

**Н. Г. Гончарова, Б.С. Ишханов,
И.М. Капитонов**

ЧАСТИЦЫ И АТОМНЫЕ ЯДРА

ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ И КОММЕНТАРИЯМИ

Учебное пособие

Допущено Учебно-методическим объединением по классическому университетскому образованию Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 011200 – Физика и специальности 010701 – Физика



МОСКВА®
ФИЗМАТЛИТ
2013

УДК 539.12

ББК 22.382

Г 65

Гончарова Н.Г., Ишханов Б.С., Капитонов И.М. **Частицы и атомные ядра. Задачи с решениями и комментариями.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 448 с. — ISBN 978-5-9221-1459-2.

Задачник по физике атомного ядра и частиц для студентов высших учебных заведений, изучающих физику в рамках общего курса. Книга написана на основе многолетнего опыта преподавания физики атомного ядра и частиц на физическом факультете Московского государственного университета. Состоит из трех глав и содержит более 500 задач с решениями и комментариями по всем основным разделам субатомной физики. Первая глава представляет теоретический обзор, который может рассматриваться как методическая разработка семинарских занятий по физике атомного ядра и частиц. В ней собраны основные физические положения и формулы, иллюстрируемые решением более 100 задач. Вторая глава — это собственно задачник, включающий около 400 задач по основным разделам физики атомного ядра и частиц. Третья глава посвящена взаимодействию частиц и излучений с веществом. Она написана в форме теоретического обзора, дополненного решением более 40 задач.

Книга предназначена не только студентам общефизических специальностей, но также студентам-физикам, специализирующимся в области физики ядра и частиц. Она будет полезна магистрам и аспирантам, педагогам и инженерам, специалистам смежных естественно-научных дисциплин.

Рецензент:

профессор В.Г. Недорезов (Институт ядерных исследований Российской академии наук)

ISBN 978-5-9221-1459-2

© ФИЗМАТЛИТ, 2013

© Н.Г. Гончарова, Б.С. Ишханов,
И.М. Капитонов, 2013

Оглавление

| | |
|---|----|
| Предисловие | 6 |
| Глава 1. Теоретический обзор | 8 |
| §1.1. Введение. | 8 |
| 1.1.1. Фундаментальные частицы и фундаментальные взаимодействия (8). 1.1.2. Длина волны и энергия частиц (10). | |
| §1.2. Распады и реакции | 13 |
| 1.2.1. Законы сохранения в распадах и реакциях (13). 1.2.2. Вероятности и энергии распадов (13). 1.2.3. Реакции. Пороговые энергии. Коллайдеры (19). 1.2.4. Эффективные сечения реакций (23). 1.2.5. Диаграммы Фейнмана (24). | |
| §1.3. Законы сохранения и взаимодействия | 29 |
| 1.3.1. Таблица законов сохранения (29). 1.3.2. Симметрии и законы сохранения (31). 1.3.3. Пространственная четность (P -четность) (31). | |
| §1.4. Сильные взаимодействия частиц | 32 |
| 1.4.1. Адроны, кварки и глюоны (32). 1.4.2. Спины адронов (35). 1.4.3. Пространственная (P) четность адронов (35). 1.4.4. Изоспин адронов и систем адронов (атомных ядер) (35). 1.4.5. Законы сохранения в реакциях с адронами (38). 1.4.6. Симметрии кварковой структуры адронов (43). 1.4.7. Цвет кварков и глюонов (46). | |
| §1.5. Электромагнитные и слабые взаимодействия частиц | 50 |
| 1.5.1. Сравнение электромагнитных и сильных взаимодействий (50). 1.5.2. Слабые взаимодействия. Промежуточные бозоны (51). 1.5.3. Диаграммы Фейнмана слабых взаимодействий (53). 1.5.4. Объединение взаимодействий (59). | |
| §1.6. Мультипликативные законы сохранения | 60 |
| 1.6.1. Пространственное отражение и закон сохранения P -четности в распадах (60). 1.6.2. Зарядовое сопряжение и C -четность (64). 1.6.3. Спиральность (65). 1.6.4. CP -инвариантность. CPT -теорема (69). | |
| §1.7. Свойства атомных ядер | 71 |
| 1.7.1. NZ -диаграмма атомных ядер (71). 1.7.2. Размеры ядер (72). 1.7.3. Массы и энергии связи ядер (76). 1.7.4. Спин и четность ядер (82). 1.7.5. Изоспин нуклонов и ядер (84). 1.7.6. Электромагнитные моменты нуклонов и ядер (86). 1.7.7. Схемы ядерных уровней (90). | |
| §1.8. Модели атомных ядер | 91 |
| 1.8.1. Модель заряженной жидкой капли (92). 1.8.2. Модель ядерных оболочек (98). 1.8.3. Спины и четности основных состояний ядер в модели оболочек (108). 1.8.4. Модель оболочек для средних и тяжелых ядер. Роль кулоновского взаимодействия (111). 1.8.5. Возбужденные состояния ядер в модели | |

| | |
|---|-----|
| оболочек. Спины, четности и изоспины ядер (114). 1.8.6. Заключение (117). | |
| §1.9. Коллективные возбуждения ядер | 120 |
| 1.9.1. Вращательные спектры четно-четных ядер (121). | |
| 1.9.2. Коллективные колебания ядра (124). | |
| §1.10. Распады нестабильных ядер | 127 |
| 1.10.1. α -распад ядер (128). 1.10.2. β -распад (130). 1.10.3. Вероятности распадов (137). 1.10.4. Электромагнитное излучение атомных ядер (142). | |
| §1.11. Ядерные реакции | 149 |
| 1.11.1. Законы сохранения в ядерных реакциях (149). | |
| 1.11.2. Ядерные реакции с нейтронами (155). 1.11.3. Замедленные нейтроны (163). 1.11.4. Цепная реакция деления (165). | |
| Глава 2. Задачи с решениями. | 170 |
| §2.1. Волновые свойства частиц. Соотношение неопределенностей | 170 |
| §2.2. Релятивистская кинематика частиц | 174 |
| §2.3. Взаимодействия частиц. Законы сохранения | 183 |
| §2.4. Адроны, кварки. Системы двух и трех частиц. | 196 |
| §2.5. Диаграммы Фейнмана. Дискретные преобразования | 211 |
| §2.6. Свойства атомных ядер. Энергия ядра | 233 |
| §2.7. Модели ядер | 253 |
| §2.8. Распады ядер. Радиоактивность | 275 |
| §2.9. Ядерные реакции | 306 |
| §2.10. Деление и синтез ядер. | 351 |
| Глава 3. Взаимодействие частиц и излучений с веществом. | 370 |
| §3.1. Введение. | 370 |
| §3.2. Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом | 371 |
| 3.2.1. Удельные потери энергии заряженной частицей (371). | |
| 3.2.2. Элементарные оценки потерь энергии заряженной частицей (372). | |
| §3.3. Упругое рассеяние частиц. Метод импульсных диаграмм | 380 |
| §3.4. δ -электроны. | 386 |
| §3.5. Взаимодействие электронов с веществом | 387 |
| 3.5.1. Потери энергии электронами (387). 3.5.2. Ионизационные потери энергии электронами (388). 3.5.3. Радиационные потери энергии электронов (390). 3.5.4. Критическая энергия (394). 3.5.5. Пробег тяжелой заряженной частицы (396). 3.5.6. Многократное рассеяние (397). 3.5.7. Рассеяние электронов (399). 3.5.8. Экстраполированный пробег электронов (400). 3.5.9. Электроны высоких энергий (402). | |
| §3.6. Взаимодействие позитронов с веществом | 403 |
| §3.7. Взаимодействие нейтрино с веществом. | 405 |
| §3.8. Взаимодействие мюонов с веществом. | 407 |

| | |
|--|-----|
| §3.9. Взаимодействие гамма-квантов с веществом | 410 |
| 3.9.1. Фотоэффект (413). 3.9.2. Комптон-эффект (414). | |
| 3.9.3. Образование пары электрон-позитрон (416). | |
| §3.10. Взаимодействие нейтронов с веществом | 421 |
| 3.10.1. Свойства нейтронов различных энергий (421). | |
| 3.10.2. Замедление нейтронов (425). 3.10.3. Диффузия | |
| нейтронов (426). 3.10.4. Альbedo нейтронов (427). | |
| Приложение 1. Таблица избранных изотопов | 431 |
| Приложение 2. Таблицы частиц. | 439 |
| Приложение 3. Физические константы и единицы | 443 |
| Список литературы | 445 |

Предисловие

Цель учебного пособия — выработать у студентов, изучающих физику атомного ядра и частиц, навыки решения задач по этому разделу физики. Первое систематическое знакомство с данным разделом начинается у студентов в процессе изучения заключительного раздела общего курса физики. В зависимости от учебных программ высших учебных заведений это происходит в течение 2-го или 3-го года обучения. Знания по физике ядра и частиц, которыми обладают к этому моменту студенты, обычно ограничиваются весьма неполными и упрощенными сведениями из школьной программы. В университетах студенты-физики сталкиваются с весьма обширным и нетривиальным материалом по современной физике ядра и частиц, содержащим непривычные понятия и способы анализа и осмысления физической информации, далекие от приемов классической физики. Результат — то, что даже простейшие задачи и вопросы по ядерной физике и физике частиц часто ставят студентов в тупик. Вместе с тем данный раздел чрезвычайно важен, поскольку посвящен наиболее фундаментальным и быстро развивающимся разделам физического знания, без которых современный физик (ученый, инженер или педагог) не может считаться полноценным специалистом. Одним из главных стимулов для написания данной книги явилось отсутствие в отечественной учебной литературе полноценного пособия по решению задач по физике ядра и частиц, включающего научные достижения последних двух десятилетий.

Книга написана на основе многолетнего опыта преподавания физики атомного ядра и частиц на физическом факультете Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Чтение лекций по данному разделу физики (в течение одного семестра) сопровождается семинарскими занятиями и выполнением лабораторных работ. Лекторы и преподаватели, ведущие эти занятия, хорошо представляют те трудности, с которыми обычно сталкиваются студенты при освоении физики ядра и частиц, и выработали полезные и эффективные методики обучения.

Книга состоит из трех глав. Первая глава — теоретическое введение в физику частиц и атомного ядра и может рассматриваться как методическая разработка семинарских занятий по данному разделу физики. Эта глава содержит более 100 задач с решениями. Вторая глава это, по существу, сам задачник по физике частиц и атомного ядра. Он состоит из 10 разделов, включающих около 400 задач с решениями.

Третья глава посвящена важной и недостаточно хорошо освещенной в отечественной учебной литературе теме — взаимодействию частиц и излучений с веществом. Она написана в форме теоретического обзора, дополненного решением нескольких десятков задач. В целом в книге читатель найдет решение более 500 задач практически по всем разделам современной физики частиц и атомного ядра. Все задачи приводятся с решениями, доводимыми, где это нужно, до численного ответа. Для понимания этих решений нужны лишь самые общие сведения о квантовой механике, многие из которых содержатся в первой главе книги.

Представленный задачник дополняет учебники, написанные преподавателями физического факультета МГУ: классический университетский учебник «Частицы и атомные ядра» (авторы Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, Н. П. Юдин) и «Введение в физику ядра и частиц» (автор И. М. Капитонов).

Книга будет полезна не только студентам, впервые знакомящимся с физикой ядра и частиц, но также студентам-физикам старших курсов, магистрам и аспирантам. Она поможет преподавателям университетов, ведущим занятия по данному курсу, планировать и проводить семинарские занятия, составлять контрольные работы и экзаменационные билеты. Книга будет полезна также при планировании и проведении государственных экзаменов по физике, экзаменов в аспирантуру и кандидатских экзаменов.

При написании книги мы использовали опыт преподавания физики ядра и частиц накопленный сотрудниками кафедры общей ядерной физики физического факультета МГУ. Особую признательность мы выражаем О. В. Василенко, В. К. Гришину, Э. И. Кэбину, М. Е. Степанову и Е. В. Широкову.

При численном решении задач мы использовали самые последние и точные сведения о характеристиках атомных ядер [16] и элементарных частиц [17]. За возможность использования Базы данных ЦДФЭ НИИЯФ МГУ «Параметры основных и изомерных состояний атомных ядер» мы благодарим профессора В. В. Варламова.

Н. Г. Гончарова, Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов

Глава 1

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ОБЗОР

§1.1. Введение

1.1.1. Фундаментальные частицы и фундаментальные взаимодействия. В физике микромира все частицы делятся на два класса: фермионы и бозоны. Фермионы — частицы с полуцелыми значениями спина, бозоны — частицы с целыми значениями спина, включая нуль. Спином называется минимальное значение момента импульса (момента количества движения), которое может иметь частица. Спин и другие моменты импульсов измеряются в единицах \hbar . Для частиц с ненулевой массой спин равен моменту импульса частицы в ее собственной системе координат. Значение J (или s) спина частиц, указываемое в таблицах, представляет собой максимальное значение проекции вектора момента количества движения на выделенную ось, деленное на \hbar .

Фундаментальными называют частицы, которые по современным представлениям не имеют внутренней структуры. 12 *фундаментальных фермионов* (со спином $1/2$ в единицах \hbar) приведены в табл. 1.1. Последний столбец табл. 1.1 — электрические заряды Q фундаментальных фермионов в единицах величины заряда электрона e .

Таблица 1.1

| Фундаментальные фермионы | | | | | |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--|
| | Поколение 1 | Поколение 2 | Поколение 3 | Заряд Q/e | Взаимодействия |
| Лептоны | ν_e | ν_μ | ν_τ | 0 | Сильное Электро-магнитное Слабое |
| | e^- | μ^- | τ^- | -1 | |
| Кварки | u | c | t | +2/3 | Сильное Электро-магнитное Слабое |
| | d | s | b | -1/3 | |

12 фундаментальным фермионам соответствуют 12 антифермионов.

Взаимодействие частиц осуществляется за счет 4-х типов взаимодействий: сильного, электромагнитного, слабого и гравитационного. Квантами соответствующих полей являются *фундаментальные бозоны*: 8 глюонов; γ -квант; W^+ , W^- , Z -бозоны и гравитон (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Фундаментальные взаимодействия

| Взаимодействие | Квант поля | Радиус, см | Порядок константы | Пример проявления |
|------------------|-----------------------|------------|------------------------------------|-------------------|
| Сильное | 8 глюонов | 10^{-13} | ≈ 1 | Ядро, адроны |
| Электромагнитное | γ -квант | ∞ | $\alpha_e = 1/137 \approx 10^{-2}$ | Атом |
| Слабое | W^\pm , Z -бозоны | 10^{-16} | $\approx 10^{-6}$ | β -распад |
| Гравитационное | гравитон (?) | ∞ | $\approx 10^{-38}$ | Сила тяжести |

Квантами сильного взаимодействия являются 8 нейтральных безмассовых *глюонов*. Фундаментальные фермионы, между которыми реализуется сильное взаимодействие — *кварки*, — характеризуются квантовым числом «цвет», которое может принимать 3 значения. Глюоны имеют 8 разновидностей «цветных» зарядов.

Квантами электромагнитного взаимодействия являются γ -кванты. γ -кванты (фотоны) имеют нулевую массу покоя. В электромагнитных взаимодействиях участвуют фундаментальные частицы, занимающие последние три строки в табл. 1.1, т.е. заряженные лептоны и кварки. Поскольку кварки в свободном состоянии не наблюдаются, а входят в состав адронов, т.е. барионов и мезонов, все адроны, наряду с сильным взаимодействием, участвуют и в электромагнитном взаимодействии.

Квантами слабого взаимодействия, в котором принимают участие все лептоны и все кварки, являются W - и Z -бозоны. Существуют как положительно заряженные W^+ бозоны, так и отрицательно заряженные W^- ; Z -бозоны электрически нейтральны. Массы W - и Z -бозонов велики — больше $80 \text{ ГэВ}/c^2$. Следствием больших масс W - и Z -бозонов является малая (по сравнению с электромагнитной константой) константа слабого взаимодействия.

Глюоны, γ -квант, W^\pm и Z -бозоны являются фундаментальными бозонами. Спины всех фундаментальных бозонов равны 1.

Гравитационные взаимодействия практически не проявляются в физике частиц. Например, интенсивность гравитационного взаимодействия двух протонов составляет $\approx 10^{-38}$ от интенсивности их электромагнитного взаимодействия.

Разделение табл. 1.1 на три поколения оправдано тем фактом, что окружающий нас мир практически полностью построен из частиц так называемого *первого поколения* (*наименее массивных*). Частицы второго и, тем более, третьего поколений могут быть обнаружены толь-

ко при высоких энергиях взаимодействия. Например, t -кварк открыт на ускорителе-коллайдере FNAL (США), при столкновении протонов и антипротонов с энергиями 1000 ГэВ.

Первые две строки в табл. 1.1 занимают *лептоны* — фермионы, не принимающие участия в сильных взаимодействиях. Лептонами являются электрически нейтральные нейтрино (и антинейтрино) трех типов — частицы с массами, много меньшими, чем масса электрона. Нейтрино участвуют лишь в *слабых взаимодействиях*. Вторую строку занимают электрон, мюон и таон — заряженные бесструктурные частицы, участвующие как в слабом, так и электромагнитном взаимодействиях.

Третья и четвертая строки содержат 6 *кварков* (q) — бесструктурных частиц с дробными значениями электрического заряда. В свободном состоянии эти частицы не наблюдаются, они входят в состав наблюдаемых частиц — *адронов*.

Явления природы, проявляющиеся при энергиях частиц < 100 МэВ, могут быть практически полностью объяснены взаимодействием фундаментальных частиц 1-го поколения. 2-е поколение фундаментальных частиц проявляется при энергиях порядка сотен МэВ. Для исследования 3-го поколения фундаментальных частиц строят ускорители высоких энергий ($E > 100$ ГэВ).

1.1.2. Длина волны и энергия частиц. Объекты, которые изучает физика ядра и частиц (субатомная физика), имеют гораздо меньшие характерные размеры, чем атомы и молекулы.

Изучение структуры любого тела требует «микроскопов» с длинами волн, меньшими, чем размеры исследуемых объектов. Длина волны λ как электромагнитного излучения, так и любой частицы связана с импульсом известным соотношением (для частиц с ненулевой массой покоя введенным де Бройлем):

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1.1.1)$$

где p — импульс частицы, h — константа Планка.

Характерные линейные размеры даже самых «крупных» объектов субатомной физики — атомных ядер с большим количеством нуклонов A — имеют порядок около 10^{-12} см. Экспериментальное исследование объектов с такими размерами требует создания пучков частиц больших энергий.

Одной из целей данного пункта *Введения* является расчет энергий ускоренных частиц, которые можно использовать для исследования структуры ядер и нуклонов. Прежде чем приступить к таким расчетам, необходимо ознакомиться с основными константами, которые будут часто употребляться в дальнейших расчетах, а также с единицами измерения физических величин, принятыми в субатомной физике.

В книге используется Гауссова система единиц. В этой системе единиц постоянная тонкой структуры α и магнетон Бора μ_B даются выражениями $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$ и $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$, где \hbar — приведенная постоянная Планка, c — скорость света, e — заряд электрона, m_e — масса электрона.

Константы:

| | |
|--------------------------|---|
| Скорость света в вакууме | $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с (см/сек), |
| Приведенная константа | |
| Планка | $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 6,58 \cdot 10^{-22}$ МэВ \cdot с (MeV \cdot sec), |
| Константа конверсии | $\hbar c = 197,3$ МэВ \cdot Фм (MeV \cdot Fm), |
| Масса электрона | $m_e = 0,511$ МэВ/ c^2 (MeV/ c^2), |
| Масса протона | $m_p = 938,3$ МэВ/ c^2 (MeV/ c^2). |

Единицы субатомной физики:

Энергия — 1 эВ = 10^{-3} кэВ = 10^{-6} МэВ = 10^{-9} ГэВ = 10^{-12} ТэВ.
 1 эВ = $1,60 \cdot 10^{-12}$ эрг = $1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж,

Масса — 1 МэВ/ c^2 и атомная единица массы 1 а.е.м. = $1u = \frac{1}{12}$ массы атома $^{12}\text{C} \approx 931,5$ МэВ/ c^2 = $1,66 \cdot 10^{-24}$ г,

Длина — 1 Фм (Ферми или фемтометр) = 1 Fm = 1 fm = 10^{-13} см = 10^{-15} м.

Важные формулы релятивистской физики:

$$E = (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2} = T + mc^2. \quad (1.1.2)$$

Здесь T — кинетическая энергия частицы с массой покоя m и модулем импульса p . Отсюда для импульса частицы получаем

$$p = \frac{(T^2 + 2T \cdot mc^2)^{1/2}}{c}. \quad (1.1.3)$$

В субатомной физике, особенно в физике высоких энергий широко используется система единиц, в которой $\hbar = 1$ и $c = 1$. В этой системе формулы релятивистской физики имеют более простую и удобную форму:

$$\begin{aligned} E^2 &= p^2 + m^2 = (T + m)^2; \\ p^2 &= T^2 + 2Tm. \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

В системе $\hbar = c = 1$ энергия, импульс и масса измеряются в одних и тех же энергетических единицах — МэВ (MeV) или ГэВ (GeV).

Значительное упрощение в решении задач можно получить, используя константу конверсии $\hbar c = 197,337$ МэВ \cdot Фм ≈ 200 МэВ \cdot Фм.

Задача 1.1.1. Рассчитать кинетическую энергию электрона, имеющего длину волны 1 Фм.

Длина волны электрона равна

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar c}{pc} \approx \frac{2\pi \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{(T^2 + 2T \cdot mc^2)^{1/2}} \approx 1 \text{ Фм}.$$

Отсюда $T^2 + 2T \cdot mc^2 \approx (2\pi)^2(200 \text{ МэВ})^2$. Поскольку энергия покоя электрона составляет всего около 0,5 МэВ, второй член в знаменателе предыдущего выражения меньше первого на три порядка, отсюда кинетическая энергия электрона с длиной волны де Бройля в 1 Фм составляет $T \approx 1260 \text{ МэВ} = 1,26 \text{ ГэВ}$.

Задача 1.1.2. Сравнить приведенные длины волн электрона и протона с одинаковыми кинетическими энергиями 100 МэВ.

Для электрона

$$\lambda_e = \frac{\lambda_e}{2\pi} = \frac{\hbar c}{(T^2 + 2T \cdot m_e c^2)^{1/2}} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{(10^4 + 2 \cdot 10^2 \cdot 0,511)^{1/2} \text{ МэВ}} \approx 2 \text{ Фм}.$$

Для протона

$$\lambda_p = \frac{\lambda_p}{2\pi} = \frac{\hbar c}{(T^2 + 2T \cdot m_p c^2)^{1/2}} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{(10^4 + 2 \cdot 10^2 \cdot 938)^{1/2} \text{ МэВ}} \approx 0,45 \text{ Фм}.$$

Длина волны протона с той же кинетической энергией, что и у электрона, почти в 5 раз меньше!

Проведенные нами расчеты доказывают, что для исследования структуры ядер и частиц необходимо использовать пучки частиц высоких энергий, что и определяет необходимость создания ускорителей.

Задача 1.1.3. Определить полную E и кинетическую энергию T электрона, приведенная длина волны которого равна 10^{-2} Фм.

Приведенная длина волны частицы определяется выражением

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{\hbar c}{pc} = \hbar c (E^2 - m^2 c^4)^{-1/2}.$$

Откуда

$$\sqrt{E^2 - m^2 c^4} = \frac{\hbar c}{\lambda} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{0,01 \text{ Фм}} = 2 \cdot 10^4 \text{ МэВ} = 20 \text{ ГэВ}.$$

Поскольку энергия покоя электрона всего 0,511 МэВ, то при высоких энергиях ($E > 500 \text{ МэВ}$) его полная и кинетическая энергии практически совпадают (их разность при условиях задачи меньше 0,1%). Поэтому окончательный ответ имеет вид:

$$E \approx T \approx 20 \text{ ГэВ}.$$

Энергии электронов 20 ГэВ и выше были достигнуты на ряде электронных ускорителей высоких энергий. Например, на ускорителе LEP в Европейском центре ядерных исследований (CERN) энергии электронов и позитронов, движущихся навстречу друг другу (во встречных пучках), составляли около 100 ГэВ. В настоящее время в туннеле этого ускорителя сооружен новый ускоритель LHC. В этом ускорителе сталкиваются пучки протонов с энергиями по 7 ТэВ.

§1.2. Распады и реакции

1.2.1. Законы сохранения в распадах и реакциях. Структура и свойства частиц и атомных ядер исследуются уже около ста лет в распадах и реакциях.

Распады представляют собой спонтанное превращение любого объекта физики микромира (ядра или частицы) в два или более *продуктов распада*:

$$X \rightarrow A + B + (C + \dots). \quad (1.2.1)$$

Реакция — это превращение двух взаимодействующих между собой частиц или ядер в два или более *продуктов реакции*:

$$X + Y \rightarrow A + B + (C + \dots). \quad (1.2.2)$$

Как распады, так и реакции подчиняются ряду законов сохранения. Среди хорошо известных из классической физики законов сохранения следующие:

- | | | |
|---|--------------------------------|---------|
| 1. Закон сохранения энергии | $\sum E = \text{const.}$ | (1.2.3) |
| 2. Закон сохранения импульса | $\sum \vec{p} = \text{const.}$ | |
| 3. Закон сохранения момента количества движения | $\sum \vec{J} = \text{const.}$ | |
| 4. Закон сохранения электрического заряда | $\sum Q = \text{const.}$ | |

В дальнейшем будут обсуждаться и другие законы сохранения, действующие в распадах и реакциях. Перечисленные выше законы *выполняются во всех типах взаимодействий*.

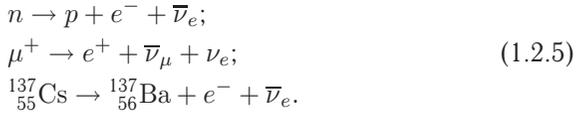
Процессы взаимодействий объектов микромира, проявлением которых являются распады и реакции, имеют *вероятностные характеристики*.

1.2.2. Вероятности и энергии распадов. *Спонтанный распад любого объекта физики микромира (ядра или частицы) возможен в том случае, если масса покоя продуктов распада меньше массы первичной частицы.*

Распады частиц и ядер характеризуются *вероятностью распада в единицу времени* λ либо обратной вероятности λ величиной *среднего*

времени жизни τ . В физике ядра используется связанная с этими характеристиками величина *периода полураспада* $t_{1/2}$.

Примеры спонтанных распадов:



В распадах (1.2.4) в конечном состоянии — две частицы. В распаде (1.2.5) — три частицы.

Получим закон распада для частиц (или ядер). Уменьшение числа частиц (или ядер) за интервал времени dt пропорционально величине этого интервала, числу частиц (ядер) в данный момент времени $N(t)$ и вероятности распада в единицу времени λ :

$$dN(t) = -\lambda N(t) dt. \quad (1.2.6)$$

Знак «минус» означает, что число частиц (ядер) в результате распада уменьшается.

