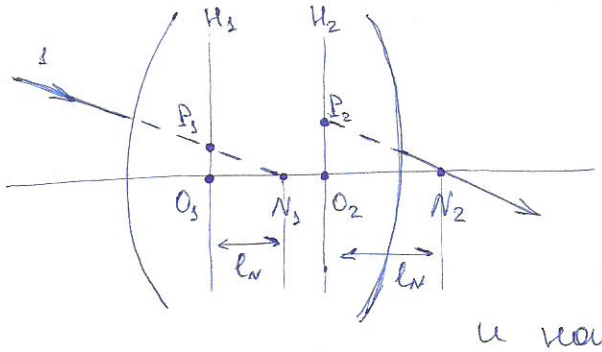
1. Геометрическая оптика. Кардинальные элементы оптической системы — узловые точки, главные и фокальные плоскости. Построение изображений с помощью кардинальных элементов.

Установим св-ва сопряжённых плоскостей, в которых находятся предмет (объект) и его изображение. Первой фокальной плоскостью называется плоскость, сопряжённая с бесконечно удалённой в положительном направлении плоскостью. Соответственно вторая фокальная плоскость сопряжена с бесконечно удалённой в отрицательном направлении плоскостью. Свет, идущий от бесконечно удалённого предмета (параллельный пучок), фокусируется в одной из фокальных плоскостей. Если на выходе получается расходящийся пучок, то продолжения лучей пересекаются в одной из этих плоскостей.

Среди бесконечного числа пар сопряжённых плоскостей особое место занимают две главные плоскости, для нахождения которых ∡ ход лучей ч/з систему:



Луч 1, идущий из первого фокуса F_1, выходит параллельно главной оптической оси. Луч 2, идущий параллельно главной оптической оси на том же удалении от неё, что и выходящий луч 1, проходит ч/з второй фокус F_2. Если ч/з точки P_1 и P_2, находящиеся на пересечениях продолжения лучей, провести две плоскости H_1 и H_2, перпендикулярные оптической оси, то они и будут главными плоскостями. Точки O_1 и O_2 наз. главными точками.



У такой системы на оптической оси существуют две узловые точки. Если падающий наклонно к оси луч направлен на одну узловую точку, то выходящий луч будет параллелен падающему и направлен на вторую узловую точку. На рисунке луч 1 проходит 2/3 узловые точки N_1 и N_2. Узловые точки находятся на одинаковом расстоянии l_N от соответствующих главных плоскостей, т.к. $O_1P_1 = O_2P_2$, а выходящий луч параллелен падающему.

2. Основные схемы двухволновой интерференции. Метод деления волнового фронта и метод деления амплитуды. Характерные особенности методов. Примеры реализации методов. Интерференция при естественных условиях в тонких плёнках.

см. Билет 11 (п. 1)

Билет 28.

1. Световые пучки и импульсы. Модели реальных световых волн. Квазиплоская гармоническая волна. Квазигармоническая волна. Случайно модулированные волны. Энергетика световых пучков и импульсов.

~~В оптическом диапазоне могут формироваться направленные пучки света, которые распространяются преимущественно вдоль одной координатной оси. В поперечном же направлении амплитуда быстро спадает от середины пучка к его периферии.~~

Реальные световые волны модулированы (т.е. изменяются) по координатам и времени. Модуляция в пространстве означает изменение волны в пр-ве с характерным размером модуляции d ($d \gg \lambda$). В случае модуляции по времени волна изменяется с характерным временем модуляции τ ($\tau \gg T$).

Световой пучок — световая волна, модулированная в пр-ве.

Световой импульс — световая волна, модулированная во времени.

Квазиплоская волна — волна, описывающая световой пучок.

Ур-ние квазиплоской волны: $\boxed{f(t,z) = a(x,y)\cos(\omega t - kz + \varphi_0)}$. Отличие от плоской волны состоит в том, что $a = a(x,y)$ — волна модулирована.

Квазигармоническая волна — $\boxed{f(t,z) = a(t,x,y)\cos(\omega t - kz + \varphi_0(t))}$.

Пусть имеется источник света размером D, состоящий из большого числа N элементарных источников, линейные размеры которых равны d. Примером элементарных источников могут быть атомы. $N \sim 10^{19} \div 10^{22}$, $d \sim 10^{-10} \div 10^{-9}$ м.