Интегрирование (1.2.6) с учетом начальных условий дает связь числа частиц $N(t)$ в момент времени t с числом частиц $N(0)$ в начальный момент времени $t = 0$:

$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t} = N(0) \cdot e^{-t/\tau}. \quad (1.2.7)$$

Задача 1.2.1. *Получить соотношение между периодом полураспада, вероятностью распада в единицу времени и средним временем жизни.*

Периодом полураспада называется время, за которое число частиц (или ядер) уменьшится вдвое:

$$\begin{aligned} N(t_{1/2}) &= \frac{N(0)}{2} = N(0) \cdot \exp(-\lambda t_{1/2}); \\ \ln 2 &= \lambda t_{1/2}; \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \cdot \ln 2. \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

Задача 1.2.2. *Получить формулу для кинетических энергий продуктов распада $X \rightarrow A + B$ в случае нерелятивистских скоростей частиц A и B .*

Разность масс первичной частицы и продуктов распада распределяется между продуктами распада в виде их кинетических энергий.

Законы сохранения энергии и импульса для распада следует записывать в системе координат, связанной с распадающейся частицей (или ядром). Покажем, как для упрощения формул использовать систе-

му единиц $\hbar = c = 1$, в которой энергия, масса и импульс имеют одну и ту же размерность (МэВ). В этой системе единиц законы сохранения энергии и импульса для данного распада:

$$\begin{aligned} M_X &= M_A + T_A + M_B + T_B; \\ 0 &= \vec{p}_A + \vec{p}_B. \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

При этом $p_A = (2M_A T_A)^{1/2} = p_B = (2M_B T_B)^{1/2}$.

Сумма кинетических энергий продуктов распада определяется разностью масс начального объекта и конечных продуктов: $T_A + T_B = \Delta M = M_X - M_A - M_B$, а отношение кинетических энергий

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{M_B}{M_A}. \quad (1.2.10)$$

Отсюда получаем для кинетических энергий продуктов распада

$$T_A = \frac{\Delta M \cdot M_B}{M_A + M_B}; \quad T_B = \frac{\Delta M \cdot M_A}{M_A + M_B}. \quad (1.2.11)$$

Таким образом, в случае *двух частиц в конечном состоянии кинетические энергии продуктов определены однозначно*. Этот факт не зависит от того, релятивистские или нерелятивистские скорости имеют продукты распада. Для релятивистского случая формулы для кинетических энергий выглядят несколько сложнее, чем (1.2.11), но решение уравнений для энергии и импульса двух частиц опять-таки является единственным. Если в конечном состоянии возникает три (или более) продуктов, решение уравнений для законов сохранения энергии и импульса не приводит к однозначному результату из-за неоднозначности в направлениях (углах) вылета продуктов реакции. Поэтому *только в случае распада на две частицы спектры продуктов распада — дискретные*. В случае, если частиц в конечном состоянии *больше двух*, спектры продуктов имеют *непрерывный* характер. В дальнейшем на примере β -распадов эта ситуация будет рассмотрена детально.

В расчетах кинетических энергий продуктов распада ядер удобно воспользоваться тем фактом, что число нуклонов A сохраняется.

Применим полученные формулы (1.2.11) к α -распаду радия — ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + \alpha$ (первый распад в (1.2.4)). Из таблиц атомных ядер имеем $\Delta M = M({}^{226}\text{Ra}) - M({}^{222}\text{Rn}) - M({}^4\text{He}) = 4,87$ МэВ. Далее, используя пропорциональность ядерных масс M числам A нуклонов в них ($M \sim A$), для кинетических энергий ядер радона и α -частицы, образовавшихся в результате α -распада, получаем

$$T(\text{Rn}) = \frac{4,87}{226} \cdot 4 \text{ МэВ} \approx 0,09 \text{ МэВ}; \quad T({}^4\text{He}) = \frac{4,87}{226} \cdot 222 \approx 4,78 \text{ МэВ}.$$

Суммарная кинетическая энергия, выделившаяся в результате α -распада, меньше 5 МэВ и составляет около 0,5% от массы покоя нуклона. Соотношение выделившейся в результате распада кинетической энергии и энергий покоя частиц или ядер — *критерий*

допустимости применения нерелятивистского приближения. В случае α -распадов ядер малость кинетических энергий по сравнению с энергиями покоя позволяет ограничиться нерелятивистским приближением в формулах (1.2.9)–(1.2.11).

Более детальные сведения об α -распаде ядер содержатся в п. 1.10.1.

Задача 1.2.3. *Рассчитать энергии частиц, рождающихся в распаде π^+ -мезона.*

Распад π^+ -мезона с вероятностью 99,99% происходит на две частицы: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Масса π^+ -мезона равна 139,6 МэВ, масса мюона μ равна 105,7 МэВ. Точное значение массы мюонного нейтрино ν_μ неизвестно, но установлено, что она на несколько порядков меньше разности масс пиона и мюона. Так как разность масс π^+ -мезона и продуктов его распада равна 33,9 МэВ, для нейтрино необходимо использовать релятивистские формулы связи энергии и импульса. В дальнейшем расчете малой массой покоя нейтрино можно пренебречь и считать нейтрино ультрарелятивистской частицей. Законы сохранения энергии и импульса в распаде π^+ -мезона имеют следующий вид (система единиц $\hbar = c = 1$):

$$\begin{aligned} m_\pi &= m_\mu + T_\mu + E_\nu, \\ 0 &= \vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu. \end{aligned}$$

При этом для кинетической энергии мюона T_μ , энергии нейтрино E_ν и импульса мюона p_μ имеем

$$\begin{aligned} T_\mu &= (p_\mu^2 + m_\mu^2)^{1/2} - m_\mu, \\ E_\nu &= p_\nu = p_\mu = p, \\ p &= (T_\mu^2 + 2T_\mu m_\mu)^{1/2}, \\ (m_\pi - m_\mu)^2 &- 2(m_\pi - m_\mu)T_\mu + T_\mu^2 = T_\mu^2 + 2T_\mu m_\mu. \end{aligned}$$

Откуда

$$T_\mu = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2}{2m_\pi} = 4,1 \text{ МэВ}.$$

Энергия мюонного нейтрино π^+ -распада равна $E_\nu = (m_\pi - m_\mu) - T_\mu = 29,8 \text{ МэВ}$.

Примером двухчастичного распада является также излучение γ -кванта при переходе возбужденного ядра на более низкий энергетический уровень.

Во всех двухчастичных распадах, проанализированных выше, продукты распада имеют «точное» значение энергии, т.е. дискретный спектр. Однако более глубокое рассмотрение этой проблемы показывает, что *спектр даже продуктов двухчастичных распадов не является δ -функцией энергии*. Спектр продуктов распада имеет конечную ширину Γ , которая тем больше, чем меньше время жизни распадающегося ядра или частицы:

$$\Gamma \cdot \tau = \hbar. \quad (1.2.12)$$

Это соотношение является одной из формулировок соотношения неопределенностей для энергии и времени.

Примерами трехчастичных распадов являются β -распады и в частности распад нейтрона. Нейтрон испытывает β -распад, превращаясь в протон и два лептона — электрон и антинейтрино: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

β -распады испытывают и сами лептоны, например, мюон (среднее время жизни покоящегося мюона $\tau = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с):

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.$$

Особенности испускаемых нейтрино и антинейтрино будут обсуждаться в следующих разделах, однако кинематику этого распада можно изучить и сейчас.

Задача 1.2.4. *Определить максимальную кинетическую энергию и импульс электрона в распаде покоящегося мюона.*

Законы сохранения для распада покоящегося мюона при максимальном импульсе электрона имеют вид (система единиц $\hbar = c = 1$)

$$\begin{aligned} m_\mu &= m_e + T_e + E_{\nu_e} + E_{\nu_\mu}, \\ p_e &= p_{\nu_e} + p_{\nu_\mu} = E_{\nu_e} + E_{\nu_\mu} = (T_e^2 + 2m_e T_e)^{1/2}. \end{aligned} \quad (1.2.13)$$

При максимальной кинетической энергии электрона максимален и его импульс. Это может быть в случае, когда импульсы обоих нейтрино направлены противоположно импульсу электрона, что и использовано в (1.2.13). Для максимальной кинетической энергии электрона в распаде мюона имеем уравнение

$$\Delta m = m_\mu - m_e = T_e + (T_e^2 + 2m_e T_e)^{1/2}.$$

Отсюда

$$(T_e)_{\max} = \frac{\Delta m^2}{2m_\mu} \approx 53 \text{ МэВ}. \quad (1.2.14)$$

Кинетическая энергия электрона в распаде мюона на два порядка выше, чем его масса покоя (0,511 МэВ). Импульс релятивистского электрона (в МэВ) практически совпадает с его кинетической энергией, действительно

$$p = (T^2 + 2mT)^{1/2} = [(53)^2 + 2 \cdot 0,511 \cdot 53]^{1/2} \approx 53 \text{ МэВ}.$$

Отметим, что хотя расчеты кинематических характеристик микрообъектов часто проводят в системе единиц $\hbar = c = 1$, в учебной литературе обычно этой системой не пользуются и указывают импульсы частиц в единицах МэВ/с, где c — скорость света. Мы в данной книге в большинстве случаев также не будем использовать систему $\hbar = c = 1$. Там же, где эта система будет нами применяться, мы будем напоминать об этом.

Рассмотрим распад частицы, происходящий исключительно благодаря *сильным* (strong) взаимодействиям. Примером такого распада является распад Δ^{++} -изобары

$$\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$$

Масса Δ^{++} -изобары равна 1232 МэВ, это самый легкий барион из семейства Δ -изобар. Разность масс первичной частицы и продуктов распада, т.е. сумма кинетических энергий протона и пиона равна 154 МэВ. Из законов сохранения энергии и импульса получаем

$$T_p + T_\pi = 154 \text{ МэВ}, \quad p_\pi = (T_\pi^2 + 2m_\pi T_\pi)^{1/2}.$$

Для протона можно применить нерелятивистское приближение, однако для пиона оно неприменимо. Решая уравнения для импульсов частиц, получаем для этого двухчастичного распада единственное решение для кинетических энергий. Но спектр энергий пионов имеет ширину ≈ 120 МэВ и не является, строго говоря, дискретным. Столь большое значение ширины является следствием очень малого времени жизни Δ -изобары.

Задача 1.2.5. *Оценить время жизни Δ -изобары по ширине ее распада $\Gamma \approx 120$ МэВ.*

Среднее время жизни Δ -изобары можно получить из соотношения (1.2.12):

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{120 \text{ МэВ} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 0,5 \cdot 10^{-23} \text{ с}.$$

Рассмотренные в этом разделе распады характеризовались, помимо спектров энергий продуктов, также и вероятностями распада в единицу времени (или обратными им средними временами жизни первичной частицы). Средние времена жизни частиц и ядер имеют колоссальный диапазон значений: например, среднее время жизни нестабильного бариона, называемого Δ -изобарой, меньше, чем 10^{-23} с. Время жизни возбужденного ядра ^{12}C (в первом возбужденном состоянии) — порядка 10^{-13} с. Среднее время жизни мюона — около $2 \cdot 10^{-6}$ с, а среднее время жизни нейтрона около 15 минут.

ЧТО ОПРЕДЕЛЯЕТ ВЕРОЯТНОСТЬ РАСПАДА НЕСТАБИЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ?

Вероятность распада является функцией нескольких определяющих ее факторов. Важнейшим из них является *тип взаимодействия*, которое ответственно за происходящий распад. В табл. 1.2 перечислены фундаментальные взаимодействия и их свойства. В частности указан порядок величин для констант взаимодействия. Вероятности процессов, происходящих в результате того или иного типа взаимодействия, зависят (как правило) от квадрата константы взаимодействия. Поэтому, поскольку распад Δ -изобары происходит по сильному взаимодей-

ствию, ему соответствует высокая вероятность и малое время жизни ($\approx 10^{-23}$ с). Процессы электромагнитного взаимодействия имеют константу примерно на два порядка меньше сильных, соответствующие им средние времена жизни больше, чем $\approx 10^{-19}$ с. Слабые взаимодействия (примером которых являются β -распады (1.2.5)) имеют константу, примерно на 6 порядков меньшую, чем сильные взаимодействия. Поэтому характерные для них средние времена жизни больше, чем 10^{-12} с. Связь констант взаимодействия и вероятностей распадов определяет и наиболее вероятный способ распада нестабильного ядра или частицы в случаях, когда возможны несколько таких путей, так называемых *каналов распада*.

Помимо типа взаимодействий, вероятность распада определяется также 1) кинетической энергией излучаемых частиц и 2) моментами количества движения продуктов распада. *Вероятность распада тем выше, чем больше энергия перехода*. Влияние этого фактора на вероятность распада часто замаскировано влиянием второго фактора, т. е. уносимого излучением момента количества движения. Подробнее эта тема будет рассмотрена в § 1.10 (Распады нестабильных ядер).

1.2.3. Реакции. Пороговые энергии. Коллайдеры. При расчете кинематических характеристик реакций удобно использовать *релятивистский инвариант квадрата массы системы* $E^2 - P^2 c^2 = m^2 c^2 = = \text{inv}$, или $E^2 - P^2 = m^2 = \text{inv}$ в системе $\hbar = c = 1$. Здесь E — полная энергия системы, а P — ее суммарный импульс. В качестве примера использования этого инварианта рассмотрим нахождение минимальной суммы кинетических энергий сталкивающихся частиц в эндотермической (т. е. с поглощением энергии) реакции



В эндотермической реакции сумма масс покоя частиц $\sum m_f$, образующихся в конечном состоянии, *больше* суммы масс покоя первичных частиц $\sum m_i$.

В системе покоя мишени (частицы B), называемой *лабораторной системой координат*, минимальная кинетическая энергия частицы A , при которой возможна реакция (1.2.15), называется порогом реакции $E_{\text{порог}}$, т. е.

$$E_{\text{порог}} = (T_A)_{\text{min}}.$$

Для расчета порога реакции $(T_A)_{\text{min}}$ следует записать законы сохранения энергии и импульса в двух системах отсчета — лабораторной системе, связанной с покоящейся частицей B , и в системе центра масс, или центра инерции (штрихованные обозначения кинематических переменных). Запишем эти законы в системе единиц $\hbar = c = 1$:

$$\begin{aligned} T_A + M_A + M_B &= \sum m_f + \sum T_f; & \vec{p}_A &= \sum \vec{p}_f. & (a) \\ T'_A + T'_B + M_A + M_B &= \sum m_f + \sum T'_f & \vec{p}'_A + \vec{p}'_B &= \sum \vec{p}'_f = 0. & (б) \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

Используя (1.2.16, а и б), найдем теперь значения инварианта $E^2 - P^2$ при энергии порога в лабораторной системе координат и системе центра масс и приравняем эти значения, используя, таким образом, свойство инвариантности.

В лабораторной системе для этого инварианта имеем $(T_A + M_A + M_B)^2 - p_A^2$. Порог реакции соответствует значению кинетической энергии $(T_A)_{\min}$ частицы A в лабораторной системе в случае, когда кинетические энергии продуктов реакции минимальны. В системе центра масс в этом случае равны нулю кинетические энергии всех образовавшихся в результате реакции частиц, т. е. $\sum T_f' = 0$. Одновременно равны нулю и импульсы этих частиц (*приравняем нулю импульсы и кинетические энергии продуктов реакции возможно только в системе центра инерции, в которой суммарный импульс по определению равен нулю*). Таким образом, как легко увидеть из (1.2.16, б), при энергии порога в системе центра инерции рассматриваемый инвариант просто равен $(\sum m_f)^2$. Итак, равенство релятивистских инвариантов в двух рассматриваемых системах при энергии порога имеет вид

$$\left[(T_A + M_A + M_B)^2 - p_A^2 \right]_{\text{порог}} = (\sum m_f)^2. \quad (1.2.17)$$

При энергии порога $T_A = (T_A)_{\min} = E_{\text{порог}}$, а $(p_A^2)_{\text{порог}} = (T_A)_{\min}^2 + 2(T_A)_{\min} \cdot M_A$. С учетом этого из (1.2.17) получаем

$$\begin{aligned} E_{\text{порог}} = (T_A)_{\min} &= \frac{1}{2M_B} \left[(\sum m_f)^2 - (\sum m_i)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2M_B} (\sum m_f - \sum m_i) (\sum m_f + \sum m_i), \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

где $\sum m_i = M_A + M_B$.

Часто вместо формулы (1.2.18) используется эквивалентное выражение

$$E_{\text{порог}} = (T_A)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{M_A}{M_B} + \frac{|Q|}{2M_B} \right), \quad (1.2.19)$$

где $Q = \sum m_i - \sum m_f$ — энергия реакции.

Подчеркнем, что обе «пороговые» формулы (1.2.18) и (1.2.19) записаны в системе $\hbar = c = 1$. В обычном варианте использования этих формул массы умножаются на c^2 .

Задача 1.2.6. *Рождение нейтрального π^0 -мезона на неподвижной водородной мишени происходит как на ускорителях электронов промежуточных энергий, так и на ускорителях протонов. Сравнить минимальные энергии пучков частиц на электронных и протонных ускорителях, при которых возможно рождение π^0 -мезона.*

Реакции рождения π^0 -мезона на электронном и протонном ускорителях имеют следующий вид:



Пороговые энергии электронов и протонов в этих реакциях даются соответственно следующими выражениями:

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2m_p} m_\pi (2m_p + 2m_e + m_\pi), \\ T_p &= \frac{1}{2m_p} m_\pi (4m_p + m_\pi). \end{aligned}$$

Пользуясь таблицами масс частиц, получим для пороговых кинетических энергий электрона и протона в реакциях (1.2.20):

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{135 \text{ МэВ}}{2 \cdot 938 \text{ МэВ}} (2 \cdot 938 \text{ МэВ} + 2 \cdot 0,511 \text{ МэВ} + 135 \text{ МэВ}) \approx 145 \text{ МэВ} \\ T_p &= \frac{135 \text{ МэВ}}{2 \cdot 938 \text{ МэВ}} (4 \cdot 938 \text{ МэВ} + 135 \text{ МэВ}) \approx 280 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Столь значительное различие в пороговых энергиях при рождении пиона в реакциях электронов и протонов с неподвижной водородной мишенью является следствием больших затрат энергии на движение центра масс системы во второй реакции. Эти затраты отсутствуют в ускорителях на встречных пучках — *коллайдерах* (colliders). Именно коллайдеры являются основным инструментом современной физики высоких энергий в получении информации о структуре и свойствах частиц и их взаимодействиях.

Определим энергию E частицы в ускорителе с неподвижной мишенью, эквивалентном коллайдеру с энергиями E' одинаковых частиц в пучках. Имеются в виду полные энергии упомянутых частиц, связанные с их кинетическими энергиями и массами соотношениями

$$\begin{aligned} E &= T + m \text{ (неподвижная мишень)}, \\ E' &= T' + m \text{ (коллайдер)}. \end{aligned}$$

В ускорителе со встречными пучками одинаковых по массе частиц лабораторная система совпадает с системой центра масс. В этой (штрихованной) системе квадрат инварианта массы $(E')^2 - (P')^2 = \text{inv} = 4(E')^2$. В системе координат, связанной с одной из сталкивающихся частиц (например, частицей 2), энергия частицы 1 есть искомая энергия E . В этой системе квадрат полной энергии равен $(E + m)^2$, а квадрат полного импульса системы равен квадрату импульса частицы 1: $P^2 = p_1^2 = E^2 - m^2$. Приравнивая значения инвариантов в этих двух системах, получим для полной энергии частицы в ускорителе с непо-

движной мишенью, эквивалентном коллайдеру (эту энергию иногда называют *энергией столкновения*), выражение

$$E = \frac{2(E')^2}{m} - m. \quad (1.2.21)$$

Задача 1.2.7. *Оценить, какие энергии E пучков должны иметь ускорители с неподвижной мишенью, эквивалентные ускорителям на встречных пучках:*

а) протон-антипротонному коллайдеру (лаборатория им. Ферми FNAL) с энергиями пучков 1 ТэВ;

б) электрон-позитронному коллайдеру (LEP, CERN) с энергиями пучков 100 ГэВ.

Расчет энергий пучков в ускорителях с неподвижной мишенью, эквивалентных коллайдеру, по (1.2.21) дает, соответственно для энергий антипротонов

$$E = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{0,94} \text{ ГэВ} - 0,94 \text{ ГэВ} \approx 2,1 \cdot 10^6 \text{ ГэВ} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ ТэВ}$$

и позитронов

$$E = \frac{2 \cdot 100 \cdot 100}{0,511 \cdot 10^{-3}} \text{ ГэВ} \approx 4 \cdot 10^4 \text{ ТэВ}.$$

Относительно бóльший «выигрыш» в энергии для коллайдеров с электронными и позитронными пучками является следствием зависимости энергии «эквивалентного» ускорителя с неподвижной мишенью от массы ускоряемых частиц.

Полученные и использованные при решении данной задачи полные энергии частиц E и E' в эквивалентных ускорителях в силу их ультрарелятивизма практически не отличаются от их кинетических энергий T и T' . Если возникает задача точного сравнения кинетических энергий частиц эквивалентных ускорителей, то выражение (1.2.21) можно переписать в терминах этих энергий:

$$T = \frac{2T'}{m} (T' + 2m). \quad (1.2.22)$$

Задача 1.2.8. *Определить минимальную кинетическую энергию протона в реакции рождения «странных» частиц $p + p \rightarrow p + K^+ + \Sigma^0$ в ускорителе с неподвижной водородной мишенью и в протон-протонном коллайдере.*

В ускорителе с неподвижной мишенью

$$\begin{aligned} (T_p)_{\min} &= \frac{1}{2m_p} (M_{\Sigma^0} + M_{K^+} - m_p) (M_{\Sigma^0} + M_{K^+} + 3m_p) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 938} (1193 + 494 - 938) (1193 + 494 + 3 \cdot 938) \text{ МэВ} \approx 1796 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Минимальная (пороговая) энергия протонных пучков в коллайдере равна половине разности масс продуктов реакции и первичных частиц, т. е.

$$(T'_p)_{\min} = \frac{1}{2} \left(\sum m_f - \sum m_i \right) = \frac{1}{2} (M_{\Sigma^0} + M_{K^+} - m_p) \approx 374 \text{ МэВ.}$$

Величины $(T_p)_{\min}$ и $(T'_p)_{\min}$ связаны соотношением (1.2.22). Поэтому ответ данной задачи может быть получен также с помощью следующего расчета (формула (1.2.22)):

$$\begin{aligned} (T_p)_{\min} &= \frac{2(T'_p)_{\min}}{m_p} [(T'_p)_{\min} + 2m_p] = \\ &= \frac{2 \cdot 374}{938} [374 + 2 \cdot 938] \text{ МэВ} \approx 1796 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

1.2.4. Эффективные сечения реакций. В физике микромира характеристиками вероятности процессов взаимодействия частиц и ядер являются *дифференциальное* и *полное эффективные сечения реакций*.

Рассмотрим поток частиц A , падающих на мишень и вступающих во взаимодействие с частицами B мишени. Результатом реакции может быть как появление частиц A и B с другими кинематическими характеристиками, так и возникновение новых частиц.

Дифференциальное эффективное сечение реакции в системе покоя мишени определяется как

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{dN(\theta)}{j \cdot M}. \quad (1.2.23)$$

Здесь θ — угол рассеяния или реакции; $dN(\theta)$ — число частиц, вылетевших под этим углом в единицу времени (в секунду) в телесном угле $d\Omega$; j — плотность потока частиц (число частиц, упавших в единицу времени на единицу поперечной площади мишени); M — полное число частиц B мишени, находящихся в пучке ($M = n \cdot S \cdot L$, где n — число частиц мишени в единице объема; S — облучаемая площадь мишени; L — толщина мишени).

Полное (или интегральное) эффективное сечение реакции является интегралом от (1.2.23) по углу рассеяния (реакции):

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega. \quad (1.2.24)$$

Размерность эффективного сечения реакции — см^2 .

Поскольку эффективные сечения процессов микромира в единицах см^2 представляют собой очень малые величины, они измеряются, как правило, в единицах 1 барн = 1 б = 1 b = 10^{-24} см^2 .

Серия экспериментов по измерению эффективных сечений рассеяния α -частицы на ядрах была проведена под руководством Резерфорда.

Им было показано, что практически вся масса атома и его положительный заряд сосредоточены в ядре, линейные размеры которого примерно в 10^5 раз меньше размеров атома. Для дифференциального сечения рассеяния α -частицы на ядре как на бесструктурном (точечном) объекте с зарядом Ze им была получена формула (формула Резерфорда):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{(Z_\alpha Ze^2)^2}{(4T_\alpha \sin^2 \frac{\theta}{2})^2}, \quad (1.2.25)$$

где $Z_\alpha e$ — заряд α -частицы, Ze — заряд ядра, T_α — кинетическая энергия α -частицы, θ — угол рассеяния α -частицы.

Задача 1.2.9. Рассчитать дифференциальное эффективное сечение рассеяния α -частицы с кинетической энергией 10 МэВ на ядре ${}_{20}^{40}\text{Ca}$. Угол рассеяния равен 60° .

Учитывая, что $Z_\alpha = 2$, получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) &= \frac{(Ze^2)^2}{(2T_\alpha \sin^2 \frac{\theta}{2})^2} = \\ &= \frac{\left(20 \cdot \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \hbar c\right)^2}{\left(2 \cdot 10 \text{ МэВ} \cdot \frac{1}{4}\right)^2} = \left(\frac{20 \cdot \frac{1}{137} \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{5 \text{ МэВ}}\right)^2 \approx \\ &\approx 0,34 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2/\text{стерадиан} = 0,34 \text{ барн/стер}. \end{aligned}$$

Здесь для упрощения процедуры расчета использована константа электромагнитного взаимодействия $\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ и константа конверсии $\hbar c \approx 200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}$.

Задача 1.2.10. Рассчитать дифференциальное эффективное сечение рассеяния α -частицы с кинетической энергией 10 МэВ на ядре золота ${}_{79}^{197}\text{Au}$. Угол рассеяния равен 180° .

Расчет аналогичен расчету предыдущей задачи.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 180^\circ) = \frac{(Ze^2)^2}{(2T_\alpha \sin^2 \frac{\theta}{2})^2} = \frac{\left(79 \cdot \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \hbar c\right)^2}{(2 \cdot 10 \text{ МэВ})^2} \approx 0,33 \cdot 10^{-2} \frac{\text{барн}}{\text{стер}}.$$

Следует отметить, что формула Резерфорда в виде (1.2.25) справедлива лишь при энергиях α -частиц, не превышающих примерно 20 МэВ. При более высоких энергиях в формулу (1.2.25) должен быть введен еще один множитель — формфактор, связанный с внутренней структурой (неточечностью) сталкивающихся ядер.

1.2.5. Диаграммы Фейнмана. В квантовой теории существует удобный метод описания и расчета вероятностей процессов взаимодействия частиц, основанный на использовании *диаграмм Фейнмана*.

В диаграммах Фейнмана физическому процессу сопоставляется его графическая схема. Каждой участвующей в процессе взаимодействия частице соответствует линия. Обычно линии фермионов — тонкие прямые линии. Линии бозонов изображают либо волнистыми линиями, либо штриховыми прямыми.

Диаграмма Фейнмана задает алгоритм вычисления амплитуды вероятности процесса. Каждому элементу диаграммы соответствуют определенные множители в расчете амплитуды вероятности. Линии, один из концов которых свободен, соответствуют свободным частицам. В расчете амплитуды вероятности этим линиям отвечают волновые функции частиц. Квадрат модуля амплитуды вероятности определяет вероятность процесса.

Линии на диаграммах Фейнмана могут описывать распространение как частиц, так и античастиц: направление стрелок на линиях античастиц противоположно направлениям стрелок на линиях частиц.

Взаимодействие частиц на диаграмме изображается вершиной (или узлом), в котором сходятся две фермионных и одна бозонная линии. Каждой вершине в амплитуде вероятности процесса соответствует константа взаимодействия. В случае электромагнитных процессов константой взаимодействия (константой связи) является величина

$$\sqrt{\alpha_e} = \frac{e}{\sqrt{\hbar c}}. \quad (1.2.26)$$

В системе единиц $\hbar = c = 1$ для этой константы имеем $\sqrt{\alpha_e} = e$. При энергиях < 10 ГэВ

$$\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}. \quad (1.2.27)$$

Частицы, изображенные линиями, начинающимися и кончающимися в вершинах, — это так называемые *виртуальные частицы*. Линиям виртуальных частиц в расчете диаграмм Фейнмана сопоставляются функции распространения этих частиц, называемые *пропагаторами*. Именно виртуальные частицы ответственны за реализацию взаимодействия частиц. Для процессов взаимодействия, которые осуществляются путем рождения и поглощения виртуальных частиц, характерно, что в течение интервала времени взаимодействия Δt имеет место отклонение ΔE энергии виртуальной частицы от ее точного значения, соответствующего закону сохранения. Величины ΔE и Δt связаны соотношением неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar. \quad (1.2.28)$$

Для виртуальных частиц

$$E^2 \neq p^2 c^2 + m^2 c^4.$$

Следует подчеркнуть, что в целом для всего процесса законы сохранения выполняются точно. В частности, полная энергия частиц до взаимодействия равна полной энергии частиц после взаимодействия.

На рис. 1.2.1, *a* изображена диаграмма Фейнмана рассеяния фотона на электроне (вектор времени направлен слева направо). Изменение направлений фермионной линии дает диаграмму Фейнмана рассеяния фотона на позитроне.

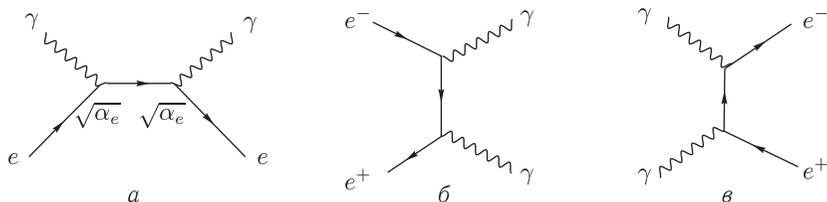


Рис. 1.2.1. *a* — Диаграмма Фейнмана рассеяния фотона на электроне, *б* — диаграмма двухфотонной e^+e^- -аннигиляции, *в* — диаграмма рождения e^+e^- -пары двумя фотонами

Диаграммы Фейнмана обладают замечательными свойствами: если на рис. 1.2.1 направить вектор времени снизу вверх (или, сохраняя направление вектора времени, повернуть диаграмму на 90° по часовой стрелке), то полученная диаграмма *б* будет изображать двухфотонную аннигиляцию: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$. Противоположное вращение диаграммы Фейнмана приводит к графическому изображению обратного процесса *в* — рождения пары e^+e^- при взаимодействии двух фотонов.

Диаграммы Фейнмана не только являются иллюстрацией реакций с частицами, но и позволяют — даже без проведения точного расчета — сделать некоторые важные оценки соотношения вероятностей процессов. Например, с их помощью легко доказать доминирующую роль низших по константе (или количеству виртуальных частиц) диаграмм в электромагнитных взаимодействиях. Рассмотрим, как количество узлов в диаграмме влияет на вероятность процесса. Амплитуда вероятности A_1 простейшего процесса, представляемого одним узлом из трех линий (т. е. амплитуда вероятности испускания или поглощения виртуальной частицы), пропорциональна $\sqrt{\alpha}$, т. е. $A_1 \sim \sqrt{\alpha}$, где α — константа фундаментального взаимодействия, ответственного за испускание (или поглощение) виртуальной частицы. Амплитуда вероятности A_2 двухузловой диаграммы (испускание и затем поглощение виртуальной частицы) в соответствии с правилом произведения вероятностей дается соотношением $A_2 \sim \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\alpha} = (\sqrt{\alpha})^2$. Для диаграммы с N узлами амплитуда вероятности $A_N \sim (\sqrt{\alpha})^N$. Вероятность процесса (дифференциальное эффективное сечение $\frac{d\sigma}{d\Omega}$) связана с амплитудой A

этого процесса соотношением (без доказательства)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |A|^2. \quad (1.2.29)$$

Рассмотрим в качестве примера рассеяние электрона на электроне. Квантом электромагнитного взаимодействия является виртуальный фотон.

На рис. 1.2.2 показана обобщенная диаграмма этого процесса, которая может быть представлена как *сумма диаграмм с разным количеством вершин*. Поскольку взаимодействие электромагнитное, каждой вершине соответствует константа связи электромагнитного взаимодействия $\sqrt{\alpha_e} = e/\sqrt{\hbar c} = \sqrt{1/137}$. Первая из диаграмм Фейнмана, дающая вклад в процесс рассеяния электрона на электроне, имеет две вершины и ее амплитуда вероятности A_2 пропорциональна квадрату константы связи (1.2.26), т. е. $A_2 \sim \alpha_e = e^2/\hbar c = 1/137$. Для второй диаграммы с четырьмя вершинами имеем $A_4 \sim \alpha_e^2 = (1/137)^2$, для следующей (с шестью вершинами) $A_6 \sim \alpha_e^3 = (1/137)^3$ и так далее. Поэтому первая диаграмма вносит основной вклад в вероятность рассматриваемого процесса. Вклады диаграмм более высокого порядка, т. е. с бóльшим числом вершин, много меньше вклада этой первой диаграммы.

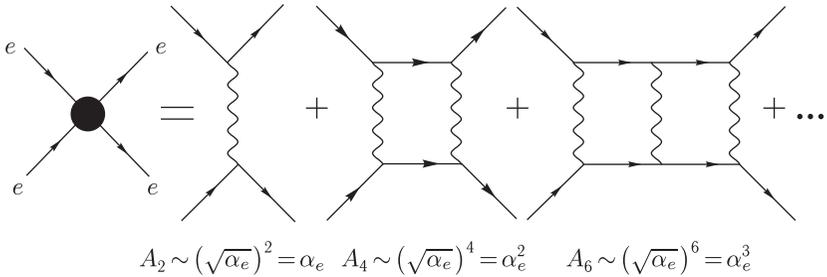


Рис. 1.2.2. Представление взаимодействия двух электронов в виде совокупности диаграмм с увеличивающимся числом вершин (2, 4, 6, ...)

Следует отметить, что «константы взаимодействия», строго говоря, не постоянны: они зависят от энергии взаимодействия. Однако в области энергий взаимодействия $E < 10$ ГэВ этим эффектом можно пренебречь.

Задача 1.2.11. *Оценить отношение вероятностей процессов двухфотонной и трехфотонной аннигиляции пары электрон-позитрон.*

Процессы $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ и $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma$ в низшем порядке по константе электромагнитного взаимодействия могут быть представлены диаграммами Фейнмана на рис. 1.2.3.

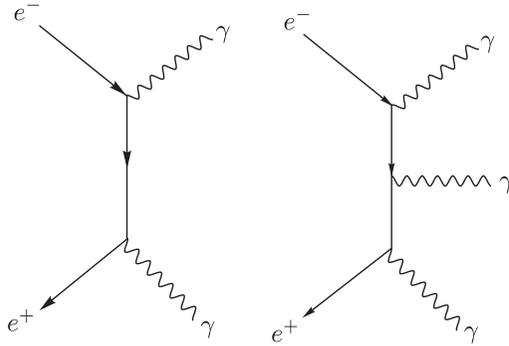


Рис. 1.2.3. Диаграммы двухфотонной (слева) и трехфотонной (справа) аннигиляции e^+e^-

Для первого процесса с двумя вершинами вероятность $w_2 \sim \alpha_e^2$, для второго $w_3 \sim \alpha_e^3$. Отношение вероятностей $(w_2/w_3) \sim 137$. Отметим, что первая диаграмма соответствует распаду парапозитрония, т. е. состояния системы e^+e^- с полным моментом количества движения $J = 0$ (спины e^+ и e^- антипараллельны). Вторая диаграмма отражает распад ортопозитрония — системы e^+e^- с полным моментом количества движения $J = 1$.

Рассмотрим *рассеяние электрона на ядре с числом протонов Z* . Дифференциальное эффективное сечение рассеяния для этого процесса (формула Мотта) имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{(Ze^2 \cos \theta)^2}{(2T_e \sin^2 \frac{\theta}{2})^2} F^2. \quad (1.2.30)$$

Здесь F — формфактор, зависящий от плотности распределения заряда в ядре-мишени. Если рассеяние происходит на частице, которую можно считать точечной, $F = 1$.

Дифференциальное сечение рассеяния электронов на точечном заряде (формула Мотта) отличается от формулы Резерфорда (1.2.25) множителем $\cos^2 \theta$. Появление множителя $\cos^2 \theta$ связано с наличием у электрона спина.

Величины резерфордовского и моттовского сечений пропорциональны квадрату константы электромагнитного взаимодействия $\alpha_e = e^2/\hbar c$, как это следует из диаграмм Фейнмана этих процессов. Для формулы Резерфорда доказательством этого факта является решение задачи 1.2.9. Зависимость дифференциального сечения от константы электромагнитного взаимодействия видна также и в формуле Мотта рассеяния электрона на ядре как на бесструктурном (точечном)

объекте:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{(Ze^2 \cos \theta)^2}{(2T_e \sin^2 \frac{\theta}{2})^2} = \left(\frac{Z}{2T_e}\right)^2 \cdot \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 (\hbar c)^2 \frac{\cos^2 \theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (1.2.31)$$

Задача 1.2.12. Рассчитать дифференциальное эффективное сечение рассеяния электрона с кинетической энергией 10 МэВ на ядре ${}^{40}_{20}\text{Ca}$. Угол рассеяния равен 60° .

Расчет сечения аналогичен проведенному в задаче 1.2.9. Результат отличается от полученного ранее множителем $\cos^2 \theta = 1/4$. Поэтому моттовское сечение равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_M}(\theta = 60^\circ) = 0,085 \frac{\text{барн}}{\text{стер}}.$$

Задача 1.2.13. Обосновать справедливость применения формулы Мотта с $F = 1$ в задаче 1.2.12.

Введение формфактора как в формулу Резерфорда, так и в формулу Мотта необходимо в тех случаях, когда длина волны рассеиваемой на ядре частицы меньше, чем радиус ядра. Для ядра ${}^{40}\text{Ca}$ радиус равен приблизительно

$$R \approx r_0 A^{1/3} \approx (1,0 \div 1,1) \cdot 3,4 \text{ Фм} \approx 3,6 \text{ Фм}.$$

Здесь использована формула (1.7.2) для радиуса ядра.

Длина волны электрона с кинетической энергией 10 МэВ

$$\lambda = 2\pi\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{pc} \approx 125 \text{ Фм}.$$

Таким образом, применение формулы Мотта для рассеяния электрона на точечном заряде к электронам с кинетической энергией 10 МэВ оправдано.

§1.3. Законы сохранения и взаимодействия

1.3.1. Таблица законов сохранения. Все процессы взаимодействия частиц (см. §1.1) подчиняются законам сохранения физических величин (характеристик). В табл. 1.3 перечислены законы сохранения и указано, в каком типе фундаментальных взаимодействий данная характеристика сохраняется. Отметим, что некоторые законы сохранения *аддитивны* (А), т.е. в процессе сохраняется суммарная величина соответствующих характеристик (квантовых чисел) — например, во всех взаимодействиях сохраняется *сумма* энергий частиц. Ряд законов сохранения имеет *мультипликативный* характер (М) — в процессах, управляемых этими законами, сохраняется *произведение* соответствующих характеристик (квантовых чисел). Очень важно,

что законы сохранения имеют глубокую связь со свойствами симметрии системы.

Перечисленные в табл. 1.3 законы сохранения для всех реакций сильного взаимодействия выполняются без исключений. Это одновременно означает наибольшую, по сравнению с другими взаимодействиями, степень симметрий этих взаимодействий.

Таблица 1.3

Законы сохранения

| Характеристика | Символ | Взаимодействия | | | А или М |
|-----------------------|----------------------|----------------|-----------|--------|---------|
| | | Сильное | Эл.-магн. | Слабое | |
| Энергия | E | + | + | + | А |
| Импульс | \vec{p} | + | + | + | А |
| Момент импульса | \vec{J} | + | + | + | А |
| Эл. заряд | Q | + | + | + | А |
| Барионный заряд | B | + | + | + | А |
| Лептонные заряды | L_e, L_μ, L_τ | + | + | +(*) | А |
| Странность | s | + | + | - | А |
| Charm | c | + | + | - | А |
| Bottomness | b | + | + | - | А |
| Topness | t | + | + | - | А |
| Изоспин | I | + | - | - | А |
| P -четность | P | + | + | - | М |
| C -четность | C | + | + | - | М |
| CP -инвариантность | CP | + | + | - | М |
| CPT -инвариантность | CPT | + | + | + | М |
| T -инвариантность | T | + | + | - | М |

* Имеющиеся экспериментальные данные согласуются с абсолютным сохранением трех отдельных лептонных зарядов L_e , L_μ и L_τ за исключением эффектов нейтринного смешивания, связанных с нейтринными массами и проявляющегося в осцилляциях нейтрино различных типов. Таким образом, строго говоря, имеют место нарушения законов сохранения лептонных зарядов по отдельности, но сохранение суммы лептонных зарядов $\sum (L_e + L_\mu + L_\tau)$ по-прежнему сомнений не вызывает. Нарушение законов сохранения отдельных лептонных зарядов (чисел) происходит именно в секторе слабых взаимодействий и, поскольку вероятность этих нарушений экстремально мала, то в рассматриваемых в данной книге реакциях и распадах эти нарушения, по существу, ненаблюдаемы, и законом сохранения отдельных лептонных чисел, по-прежнему, пользоваться можно.

1.3.2. Симметрии и законы сохранения. В квантовой физике характеристикой системы частиц является волновая функция: Ψ -функция. Ψ -функция зависит от пространственных, спиновых и других характеристик частиц системы. Квадрат модуля Ψ -функции равен вероятности обнаружить систему частиц с данными характеристиками. Интеграл квадрата модуля Ψ -функции по всем возможным пространственным и другим переменным должен быть равен 1. При преобразовании аргументов Ψ -функции, например, при сдвигах пространственной или временной шкал вероятность не изменяется:

$$\Psi' = \hat{U}\Psi, \quad \Psi'^*\Psi' = \Psi^*\hat{U}^*\hat{U}\Psi = \Psi^*\Psi, \quad \hat{U}^* = \hat{U}^{-1}. \quad (1.3.1)$$

Здесь \hat{U} — оператор преобразования Ψ -функции, а \hat{U}^* и \hat{U}^{-1} — соответственно комплексно-сопряженный и обратный операторы этого преобразования.

Оператор преобразования Ψ -функции имеет вид

$$\hat{U} = e^{i\alpha\hat{Q}}. \quad (1.3.2)$$

Инвариантности уравнений движения системы относительно преобразования (1.3.2) соответствует закон сохранения величины Q . Это одна из возможных формулировок *теоремы Нётер* о соответствии каждого вида симметрии природы (системы) своему закону сохранения. В частности, инвариантности уравнений движения относительно сдвигов пространственных координат системы соответствует закон сохранения импульса, а инвариантности уравнений движения относительно сдвигов временных координат соответствует закон сохранения энергии.

В случае сдвигов системы координат в пространстве или времени величина α может быть любой, в том числе и бесконечно малой величиной, например, $\alpha = dt$. В случае преобразований (1.3.2) такого непрерывного типа закон сохранения величины Q аддитивный, т. е. сохраняется сумма величин. Если величина α в (1.3.2) может принимать только *дискретный* ряд значений, закон сохранения величины Q — мультипликативный, т. е. сохраняется произведение величин Q .

1.3.3. Пространственная четность (P -четность). Волновая функция системы частиц является функцией координат этих частиц. Переход от выбранной системы координат к системе, соответствующей зеркальному отражению всех координатных осей, приводит к преобразованию волновой функции системы. Оператор этого преобразования \hat{P} (оператор пространственного отражения) действует следующим образом:

$$\hat{P}\Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}), \quad (1.3.3)$$

где \vec{r} — совокупность координат частиц системы: $\vec{r} = \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A$.

Если система частиц, характеризуемая волновой функцией $\Psi(\vec{r})$, инвариантна к P -преобразованию (т. е. гамильтониан системы комму-

тирует с оператором пространственного отражения), то эта система характеризуется определенной сохраняющейся четностью p . Последняя, являясь «хорошим квантовым числом», удовлетворяет уравнению на собственные значения:

$$\hat{P}\Psi(\vec{r}) = p\Psi(\vec{r}). \quad (1.3.4)$$

Двукратное применение оператора \hat{P} к функции $\Psi(\vec{r})$ возвращает эту функцию (систему частиц) в исходное состояние. Отсюда, с учетом (1.3.3) и (1.3.4), получаем собственные значения квантового числа четности p :

$$\begin{aligned} \hat{P}\hat{P}\Psi(\vec{r}) &= p^2\Psi(\vec{r}) = \Psi(\vec{r}), \\ p &= \pm 1. \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

Системы частиц с сильным и электромагнитным взаимодействием инвариантны к P -преобразованию. Поэтому такие системы характеризуется определенной четностью. В частности, это относится к состояниям адронов и систем адронов.

Преобразование отражения всех координатных осей можно представить в виде поворотов всех этих осей на угол $\theta = 180^\circ$. Это *дискретное* преобразование волновой функции частицы или системы частиц. Поэтому закон сохранения пространственной четности — *мультипликативный*.

Принято указывать одновременно спин J и четность p состояния в форме J^P .

§1.4. Сильные взаимодействия частиц

1.4.1. Адроны, кварки и глюоны. Частицы, принимающие участие в сильных взаимодействиях, называются *адронами* (hadrons). Все адроны делятся на два класса: *барионы* и *мезоны*. Барионы имеют полуцелый спин, т. е. являются фермионами и подчиняются принципу Паули. Мезоны — частицы с целым или нулевым значением спина.

Все адроны имеют внутреннюю структуру. Они состоят из *кварков* (q) и *антикварков* (\bar{q}). Барионы имеют барионный заряд $B = 1$ и состоят из трех кварков. Их структуру можно записать как (qqq) . К числу барионов относятся протон p и нейтрон n , состоящие из кварков u и d : $p = (uud)$, $n = (udd)$.

Мезоны состоят из кварка и антикварка, т. е. имеют структуру $(q\bar{q})$. Их барионный заряд $B = 0$.

Кварки в свободном состоянии не наблюдаются. Они всегда входят в состав адронов и считаются точечными (бесструктурными) частицами. Спины всех кварков равны $1/2$.

Явления природы, проявляющиеся при невысоких энергиях частиц, могут быть практически полностью объяснены взаимодействием фундаментальных частиц 1-го поколения (см. табл. 1.1). 2-е поколение фундаментальных частиц проявляется при более высоких энергиях:

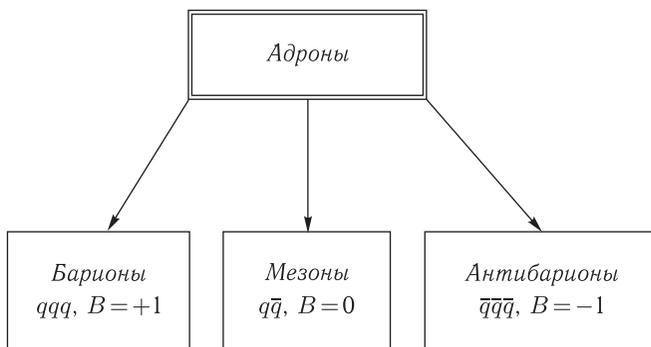


Рис. 1.4.1. Типы адронов и их кварковый состав

первые барионы и мезоны, содержащие наиболее легкий кварк этого поколения — s -кварк — были обнаружены в 60-е годы прошлого века в экспериментах на ускорителях. Это так называемые «странные» частицы. Исследование 3-го поколения фундаментальных частиц возможно только на ускорителях высоких энергий.

Тип кварка (u, d, s, c, b, t) принято называть его *ароматом* (flavor). В табл. 1.4 перечислены характеристики кварков. Помимо перечисленных в таблице характеристик, кварки обладают еще одним квантовым числом, называемым *цвет* (color). Каждый из 6 кварков (u, d, s, c, b, t) существует в трех «цветовых» разновидностях: красной (κ), зеленой (z) или синей (c). Антикварки несут соответствующие цветовые антизаряды: антикрасный ($\bar{\kappa}$), антизеленый (\bar{z}) и антисиний (\bar{c}). Цвет играет роль заряда сильного взаимодействия.

Адроны бесцветны. Цвета составляющих их кварков смешаны в равной пропорции и поэтому (как и в оптике при равной смеси трех базовых цветов) в сумме дают отсутствие цвета («белый» цвет).

Переносчики сильного взаимодействия — *глюоны* — так же как и кварки, окрашены и поэтому сами являются источниками сильного (глюонного) поля. Однако в отличие от кварков глюоны имеют не один, а два цветовых индекса: *цвет–антицвет*. Всего из трех цветов (κ, z, c) и трех антицветов ($\bar{\kappa}, \bar{z}, \bar{c}$) можно для глюонов составить 9 возможных парных комбинаций цвет–антицвет:

| | | | |
|----------|----------------------|-----------------|-----------------|
| | $\bar{\kappa}$ | \bar{z} | \bar{c} |
| κ | $\kappa\bar{\kappa}$ | $\kappa\bar{z}$ | $\kappa\bar{c}$ |
| z | $z\bar{\kappa}$ | $z\bar{z}$ | $z\bar{c}$ |
| c | $c\bar{\kappa}$ | $c\bar{z}$ | $c\bar{c}$ |

Эти 9 парных комбинаций цвет-антицвет разбиваются на 6 недиагональных явно окрашенных и 3 диагональных, обладающих скрытым цветом: $k\bar{k}$, $z\bar{z}$ и $c\bar{c}$. Цветовые заряды, как и электрические, сохраняются. Поэтому 6 недиагональных явно окрашенных пар не смешиваются между собой. Что касается трех диагональных пар, то сохранение цветового заряда не препятствует переходам типа $k\bar{k} \leftrightarrow z\bar{z} \leftrightarrow c\bar{c}$, т. е. диагональные пары смешиваются. В результате этих переходов вместо трех цветовых сочетаний $k\bar{k}$, $z\bar{z}$ и $c\bar{c}$ возникают три других, являющихся их линейными комбинациями. При этом одна из формально возможных комбинаций цвет-антицвет, а именно $k\bar{k} + z\bar{z} + c\bar{c}$, не имеет цветового заряда (т. е. является «белой») и поэтому не может быть переносчиком и источником сильного (цветного) взаимодействия. Таким образом, всего имеется не 9, а 8 типов глюонов.

Свободные глюоны (как и кварки) не существуют: они «заперты» внутри бесцветных адронов. Это явление носит название *конфайнмента* (confinement).

Таблица 1.4

Характеристики кварков
(для всех кварков $J^P = 1/2^+$ и барионный заряд $B = 1/3$)

| Характеристика | Тип кварка или аромат (flavor) | | | | | |
|-------------------------|--------------------------------|----------------------------|-------------------|------------------------|------------------|----------------------|
| | d | u | s | c | b | t |
| Электрический заряд Q | $-\frac{1}{3}e$ | $+\frac{2}{3}e$ | $-\frac{1}{3}e$ | $+\frac{2}{3}e$ | $-\frac{1}{3}e$ | $+\frac{2}{3}e$ |
| Изоспин I | 1/2 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Проекция изоспина I_3 | -1/2 | +1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Странность s | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| Charm c | 0 | 0 | 0 | +1 | 0 | 0 |
| Bottomness b | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| Topness t | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | +1 |
| Масса (mc^2) | $4,8^{+0,7}_{-0,3}$ МэВ | $2,3^{+0,7}_{-0,5}$ МэВ | 95 ± 5 МэВ | $1,28 \pm 0,03$ ГэВ | $4,2-4,7$ ГэВ | $173,5 \pm 1$ ГэВ |

Кроме перечисленных квантовых чисел кваркам приписывается еще одно квантовое число — барионный заряд B . Поскольку у всех барионов величина барионного заряда равна +1, барионный заряд кварков равен +1/3. Антикварки имеют то же значение спина и изоспина (см. далее пункт 1.4.4), что и кварки (т. е. 1/2). Все другие квантовые числа антикварков равны по абсолютной величине и противоположны по знаку квантовым числам кварков. Например, антипротон построен из трех антикварков ($\bar{u}\bar{u}\bar{d}$). Его электрический заряд (в единицах положительного элементарного заряда e , т. е. заряда позитрона или протона) поэтому равен $Q(\bar{u}\bar{u}\bar{d}) = -\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = -1$, а барионный заряд

$$B(\overline{qq}) = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -1. \text{ Барийонный заряд всех мезонов равен нулю:}$$

$$B(q\overline{q}) = +\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0.$$

1.4.2. Спины адронов. Все кварки имеют спин (собственный момент импульса), равный $1/2$. Момент импульса барионов является векторной суммой спинов \vec{s}_i и орбитальных моментов \vec{l}_i составляющих барион кварков:

$$\vec{J}(q_1 q_2 q_3) = \sum_{i=1}^3 \vec{s}(q_i) + \sum_{i=1}^3 \vec{l}(q_i) = \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{l}(q_1) + \vec{l}(q_2) + \vec{l}(q_3). \quad (1.4.1)$$

В низшем по энергии состоянии таких систем орбитальные моменты кварков равны 0, а спины складываются в наименьший возможный суммарный спин — т. е. в $1/2$. Таковы спины низших по массе (энергии покоя) барионов — протона $p = (uud)$ и нейтрона $n = (udd)$. Этот факт указывает на зависимость сил (в данном случае — сильных взаимодействий) от ориентации спинов составляющих системы частиц. Впервые это было установлено при изучении ядер — систем нуклонов, связанных сильными (ядерными) взаимодействиями.