Очевидно, $z_i \gg \frac{d_i^2}{4\lambda} \Rightarrow$ волну от каждого источника можно считать сферической.

$$f(t,x,y,z) = \sum_i \frac{a_i \cos(\omega t - kz_i + \varphi_{0i})}{r_i} = \frac{1}{r}\sum_i \cos(\omega t - kr + \varphi_{0i}) = \frac{a}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi_0).$$

Время существования цуга волны τ равно по порядку величины $\sim 10^{-13}$ с, а время разрешения приборов τ_p соответственно 0,1 с для глаза, $10^{-2} \div 10^{-4}$ для фотопластинки, 10^{-10} для ФЭУ. Во всех случаях $\tau \ll \tau_p$. Это значит, что показания прибора есть усреднение по времени принимаемых сигналов. $\tilde{a}$ и $\tilde{\varphi}_0$ — случайно изменяющиеся величины.

$\boxed{f(t,z) = \tilde{a}\cos(\omega t - kz + \tilde{\varphi}_0)}$ — ур-ние случайномодулированной плоской волны.

Пучок описывается ур-нием $E(t,x,y,z) = E_0(x,y)\cos(\omega t - kz + \varphi_0)$. Пучок характеризуется площадью поперечного сечения σ, мощностью. Мощность пучка P есть величина $P = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} I(x,y)\,dx\,dy = I_{эфф}\sigma$, $I_{эфф} = \frac{P}{\sigma}$,

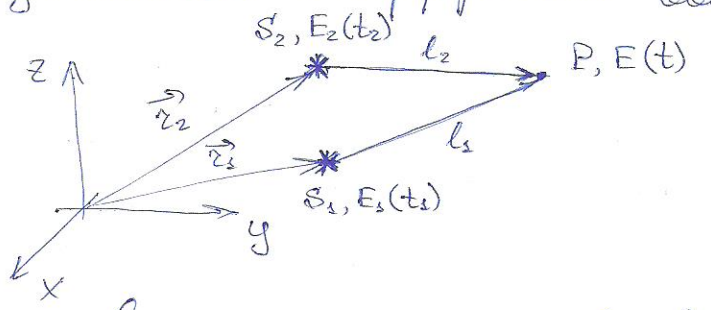
$$E_{эфф} = \sqrt{2 I_{эфф}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}}}.$$

Импульс описывается ур-нием $E(t,x,y,z) = E_0(t,x,y)\cos(\omega t - kz + \varphi_0(t))$. Импульс характеризуется полной энергией W, площадью поперечного сечения σ и характерным временем модуляции (длительностью) τ.

$$W = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} I(t,x,y)\,dx\,dy\,dt = I_{эфф}\,\sigma\tau = P_{эфф}\,\tau, \text{ где } P_{эфф} = \frac{W}{\tau},\ I_{эфф} = \frac{W}{\sigma\tau}.$$ (84)

2. Комплексная ф-ция корреляции и степень когерентности. Пространственно-временная корреляция. Временная корреляция. Однородное и изотропное световое поле.

Общая схема двухволновой интерференции волн от вторичных источников света:



∡ две пространственно-временные точки светового поля S_1 и S_2, определяемые радиус-векторами $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ и моментами времени t_1, t_2. Пусть световое поле в этих точках создаётся квазигармонической э/м волной со случайной временной модуляцией ($\tau \gg T_0$), излучаемой протяжённым источником:

$$\hat{E}_{1,2}(t_{1,2}) = a_{1,2}(t_{1,2})\,e^{i(\omega_0 t_{1,2} + \varphi_{0_{1,2}}(t_{1,2}))} = A_{1,2}(t_{1,2})\,e^{i\omega_0 t_{1,2}}$$

Ф-ла двухволновой интерференции стационарного излучения в комплексной форме: $I = \langle E^2(t)\rangle = I_1 + I_2 + \mathrm{Re}\langle \hat{\Gamma}_{12}(\Delta\tau)\rangle$.