Спины античастиц равны спинам частиц. Поэтому для мезонов — систем $(q\overline{q})$ — имеем

$$\vec{J}(q_1 \overline{q}_2) = \sum_{i=1}^2 \vec{s}(q_i) + \sum_{i=1}^2 \vec{l}(q_i) = \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{l}(q_1) + \vec{l}(\overline{q}_2). \quad (1.4.2)$$

В низших по массе состояниях мезонов орбитальные моменты кварков равны 0, а спины кварка и антикварка складываются в 0. Примером являются пионы — системы из кварка и антикварка первого поколения.

Закон сохранения момента импульса (аддитивный закон) выполняется во всех типах взаимодействий.

1.4.3. Пространственная (P) четность адронов. Четность адронов представляет собой произведение четностей составляющих их кварков или антикварков и четности орбитального движения кварков:

$$\begin{aligned} \text{Барионы : } P &= p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot (-1)^l; \\ \text{Мезоны : } P &= p_1 \cdot p_2 \cdot (-1)^l. \end{aligned} \quad (1.4.3)$$

Здесь l — результирующий орбитальный момент кварков в адроне.

Четность антифермиона противоположна четности фермиона. Собственные четности кварков (+1), а антикварков (−1). В низших по массе (энергии покоя) состояниях результирующие орбитальные моменты кварков нулевые. Поэтому четность нуклона равна (+1), а четности π -мезонов отрицательны.

1.4.4. Изоспин адронов и систем адронов (атомных ядер). Как основное, так и возбужденные состояния адронов (т. е. всех

частиц или систем частиц, участвующих в сильных взаимодействиях) характеризуются квантовыми числами, которые называются *изоспином* и *проекцией изоспина*. В литературе эти квантовые числа обозначаются обычно символами I и I_3 (или I_z). В книгах по физике ядра чаще употребляются символы T и T_3 (или T_z).

Введение этих квантовых чисел в физике ядра было связано с тем фактом, что ядерные силы *инвариантны относительно замены протонов на нейтроны*. Это особенно ярко проявляется в спектрах так называемых «зеркальных» ядер, т.е. ядер-изобар, у которых число протонов одного равно числу нейтронов другого (см., например, спектры пар ядер ${}^7_3\text{Li}$ – ${}^7_4\text{Be}$ (рис. 1.7.5) или ${}^{13}_6\text{C}$ – ${}^{13}_7\text{N}$). Для всех известных пар таких ядер имеет место подобие спектров низших возбужденных состояний: спины и четности низших состояний одинаковы, а энергии возбуждения близки.

С точки зрения концепции изоспина, нейтрон и протон являются одной и той же частицей — нуклоном с *изоспином* $I = 1/2$ — в двух разных зарядовых состояниях, различающихся *проекцией вектора изоспина* на выделенную ось ($I_z \equiv I_3$) в *пространстве изоспина*. Таких проекций для момента $I = 1/2$ может быть только две: $I_3 = +1/2$ (протон) и $I_3 = -1/2$ (нейтрон). Квантовая теория изоспина построена по аналогии с теорией спина. *Однако пространство изоспина не совпадает с обычным координатным пространством и является искусственно введенным.*

Система Z протонов и N нейтронов — атомное ядро — имеет проекцию изоспина

$$I_3(A, Z) = Z(+1/2) + N(-1/2) = \frac{Z - N}{2}. \quad (1.4.4)$$

Ядерные (т.е. сильные) взаимодействия инвариантны относительно вращений в изоспиновом пространстве. Поэтому эти взаимодействия не зависят от проекции изоспина. Однако от величины изоспина ядерные силы зависят! Низшим по энергии состоянием системы нуклонов, т.е. основным состоянием ядра, является состояние с низшим возможным значением изоспина, которое равно

$$I_0 = |I_3| = \left| \frac{Z - N}{2} \right|. \quad (1.4.5)$$

Возбужденные состояния ядер могут иметь более высокие значения изоспина, но с той же проекцией.

Изоспин — квантовый вектор, являющийся характеристикой не только нуклонов и ядер, но и любых *адронов*. Оператор квадрата изоспина является собственным оператором волновой функции адрона или системы адронов:

$$\widehat{I}^2\Psi = I(I + 1)\Psi. \quad (1.4.6)$$

Квантовая механика изоспина построена по аналогии с квантовой механикой *момента количества движения* (точнее, собственных моментов количества движения — *спинов*) в обычном пространстве.

Изоспин системы адронов является векторной суммой изоспинов составляющих объектов. Например, для ядра с A нуклонами изоспин равен

$$\vec{I}(A) = \sum_i^A \left(\frac{\vec{1}}{2} \right)_i. \quad (1.4.7)$$

Изоспины адронов являются результатом сложения изоспинов составляющих их кварков. Им обладают только кварки первого поколения u и d , которым приписывается изоспин $1/2$, причем u -кварк имеет значение проекции изоспина $I_3(u) = +1/2$, а d -кварк имеет $I_3(d) = -1/2$.

Изоспин антикварков \bar{u} и \bar{d} также равен $1/2$ (точно так же, как и спин), но *проекции изоспинов* меняют знак при переходе от кварков к антикваркам:

$$I(q) = I(\bar{q}); \quad I_3(q) = -I_3(\bar{q}). \quad (1.4.8)$$

Векторная сумма изоспинов системы 3-х кварков может принимать два значения:

$$\vec{I}(qqq) = \vec{I}(q) + \vec{I}(q) + \vec{I}(q) = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = \frac{\vec{1}}{2} \text{ либо } \frac{\vec{3}}{2}. \quad (1.4.9)$$

Рассмотрим барион с изоспином $1/2$. Вектор $\frac{\vec{1}}{2}$ может иметь две проекции, которые соответствует протону (uud) и нейтрону (udd). Из сложения проекций кварков получим правильные значения проекций изоспина протона и нейтрона ($+1/2$ и $-1/2$).

В связи с тем, что при решении задач по физике частиц и атомных ядер часто приходится оперировать с квантовыми векторами, такими как моменты количества движения или изоспины, напомним *правила сложения квантовых векторов* \vec{A} и \vec{B} :

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}, \quad (1.4.10)$$

$$C = A + B, \quad A + B - 1, \quad A = B - 2, \dots, \quad |A - B|.$$

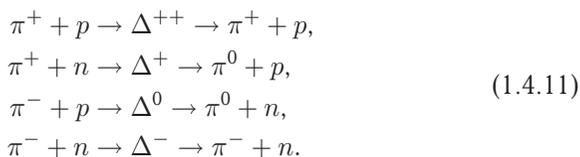
$$\text{Например, } \vec{1} + \vec{1} = 0, \vec{1}, \vec{2}; \quad \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = 0, \vec{1}; \quad \vec{1} + \frac{\vec{1}}{2} = \frac{\vec{1}}{2}, \frac{\vec{3}}{2}.$$

Число возможных значений суммарного вектора равно $2D + 1$, где D — *наименьший* из суммируемых векторов.

Величина изоспина адрона указывает на то, сколько у него *разных зарядовых состояний*. С точки зрения сильных взаимодействий протон и нейтрон являются двумя разными состояниями нуклона с изоспином $I = 1/2$ и двумя разными проекциями ($+1/2$) и ($-1/2$) на выделенную ось в изоспиновом (зарядовом) пространстве. Число разных зарядовых состояний n соответствует числу проекций $n = 2I + 1$ изоспина

на выделенную ось в этом пространстве. Для нуклонов $n = 2$. Частицы или системы частиц, имеющие одинаковый изоспин и разные проекции изоспина, составляют *изоспиновые мультиплеты* (дублеты, триплеты и так далее). Особенностью членов такого мультиплета является то, что они одинаковым образом участвуют в сильном взаимодействии.

Из (1.4.9) следует, что кварки первого поколения могут образовать барионы с изоспинами $1/2$ и $3/2$. Изоспин $3/2$ имеют барионы, которые называются Δ -изобарами. В экспериментах обнаружены 4 разных Δ -изобары. Эти частицы представляют собой возбужденные состояния нуклонов, в которых в результате реакции произошел переворот изоспина и спина одного из кварков, что и привело к появлению системы 3 кварков с изоспином $I = 3/2$ и спином $J = 3/2$. Приведем примеры реакций получения Δ -изобар и распада их по каналу сильных взаимодействий:



Наиболее легкие из мезонов — π -мезоны — существуют в трех зарядовых состояниях π^- , π^0 и π^+ . Изоспин π -мезонов $I = 1$, число членов изоспинового мультиплета $n = 2I + 1 = 3$. Значения проекции изоспина равны $-1, 0, +1$ и соответствуют трем зарядовым состояниям π -мезонов (изоспиновый триплет). Если частица не имеет «изоспинового партнера», ее изоспин нулевой (изоспиновый синглет). Такой частицей является, например, η -мезон. Λ -гиперон, имеющий кварковую структуру (uds), также является изоспиновым синглетом.

Σ -гипероны существуют в трех зарядовых состояниях, поэтому величина их изоспина равна 1, а число проекций соответствующего единичного вектора в изоспиновом пространстве равно 3 ($-1, 0, +1$), как и в случае π -мезонов, т. е. это изоспиновый триплет.

Проекция изоспина адрона I_3 и его электрический заряд Q (в единицах e) связаны с другими квантовыми числами адрона правилом Накано–Нишиджимы–Гелл-Манна (ННГ):

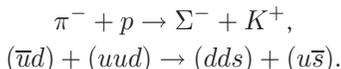
$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \tag{1.4.12}$$

где $Y = B + s$ называют *гиперзарядом* (B — барионный заряд, s — странность). При исследовании адронов, в состав которых входят «тяжелые» кварки, выяснилось, что формула (1.4.12) верна и в этом случае, если ввести *обобщенный гиперзаряд* $Y = B + s + c + b + t$.

1.4.5. Законы сохранения в реакциях с адронами. Покажем, как рассмотренные в 1.4.4 сведения о характеристиках адронов могут быть использованы при решении различных задач. Так, анализ законов сохранения в реакциях и распадах адронов позволяет идентифициро-

вать неизвестную частицу, если ее рождение происходит в результате сильного взаимодействия.

Задача 1.4.1. *Определить минимальное (т. е. пороговое) значение кинетической энергии пиона в системе покоя протона в реакции*



Полученные выше формулы (1.2.18) и (1.2.19) для пороговых значений энергии налетающей частицы универсальны. В данной реакции ($\hbar = c = 1$):

$$\begin{aligned} (T_\pi)_{\min} &= \frac{1}{2M_P} (\sum m_f - \sum m_i) \cdot (\sum m_f + \sum m_i) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 938} (1193 + 494 - 938 - 140) \times \\ &\quad \times (1193 + 494 + 938 + 140) \text{ МэВ} \approx 900 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Задача 1.4.2. *Проверить выполнение дискретных законов сохранения в реакции $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$. Изобразить кварковую диаграмму реакции.*

Закон сохранения электрического заряда Q : $-1 + 1 = -1 + 1$,

закон сохранения барионного заряда B : $0 + 1 = 1 + 0$,

закон сохранения странности s : $0 + 0 = -1 + 1$,

закон сохранения изоспина I : $\vec{1} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{1} + \frac{\vec{1}}{2}$.

Процессы сильных взаимодействий часто изображают с помощью *кварковых диаграмм*. Линии кварков не прерываются. Взаимодействие кварков осуществляется путем обмена глюонами, которые на кварковых диаграммах, как правило, не указывают. Кварковая диаграмма реакции $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$ имеет вид, показанный на рис. 1.4.2.

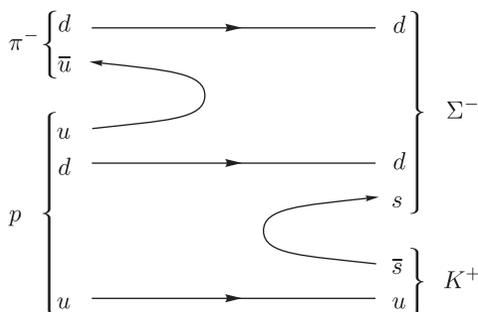


Рис. 1.4.2. Кварковая диаграмма реакции $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$

Задача 1.4.3. *Идентифицировать частицу и ее кварковую структуру в реакции сильного взаимодействия $p + p \rightarrow p + X + K^+$.*

Из законов сохранения следует, что заряд частицы X равен 0. Ее барионный заряд +1. Странность левой части реакции 0, странность K^+ -мезона равна 1, следовательно, странность неизвестной частицы равна -1 . Такой частицей является Λ -барион (гиперон) с кварковой структурой (uds) , либо Σ^0 -барион с той же кварковой структурой. Спин обеих частиц $1/2$, барионный заряд равен 1. Отличие их структуры — в разных *изоспинах*. Λ -гиперон имеет изоспин 0, а нейтральный Σ -гиперон принадлежит к группе трех Σ -гиперонов (Σ^-, Σ^0 и Σ^+) с изоспином 1. Проекция изоспина у членов этой тройки (изоспинового триплета) составляют $-1, 0$ и $+1$. Нейтральный Σ -гиперон — центральный член триплета с проекцией изоспина 0.

Задача 1.4.4. Идентифицировать частицу X в реакции сильного взаимодействия: $p + p \rightarrow n + X + K^+$.

В реакциях сильного взаимодействия выполняются все законы сохранения. Определим характеристики частицы X :

Из закона сохранения заряда Q : $+1 + 1 = 0 + Q(X) + 1$. Отсюда $Q(X) = +1$.

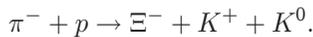
Из закона сохранения барионного заряда B : $+1 + 1 = +1 + B(X) + 0$, т. е. $B(X) = +1$.

Из закона сохранения странности s : $0 + 0 = 0 + s(X) + 1$, т. е. $s(X) = -1$.

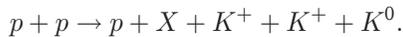
Искомая частица — положительно заряженный барион с отрицательной странностью. Из таблицы частиц следует, что этому условию удовлетворяет Σ^+ . Ее кварковая структура (uus) .

Задача 1.4.5. Предложить реакцию рождения Ξ^- -гиперона.

Используем пучок π^- -мезонов, который можно получить на протонных ускорителях. Направим пучок пионов на водородную мишень. Ξ^- -гиперон имеет странность $s = -2$, т. е. содержит два s -кварка. Его структура (dss) . Поэтому в реакции (в силу закона сохранения странности в сильных взаимодействиях) должны вместе с Ξ^- -гипероном родиться два K -мезона:



Задача 1.4.6. Определить характеристики частицы X , рождающейся вместе с тремя K -мезонами в реакции столкновения протонов в коллайдере:



Оценить минимальную энергию пучков протонов в коллайдере, необходимую для протекания этой реакции.

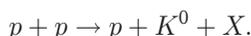
Из закона сохранения электрического заряда $Q(X) = -1$,

из закона сохранения барионного заряда $B(X) = 1$;

из закона сохранения странности $s(X) = -3$.

Кварковая структура этой частицы $X = (sss)$. Пользуясь таблицей адронов, получаем, что $X = \Omega^-$. Масса покоя этого бариона равна 1672 МэВ. Таким образом, масса покоя частиц в конечном состоянии больше массы покоя двух протонов до реакции примерно на 2220 МэВ. Для того чтобы реакция осуществилась, необходимо, чтобы эта энергия была восполнена за счет кинетических энергий протонов, сталкивающихся в коллайдере. Таким образом, для каждого из протонов имеем $(T_p)_{\min} = 1110$ МэВ.

Задача 1.4.7. Идентифицировать частицу X в реакции сильно-го взаимодействия и определить ее изоспин:



В реакциях сильного взаимодействия выполняются все законы сохранения. Определим характеристики частицы X .

Из закона сохранения заряда Q : $+1 + 1 = +1 + 0 + Q(X)$. Отсюда $Q(X) = +1$.

Из закона сохранения барионного заряда B : $+1 + 1 = +1 + 0 + B(X)$, т. е. $B(X) = +1$.

Из закона сохранения странности s : $0 + 0 = 0 + 1 + s(X)$, т. е. $s(X) = -1$.

Таким образом, искомая частица — положительно заряженный барион с отрицательной странностью. Из таблицы частиц следует, что этому условию удовлетворяет Σ^+ -гиперон. Этот гиперон принадлежит к группе трех Σ -гиперонов с изоспином $I = 1$. Проекции изоспина у членов этого изоспинового триплета составляют $-1, 0$ и $+1$. Σ^+ -гиперон — член триплета с проекцией изоспина $+1$.

Проведем анализ закона сохранения изоспина в сильных взаимодействиях для реакции задачи 1.4.7. Изоспин протона $I(p) = 1/2$. Суммирование двух изоспиновых векторов $\vec{I} = \frac{1}{2}$ дает либо $I = 0$, либо 1 . Это возможные значения изоспина двух протонов в начальном состоянии. В конечном состоянии три частицы. Изоспин K -мезонов также равен $1/2$. Поэтому векторная сумма изоспинов протона и K -мезона — также либо 0 , либо 1 . Отсюда получаем, что изоспин неизвестной частицы может принимать следующие значения: $0, 1, 2$. Полученный выше результат $X \equiv \Sigma^+$ соответствует одному из возможных значений изоспина.

Задача 1.4.8. Проанализировать закон сохранения изоспина в реакции рождения Δ^{++} -резонанса $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++}$.

Δ^{++} -резонанс — частица, имеющая спин $3/2$ и изоспин $3/2$. Рассмотрим закон сохранения изоспина в этой реакции сильного взаимодействия:

$$\sum \vec{I} = \text{const}, \quad \vec{I} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad \frac{3}{2}.$$

Таким образом, во взаимодействии пионов и нуклонов могут появиться частицы (резонансы) как с изоспином $1/2$ (так называемые N -резонансы; низшими по массе среди этих резонансов являются протон и нейтрон), так и с изоспином $3/2$ (Δ -резонансы). Распады Δ -изобар происходят по каналам сильных взаимодействий (см. реакции (1.4.11)). Поэтому времена их жизни очень малы. Δ -изобары проявляются как широкие резонансные максимумы в эффективных сечениях реакций (1.4.11) с ширинами 114–120 МэВ. Поэтому Δ -изобары называют также Δ -резонансами. Напомним решение задачи 1.2.5 о времени жизни Δ -изобары (*Оценить время жизни Δ -изобары по ширине распада $\Gamma \approx 120$ МэВ*):

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c} = \frac{200 \text{ МэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{120 \text{ МэВ} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 0,5 \cdot 10^{-23} \text{ с}.$$

При использовании закона сохранения полного момента количества движения в замкнутой системе необходимо учитывать, что частицы, помимо спинов, обладают также орбитальными моментами количества движения. В отличие от спинов, орбитальные моменты могут принимать только целые (включая нуль) значения в единицах \hbar .

Суммарный момент количества движения двух частиц складывается из их спинов и орбитальных моментов. Чаще всего указывают суммарный орбитальный момент l этой пары частиц относительно их центра инерции, т. е. их относительный орбитальный момент.

Задача 1.4.9. *Проанализировать выполнение закона сохранения момента количества движения в реакции $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++}$.*

Спин π -мезонов равен 0. Спин протона $1/2$. Спин Δ^{++} -резонанса $3/2$. Определим суммарный орбитальный момент π -мезона и протона в системе центра инерции (т. е. их относительный орбитальный момент):

$$\vec{0} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l} = \frac{\vec{3}}{2}, \text{ т. е. } l = 1 \text{ или } 2.$$

Таким образом, из закона сохранения момента количества движения нельзя сделать однозначного вывода об орбитальном моменте l системы пион-нуклон в данной реакции. Но этот вывод можно сделать, если учесть еще один закон сохранения, выполняющийся в сильных и электромагнитных взаимодействиях: закон сохранения пространственной четности.

Применим закон сохранения пространственной четности к задаче о рождении Δ^{++} -резонанса в реакции $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++}$. Закон сохранения четности — мультипликативный. В сильных и электромагнитных взаимодействиях сохраняется произведение пространственных четностей частиц. Четность Δ -резонансов равна $+1$. Поэтому четность P системы пион-нуклон в реакции также $+1$. Поэтому закон сохранения

четности в рассматриваемой реакции выглядит следующим образом:

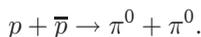
$$P = p_{\pi\text{-мезон}} \cdot p_{\text{протон}} \cdot (-1)^l = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1)^l = +1.$$

Откуда $(-1)^l = -1$ и, следовательно, $l = 1$. Отметим, что буквой p мы помечаем *собственную (внутреннюю) четность* частицы, величина $(-1)^l$ называется *орбитальной четностью* системы, а P обычно называют *полной четностью* системы.

Таким образом, с помощью закона сохранения пространственной четности удалось сделать однозначный выбор из двух значений орбитального момента (1 или 2), возможных по закону сохранения момента. Реакция идет при орбитальном моменте системы пион–нуклон, равном 1 (или, как говорят, в p -канале). В физике микромира значения орбитальных моментов часто обозначают буквами латинского алфавита:

| | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| l | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| буква | s | p | d | f | g | h |

Задача 1.4.10. Проанализировать законы сохранения в реакции



Рассмотрим закон сохранения изоспина и его проекции:

$$I_3: +1/2 - 1/2 = 0; \quad \vec{I}: \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = (\vec{0} \text{ или } \vec{1}) = \vec{1} + \vec{1}.$$

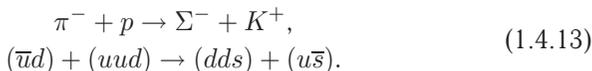
Законы сохранения момента импульса и четности:

$$\vec{J}: \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_{p\bar{p}} = \vec{0} + \vec{0} + \vec{l}_{\pi\pi}, \text{ т. е. } l_{\pi\pi} = l_{p\bar{p}}, l_{p\bar{p}} \pm 1.$$

$$P: (-1)^{l_{p\bar{p}}} = (-1)(-1)(-1)^{l_{\pi\pi}} = (-1)^{l_{\pi\pi}}.$$

Отсюда следует, что орбитальные моменты протон–антипротонной пары и двух пионов должны совпадать.

1.4.6. Симметрии кварковой структуры адронов. Предположение о составной природе адронов было высказано еще в середине XX века, после обнаружения так называемых *странных* частиц, главной особенностью которых было их ассоциативное рождение. Например, в реакции (1.4.13) появляются две такие частицы с противоположной странностью:



Все адроны состоят из кварков. *Странные* частицы содержат s -кварки или их антикварки. Квантовое число s — *странность* — сохраняется в сильных взаимодействиях, что и приводит к ассоциатив-

ному рождению адронов, содержащих кварки, обладающие квантовыми числами s — странность.

Симметрия в структуре адронов очевидным образом проявляется в адронных октетах. На рис. 1.4.3 показан октет наиболее легких барионов. По оси ординат отложена странность, по оси абсцисс — проекция изоспина частиц. Барионный октет содержит частицы со спином $1/2$. Часто вместо странности по оси ординат откладывают значение гиперзаряда $Y = B + s$ частицы, где B — барионный заряд. Тогда картина становится еще более симметричной, поскольку средней строке октета соответствует $Y = 0$, верхней $Y = -1$, а нижней $Y = +1$.

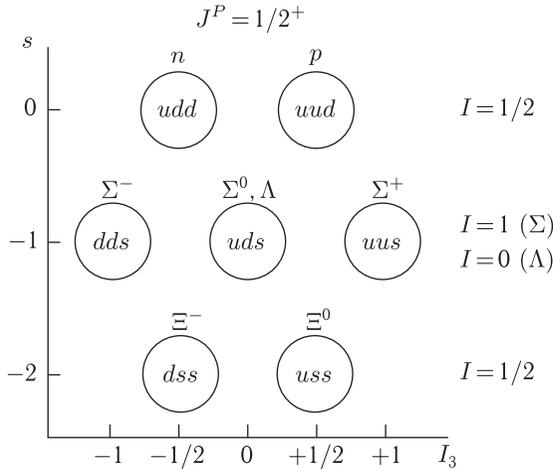


Рис. 1.4.3. Октет барионов ($B = 1, J^P = 1/2^+$)

Первая сверху строка октета барионов содержит частицы, состоящие из кварков первого поколения u и d — это протон и нейтрон. Сумма странности и барионного заряда для них равна 1. Вторая строка этого октета содержит барионы, в состав которых входит один странный s -кварк. Сумма странности и барионного заряда для этой строки равна 0. В третьей строке — частицы с двумя странными кварками, называемые Ξ -гиперонами. Их всего две: Ξ^- и Ξ^0 . Изоспин этих Ξ -гиперонов равен $1/2$, сумма барионного заряда и странности равна -1 . Схема сложения спинов кварков этих барионов $\uparrow\downarrow\uparrow \equiv \frac{1}{2}$.

Задача 1.4.11. Построить октет антибарионов.

Октет антибарионов подобен изображенному на рис. 1.4.3 и содержит антибарионы, построенные из антикварков. Для антибарионов $B = -1$, спин $J = 1/2$, P -четность отрицательна: $P(\bar{q}\bar{q}\bar{q}) = (-1)(-1)(-1) = -1$.

Первая строка октета содержит антипротон и антинейтрон. Их странность $s = 0$, а гиперзаряд $Y = B + s = -1 + 0 = -1$.

Поскольку проекции изоспинов антикварков противоположны проекциям изоспинов кварков, проекция изоспина антипротона равна $-1/2$, а антинейтрона $+1/2$. Вторая строка имеет $Y = B + s = -1 + 1 = 0$. Она содержит три $\bar{\Sigma}$ -гиперона: $\bar{\Sigma}^- = \bar{u}us$, $(\bar{\Sigma}^0, \bar{\Lambda}) = \bar{u}\bar{d}s$, $\bar{\Sigma}^+ = \bar{d}\bar{d}s$. В третьей строке — барионы со странностью $+2$ и гиперзарядом $Y = B + s = +1$, т. е. $\bar{\Xi}$.

На рис. 1.4.4 изображена аналогичная октету барионов симметричная схема наиболее легких мезонов, т. е. систем кварк-антикварк. Как и в октете барионов, в схему включены кварки первого поколения и странные кварки (и антикварки) второго поколения. Эти три кварка являются самыми легкими по массе и поэтому они и составляют наиболее легкие барионы и мезоны. В схему мезонов на рис. 1.4.4 входят мезоны со спином 0, т. е. спины кварка и антикварка в них складываются по схеме $\uparrow\downarrow \equiv 0$. Орбитальный момент пары кварк-антикварк для наиболее легких мезонов равен 0. Четность всех мезонов на рис. 1.4.4 равна -1 , поскольку четность антикварка противоположна четности кварка. Собственные четности кварков $+1$, а антикварков -1 . Отсюда для четности мезонов с нулевым орбитальным моментом получаем $P = p_q \cdot p_{\bar{q}} \cdot (-1)^l = -1$. Таким образом для всех мезонов, изображенных на рис. 1.4.4, имеем $J^P = 0^-$.

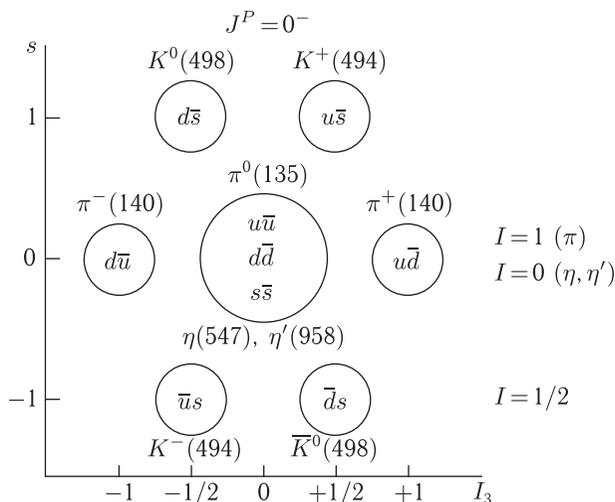


Рис. 1.4.4. Нонет псевдоскалярных мезонов ($J^P = 0^-$). В скобках указаны массы частиц в единицах $M\text{эВ}/c^2$

Мезоны с нулевым спином и отрицательной четностью называются псевдоскалярными мезонами. Средний член средней строки рис. 1.4.4 содержит электрически нейтральные псевдоскалярные мезоны. Они построены из кварк-антикварковых пар $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$. Таких структур может быть 3. Экспериментально обнаружены 3 таких мезона (π^0 , η , η').

π^0 -мезон состоит только из пар $u\bar{u}$ и $d\bar{d}$ и содержит их в равной пропорции. С учетом того, что изоспин π^0 равен 1, его волновая функция имеет следующую структуру: $|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$. Два η -мезона (η, η'), имеющих нулевой изоспин, содержат пары $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$. Присутствие пары $s\bar{s}$ делает массы η и η' -мезонов значительно больше, чем масса π -мезонов.

Задача 1.4.12. Построить нонет псевдоскалярных антимезонов и нонет векторных мезонов.

Нонет псевдоскалярных антимезонов и нонет скалярных мезонов это суть один и тот же нонет, изображенный на рис. 1.4.4, поскольку он содержит вместе частицы и их античастицы.

Рассмотрим построение нонета векторных мезонов. При той же кварковой структуре мезонов, их спин может соответствовать схеме сложения спинов кварка и антикварка в единичный момент: $\uparrow\uparrow = \vec{1}$. Это так называемые *векторные мезоны* с $J^P = 1^-$. Векторные мезоны тяжелее псевдоскалярных, что указывает на зависимость сил, действующих между кварками, от ориентации спинов кварков. В их схеме, как и для псевдоскалярных мезонов, на пересечении осей находятся не две, как в октете барионов, а три частицы — т.е. мезонные схемы представляют собой не октеты, а нонеты.

Спины трех кварков, составляющих барионы, могут быть параллельными друг другу $\uparrow\uparrow\uparrow$, составляя в сумме спин $J = 3/2$. Эти частицы также обнаружены экспериментально. Схема их расположения по осям «странность s — проекция изоспина I_3 » показана на рис. 1.4.5.

Рисунок содержит 10 частиц, образующих декуплет. В первой строке расположены уже знакомые нам Δ -резонансы. Они могут иметь четыре различных заряда и, соответственно, четыре кварковых структуры: $\Delta^{++} = (uuu)$, $\Delta^+ = (uud)$, $\Delta^0 = (udd)$, $\Delta^- = (ddd)$. Эта четверка частиц образует изоспиновый квартет ($I = 3/2$). Σ -гипероны формируют изотриплет ($I = 1$), Ξ -гипероны — изодублет ($I = 1/2$). Ω^- -гиперон — это изоскаляр ($I = 0$).

1.4.7. Цвет кварков и глюонов. Частицы $\Delta^{++} = (uuu)$, $\Delta^- = (ddd)$ и $\Omega^- = (sss)$, расположенные по углам декуплета барионов (рис. 1.4.5), составлены из одинаковых кварков (т.е. кварков с одинаковым квантовым числом *flavor (аромат)*). Проекции их спинов совпадают. Казалось бы возникает противоречие с принципом Паули. На самом деле противоречия нет потому, что кваркам, как мы уже знаем, присуще еще одно квантовое число, отсутствующее у непосредственно наблюдаемых частиц — так называемый *цвет (color)*. Напомним, что три кварка в составе бариона имеют три разных квантовых числа *цвет*, причем эти три цвета внутри бариона содержатся в одинаковых пропорциях, так что сумма этих квантовых чисел дает отсутствие цвета — барионы *бесцветные* (иногда говорят — *белые*). То же относится и к мезонам, состоящим из равномерно смешанной суперпозиции трех

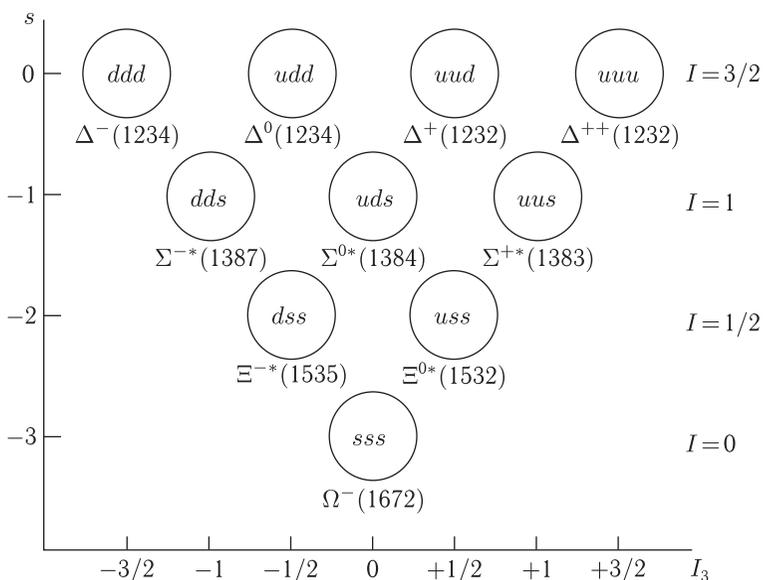


Рис. 1.4.5. Декуплет барионов с $J = 3/2$, $I = 3/2$. В скобках указаны массы частиц в единицах $\text{МэВ}/c^2$

кварк-антикварковых пар: *красный-антикрасный* + *зеленый-антизеленый* + *синий-антисиний*.

Цветные кварки в составе *бесцветных* адронов связаны посредством обмена глюонами. Мы уже отмечали, что переносчики сильного взаимодействия — глюоны — имеют не один, а два цветовых индекса. Всего имеется не 9, а 8 цветных глюонов, поскольку комбинация $k\bar{k} + z\bar{z} + c\bar{c}$, не имеет цветового заряда (т. е. является «белой») и поэтому не может быть переносчиком и источником сильного (цветного) взаимодействия.

Сильное взаимодействие кварков («цветные» силы) обладает особой зависимостью величины сил от расстояния между кварками: *силы увеличиваются с увеличением расстояния*. На малых расстояниях, т. е. внутри адрона, силы взаимодействия между кварками невелики, что соответствует *асимптотической свободе* кварков в адроне. На больших расстояниях межкварковые силы столь велики, что связь между кварками не удастся разорвать. Поэтому свободные кварки (и глюоны) не наблюдаются: они «заперты» внутри бесцветных адронов (confinement).

Если в процессах взаимодействия элементарных частиц рождается кварк-антикварковая пара, то каждый из кварков сразу подхватывает себе партнеров из «моря» окружающих виртуальных частиц — физического вакуума — и образует адрон. Обычно энергии каждого из кварков хватает на образование не одного, а нескольких адронов.

Эти адроны имеют суммарный импульс, равный импульсу породившего их кварка, и движутся в узком конусе в направлении, в котором летел породивший их кварк. Такую группу адронов называют *струей* (jet). Кварки, образованные в соударениях частиц высоких энергий, проявляются в рождении струй адронов. Процесс рождения адронных струй был использован для доказательства существования квантового числа *цвет*.

На электрон-позитронных коллайдерах проводились измерения отношения эффективных сечений рождения адронов и пар $\mu^- \mu^+$ в столкновениях электрона с позитроном. Результаты этих измерений приведены на рис. 1.4.6.

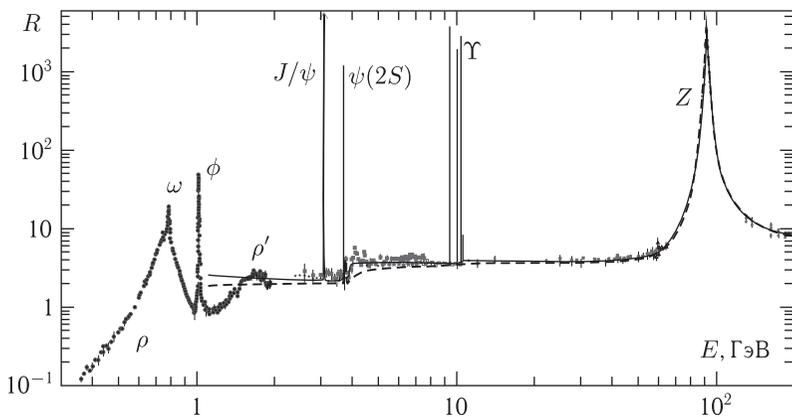


Рис. 1.4.6. Зависимость сечения реакции $e^- e^+ \rightarrow \text{адроны}$ от суммарной энергии E электрона и позитрона (это сечение нормировано на сечение реакции $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ и обозначено буквой R). Используются буквенные обозначения резонансов. Видно, что в промежутках между резонансами (ρ' и J/ψ , $\psi(2S)$ и Υ , Υ и Z) величина R практически не меняется. Рисунок взят из работы [17] (Fig. 46.6)

Оценим, пользуясь техникой диаграмм Фейнмана, отношение вероятностей (эффективных сечений) этих двух процессов ($e^- e^+ \rightarrow \text{адроны}$ и $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$). Основные диаграммы Фейнмана для этих процессов электромагнитного взаимодействия показаны на рис. 1.4.7.

Диаграмма б процесса $e^- e^+ \rightarrow \text{адроны}$ это на кварковом уровне диаграмма процесса $e^- e^+ \rightarrow q_i \bar{q}_i$, где q_i и \bar{q}_i — кварк и антикварк i -го аромата, образующие конечные адроны.

Задача 1.4.13. Оценить отношение эффективных сечений реакций (б) и (а), если энергии столкновения электрона и позитрона достаточно для рождения пар кварк–антикварк вплоть до b -кварка включительно. Сравнить с экспериментально найденным отношением сечений, равным $11/3$.

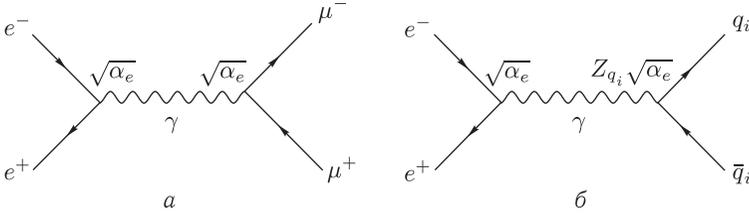


Рис. 1.4.7. Основные диаграммы процессов $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ (а) и $e^-e^+ \rightarrow$ адроны (б)

Эффективные сечения процессов, описываемых диаграммами Фейнмана, равны квадратам модуля амплитуд A вероятности этих процессов (см. формулу (1.2.29)). В свою очередь эти амплитуды пропорциональны произведению констант взаимодействия, указанных в вершинах диаграмм. Для диаграммы *a* рис. 1.4.7 имеем $A_a \sim \sqrt{\alpha_e} \cdot \sqrt{\alpha_e} = \alpha_e$. Для диаграммы *б* соответственно получаем $A_b \sim \sqrt{\alpha_e} \cdot Z_{q_i} \sqrt{\alpha_e} = Z_{q_i} \times \alpha_e$ (константа взаимодействия при правой вершине этой диаграммы включает множитель Z_{q_i} , равный электрическому заряду кварка, который, как известно, отличен от единичного элементарного заряда e).

Отношение R сечений процессов *б* и *a* равно отношению квадратов соответствующих амплитуд вероятности с учетом того, что кварк каждого аромата $i = u, d, s, c, b$ существует в трех цветовых вариантах, что увеличивает вероятность адронного канала в 3 раза:

$$R = \frac{\sigma_b}{\sigma_a} = 3 \cdot \left(\frac{A_b}{A_a} \right)^2 = 3 \cdot \sum_i Z_i^2 = 3 (q_u^2 + q_d^2 + q_s^2 + q_c^2 + q_b^2) =$$

$$= 3 \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right] = 3 \cdot \frac{11}{9} = \frac{11}{3}. \quad (1.4.14)$$

Эта величина отвечает энергии столкновения электрона и позитрона больше 10 ГэВ и, как видно из рис. 1.4.6, подтверждается экспериментом (область ≈ 100 ГэВ искажается резонансным рождением нейтрального переносчика слабых сил — Z -бозона). Без учета цвета этот же расчет привел бы к величине в 3 раза меньше экспериментального значения отношения сечений этих двух сравниваемых процессов

Задача 1.4.14. Провести расчет отношения сечений процессов (б) и (а) при условии, что энергии e^-e^+ -коллайдера хватает только для рождения кварков u, d, s (энергии встречных пучков позитронов и электронов равны 2 ГэВ).

Если в сумме в (1.4.14) участвуют лишь кварки u, d и s , то без учета цвета отношение сечений рождения адронных струй к сечению образования пары мюонов на e^-e^+ -коллайдере будет равно 6/9. Учет цвета дает для отношения сечений значение 2, которое и наблюдается в эксперименте.

§1.5. Электромагнитные и слабые взаимодействия частиц

1.5.1. Сравнение электромагнитных и сильных взаимодействий. Теория электромагнитных взаимодействий — квантовая электродинамика (КЭД) является наиболее надежной и разработанной из физических теорий. Предсказания КЭД выполняются с высокой точностью. Примером является рассмотренные в п. 1.4.7 эффекты рождения пар кварков и мюонов при аннигиляции электрон-позитронных пар.

Диаграммы Фейнмана являются не только иллюстрацией, но и основной методики расчета вероятности электромагнитных процессов. Электромагнитные процессы подчиняются всем законам сохранения кроме сохранения изоспина. Вероятности электромагнитных процессов, например, распадов частиц с вылетом γ -квантов, меньше вероятностей распадов по сильным взаимодействиям. Сравним средние времена жизни частиц, распадающихся благодаря сильным и электромагнитным взаимодействиям. Приведем примеры распадов по сильным взаимодействиям:

$$\begin{aligned}\Delta^{++} &\rightarrow p + \pi^+, & \Gamma &= 114 \div 120 \text{ МэВ} \\ \rho^0 &\rightarrow \pi^+ + \pi^-, & \Gamma &= 149 \text{ МэВ}.\end{aligned}$$

Зная ширину Γ резонансного пика частицы, можно оценить ее среднее время жизни. Для Δ -резонанса этот расчет был выполнен в задаче 1.2.5. Оценим среднее время жизни ρ^0 -мезона:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6,58 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{149 \text{ МэВ}} \approx 0,45 \cdot 10^{-23} \text{ с}.$$

Средние времена жизни частиц, распадающихся по электромагнитному каналу, гораздо больше этой величины. Например, среднее время жизни нейтрального пиона $\tau = 8,5 \cdot 10^{-17}$ с. Среднее время жизни нейтрального Σ -гиперона, распадающегося на Λ -гиперон и γ -квант, составляет $\tau = 7,4 \cdot 10^{-20}$ с. Заряженные пионы и заряженные Σ -гипероны имеют средние времена жизни примерно на 9 порядков выше, чем их нейтральные партнеры по изоспиновым мультиплетам. Это различие во временах жизни связано с тем, что нейтральные пион и Σ -гиперон распадаются благодаря электромагнитному взаимодействию, а заряженные — за счет *слабого взаимодействия*. Анализ диаграмм Фейнмана для электромагнитных взаимодействий адронов показывает, что при электромагнитных распадах не происходит превращения одного кварка в другой. Например, аннигиляция электрон-позитронной пары в два γ -кванта (п. 1.2.5) также не изменяет природу частицы в вершине (узле) диаграммы.

Для некоторых адронов распады по каналам сильных взаимодействий оказываются «заторможенными», в результате чего их средние времена жизни на два–три порядка выше, чем у рассмотренных выше

Δ -барионов или ρ -мезонов, и сравнимы с временами быстрых электромагнитных распадов. Примером таких адронов является мезон J/ψ , структура которого ($c\bar{c}$). Полная ширина распада J/ψ равна 93 кэВ, а среднее время жизни

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6,58 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{93 \cdot 10^{-3} \text{ МэВ}} \approx 0,7 \cdot 10^{-20} \text{ с.}$$

1.5.2. Слабые взаимодействия. Промежуточные бозоны. Взаимопревращения кварков друг в друга и одних лептонов в другие происходят за счет *слабого взаимодействия*. Слабое взаимодействие, ответственное за β -распад ядер и частиц, рассматривалось в течение 50 лет как взаимодействие четырех фермионов. Действительно, в этих взаимодействиях может участвовать 4 фермиона, например,

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu. \end{aligned}$$

Существуют распады частиц по каналам слабых взаимодействий, в которых не происходит вылета нейтрино (или антинейтрино), а совершаются превращения друг в друга сильно взаимодействующих частиц — адронов. Например,

$$\begin{aligned} \Lambda &\rightarrow p + \pi^-, \\ K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0, \\ \Xi^- &\rightarrow \Lambda + \pi^-. \end{aligned}$$

Эти процессы происходят за времена на 8–9 порядков большие, чем электромагнитные распады, т. е. это распады по слабым взаимодействиям. Каков (на уровне диаграмм Фейнмана) механизм этих процессов? На этот вопрос физики-теоретики Вейнберг, Глэшоу и Салам нашли следующий ответ: слабые взаимодействия являются, как и электромагнитные, обменными взаимодействиями. Но осуществляются они благодаря обмену *тяжелыми промежуточными бозонами*. В 1983 г. Карл Руббиа и Симон Ван дер Меер открыли *промежуточные бозоны* W^+ , W^- и Z на ускорителе SPS в европейском научном центре CERN. Массы покоя этих частиц оказались очень большими — 80,39 ГэВ (W^\pm) и 91,19 ГэВ (Z). Ответственный за электромагнитные взаимодействия γ -квант также является промежуточным бозоном, но, в отличие от W^+ , W^- и Z его масса покоя 0. Эксперимент подтвердил, таким образом, внутреннее единство процессов электромагнитного и слабого взаимодействия. Была создана *единая теория электрослабых взаимодействий*.

Диаграммы Фейнмана для слабых взаимодействий строятся так же, как и диаграммы Фейнмана для электромагнитных взаимодействий. В обоих случаях в вершинах диаграмм должны выполняться все дискретные законы сохранения для данного типа взаимодействий, например, универсальный закон сохранения электрического заряда.

Поскольку частица, которая осуществляет взаимодействие — виртуальная, законы сохранения энергии и импульса в вершинах временно нарушаются, но выполняются для процесса в целом. В слабых взаимодействиях обмен осуществляется путем рождения и поглощения массивных виртуальных частиц W^+ , W^- и Z . Это приводит к очень малому радиусу слабых взаимодействий (см. далее задачу 1.5.4). Созданная Ферми в 30-х годах 20-го века теория слабых взаимодействий, как теория точечного взаимодействия 4-х фермионов, объясняла экспериментальные данные β -распадов именно в силу малости радиуса слабых взаимодействий.

Нейтральный Z -бозон был обнаружен благодаря его распадам на пару электрон-позитрон: $Z \rightarrow e^-e^+$. Другие лептонные каналы распада Z -бозона: $Z \rightarrow \mu^- \mu^+$ и $Z \rightarrow \nu \bar{\nu}$. Основной же канал распада Z -бозона это распад на пару кварк-антикварк одного аромата ($Z \rightarrow q\bar{q}$). Родившиеся в распаде кварки при разлете образуют кварк-антикварковыми парами. В итоге, как мы уже знаем (см. п. 1.4.7), формируются пучки адронов, летящие в направлениях вылета первичных кварков — *адронные струи* (jets). Z -бозоны ответственны за слабые процессы рассеяния частиц без изменения их зарядов в вершинах (так называемые *нейтральные токи*). Пример такого процесса — рассеяние нейтрино на электроне (диаграмма этого процесса приведена ниже на рис. 1.5.1).

Нейтрино, впервые обнаруженные в β -распаде ядер, участвуют только в слабых (и гравитационных) взаимодействиях. Экспериментальное исследование реакций с нейтрино выявили следующие их характеристики:

1. Нейтрино и антинейтрино — разные частицы. Частица, излучаемая вместе с электроном в β -распаде ядер, — антинейтрино. Опыт показал, что антинейтрино не вызывают реакцию образования ядер аргона из ядер хлора, которая идет при участии нейтрино (например, нейтрино, которые излучаются Солнцем и которые впервые были зарегистрированы в опыте Дэвиса):



2. Нейтрино и антинейтрино бывают трех разных типов (ароматов), соответствующих трем поколениям фундаментальных фермионов. Каждому из поколений лептонов, по современным представлениям, должно быть приписано свое квантовое число — лептонный заряд (L_e , L_μ , L_τ). Распады мюона по каналу электромагнитных взаимодействий $\mu \rightarrow e + \gamma$ не наблюдались, что привело к утверждению о сохранении лептонных зарядов по отдельности. Однако *осцилляции нейтрино* доказывают, что незначительное (практически нерегистрируемое в стандартных экспериментах по исследованию слабых распадов и реакций) нарушение законов сохранения отдельных лептонных зарядов все же имеет место (см. комментарий к табл. 1.3).

Хорошо известным примером сохранения лептонных зарядов являются слабые распады мюонов:

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu : \quad \sum L_e = 0, \quad \sum L_\mu = 1; \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu : \quad \sum L_e = 0, \quad \sum L_\mu = -1.\end{aligned}$$

Отличие мюонных и электронных нейтрино доказано прямыми экспериментами на пучках мюонных антинейтрино, которые возникают при распадах отрицательных пионов. Доказано, что при захвате этих нейтрино протонами возникают положительные мюоны и нейтроны, но не возникают позитроны и нейтроны:

$$\begin{aligned}\bar{\nu}_\mu + p &\rightarrow n + \mu^+ : \quad \text{эта реакция идет,} \\ \bar{\nu}_\mu + p &\rightarrow n + e^+ : \quad \text{эта реакция не идет.}\end{aligned}$$

3. Масса нейтрино очень мала даже по сравнению с массой электрона (по последним данным, масса электронного нейтрино меньше 2 эВ). Проблема массы нейтрино относится к важнейшим проблемам физики частиц и физики космоса.

4. Нейтрино обладает еще одной характеристикой — спиральностью h (от англ. *helicity*). Если нейтрино и антинейтрино — частицы безмассовые, то нейтрино имеет точное значение этого квантового числа $h = -1$, а антинейтрино $h = +1$. Отсутствие распадов нейтральных пионов на нейтрино и антинейтрино является следствием этого правила (см. далее п. 1.6.3).

1.5.3. Диаграммы Фейнмана слабых взаимодействий. Правила построения диаграмм Фейнмана электромагнитных и слабых процессов во многом одинаковы: 1) линии фермионов не прерываются; 2) связь фермионов осуществляется бозонами — переносчиками соответствующих взаимодействий (γ -квантами для электромагнитных, W^\pm и Z -бозонами для слабых взаимодействий); 3) каждой вершине соответствует константа взаимодействия; 4) все дискретные законы сохранения выполняются в каждой вершине; 5) закон сохранения энергии выполняется в целом для всего процесса, но нарушается в вершинах — соединяющие две вершины линии фермионов или бозонов соответствуют так называемым *виртуальным* частицам, для которых $E^2 - p^2c^2 \neq m^2c^4$.

Задача 1.5.1. Изобразить диаграмму Фейнмана распада мюона $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$.

При построении диаграммы Фейнмана для этого процесса следует, как и в случае электромагнитных взаимодействий, учесть, что главный вклад вносит низшая (минимальная) по числу вершин диаграмма. Такая диаграмма показана на рис. 1.5.1. Отметим, что в вершинах соблюдаются законы сохранения лептонных зарядов L_μ и L_e .

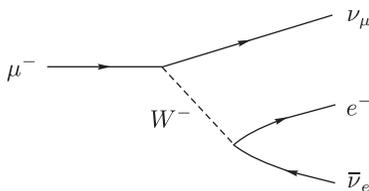
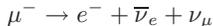


Рис. 1.5.1. Основная диаграмма распада отрицательного мюона:



Современная стандартная модель элементарных частиц оперирует с тремя лептонными зарядами L_e , L_μ и L_τ . В качестве экспериментального доказательства сохранения каждого из лептонных зарядов по отдельности используют факт ненаблюдаемости распада отрицательного мюона $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$ и аналогичного ему распада положительного мюона на позитрон и γ -квант. Отсутствие этих распадов объясняют тем, что лептонный заряд мюона не совпадает с лептонным зарядом электрона, т. е. у каждого «поколения» лептонов имеется свой лептонный заряд, причем $L_\mu \neq L_e \neq L_\tau$. До сих пор не наблюдали ни одного акта распада с нарушением законов сохранения каждого из лептонных зарядов по отдельности. Однако обнаруженные недавно явления превращений в полете нейтрино одного «поколения» в нейтрино других «поколений», например, мюонных нейтрино в электронные — так называемые *осцилляции* — указывают на то, что сохранение лептонных зарядов не является абсолютным.

При лептонных распадах в вершинах сохраняются значения лептонных зарядов. Отметим, что как в диаграмме распада нейтрона, так и диаграмме распада мюона, обменной частицей может быть как положительный, так и отрицательный W -бозон. Выбор его знака зависит от выбора направления линии бозона (напомним, что в вершинах выполняется закон сохранения электрического заряда). Распад нейтрона относится к так называемым *полулептонным*, или *лептон-адронным* распадам — в результате превращения адронов появляется пара лептонов. Распад мюона — *лептонный*, адроны в нем не участвуют. Существуют слабые процессы, в которых лептоны вообще не участвуют (так называемые *адронные* слабые процессы), например, распады $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$, $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$.

Слабые взаимодействия могут происходить с превращением кварков одного аромата (flavor) в кварки другого аромата. Поэтому в таких слабых распадах могут не сохраняться ни изоспин I , ни его проекция I_3 , ни квантовые числа странности s , шарма (очарования) c , b (bottomness) и t (topness). *Слабые процессы с изменением аромата кварка идут с нарушением, по крайней мере, одного из аддитивных законов сохранения: I , I_3 , s , c , b , t .*

В слабых взаимодействиях нарушаются также мультипликативные законы сохранения пространственной (P) и зарядовой (C) четностей.

Обмен заряженными W^+ - или W^- -бозонами связан с изменениями зарядов фермионов в вершине. Две фермионные линии и одна бозонная, сходящиеся в общей вершине, называются «током». Обмен заряженными W^+ - или W^- -бозонами реализует *заряженные токи*. Обмен нейтральным Z -бозоном соответствует взаимодействию *нейтральных токов*.