<u>Комплексная ф-ция</u> пространственно-временной (взаимной) <u>корреляции</u> стационарных колебаний поля в разных точках пр-ва в моменты времени, отстоящие на $\Delta\tau$:

$$\hat{\Gamma}_{12}(\Delta\tau) \equiv \langle \hat{E}_1(t)\,\hat{E}_2^*(t+\Delta\tau)\rangle = \langle A_1(t)\,A_2^*(t+\Delta\tau)\rangle\,e^{-i\omega_0\Delta\tau}.$$

<u>Комплексная степень</u> пространственно-временной (взаимной) <u>когерентности</u> колебаний $\hat{\gamma}_{12}(\Delta\tau)$ в точках S_1 и S_2:

$$\hat{\gamma}_{12}(\Delta\tau) \equiv \frac{\hat{\Gamma}_{12}(\Delta\tau)}{2\sqrt{I_1 I_2}} = \underbrace{\gamma_{12}(\Delta\tau)}_{\text{степень пр.-вр. когерентности колебаний.}}\,e^{-i(\omega_0\Delta\tau - \psi_{12}(\Delta\tau))}$$

∡ суперпозицию стационарных волн, полученных от одной точки волнового поля: $\hat{E}_{1,2}(t_{1,2}) = \sqrt{\alpha_{1,2}}\,\hat{E}_0(t_{1,2})$. В этом случае:

$$\hat{\Gamma}_{12}(\Delta\tau) = \sqrt{I_1 I_2}\,\frac{1}{I_0}\langle \hat{E}_0(t)\,\hat{E}_0^*(t+\Delta\tau)\rangle = \sqrt{I_1 I_2}\,\frac{1}{I_0}\,\hat{\Gamma}(\Delta\tau), \text{ где}$$

$\hat{\Gamma}(\Delta\tau) = \langle \hat{E}_0(t)\hat{E}_0^*(t+\Delta\tau)\rangle = \langle A_0(t)A_0^*(t+\Delta\tau)\rangle e^{-i\omega_0\Delta\tau}$ — комплексная функция временной (авто-) корреляции колебаний поля в данной точке в разные моменты времени.

Комплексная степень временной (авто-) когерентности колебаний:

$$\hat{\gamma}_{12}(\Delta\tau) \equiv \frac{\hat{\Gamma}_{12}(\Delta\tau)}{2\sqrt{I_1 I_2}} \equiv \hat{\gamma}(\Delta\tau) \equiv \frac{\hat{\Gamma}(\Delta\tau)}{2I_0} = \gamma(\Delta\tau)\, e^{-i(\omega_0\Delta\tau - \psi_{\Delta\tau})}, \text{ где}$$

$\gamma(\Delta\tau)$ — степень временной (авто-) когерентности колебаний.

∡ стационарное, однородное и изотропное световое поле, когда расположение вторичных источников достаточно будет охарактеризовать только расстоянием м/у вторичными источниками вдоль фронта волны $d = |r_1 - r_2|$. В этом случае получим:

$$\hat{\Gamma}_{12}(\Delta\tau) = \hat{\Gamma}(\Delta\tau, d) = \langle A(t)A^*(t+\Delta\tau, d)\rangle e^{-i\omega_0\Delta\tau},$$

$$\hat{\gamma}_{12}(\Delta\tau) = \hat{\gamma}(\Delta\tau, d) = \gamma(\Delta\tau, d)\, e^{-i(\omega_0\Delta\tau - \psi(\Delta\tau, d))},$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\gamma(\Delta\tau, d)\cos(\omega_0\Delta\tau - \psi(\Delta\tau, d)),$$

$$V(\Delta\tau, d) \equiv \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}\gamma(\Delta\tau, d).$$

Билет 29.

1. Плотность импульса э/м волны. Давление световой волны на поверхность тела. Импульс фотона.

$\vec{p} = \vec{n}\frac{W}{v}$, где $\vec{p}$ — импульс цуга э/м волн; W — энергия цуга; v — скорость цуга; $\vec{n}$ — заданное направление распространения:

$\vec{G} = \frac{\vec{p}}{V} = \frac{\vec{n}W}{vV} = \vec{n}\frac{\omega}{v}$, где ω — плотность энергии в объёме V.

Зная, что $\vec{S} = \vec{n}\omega v$ — вектор Умова-Пойнтинга, можем записать: $\boxed{\vec{G} = \frac{\vec{S}}{v^2}}$ — плотность импульса э/м волны.

Давление э/м волн может рассчитываться по изменению их импульса. Например, если э/м волны падают по нормали к поверхности и полностью поглощаются, то давление равно:

$$P_g = vG = \frac{\delta}{v} = \omega.$$

Если же волна полностью отражается, то по телу передаётся двойной импульс и давление равно: $P_g = 2vG = 2\omega$.