Очевидно, соответствующие обменов W^\pm -бозонами «слабые» вершины (вершины заряженных токов) обладают особенностью, которой не имеют ни «сильные», ни электромагнитные вершины — именно в этих вершинах *происходит превращение одного кварка в другой*. Поэтому взаимопревращения адронов с изменением, по крайней мере, одного из кварковых квантовых чисел I, I_3, s, c, b, t — результат слабых взаимодействий. Например, β -распад нейтрона, происходящий с несохранением I_3 , реализуется благодаря превращению d -кварка в u -кварк при испускании виртуального W^- -бозона.

Подчеркнем, что в процессах с участием нейтральных слабых токов (процессов с обменом Z -бозоном) не меняются ни электрические заряды участвующих частиц (лептонов и кварков), ни одно из кварковых квантовых чисел (I, I_3, s, c, b, t). Таким образом, в этих слабых процессах не изменяются ароматы участвующих фермионов. Нейтральные слабые токи *истинно нейтральны*, так как истинно нейтральными частицами являются сами Z -бозоны. В качестве примера процесса с участием Z -бозона на рис. 1.5.1 приведена диаграмма рассеяния нейтрино на электроном.

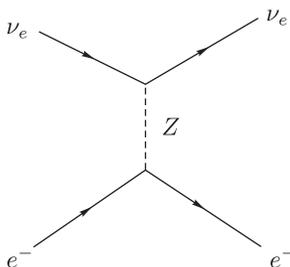


Рис. 1.5.1. Диаграмма рассеяния нейтрино на электроном

Задача 1.5.2. Построить диаграмму Фейнмана распада нейтрона.

Как нейтрон, так и протон — барионы, состоящие из кварков. На рис. 1.5.2 показаны два варианта диаграмм этого распада — барионная и кварковая.

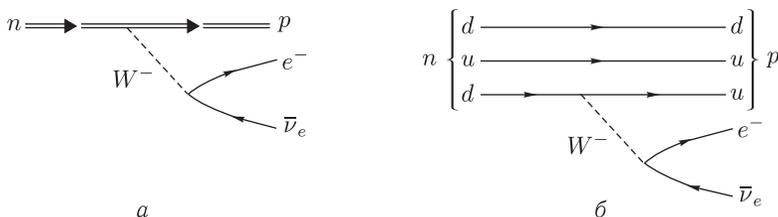


Рис. 1.5.2. Барийонная (а) и кварковая (б) диаграммы распада нейтрона

На кварковой диаграмме (рис. 1.5.2, б) один из d -кварков, составляющих нейтрон, превращается благодаря испусканию виртуального W^- -бозона в u -кварк протона. Как мы уже подчеркивали, превращение кварка одного типа в другой (изменение его «аромата») — свойство, присущее *только слабым взаимодействиям* с участием W^\pm . Благодаря слабым взаимодействиям тяжелые барионы и мезоны, содержащие кварки второго и третьего поколений, превращаются в более легкие барионы и мезоны.

Задача 1.5.3. Изобразить диаграммы Фейнмана для распадов нейтрального (π^0) и заряженного (π^\pm) пионов. Оценить отношение констант слабого и электромагнитного взаимодействий, учитывая, что средние времена жизни этих пионов $\tau(\pi^0) = 8,4 \cdot 10^{-17}$ с и $\tau(\pi^\pm) = 2,6 \cdot 10^{-8}$ с.

π^0 — это равная смесь кварк-антикварковых пар $u\bar{u}$ и $d\bar{d}$. π^+ это кварк-антикварковая комбинация $u\bar{d}$. На рис. 1.5.3 показаны кварковые диаграммы Фейнмана электромагнитного распада пиона π^0 и слабого распада пиона π^+ . Обе диаграммы — второго порядка по константам взаимодействия. Вероятности распадов пропорциональны квадратам констант взаимодействия α . Отношение вероятностей распадов нейтрального и заряженного пионов обратно отношению их средних времен жизни. Отсюда

$$\frac{\text{вероятность } (\pi^0 \rightarrow 2\gamma)}{\text{вероятность } (\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu)} \approx \frac{\alpha_e^2}{\alpha_w^2} = \frac{2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}}{8,5 \cdot 10^{-17} \text{ с}} \approx 3 \cdot 10^8.$$

Поскольку константа α_e электромагнитного взаимодействия равна $1/137$, то для константы слабого взаимодействия, согласно этой (весьма приближенной) оценке, получаем $\alpha_w \approx 0,4 \cdot 10^{-6}$.

Задача 1.5.4. Используя значения масс промежуточных бозонов, оцените радиус R_w слабых взаимодействий.

В слабых взаимодействиях обмен осуществляется путем рождения и поглощения массивных виртуальных частиц — промежуточных бозонов W^+ , W^- и Z . В качестве оценки R_w возьмем максимальное расстояние между фермионами, обменивающимися виртуальным промежуточным бозоном W . Используем соотношение неопределенностей «энергия–время»: $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$. Для виртуальной частицы неопределен-

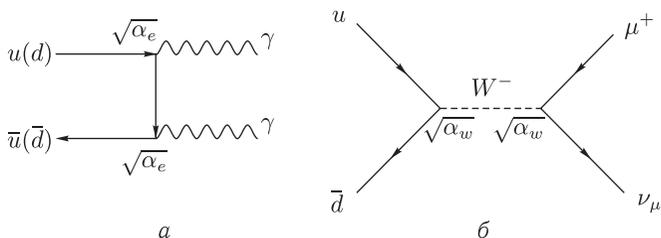


Рис. 1.5.3. Кварковые диаграммы распадов нейтрального π^0 (а) и заряженного π^+ (б) пионов

ность в значении энергии равна ее энергии покоя. Поэтому в данном случае $\Delta E \approx M_W c^2$. Энергия покоя W -бозона около 80 ГэВ. Это приводит к очень малому радиусу слабых взаимодействий:

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar \Rightarrow R_w \leq c \cdot \Delta t \approx \frac{\hbar c}{M_W c^2} = \frac{0,2 \text{ ГэВ} \cdot \Phi_M}{80 \text{ ГэВ}} \approx 2,5 \cdot 10^{-16} \text{ см.} \quad (1.5.1)$$

Полученный результат объясняет тот факт, что созданная Ферми в 30-х годах XX-го века теория слабых взаимодействий, как теория точечного взаимодействия 4-х фермионов, удовлетворительно объясняла экспериментальные данные β -распадов.

Задача 1.5.5. Построить диаграмму Фейнмана для наблюдаемого распада $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$. Объяснить, почему не наблюдается распад $\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$.

В распаде $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ происходит превращение s -кварка в u -кварк. Диаграмма Фейнмана этого процесса, обусловленного слабым взаимодействием, приведена на рис. 1.5.4. Это диаграмма второго порядка (содержит два узла), причем в результате распада виртуального W^- -бозона рождается пара лептонов.

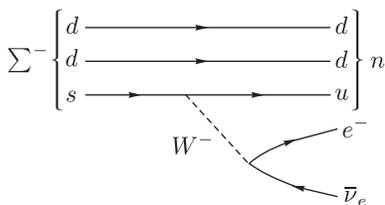


Рис. 1.5.4. Диаграмма распада $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$

В то же время для распада $\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ невозможно построить диаграмму второго порядка, поскольку Σ^+ -гиперон и нейтрон отличаются не одним, а двумя кварками: $\Sigma^+ = uus$, $n = udd$. Процесс

такого превращения не только на несколько порядков менее вероятно, но и должен сопровождаться рождением не одной, а двух пар лептонов.

Задача 1.5.6. Построить диаграмму Фейнмана распада Λ -гиперона. Какие законы сохранения нарушаются в этом распаде?

Наиболее вероятный канал распада Λ -гиперона $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Кварковый состав участвующих частиц: $\Lambda = uds$, $p = uud$, $\pi^- = \bar{u}d$. В распаде Λ -гиперона не сохраняются странность и изоспин. Странность изменяется на 1: $\Delta s = 1$. Изоспин также изменяется: $|\Delta I| = \frac{1}{2}$. Диаграмма процесса приведена на рис. 1.5.5.

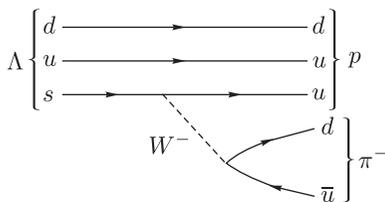


Рис. 1.5.5. Диаграмма распада $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$

Задача 1.5.7. Построить диаграмму Фейнмана распада K^+ -мезона. Проанализировать выполнение законов сохранения в этом распаде.

Кварковый состав K^+ -мезона $u\bar{s}$. За распад K^+ -мезона ответственно слабое взаимодействие. Примерно в 64% случаев K^+ -мезон распадается по каналу $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, диаграмма которого показана на рис. 1.5.7, а. В этом распаде не сохраняются странность, изоспин и проекция изоспина: $\Delta s = 1$, $\Delta I = \Delta I_3 = \frac{1}{2}$. Примерно в 21% случаев K^+ -мезон распадается по каналу $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$, в котором также не сохраняется странность, изоспин и проекция изоспина: $\Delta s = 1$, $\Delta I = \Delta I_3 = 1$. Диаграмма этого распада приведена на рис. 1.5.7, б.

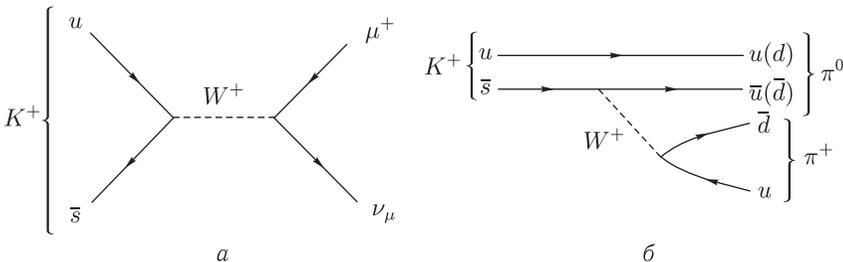


Рис. 1.5.7. Диаграммы основных каналов распада K^+ -мезона.
а: $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, б: $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

1.5.4. Объединение взаимодействий. Эксперименты показали, что «константы» взаимодействий изменяются с энергией взаимодействия. При малых энергиях взаимодействия их соотношение дано в табл. 1.2. Приведенная там константа слабого взаимодействия на 4 порядка меньше константы электромагнитного взаимодействия. Столь большое различие является следствием того факта, что электромагнитные взаимодействия реализуются обменом безмассовым фотоном, а промежуточные бозоны имеют большую массу. Отделение от величины константы множителя, связанного с массой обменного бозона, приводит для переопределенной константы слабого взаимодействия к величине

$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{28} > \alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}.$$

При росте энергий взаимодействия происходит сближение этих «констант». Таким образом, электрослабая модель получает еще одно подтверждение.

Экспериментальные данные указывают также на то, что «константа» сильного взаимодействия падает с увеличением энергии взаимодействия. Экстраполяция зависимости констант взаимодействия от энергии (см. рис. 1.5.6) привела к выводу о том, что при энергиях около 10^{16} ГэВ должно наступить так называемое *Великое объединение* (Grand Unification — GU).

Предсказывается, что в точке Великого объединения общая для всех трех объединенных взаимодействий константа $\alpha_{GU} \approx \frac{1}{40}$. Воз-

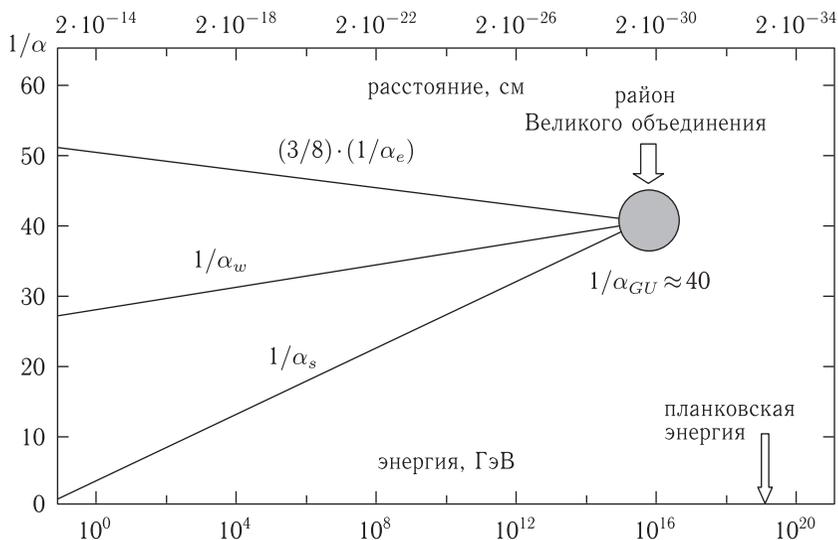


Рис. 1.5.6. Сбегающиеся константы взаимодействий (приведены зависимости от энергии величин, обратных константам взаимодействия)

никает более симметричный мир, который, как предполагается, существовал в «первые три минуты» после Большого взрыва (Big Bang). В момент Большого взрыва возникла система частиц, нагретая до температур, соответствующих энергиям выше 10^{16} ГэВ. При расширении и охлаждении эта система испытала два фазовых перехода: 1) отделение сильного взаимодействия от электрослабого и 2) при более низких энергиях (около 100 ГэВ) электромагнитное взаимодействие отделилось от слабого. Во время этих фазовых переходов частицы приобрели массы, а степень симметрии взаимодействий понизилась. Оба фазовых перехода приводили к понижению степени симметрии и происходили самопроизвольно — происходило так называемое *спонтанное нарушение симметрии*. Современная теория предсказывает существование бозона Хиггса H ($H \equiv \text{Higgs}$), ответственного за нарушение симметрий и создание различных масс частиц. Поиск и исследования H -бозона является главной задачей Большого адронного коллайдера — ускорителя LHC (Large Hadron Collider) в CERN. 4 июля 2012 г. в CERN объявлено об открытии новой частицы по своим свойствам соответствующей ожидаемому бозону Хиггса.

Одним из предсказаний теорий Великого объединения является нестабильность протона, которая может быть результатом нарушения закона сохранения барионного заряда. Полагают, что протон может распадаться по каналу $p \rightarrow e^+ + \pi^0$. При этом, наряду с барионным, не сохраняется и лептонное квантовое число. В простейших вариантах теорий Великого объединения протон должен иметь среднее время жизни относительно такого распада $\tau \approx 10^{32}$ лет. Современные эксперименты указывают на то, что если протон и нестабилен, его среднее время жизни больше вышеуказанного. Вопрос о нестабильности протона остается открытым.

При энергиях взаимодействия еще на три порядка выше, чем $\approx 10^{16}$ ГэВ, т. е. при энергиях выше *планковской* ($\approx 10^{19}$ ГэВ), современные теории предсказывают возникновение *суперсимметрии* — объединения всех фундаментальных взаимодействий, т. е. присоединения к трем уже объединенным взаимодействиям (электромагнитному, слабому и сильному) гравитационного взаимодействия. Подтверждение или опровержение этих теорий будет получено при дальнейшем изучении природы Вселенной.

§1.6. Мультипликативные законы сохранения

1.6.1. Пространственное отражение и закон сохранения P -четности в распадах. Понятие пространственной (P) четности уже обсуждалось в п. 1.3.3. Это понятие применимо к системам, инвариантным к пространственному отражению (повороту всех координатных осей на 180°). Такие системы характеризуются квантовым числом *пространственная четность* (P -четность), принимающим два воз-

можных значения $p = \pm 1$. Так, четности всех кварков $+1$, четности антикварков -1 . Четности фермионов и антифермионов противоположны. Четности бозонов и антибозонов совпадают.

Напомним, что принято указывать квантовое число спина J и знака четности p частицы или системы частиц в форме обозначения J^P . Так для всех кварков имеем $J^P(q) = 1/2^+$.

Отметим, что операция пространственной инверсии \hat{P} изменяет направление *истинного вектора*, такого как радиус-вектор \vec{r} или вектор импульса \vec{p} , на противоположное:

$$\begin{aligned}\hat{P} \cdot \vec{r} &= -\vec{r}, \\ \hat{P} \cdot \vec{p} &= -\vec{p}.\end{aligned}$$

В то же время \hat{P} -преобразование не изменяет направления *аксиальных векторов*, таких как вектор орбитального момента $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$, полного момента количества движения или спина \vec{J} :

$$\begin{aligned}\hat{P} \cdot \vec{L} &= \hat{P} \cdot [\vec{r} \times \vec{p}] = [(-\vec{r}) \times (-\vec{p})] = \vec{L}, \\ \hat{P} \cdot \vec{J} &= \vec{J}.\end{aligned}$$

Таким образом, собственные четности истинных и аксиальных векторов противоположны.

P -четность системы является «хорошим квантовым числом» (сохраняется), если гамильтониан системы коммутирует с оператором пространственного отражения. В сильных и электромагнитных взаимодействиях четность сохраняется, но слабые взаимодействия *нарушают пространственную симметрию* и гамильтониан слабых взаимодействий \hat{H}_{weak} не коммутирует с оператором P -четности, т. е.

$$[\hat{H}_{\text{weak}}, \hat{P}] \equiv \hat{H}\hat{P} - \hat{P}\hat{H} \neq 0. \quad (1.6.1)$$

Пространственная четность относится к мультипликативным квантовым характеристикам частиц или систем частиц.

Четность системы частиц является произведением собственных четностей p частиц и четностей P_l , соответствующих их орбитальному движению. Четность орбитального движения частицы с орбитальным моментом l определяется соотношением $P_l = (-1)^l$. Таким образом, полная четность системы A частиц дается выражением

$$P = p_1 p_2 \dots p_A \cdot (-1)^{l_1} (-1)^{l_2} \dots (-1)^{l_A} = p_1 p_2 \dots p_A \cdot (-1)^{\sum_i l_i}. \quad (1.6.2)$$

Для двух частиц

$$P_{12} = p_1 p_2 \cdot (-1)^{l_1 + l_2}. \quad (1.6.3)$$

В системе центра инерции $l_1 + l_2 = L$ — орбитальный момент относительного движения этих двух частиц.

Задача 1.6.1. *Определить собственные четности протона и нейтрона.*

Нуклон это трехкварковая система (qqq). Поскольку орбитальные моменты кварков в нуклоне равны 0, то полная (собственная) четность нуклона просто равна произведению собственных четностей кварков:

$$P_{\text{нуклон}} = p_{q_1} p_{q_2} p_{q_3} = (+1)(+1)(+1) = +1.$$

Задача 1.6.2. *Определить собственную четность π -мезона.*

Все мезоны являются системами из кварка и антикварка. Наиболее легкие из мезонов — π -мезоны — это системы ($q\bar{q}$) с антипараллельными спинами и суммарным спином 0, поскольку относительный орбитальный момент кварка и антикварка в этих системах равен 0. Собственная четность π -мезона поэтому равна -1 :

$$P(\pi) = p(q)p(\bar{q}) = (+1)(-1) = -1.$$

Задача 1.6.3. *Определить спины и четности мезонов с относительным орбитальным моментом кварк-антикварковой пары равным 1.*

Четность таких мезонов равна $+1$ и находится из соотношения

$$P = p(q)p(\bar{q})(-1)^{L=1} = (+1)(-1)(-1) = +1.$$

Спин этих мезонов является векторной суммой собственных спинов кварка и антикварка и орбитального момента 1:

$$\vec{J} = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{1} = 0, \vec{1}, \vec{2}.$$

Отметим, что кварк-антикварковые системы с относительным орбитальным моментом L , не равным 0, имеют большую массу покоя, чем системы с $L = 0$. Например, масса ρ -мезона (кварковый аналог π -мезона) составляет около $775 \text{ МэВ}/c^2$.

Задача 1.6.4. *Показать, что относительный орбитальный момент нуклонов в дейтроне — легкойшей из нуклонных систем — может принимать только два значения: 0 либо 2.*

Для дейтрона $J^P = 1^+$. Это экспериментальный результат. Четность системы двух нуклонов равна $(+1)(+1)(-1)^L$. Следовательно, относительный орбитальный момент нуклонов в дейтроне L — четное число. Спин дейтрона равен 1. Сумма S собственных спинов двух нуклонов может принимать два значения: $S = 0$ ($\uparrow\downarrow$) или $S = 1$ ($\uparrow\uparrow$). Поскольку полный момент количества движения (спин) дейтрона $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \vec{1}$, то отсюда для $S = 0$ получаем $L = 1$, что исключено четностью дейтрона. В то же время, если $S = 1$, то для относительных орбитальных моментов нуклонов получаем значения $\vec{L} = \vec{1} + \vec{1} = \vec{0}, \vec{1}, \vec{2}$. Значения $L = 0$ и 2 обеспечивают нужную (положительную) четность дейтрона и поэтому именно они реализуются.

Отметим, что в ходе решения этой задачи было показано, что суммарный спин нуклонов S в дейтроне не может быть нулевым. В дейтроне $S = 1$, т. е. спины протона и нейтрона параллельны.

Поскольку P -четность сохраняется в сильных и электромагнитных взаимодействиях, то мультипликативный закон сохранения P -четности применяется для установления квантовых чисел частиц в реакциях и распадах, протекающих за счет этих взаимодействий.

Задача 1.6.5. Проанализировать распады ρ -мезонов по пионным каналам $\rho \rightarrow \pi + \pi$ ($\rho^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$, $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, $\rho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$, ...), происходящие за счет сильных взаимодействий. Оценить среднее время жизни векторного ρ -мезона по его ширине $\Gamma = 149$ МэВ. Определить относительный орбитальный момент L пары пионов, появляющихся в результате распада. Учтеть, что $J^P(\rho) = 1^-$.

Среднее время жизни ρ -мезона

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c} = \frac{200 \text{ МэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{149 \text{ МэВ} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} = 0,44 \cdot 10^{-23} \text{ с.}$$

Полученное значение величины среднего времени жизни ρ -мезона доказывает, что распад происходит благодаря сильному взаимодействию.

Определим орбитальный момент пары пионов из законов сохранения момента количества движения и четности в распаде $\rho \rightarrow \pi + \pi$:

$$\sum \vec{J} = \text{const} : \vec{I} = 0 + 0 + \vec{L} \rightarrow L = 1;$$

$$P = \text{const} : (-1) = (-1)(-1)(-1)^L \rightarrow L - \text{нечетное, т. е. } L = 1.$$

Таким образом, закон сохранения полного момента количества движения выполняется, если образующиеся при распаде ρ -мезона два пиона имеют относительный орбитальный момент $L = 1$.

Задача 1.6.6. Объяснить, почему наблюдается распад η -мезона на три π -мезона и не наблюдается его распад на два π -мезона.

η -мезон имеет такие же спин и четность как π -мезон, т. е. $J^P(\eta) = J^P(\pi) = 0^-$. Поскольку спин исходной (η -мезон) и конечных частиц (π -мезоны) нулевой, то закон сохранения момента количества движения требует, чтобы результирующий орбитальный момент пионов L также был нулевым. В этом случае распад $\eta \rightarrow 2\pi$ по каналу сильного и электромагнитного взаимодействия запрещен законом сохранения четности, а распад $\eta \rightarrow 3\pi$ оказывается разрешенным:

$$P(2\pi) = (-1)(-1)(-1)^{L=0} = +1 \neq p(\eta) = -1;$$

$$P(3\pi) = (-1)(-1)(-1)(-1)^{L=0} = -1 = p(\eta) = -1.$$

Исследования показали, что с вероятностью около 33% происходит распад $\eta \rightarrow 3\pi^0$, а с вероятностью около 23% — распад $\eta \rightarrow \pi^0 + \pi^+ + \pi^-$.

1.6.2. Зарядовое сопряжение и C -четность. Операция \hat{C} (charge) *зарядового сопряжения* определяется как операция замены знаков всех аддитивных квантовых чисел (зарядов) на противоположные. При этом масса, импульс и спин не изменяются. Операция зарядового сопряжения \hat{C} переводит частицу в античастицу и наоборот:

$$\begin{aligned}\hat{C}|частица\rangle &= |\text{античастица}\rangle, \\ \hat{C}|\text{античастица}\rangle &= |частица\rangle.\end{aligned}\tag{1.6.4}$$

В связи с этим сформулируем точное различие *частицы* и *античастицы*. При переходе от частицы к античастице (и наоборот) знаки всех аддитивных квантовых чисел (имеющих смысл зарядов различного типа) изменяются на противоположные, т. е.

- *изменяют знак* электрический заряд Q , барионный заряд B , лептонные заряды L_e, L_μ, L_τ , проекция изоспина I_3 , странность s , очарование c , bottomness b , topness t , а также магнитный момент частицы.
- *не изменяются* масса частицы, ее спин, изоспин I , величина магнитного момента, время жизни и способ распада частицы (с заменой всех частиц распада на античастицы).

Кроме того, напомним, что четность антифермиона противоположна четности фермиона. Четности бозона и антибозона совпадают.

Если все аддитивные квантовые числа (заряды) частицы равны нулю, то такая частица тождественна своей античастице, т. е. ничем от нее не отличается. Подобные частицы называют *истинно нейтральными*. Примерами таких частиц являются фотон (γ), π^0 -мезон и Z -бозон.

Лишь для истинно нейтральных частиц и систем волновая функция Ψ является собственной функцией оператора зарядового сопряжения. Таким образом, такие частицы (системы) имеют определенное собственное значение оператора \hat{C} , т. е. имеют определенную C -четность:

$$\hat{C}|\Psi\rangle = C|\Psi\rangle.$$

Например, положительную (+1) C -четность имеют нейтральные мезоны π^0 и η . Отрицательной (−1) C -четностью обладает γ -квант: $C(\pi^0) = C(\eta) = +1, C(\gamma) = -1$.

C -четность сохраняется в сильных и электромагнитных взаимодействиях и не сохраняется в слабых взаимодействиях.

Закон сохранения C -четности в электромагнитных взаимодействиях приводит к ряду «запретов» на распады частиц по каналу электромагнитных взаимодействий, например, к запрету распада нейтрального пиона на 3 гамма-кванта.

Задача 1.6.7. Доказать невозможность распада π^0 -мезона на 3 гамма-кванта.

Для гамма-кванта и π^0 -мезона имеем

$$\widehat{C}|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle, \quad \widehat{C}|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle.$$

Проверка сохранения C -четности в распадах $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma$ и $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ приводит к следующему:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma \Rightarrow C: (+1) \neq (-1)(-1)(-1).$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \Rightarrow C: (+1) = (-1)(-1).$$

Таким образом, C -четность в распаде $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma$ не сохраняется. Поэтому этот распад невозможен. В то же время в распаде $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ зарядовая четность сохраняется, и именно этот распада реализуется.

Можно показать, что зарядовая четность любой пары фермион-антифермион $f\bar{f}$ является произведением множителя полной P -четности такой пары $-(-1)^L$, где L — относительный орбитальный момент пары, и множителя $(-1)^{S+1}$, где S — сумма спинов фермиона и антифермиона:

$$C_{f\bar{f}} = (-1)^{L+S}. \quad (1.6.5)$$

Рассмотрим *позитроний* — связанную систему электрон-позитрон (e^-e^+). Эта система может быть либо в состоянии с параллельными ($\uparrow\uparrow$) спинами электрона и позитрона, т.е. в состоянии с $S = 1$ (*ортопозитроний*), либо в состоянии с антипараллельными ($\uparrow\downarrow$) спинами, т.е. в состоянии с $S = 0$ (*парапозитроний*). Электромагнитные распады этих e^-e^+ -конфигураций происходят по-разному: $(e^-e^+)_{\text{орто}} \rightarrow 3\gamma$; $(e^-e^+)_{\text{пара}} \rightarrow 2\gamma$. Легко убедиться, пользуясь соотношением (1.6.5) и тем обстоятельством, что для позитрония $L=0$, что только вышеприведенные электромагнитные распады орто- и парапозитрония разрешены законом сохранения зарядовой четности в электромагнитных процессах. Диаграммы Фейнмана для этих распадов приведены на рис. 1.2.3.

Задача 1.6.8. Доказать, что система двух π^0 -мезонов, образующихся в распаде $\eta \rightarrow 2\pi^0$, не может иметь относительный орбитальный момент 1.

Спины пионов нулевые. Если относительный орбитальный момент L системы двух пионов равен 1, то для этой системы зарядовая четность $C = (-1)^{L+S} = -1$. Поскольку зарядовая четность η -мезона положительна, то при значении $L = 1$ зарядовая четность не сохраняется, что и приведет к запрету распада $\eta \rightarrow 2\pi^0$.

1.6.3. Спиральность. Одной из характеристик релятивистских частиц является *спиральность* h . Спиральность (helicity) равна величине проекции спина частицы \vec{J} (или \vec{s}) на ее импульс \vec{p} , деленной

на произведение их модулей $|\vec{J}| \cdot |\vec{p}|$:

$$h = \frac{\vec{J} \cdot \vec{p}}{|\vec{J}| \cdot |\vec{p}|}. \quad (1.6.6)$$

Понятие спиральности особенно полезно для безмассовых и релятивистских частиц (массой покоя которых можно пренебречь по сравнению с их полной энергией). Это является следствием следующего правила: *любая частица с нулевой массой покоя продольнополяризована, т. е. имеет не более двух ориентаций спина — параллельную и антипараллельную ее импульсу, независимо от величины спина.* Для таких частиц спиральность $h = \pm 1$. У частицы с положительной спиральностью ($h = +1$) спин направлен по импульсу (см. левую часть рис. 1.6.1). Такая частица считается *правополяризованной*. *Левополяризованная* частица имеет отрицательную спиральность ($h = -1$). Ее спин направлен против импульса (правая часть рис. 1.6.1).

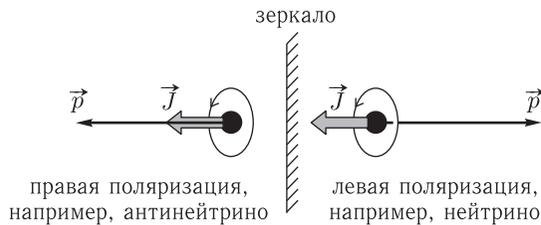


Рис. 1.6.1. Продольная поляризация релятивистских частиц. Операция пространственной инверсии (зеркального отражения) меняет поляризацию частицы на противоположную. Учтено, что при такой операции истинный вектор импульса \vec{p} меняет направление, а аксиальный вектор спина \vec{J} — нет

Спиральность является сохраняющимся квантовым числом для релятивистских частиц.

Несохранение P - и C -четностей в слабых взаимодействиях можно продемонстрировать, исследуя спиральность частиц, участвующих в реакциях и распадах под действием слабых сил. Так, экспериментально установлено, что спиральность нейтрино любого аромата отрицательна ($h = -1$), или нейтрино имеет левую спиральность, а антинейтрино любого аромата — правую (рис. 1.6.1). Это явилось прямым доказательством отсутствия инвариантности к пространственной инверсии (зеркальному отражению) в слабых взаимодействиях. Нейтрино и антинейтрино, которые появляются и участвуют только в слабых процессах, — постоянные доказательства несохранения четности в слабых взаимодействиях. Действительно, инвариантность к пространственной инверсии означает, что если в природе существует частица (в данном случае антинейтрино $\bar{\nu}$), у которой направления спина \vec{J} и импульса \vec{p} совпадают, то должна существовать и зеркально симметричная частица, у которой спин противоположен импульсу. Поскольку

пространственная инверсия не меняет лептонного квантового числа (L_e , L_μ или L_τ) то у зеркально симметричной частицы это лептонное квантовое число должно быть таким же, как и у $\bar{\nu}$, т. е. наряду с антинейтрино, у которого \vec{J} и \vec{p} направлены в одну сторону, должно было бы существовать и антинейтрино с противоположно направленными \vec{J} и \vec{p} . Так как антинейтрино с такими свойствами нет, то зеркальная симметрия в рассматриваемом примере отсутствует.

Отмеченные свойства нейтрино и антинейтрино обобщаются на любые ультрарелятивистские фермионы, участвующие в слабых процессах. Общее правило, вытекающее из структуры гамильтониана слабого взаимодействия, таково: *ультрарелятивистские фермионы, участвующие в любом слабом процессе с изменением заряда (т. е. при участии бозонов W^\pm), могут иметь спиральности только -1 для частиц и $+1$ для античастиц:*

$$\begin{aligned} h(\text{фермион}) &= -1, \\ h(\text{антифермион}) &= +1. \end{aligned} \quad (1.6.7)$$

Это естественно относится ко всем лептонам и кваркам, участвующим в слабых процессах. Во избежание недоразумений подчеркнем, что ультрарелятивистские кварки, участвующие в сильных и электромагнитных процессах, сохраняющих зеркальную симметрию, с равными вероятностями представлены в этих процессах в правополяризованной и левополяризованной формах. Это же относится и к фотонам.

Чем частица ближе к безмассовому пределу ($m = 0$), тем более строго выполняется правило спиральности (1.6.7).

Хорошей иллюстрацией проявления этого правила является распад заряженного пиона, например π^- . Распад $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ имеет вероятность примерно в 10^4 раза меньшую, чем энергетически менее выгодный распад $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. Рассмотрим эти распады с точки зрения спиральностей возникающих лептонов в системе координат пиона. На рис. 1.6.2 показаны направления импульсов и спинов продуктов распада пиона:

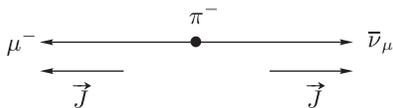


Рис. 1.6.2. Распад $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ в системе покоя пиона

Если спиральность антинейтрино «правильная», т. е. $h(\bar{\nu}_\mu) = +1$, то для вылетающего в противоположном направлении мюона или электрона (т. е. «частицы») она также равна $+1$, т. е. «неправильная». Для релятивистского электрона это приводит к подавлению вероятности этого распада по сравнению с мюонным распадом, поскольку мюон имеет примерно в 200 раз большую массу и, соответственно, правило спиральности для него не такое строгое и может нарушаться.

P -преобразование распадов пионов по слабым взаимодействиям приводит к *неправильным спиральностям* антинейтрино — что означает *отсутствие P -симметрии* в этих распадах, или, что то же, несохранение P -четности.

Задача 1.6.9. На примере распада $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ доказать, что P -четность не сохраняется в слабых распадах.

Схема распада отрицательно заряженного пиона показана на рис. 1.6.2. Спиральность мюонного антинейтрино положительная: $h(\bar{\nu}_\mu) = +1$, т.е. векторы импульса и спина для него параллельны. В результате операции пространственного отражения (P -преобразования) меняются направления векторов импульсов частиц, но не меняются направления векторов спинов \vec{J} , что и показано на рис. 1.6.3.

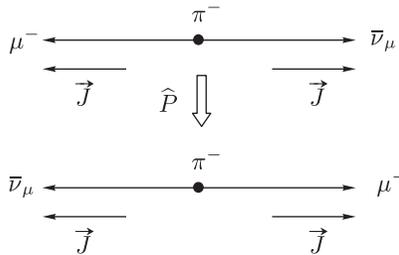


Рис. 1.6.3. P -преобразование распада $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$. Оно реализуется отражением в вертикальном (как на рис. 1.6.1) зеркале, размещенном в точке нахождения пиона

Из рис. 1.6.3 видно, что P -преобразование привело к *неправильной спиральности* антинейтрино: $h(\bar{\nu}_\mu) = -1$, иными словами — к схеме запрещенного правилом спиральности процесса. Это доказывает, что в данном слабом процессе P -четность не сохраняется.

Точно так же C -преобразование для рассматриваемого распада $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \Rightarrow \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ (переход *частицы* \leftrightarrow *античастицы* без изменения направления векторов) дает для нейтрино положительную, т.е. *неправильную спиральность*. Это видно из рис. 1.6.4 и означает, что в данном слабом распаде отсутствует C -инвариантность.

В то же время распад заряженного пиона CP -инвариантен, т.е. при последовательном применении к нему операций C - и P -преобразования (или в обратной последовательности) получается разрешенный, наблюдающийся с той же вероятностью процесс распада $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Схема CP -преобразования распада $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ дана на рис. 1.6.5.

Задача 1.6.10. Показать, что распад нейтрального пиона на нейтрино и антинейтрино ($\pi^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$) невозможен.

Этот распад запрещен правилом спиральностей (1.6.7). Распад нейтрального пиона на две ультрарелятивистские частицы неизбеж-

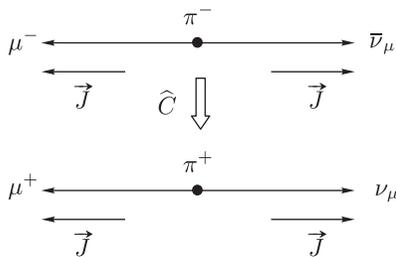


Рис. 1.6.4. C -преобразование распада $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

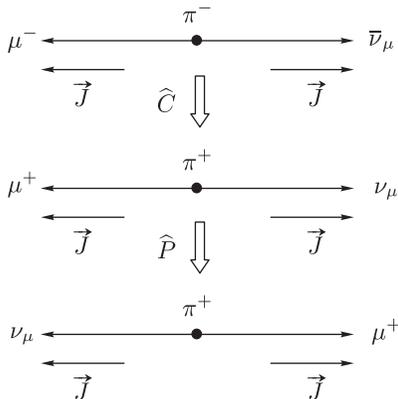


Рис. 1.6.5. CP -преобразование распада $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

но приводит к нарушению правила спиральностей для одной из них (рис. 1.6.5).

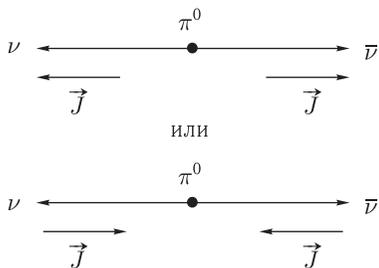


Рис. 1.6.6. Варианты распада $\pi^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$. Оба варианта запрещены правилом спиральности. В верхнем распаде фигурирует отсутствующее в природе нейтрино с положительной спиральностью, в нижнем — антинейтрино с отрицательной спиральностью

1.6.4. CP -инвариантность. CPT -теорема. Итогом исследований распадов заряженных пионов стало выяснение, что в рас-

смотренных слабых распадах нет ни P -, ни C -инвариантности, но есть CP -инвариантность. Однако исследование распадов нейтральных K -мезонов (K^0), а в последние годы и нейтральных B -мезонов (B^0), показало, что в этих распадах CP -инвариантность также нарушена, хотя степень этого нарушения мала. Для ряда CP -инвариантных систем можно ввести понятие CP -четности. В частности это можно сделать для электрически нейтральных систем из двух и трех пионов и нейтральных K -мезонов. Рассмотрим ситуацию с CP -четностью этих объектов:

$$\begin{aligned}\widehat{C}\widehat{P}|\pi^+\pi^-\rangle_{L=0} &= +|\pi^+\pi^-\rangle, \\ \widehat{C}\widehat{P}|\pi\pi\pi\rangle_{L=0} &= -|\pi\pi\pi\rangle.\end{aligned}\quad (1.6.8)$$

Нейтральные каоны не имеют определенной CP -четности, но суммы и разности их *волновых функций* имеют определенную CP -четность:

$$\begin{aligned}\widehat{C}|K^0\rangle &= |\overline{K}^0\rangle; \quad \widehat{C}|\overline{K}^0\rangle = |K^0\rangle; \quad \widehat{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle; \\ \widehat{C}\widehat{P}(|K^0\rangle - |\overline{K}^0\rangle) &= +(|K^0\rangle - |\overline{K}^0\rangle) = +|K_1^0\rangle; \\ \widehat{C}\widehat{P}(|K^0\rangle + |\overline{K}^0\rangle) &= -(|K^0\rangle + |\overline{K}^0\rangle) = -|K_2^0\rangle.\end{aligned}\quad (1.6.9)$$

Если CP -четность сохраняется, распады частицы, волновая функция которой есть разность волновых функций нейтрального каона и антикаона (частицы $|K_1^0\rangle$), должны происходить на 2 пиона, а частицы $|K_2^0\rangle$ (волновая функция которой есть сумма волновых функций каона и антикаона) — на три пиона. Такие процессы, действительно, наблюдаются. Причем распад $K_1^0 \rightarrow 2\pi$ должен идти намного быстрее, чем распад $K_2^0 \rightarrow 3\pi$, вследствие существенно большего энергосвободения. Состояниям K_1^0 и K_2^0 отвечают реальные частицы — соответственно короткоживущий (Short) и долгоживущий (Long) нейтральные каоны K_S^0 и K_L^0 . Их времена жизни:

$$\begin{aligned}\tau(K_S^0) &= 0,9 \cdot 10^{-10} \text{ с} \\ \tau(K_L^0) &= 5,1 \cdot 10^{-8} \text{ с}.\end{aligned}$$

Замечательной особенностью распадов нейтральных каонов является то, что, находясь в свободном состоянии, и, распадаясь на два или три пиона, каон и антикаон могут переходить друг в друга, т.е. возникают их *осцилляции*. Этот эффект экспериментально подтверждается!

Если бы долгоживущий каон K_L^0 распадался только на 3 пиона, проблемы нарушения CP -инвариантности не существовало бы. Но с малой вероятностью (меньше 1%) идет распад этого долгоживущего каона

на 2 пиона, что и является нарушением CP -инвариантности:

$$\frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow 2\pi)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \text{все распады})} \approx 2 \cdot 10^{-3}.$$

Нарушение CP -симметрии проявляется также в полуплеетонных распадах нейтральных K -мезонов, а именно в том, что распады $K_L^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu$ примерно на 0,3% вероятнее распадов $K_L^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}$.

Осцилляции, подобные тем, что испытывают нейтральные K -мезоны, характерны и для других нейтральных мезонов. Хорошо установлены взаимопревращения нейтральных B -мезонов: $B_d^0 = (\bar{b}d) \Leftrightarrow \bar{B}_d^0 = (b\bar{d})$. В 2006 году опубликованы результаты исследований на установке D0 (FermiLab, Tevatron) осцилляций $B_s^0 = (\bar{b}s) \Leftrightarrow \bar{B}_s^0 = (b\bar{s})$.

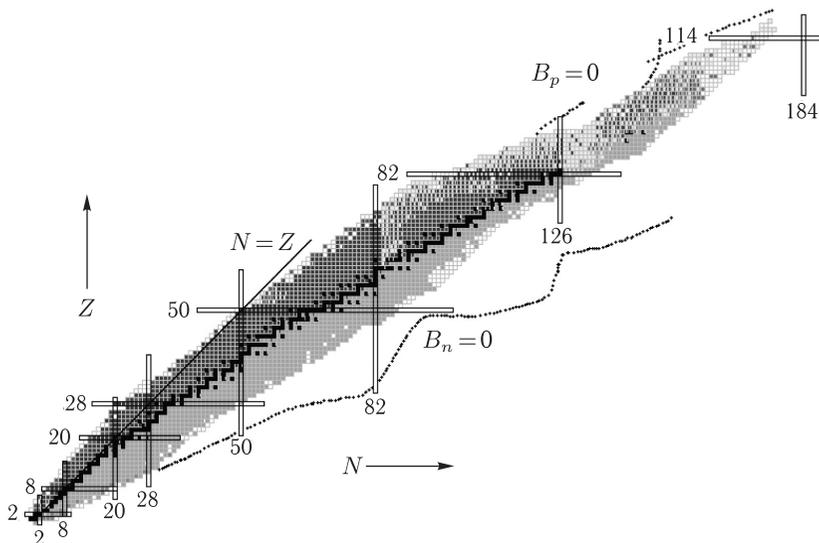
Релятивистская теория поля доказывает, что картина мира, полученная путем последовательного отражения пространственных осей (P -отражение), заменой частиц на античастицы (C -отражение) и отражением оси времени (T -отражение) приводит к картине, физически идентичной исходному состоянию. Иными словами, любой гамильтониан коммутирует с произведением операторов $\widehat{C}\widehat{P}\widehat{T}$. Это утверждение носит название *СРТ-теоремы*. Простейшая проверка этого утверждения — равенство масс и времен жизни частиц и античастиц.

Нарушение (хотя и слабое) CP -инвариантности при справедливости $СРТ$ -теоремы указывает на соответствующее ему слабое нарушение T -инвариантности уравнений движения. Имеются данные экспериментов по прямому подтверждению нарушения T -инвариантности.

§1.7. Свойства атомных ядер

1.7.1. NZ -диаграмма атомных ядер. В природе существует и искусственно получено большое число нуклидов — ядер с различными Z и A . Диапазон изменений Z и A для известных ядер соответственно 1–118 и 1–294. Всего известно около 3500 нуклидов, т. е. ядерный мир значительно богаче мира химических элементов (атомов). Стабильных ядер 261. Остальные радиоактивные.

На рис. 1.7.1 приведена NZ -диаграмма атомных ядер. Каждому такому ядру соответствует точка на плоскости с осями N и Z . Более темная область диаграммы (ее верхняя часть) отвечает радиоактивным *протоноизбыточным* ядрам, т. е. ядрам, перегруженным протонами по сравнению со стабильными ядрами. Менее темная область диаграммы (ее нижняя часть) отвечает радиоактивным *нейтроноизбыточным* ядрам, т. е. ядрам, перегруженным нейтронами по сравнению со стабильными ядрами. Совокупность черных точек, разделяющих эти две области радиоактивных ядер, образует узкую полосу стабиль-

Рис. 1.7.1. NZ -диаграмма атомных ядер [15]

ных ядер, называемую *линией* или *дорожкой стабильности*. Самые легкие стабильные ядра следуют линии $N = Z$. Для более тяжелых стабильных ядер $N > Z$. Ниже будет показано, что за такой ход линии стабильности отвечает кулоновское взаимодействие. Без него для всех стабильных ядер было бы $N \approx Z$.

Точечные извилистые линии на диаграмме — это линии, вдоль которых энергия отделения $B_n(B_p)$ нейтрона или протона от ядра равна нулю (энергия отделения нуклона — это минимальная энергия, необходимая для его удаления из ядра). $B_n = B_p = 0$ отвечает ситуация, когда добавляемый к ядру очередной нуклон уже не захватывается им и не образует нового более тяжелого ядра. Т. е. вне линий $B_n = 0$ и $B_p = 0$ ядро существовать не может. Между линиями $B_n = 0$ и $B_p = 0$, где расположена область нуклидов с энергиями отделения нуклона > 0 , по оценкам может быть 6000–6500 ядер. Эти числа определяют количество ядер, которое может быть получено искусственным путем. Отметим, что линия $B_n = 0$ смыкается с областью известных ядер при $N < 30$ и $Z < 13$. Это означает, что в этой области практически достигнута граница возможных нейтроноизбыточных ядер. Протоноизбыточные ядра изучены значительно лучше. Линия $B_p = 0$ смыкается с областью известных ядер уже при $N < 120$ и $Z < 90$.

1.7.2. Размеры ядер. Распределение заряда и массы в атомных ядрах исследуется в экспериментах по упругому рассеянию на ядрах α -частиц, электронов и протонов. Выяснилось, что как плотность рас-

пределения заряда, так и плотность распределения массы ядра приближенно выражаются распределением Ферми (рис. 1.7.2):

$$\rho(r) \approx \frac{\rho(0)}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}, \quad (1.7.1)$$

где r — расстояние от центра ядра, $\rho(0)$ — плотность в центре ядра.

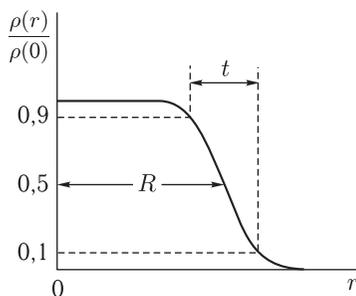


Рис. 1.7.2. Распределение Ферми для плотности заряда и массы ядра

Параметр a характеризует толщину t поверхностного слоя ядра, в пределах которого ядерная плотность плавно уменьшается от $0,9\rho(0)$ до $0,1\rho(0)$. Величины t и a связаны соотношением $t = (4 \ln 3)a \approx 4,4a$. Как показывает опыт, толщина поверхностного слоя примерно одна и та же для всех ядер: $t \approx 2,4 \text{ Фм}$ ($a \approx 0,55 \text{ Фм}$).

Радиусом ядра R будем называть расстояние от его центра, на котором плотность ядра уменьшается вдвое:

$$\rho(R) = \frac{\rho(0)}{2},$$

R описывается приближенной эмпирической формулой

$$R = r_0 \cdot A^{1/3} = (1,0-1,1)A^{1/3} \text{ Фм}. \quad (1.7.2)$$

Ядро в ряде случаев аппроксимируют также сферой однородной плотности (без размытого края). В этом случае $r_0 = (1,1-1,3) \text{ Фм}$ и

$$R \approx 1,2 \cdot A^{1/3} \text{ Фм}. \quad (1.7.3)$$

Отметим, что распределения плотности заряда и массы ядра хотя и близки, но не совпадают друг с другом. Поэтому несколько отличаются также зарядовый и массовый ядерные радиусы. В дальнейшем будут даны примеры и рассмотрены причины различия этих величин. В приближенных расчетах можно считать зарядовый и массовый ядерные радиусы совпадающими и описываемыми формулами (1.7.2) или (1.7.3).

Выражения (1.7.2), (1.7.3) означают *независимость средней ядерной плотности ядра от массового числа A* (числа нуклонов в ядре). Оценим эту плотность:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\text{масса ядра}}{\text{объем ядра}} \approx \frac{\text{масса нуклона} \cdot A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 \cdot A} \approx \\ &\approx 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3 \approx 200 \text{ млн т/см}^3. \end{aligned} \quad (1.7.4)$$

Здесь учтено, что масса нуклона $m_N \approx 1,67 \cdot 10^{-24}$ г.

Задача 1.7.1. *Оценить расстояние минимального сближения α -частицы и ядра золота при бомбардировке мишени из золота пучком α -частиц с кинетическими энергиями 22 МэВ. Сравнить результат с суммой радиусов ядер золота и гелия, рассматриваемых в виде сфер однородной плотности.*

При лобовом соударении налетающей частицы и ядра золота кинетическая энергия α -частицы T целиком тратится на преодоление потенциального кулоновского барьера, т. е. (в гауссовой системе единиц):

$$\begin{aligned} T &= \frac{Z_\alpha Z_{\text{Au}} e^2}{r_{\min}}, \\ r_{\min} &= \frac{Z_\alpha Z_{\text{Au}} e^2}{T} = \frac{Z_\alpha Z_{\text{Au}} e^2}{T \cdot \hbar c} \hbar c = 10,4 \text{ Фм} \\ R_{\text{He}} + R_{\text{Au}} &= r_0 (4^{1/3} + 197^{1/3}) \approx 9 \text{ Фм}. \end{aligned} \quad (1.7.5)$$

Здесь использовано $r_0 = 1,2$ Фм.

Таким образом, при кинетических энергиях α -частиц выше 22 МэВ расстояние минимального сближения ядер гелия и золота сравнимо с размерами ядерных систем. Это означает, что чисто кулоновское рассеяние, описываемое формулой Резерфорда (1.2.25) для точечных объектов, не исчерпывает взаимодействия нуклонов. При больших энергиях в формулу Резерфорда вводят еще один множитель — квадрат форм-фактора F , отражающий конечные размеры и внутреннюю структуру сталкивающихся нуклонов (формула (1.2.30)). Введение форм-фактора необходимо при кинетических энергиях α -частицы, превышающих примерно 20 МэВ.

Отметим также, что использованное в данном примере умножение и деление на константу конверсии $\hbar c$ (средняя строчка (1.7.5)) позволяет избежать явного вида квадрата единичного заряда, беря вместо него хорошо известную величину — постоянную тонкой структуры $e^2/\hbar c = 1/137$ и $\hbar c \approx 200$ МэВ · Фм.

Радиус атомного ядра легко получить, если известна дифракционная картина рассеяния заряженных частиц на этом ядре. Этот метод использует волновые свойства падающих на ядро частиц. Из классической оптики известно, что для наблюдения дифракционной картины на некотором объекте ограниченных размеров необходимы два условия: 1) длина падающей на объект волны λ должна быть порядка или

меньше радиуса объекта ($\lambda \leq R$) и 2) объект должен иметь довольно четкие границы (толщина поверхностного слоя объекта не должна заметно превышать его общие размеры).

Если эти условия выполнены, то на экране, расположенном за ядром-рассеивателем (рис. 1.7.3), должны наблюдаться центральный самый мощный дифракционный максимум и при увеличении угла рассеяния θ — серия уменьшающихся максимумов, разделенных минимумами. Если рассеяние происходит на круглом объекте, то угол θ_{\min} , под которым будет виден первый дифракционный минимум, может быть найден из следующего приближенного выражения:

$$\sin \theta_{\min} \approx \frac{0,6}{R} \lambda. \quad (1.7.6)$$

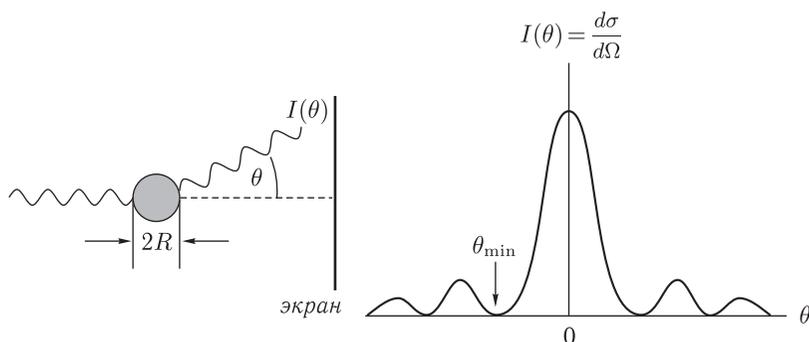


Рис. 1.7.3. Рассеяние волны на круглом объекте радиуса R (слева) и дифракционная картина, наблюдаемая на экране (справа)

Задача 1.7.2. При изучении дифракционного рассеяния протонов с кинетической энергией $T = 20$ ГэВ на ядрах свинца первый дифракционный минимум наблюдается при $\theta_{\min} = 0,3^\circ$. Оценить радиус ядра свинца.