Нетрудно записать формулу в общем случае:

$$\boxed{P_g = \omega(1+R)}$$, где R – коэф. отражения.

$\boxed{P_\phi = \frac{h\nu}{c}}$ – импульс фотона, здесь ν – частота колебаний э/м волны.

2. Интерференция квазимонохроматического света. Условие интерференции. Временное описание. Ф-ция корреляции и её свойства. Теорема Винера–Хинчина. Понятие о Фурье-спектроскопии. Разрешающая способность Фурье-спектрометра.

см. Билет 7 (п. 1).

Временное описание.

$$\langle E_{1+2}^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle \quad (\star)$$

В опыте Юнга излучение квазимонохроматического источника поступает на два отверстия, после чего сбирается в точке P. Если напряжённость поля источника меняется во времени по закону $E(t)$, то E_1 и E_2 с разной временной задержкой повторяют это поле: $E_1(t) = E(t-\Delta t)$ и $E_2(t) = E(t-\Delta t+\tau)$, где Δt – время прохождения волны от S до S_1 к точке P; $\tau = \frac{r_2 - r_1}{c}$ – время задержки, определяемое разностью хода.

Подставляя E_1 и E_2 в $(\star)$ и учитывая, что результат усреднения от Δt не зависит, получаем:

$I(\tau) = \langle E_{1+2}^2 \rangle = I_0 + I_0 + 2\langle E(t)E(t+\tau)\rangle$.

Функция $B(\tau) = \langle E(t)E(t+\tau)\rangle$ наз. <u>функцией автокорреляции</u> поля $E(t)$. Очевидны её <u>свойства</u>: $B(0) = I_0$; $B(-\tau) = B(\tau)$;
$B \to 0$ при $\tau \to \infty$.

Спектральное описание даёт: $I(\tau) = 2I_0 + 2\int_0^\infty S(\omega)\cos(\omega\tau)d\omega$.

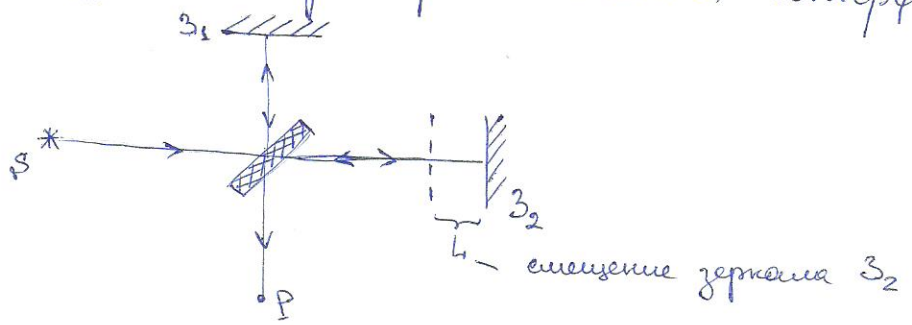
Тогда имеем: $B(\tau) = \int_0^\infty S(\omega)\cos(\omega\tau)d\omega$.

$$\boxed{S(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} B(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau}$$ – <u>теорема Винера-Хинчина</u>.

На этом преобразовании основана <u>фурье-спектроскопия</u>. Для экспериментального определения спектральной плотности интенсивности $S(\omega)$ какого-либо источника света используют интерферентную схему. Измеряют интерферограмму $I(\tau)$, определяют функцию автокорреляции по формуле: $B(\tau) = \frac{I(\tau)}{2} - I_0$ и затем рассчитывают $S(\omega)$.

Основным элементом фурье-спектрометра является интерферометр Майкельсона:

$$\boxed{R = \frac{2L}{\lambda_0}}$$



Билет 30.

1. Роль дифракции в приборах, формирующих изображение. Предел разрешения и разрешающая способность оптического прибора: телескоп, микроскоп. Уравнение синусов Аббе.

Конечная апертура линзы улавливает конечную полосу пространственных частот спектра излучения объекта.

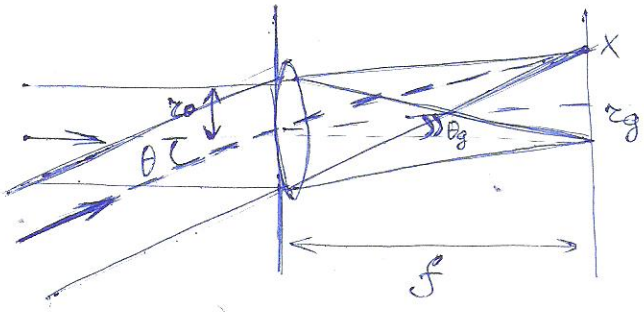
Изображением светящейся точки в сопряжённой плоскости явл. дифракционная картина, состоящая из концентрических колец, окружающих центральный светлый кружок (пятно) — кружок Эйри. Изображение объекта есть наложение таких кружков и дифракционных колец.

Разрешающая способность оптических приборов ограничивается дифракцией Фраунгофера на их входной апертуре.

Предел углового (линейного) разрешения оптического прибора $\delta\theta$ (δl) — минимальное угловое (линейное) расстояние м/у двумя светящимися точками объекта, которые разрешает прибор.

Разрешающая способность (сила) оптического прибора R — величина, обратная пределу разрешения — $R = 1/\delta\theta$.

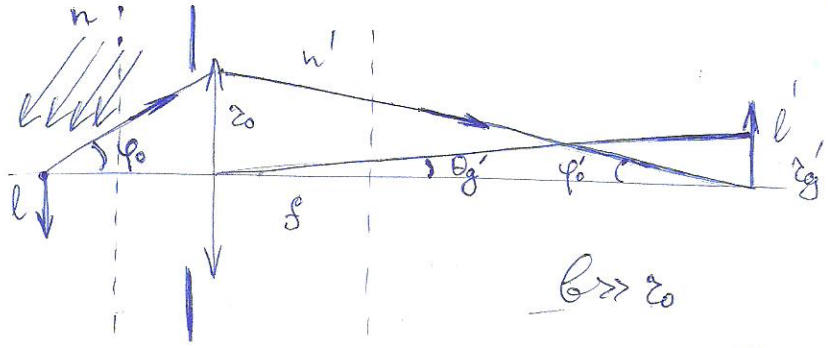
Телескоп:



Волны плоские — $a \gg \frac{r_0^2}{\lambda}$, пространственно когерентные — $\Omega < \lambda/d_0$.

В соответствии с критерием Рэлея: $\delta\theta = \theta_g = 0{,}61\frac{\lambda}{r_0} \Rightarrow \boxed{R = \frac{r_0}{0{,}61\lambda}}$.

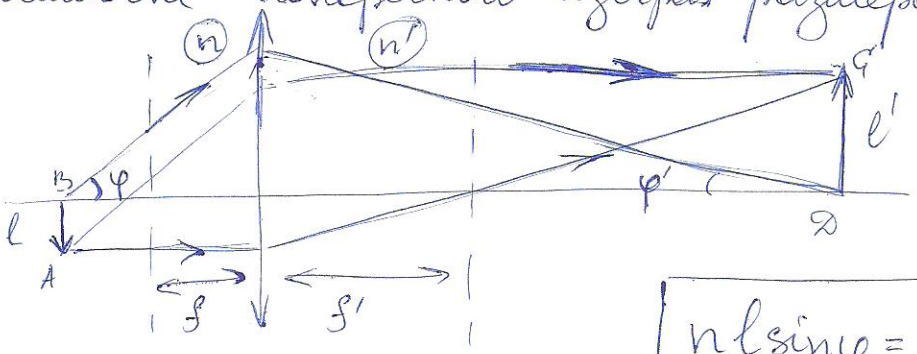
Микроскоп:



$\boxed{R \equiv \frac{1}{\delta l} = \frac{n\sin\varphi_0}{0{,}61\lambda}}$ — для некогерентного освещения объекта.

$\boxed{R = \frac{2n}{\lambda}}$ — для когерентное освещение объекта.

В случае стигматических изображений, когда каждой светящейся точке объекта соответствует одна точка изображения, оптические длины всех лучей, соединяющих определённые сопряжённые точки объекта и его изображения одинаковы. Условие, при котором оптические длины лучей, соединяющих любые сопряжённые точки, одинаковы заключается в малости поперечного ~~изображ~~ размера (высоты) l объекта.



$$\boxed{n l \sin\varphi = n' l' \sin\varphi'}$$ – ур-ние синусов Аббе.

2. Излучение света атомами и молекулами. Модель двухуровневой системы. Спонтанные и вынужденные радиационные переходы. Коэффициенты Эйнштейна. Взаимосвязь коэффициентов Эйнштейна, формула Планка.

см. Билет 17 (п. 2)

22.04.2014