Для решения используем соотношение (1.7.6):

$$R_{\text{Pb}} \approx \frac{0,6 \cdot \lambda}{\sin \theta_{\min}} = \frac{0,6 \cdot 2\pi \hbar c}{T \cdot \frac{0,3\pi}{180}} \approx \frac{0,6 \cdot 2\pi \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} \cdot 180}{20 \cdot 10^3 \text{ МэВ} \cdot 0,3 \cdot \pi} \approx 7,1 \text{ Фм}.$$

То же значение дает формула (1.7.3).

Для определения радиусов атомных ядер можно использовать также прохождение коллимированного потока моноэнергетических частиц через тонкие мишени, состоящие из исследуемых ядер. Суть этого метода поясним решением следующей задачи.

Задача 1.7.3. Оценить радиус ядра меди, если известно, что при прохождении релятивистских нейтронов через пластинку меди

толщиной 2 см поток нейтронов уменьшился в 1,1 раза. Размером нейтрона пренебречь.

Если на тонкую пластинку вещества толщиной x нормально к ее поверхности падает узкий пучок моноэнергетических частиц с плотностью потока $j(0)$, то при условии не более чем однократного взаимодействия каждой из этих частиц с ядрами мишени плотность потока за мишенью будет даваться соотношением

$$j(x) = j(0) \cdot e^{-n\sigma x}, \quad (1.7.7)$$

где n — концентрация ядер мишени, а σ — полное эффективное сечение взаимодействия падающих частиц с ядром (см. формулу (1.2.24)). Для релятивистских нейтронов хорошей оценкой величины σ является геометрическое сечение ядра: $\sigma \approx \pi R^2$. Учитывая это, получаем

$$\sigma = \frac{1}{nx} \ln \frac{j(0)}{j(x)} = \frac{1}{8,6 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3} \cdot 2 \text{ см}} \ln(1,1) \approx \approx 5,5 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2 = 0,55 \text{ барн}.$$

Здесь использовано, что $n = \rho N_A / A$, где плотность меди $\rho \approx 9 \text{ г/см}^3$, N_A — число Авогадро ($6,02 \cdot 10^{23}$) и $A = 63$ — массовое число меди. Окончательно для величины радиуса ядра меди имеем

$$R = \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} = \sqrt{\frac{5,5 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2}{3,14}} \approx 4,2 \text{ Фм}.$$

Отметим, что соотношение (1.7.2) для радиуса ядра меди дает (4,0–4,4) Фм.

1.7.3. Массы и энергии связи ядер. Масса $M(A, Z)$ атомного ядра, состоящего из A нуклонов, из которых Z протонов, меньше суммы масс $Z \cdot m_p c^2 + (A - Z) \cdot m_n c^2$ входящих в ядро протонов и нейтронов. Разность этих величин $W(A, Z)$ и является энергией связи ядра:

$$W(A, Z) = [Z \cdot m_p c^2 + (A - Z) \cdot m_n c^2] - M(A, Z) c^2. \quad (1.7.8)$$

При оценке радиусов распределения заряда в ядре (кулоновского радиуса) можно использовать различие энергий связи двух ядер-изобар, т. е. ядер с одинаковым числом нуклонов A .

Задача 1.7.4. Из сравнения энергий связи зеркальных ядер ${}^1_5\text{B}$ и ${}^1_6\text{C}$ (см. табл. 1.5) оценить радиусы этих ядер.

Энергии связи двух ядер-изобар $W(A, Z)$ и $W(A, Z+1)$ отличаются за счет разных кулоновских энергий отталкивания протонов в этих ядрах $E_{\text{кул}}(A, Z)$ и $E_{\text{кул}}(A, Z+1)$. В ядре $(A, Z+1)$ она ниже из-за

более сильного отталкивания:

$$\begin{aligned}\Delta W &= W(A, Z) - W(A, Z + 1), \\ \Delta E_{\text{кул}} &= E_{\text{кул}}(A, Z + 1) - E_{\text{кул}}(A, Z), \\ \Delta W &= \Delta E_{\text{кул}}.\end{aligned}$$

Для однородно заряженной сферы радиуса R , состоящей из Z единичных зарядов e , кулоновская энергия дается следующим выражением:

$$E_{\text{кул}} = \frac{3}{5} e^2 \frac{Z(Z-1)}{R}. \quad (1.7.9)$$

Для разности кулоновских энергий ядер-изобар с числом зарядов $Z + 1$ и Z получаем

$$\Delta E_{\text{кул}} = E_{\text{кул}}(Z + 1) - E_{\text{кул}}(Z) = \frac{6}{5} e^2 \frac{Z}{R} = \Delta W. \quad (1.7.10)$$

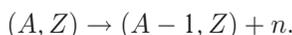
Таким образом, используя то, что в данном случае $\Delta W \approx 2,8$ МэВ (табл. 1.5), получаем

$$R = \frac{6}{5} e^2 \frac{Z}{\Delta W} = \frac{6}{5} \frac{e^2 \hbar c Z}{\hbar c \cdot \Delta W} = \frac{6 \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}} \cdot 5}{5 \cdot 137 \cdot 2,8 \text{ МэВ}} \approx 3,0 \Phi_{\text{М}}. \quad (1.7.11)$$

Расчет радиусов сравниваемых ядер по формуле (1.7.3) дает близкую величину $2,7 \Phi_{\text{М}}$.

Заметим, что при решении данной задачи также использовано умножение числителя и знаменателя на константу конверсии $\hbar c$, что позволило использовать постоянную тонкой структуры $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ и не переходить к другой системе единиц.

Важным понятием является *энергия отделения нуклона*. Энергия отделения нуклона B_N (B_n или B_p) — это минимальная энергия, необходимая для отделения нуклона от ядра. Очевидно, это энергия наиболее слабо связанного нуклона (сидящего наиболее высоко в ядерной потенциальной яме). Найдем энергию отделения нейтрона B_n . Отделению нейтрона отвечает процесс



Энергия, необходимая для такого процесса, определяется разностью масс системы (в энергетических единицах) после и до процесса, т. е.

$$\begin{aligned}B_n &= M(A - 1, Z)c^2 + m_n c^2 - M(A, Z)c^2 = \\ &= W(A, Z) - W(A - 1, Z) - W(1, 0) = W(A, Z) - W(A - 1, Z).\end{aligned} \quad (1.7.12)$$

Здесь учтено, что энергия связи свободного нейтрона $W(1, 0) = 0$.

Аналогичное соотношение для энергии отделения протона имеет вид

$$B_p = W(A, Z) - W(A - 1, Z - 1). \quad (1.7.13)$$

Если отделяется сложная частица $x(a, z)$, состоящая из нескольких нуклонов, то

$$B_x = W(A, Z) - W(A - a, Z - z) - W(a, z), \quad (1.7.14)$$

где $W(a, z)$ — энергия связи частицы x , уже не равная нулю.

Международной единицей массы является так называемая *атомная единица массы* ($1u \equiv 1$ а.е.м.). Она равна $1/12$ массы нейтрального атома углерода-12:

$$1u \equiv 1 \text{ а.е.м.} = \frac{\text{масса атома } {}^{12}\text{C}}{12} = 931,494 \frac{\text{МэВ}}{c^2} \approx 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.} \quad (1.7.15)$$

Обычно в таблицах атомных ядер даются не их массы $M(A, Z)$ или энергии связи $W(A, Z)$ и даже не массы нейтральных атомов ${}^{\text{ат}}M(A, Z)$, а так называемые *избытки масс* $\Delta(A, Z)$. Определим понятие *избытка масс* и получим соотношения, с помощью которых, зная избыток массы $\Delta(A, Z)$, можно быстро получить не только массу ядра $M(A, Z)$, но также его энергию связи $W(A, Z)$, энергии отделения нуклонов B_n , B_p и более сложных объектов $x(a, z)$, состоящих из z протонов и $a - z$ нейтронов.

Запишем соотношение (1.7.8) в виде

$$\frac{W(A, Z)}{c^2} = Zm_p + Nm_n - M(A, Z),$$

где $N = A - Z$, т.е. число нейтронов в ядре. Переходя от масс ядер $M(A, Z)$ к массам атомов ${}^{\text{ат}}M(A, Z)$, это соотношение можно переписать следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{W(A, Z)}{c^2} &= Zm_p + Zm_e + Nm_n - M(A, Z) - Zm_e \approx \\ &\approx Zm_{\text{H}} + Nm_n - {}^{\text{ат}}M(A, Z), \end{aligned} \quad (1.7.16)$$

где m_e , m_{H} — массы электрона и атома водорода, причем незначительными поправками, обусловленными энергиями связи атомарных электронов и обычно лежащими за пределами точности экспериментальных значений, мы пренебрегаем.

Избытком масс называют величину (в таблицах она обозначена $\Delta = M - A$)

$$\Delta(A, Z) = {}^{\text{ат}}M(A, Z)c^2 - Auc^2, \quad (1.7.17)$$

где u — атомная единица массы. По определению этой единицы массы избыток массы ${}^{12}\text{C}$ точно равен нулю ($\Delta({}^{12}\text{C}) = 0$). Очевидно

$$\begin{aligned} W(A, Z) &= (Zm_{\text{H}} + Nm_n)c^2 - {}^{\text{ат}}M(A, Z)c^2 = \\ &= (Zm_{\text{H}} + Nm_n)c^2 - \Delta(A, Z) - Auc^2 = \\ &= Z(m_{\text{H}}c^2 - uc^2) + N(m_nc^2 - uc^2) - \Delta(A, Z) = Z\Delta_{\text{H}} + N\Delta_n - \Delta(A, Z). \end{aligned}$$

Отсюда сразу получаем энергию связи ядра в МэВ, если в этих же единицах взять избыток массы водорода Δ_H , нейтрона Δ_n и ядра $\Delta(A, Z)$. Учитывая, что $\Delta_H = m_p c^2 + m_e c^2 - u c^2 = (938,272 + 0,511 - 931,494) \text{ МэВ} = 7,289 \text{ МэВ}$, а $\Delta_n = m_n c^2 - u c^2 = (939,565 - 931,494) \text{ МэВ} = 8,071 \text{ МэВ}$, окончательно имеем

$$W(A, Z) = [Z \cdot 7,289 + (A - Z) \cdot 8,071 - \Delta(A, Z)] \text{ МэВ}.$$

Для энергий отделения нейтрона, протона и сложного объекта $x(a, z)$, получаем выражения (в МэВ):

$$\begin{aligned} B_n &= W(A, Z) - W(A - 1, Z) = \Delta_n + \Delta(A - 1, Z) - \Delta(A, Z) = \\ &= 8,071 + \Delta(A - 1, Z) - \Delta(A, Z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_p &= W(A, Z) - W(A - 1, Z - 1) = \Delta_H + \Delta(A - 1, Z - 1) - \Delta(A, Z) = \\ &= 7,289 + \Delta(A - 1, Z - 1) - \Delta(A, Z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_x &= W(A, Z) - W(A - a, Z - z) - W(a, z) = \\ &= \Delta(a, z) + \Delta(A - a, Z - z) - \Delta(A, Z). \end{aligned}$$

Таблицы масс и избытков масс 221 нуклида приведены в Приложении 1. Массы всех известных атомных ядер, их удельные энергии связи и энергии отделения нуклонов, содержания в естественной смеси изотопов, а также спины и четности основных состояний, типы распадов и периоды полураспадов приведены в книге В. В. Варламова, Б. С. Ишханова, С. Ю. Комарова «Атомные ядра. Основные характеристики». — М.: Университетская книга, 2010.

Задача 1.7.5. По таблице избытков масс найти энергию связи ядра $^{16}_8\text{O}$ и энергии отделения нейтрона B_n , протона B_p и α -частицы B_α из этого ядра.

$$\begin{aligned} W(^{16}_8\text{O}) &= 8\Delta_H + 8\Delta_n - \Delta(^{16}_8\text{O}) = \\ &= [8 \cdot 7,289 + 8 \cdot 8,071 - (-4,737)] \text{ МэВ} = 127,617 \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_n &= \Delta_n + \Delta(^{15}_8\text{O}) - \Delta(^{16}_8\text{O}) = \\ &= [8,071 + 2,856 - (-4,737)] \text{ МэВ} = 15,664 \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_p &= \Delta_H + \Delta(^{15}_7\text{N}) - \Delta(^{16}_8\text{O}) = \\ &= [7,289 + 0,101 - (-4,737)] \text{ МэВ} = 12,127 \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_\alpha &= \Delta(^4_2\text{He}) + \Delta(^{12}_6\text{C}) - \Delta(^{16}_8\text{O}) = \\ &= [2,425 + 0 - (-4,737)] \text{ МэВ} = 7,162 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Обратим внимание на то, что энергии отделения одного протона и одного нейтрона существенно больше энергии отделения четырех нуклонов α -частицы. Причина в том, что четыре нуклона в α -частице связаны, причем эта энергия связи велика — 28,3 МэВ.

Задача 1.7.6. Рассчитать энергию связи ядра $^{12}_6\text{C}$ двумя способами: а) пользуясь таблицей масс в атомных единицах мас-

сы (1.7.15) и б) используя таблицы избытков масс $\Delta = M - A$. Сравнить удобства использования этих двух методов.

Используя выражение (1.7.16) и заменив массы ядер $M(A, Z)$ на массы нейтральных атомов ${}^{\text{ат}}M(A, Z)$, для ядра ${}^{12}\text{C}$ первым (а) способом получаем:

$$W(12,6) = [6m_{\text{H}} + 6m_{\text{n}} - {}^{\text{ат}}M(12,6)]c^2 \approx \\ \approx (6 \cdot 1,007825 + 6 \cdot 1,008665 - 12,000000) \times 931,494 \text{ МэВ} \approx 92,16 \text{ МэВ}.$$

Второй (б) способ дает:

$$W({}^{12}_6\text{C}) = 6\Delta_{\text{H}} + 6\Delta_{\text{n}} - \Delta({}^{12}_6\text{C}) = \\ = (6 \cdot 7,289 + 6 \cdot 8,071 - 0) \text{ МэВ} \approx 92,16 \text{ МэВ},$$

что существенно проще. Поэтому в дальнейших расчетах будет использоваться в основном второй способ, основанный на таблицах для избытков масс $\Delta = M - A$.

Энергия связи ядра $W(A, Z)$ быстро растет с увеличением числа нуклонов A (см. табл. 1.5), и в этой круто растущей зависимости трудно увидеть и проанализировать ее наиболее существенные особенности и связать эти особенности с внутренним строением ядра.

Таблица 1.5

Энергия связи (W) и удельная энергия связи (ε) некоторых ядер (МэВ)

| Ядро | W | ε | Ядро | W | ε |
|---------------------|-------|---------------|--------------------------|---------|---------------|
| ${}^2_1\text{H}$ | 2,224 | 1,112 | ${}^{16}_8\text{O}$ | 127,62 | 7,98 |
| ${}^3_2\text{He}$ | 7,72 | 2,57 | ${}^{23}_{11}\text{Na}$ | 186,56 | 8,11 |
| ${}^4_2\text{He}$ | 28,30 | 7,08 | ${}^{23}_{12}\text{Mg}$ | 181,73 | 7,90 |
| ${}^7_3\text{Li}$ | 39,24 | 5,61 | ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ | 342,05 | 8,56 |
| ${}^7_4\text{Be}$ | 37,60 | 5,37 | ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ | 492,26 | 8,79 |
| ${}^8_4\text{Be}$ | 56,50 | 7,06 | ${}^{114}_{48}\text{Cd}$ | 972,60 | 8,54 |
| ${}^{11}_5\text{B}$ | 76,21 | 6,93 | ${}^{114}_{49}\text{In}$ | 970,37 | 8,51 |
| ${}^{11}_6\text{C}$ | 73,44 | 6,68 | ${}^{114}_{50}\text{Sn}$ | 971,57 | 8,52 |
| ${}^{12}_6\text{C}$ | 92,16 | 7,68 | ${}^{235}_{92}\text{U}$ | 1783,86 | 7,59 |

Гораздо удобнее иметь дело с так называемой *удельной энергией связи* или *средней энергией связи на один нуклон*. Удельная энергия связи ε определяется следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{W(A, Z)}{A}. \quad (1.7.18)$$

Так для ядра ^{12}C величина удельной энергии связи равна $\frac{92,16 \text{ МэВ}}{12} = 7,68 \text{ МэВ}$.

Зависимость удельной энергии связи от массового числа A является одним из наиболее показательных и важных для приложений результатов экспериментальной физики ядра. Общее теоретическое объяснение этой зависимости дают модель ядра как заряженной жидкой капли и соответствующая этой модели *формула Вайцзеккера* (1.8.7). Прежде чем переходить к ним, приведем экспериментальную зависимость удельной энергии связи от A для наиболее стабильных ядер (рис. 1.7.4).

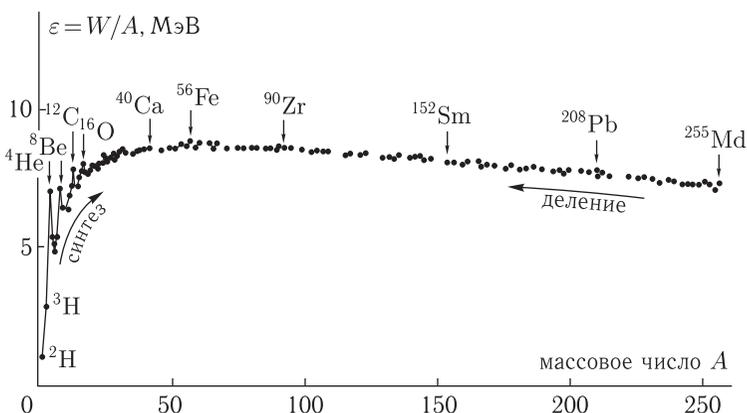


Рис. 1.7.4. Зависимость удельной энергии связи от массового числа для наиболее стабильных ядер. Стрелками показаны перемещения вдоль зависимости $\varepsilon(A)$, приводящие к выделению ядерной энергии и реализуемые соответственно в процессах синтеза и деления ядер

Задача 1.7.7. Найти энергии отделения нейтрона, протона и α -частицы от ядра ^{12}C . Сравнить их с удельной энергией связи этого ядра.

Энергия отделения нейтрона:

$$B_n = \Delta_n + \Delta(^{11}_6\text{C}) - \Delta(^{12}_6\text{C}) = (8,071 + 10,650 - 0) \text{ МэВ} \approx 18,72 \text{ МэВ}.$$

Энергия отделения протона:

$$B_p = \Delta_{\text{H}} + \Delta(^{11}_5\text{B}) - \Delta(^{12}_6\text{C}) = (7,289 + 8,668 - 0) \text{ МэВ} \approx 15,96 \text{ МэВ}.$$

Энергия отделения α -частицы:

$$B_\alpha = \Delta(^4_2\text{He}) + \Delta(^8_4\text{Be}) - \Delta(^{12}_6\text{C}) = (2,425 + 4,942 - 0) \text{ МэВ} \approx 7,37 \text{ МэВ}.$$

Энергия отделения одного нуклона от ядра ^{12}C оказалась более чем вдвое выше удельной энергии связи (7,68 МэВ)! Энергия одновремен-

ного отделения кластера из 4 нуклонов — α -частицы — от ядра ^{12}C оказалась даже меньше удельной энергии связи — т. е. средней энергии отделения одного нуклона. Эти факты и аналогичные результаты для ряда других ядер станут понятными ниже при рассмотрении теоретических моделей ядер.

1.7.4. Спин и четность ядер. Основное и возбужденные состояния ядра (как и других квантовых систем) характеризуются определенными значениями внутренних моментов количества движения. Если ядро близко к сферическому, соответствующий ему гамильтониан \hat{H} коммутирует с оператором квадрата момента \hat{J}^2 , что означает, что собственные значения этого оператора являются «хорошими квантовыми числами», т. е. сохраняются. Как правило, ядерный гамильтониан коммутирует с оператором \hat{J}_z проекции момента на одну из осей (в качестве этой оси обычно выбирают ось z):

$$\left[\hat{H}, \hat{J}^2\right] = 0, \quad \left[\hat{H}, \hat{J}_z\right] = 0. \quad (1.7.19)$$

Все перечисленные операторы действуют в пространстве волновых функций ядра Ψ :

$$\begin{aligned} \hat{J}^2\Psi &= \hbar^2 J(J+1)\Psi, \\ \hat{J}_z\Psi &= \hbar m\Psi, \\ m &= \pm J, \pm(J-1), \pm(J-2), \dots \end{aligned} \quad (1.7.20)$$

Очевидно, число значений m проекции момента количества движения на выделенную ось равно $2J+1$.

Спином ядра называется максимальное значение проекции собственного момента импульса на выделенную ось, т. е. величина J . Спины и моменты частиц и ядер измеряются в единицах \hbar .

Спин нуклона s , т. е. его момент количества движения в системе координат, связанной с ним, равен $1/2$. Полный момент количества движения нуклона \vec{j} в ядре складывается из его спина \vec{s} и орбитального момента \vec{l} относительно центра ядра:

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} = \vec{l} + \frac{1}{2}. \quad (1.7.21)$$

Спин ядра — результат векторного сложения моментов \vec{j} нуклонов ядра:

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^A \vec{j}_i = \sum_{i=1}^A (\vec{l}_i + \vec{s}_i) = \vec{L} + \vec{S}. \quad (1.7.22)$$

Напомним (см. (1.4.10)), что результаты сложения квантовых векторов отличаются от результатов сложения векторов в классической физике.

Квантовый вектор может иметь лишь дискретный ряд значений (через единицу):

$$\vec{A} = \vec{B} + \vec{C},$$

$$A = |B - C|, |B - C| + 1, |B - C| + 2, \dots, B + C - 1, B + C.$$

Число возможных значений A равно $2K + 1$, где K — наименьшая величина из B и C .

Задача 1.7.8. Найти возможные значения полного момента j нейтрона с орбитальным моментом $l = 3$. Определить для каждого значения полного момента все возможные значения проекции на выделенную ось.

$$\vec{j} = \vec{l} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{3} + \frac{\vec{1}}{2} = \frac{\vec{5}}{2} \text{ или } \frac{\vec{7}}{2}.$$

Для $j = 5/2$ имеем $m_j = -5/2, -3/2, -1/2, +1/2, +3/2, +5/2$ (всего шесть значений: $6 = (2 \cdot \frac{5}{2} + 1)$). Для $j = 7/2$ имеем $m_j = -7/2, -5/2, -3/2, -1/2, +1/2, +3/2, +5/2, +7/2$ (всего восемь значений: $8 = (2 \cdot \frac{7}{2} + 1)$).

Задача 1.7.9. Определить возможные значения спина ядра, состоящего из двух протонов и двух нейтронов в состояниях с орбитальными моментами l , равными нулю. Считать все нуклоны находящимися в одном (низшем из возможных) энергетическом состоянии.

Поскольку полный момент каждого нуклона в данном случае равен $1/2$, возможные значения суммы четырех векторов $\vec{J} = \sum_1^4 \vec{1}/2 = \vec{0}, \vec{1}, \vec{2}$. Однако в физике реализуется только первое из этих значений, т.е. 0 . Здесь проявляется действие принципа Паули. Согласно принципу Паули тождественные фермионы любой системы должны находиться в разных квантовых состояниях. Иными словами, тождественные фермионы, входящие в состав системы, не могут иметь совпадающие наборы квантовых чисел. В данном случае два нейтрона с одинаковой энергией и одинаковыми (нулевыми) значениями орбитального момента должны иметь разные значения проекции спина на выделенную ось, т.е. $+1/2$ и $-1/2$. Сумма спинов нейтронов в этом случае равна 0 . Эта же ситуация реализуется для двух протонов. Поэтому суммарный момент такой четверки нуклонов — т.е. ядра ${}^4_2\text{He}$ в основном состоянии — равен 0 .

Обратимся теперь к четности ядерных состояний. Мы знаем (п. 1.3.3), что если гамильтониан системы коммутирует с оператором пространственного отражения, четность системы является «хорошим квантовым числом», т.е. сохраняется. Для сильных и электромагнит-

ных взаимодействий это выполняется, поэтому (с точностью до малых добавок, связанных со слабыми взаимодействиями) ядерные состояния имеют определенную четность, которую указывают одновременно со спином в форме J^P . Например, в основном состоянии дейтрона (связанной системы нейтрон-протон) $J^P = 1^+$.

Четность системы частиц является произведением собственных четностей p этих частиц и четностей $P_l = (-1)^l$, соответствующих их орбитальному движению. Собственная четность нуклонов $+1$. Поэтому, для системы A нуклонов:

$$P(A) = (-1)^{l_1}(-1)^{l_2} \dots (-1)^{l_A} = (-1)^{\sum_{i=1}^A l_i}. \quad (1.7.23)$$

Задача 1.7.10. Какова взаимная ориентация векторов \vec{S} и \vec{J} суммарного спина и полного момента нуклонов в дейтроне?

Для дейтрона $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \vec{I}$ и $\vec{S} = \vec{I}$, причем $L = 0$ или 2 (см. задачу 1.6.4). В состоянии с $L = 0$ имеем $\vec{J} = \vec{S}$, т. е. вектора \vec{S} и \vec{J} совпадают и, следовательно, направлены одинаково. В состоянии с $L = 2$ вектор \vec{S} должен быть антипараллелен вектору \vec{L} , что, в силу того, что $L > S$, приводит и к антипараллельности \vec{S} и \vec{J} .

1.7.5. Изоспин нуклонов и ядер. Как основное, так и возбужденные состояния ядер (помимо рассмотренных ранее энергии, спина и четности) характеризуются изоспином I и проекцией изоспина I_3 (см. п. 1.4.4). Как уже отмечалось, введение этих квантовых чисел связано с тем фактом, что ядерные силы инвариантны относительно замены протонов на нейтроны. Ярким свидетельством этого является сходство спектров ядер-изобар, у которых число протонов одного равно числу нейтронов другого. Для всех известных пар таких ядер имеет место подобие спектров низших возбужденных состояний: спины и четности низших состояний одинаковы, а энергии возбуждения близки. На рис. 1.7.5 в качестве примера приведены спектры пары зеркальных ядер ${}^7_3\text{Li}$ и ${}^7_4\text{Be}$. Эта пара зеркальных ядер имеет в основном состоянии изоспин $I = 1/2$ и проекции изоспина $I_3 = +1/2$ и $-1/2$. Их уровни образуют ядерные изодублеты (изодублетом, естественно, является и сам нуклон: $I_N = 1/2$, $I_p = +1/2$, $I_n = -1/2$). Возможно также ядерные изомультиплеты более высокой размерности, например, изотриплеты или изоквартеты. Уровни ядер с $I = 0$, являются изосинглетами. Они встречаются у ядер, называемых *самосопряженными*. У таких ядер $Z = N$ и в соответствии с правилом (1.4.4) $I_3 = 0$. В связи с этим напомним, что проекция изоспина ядра определяется выражением

$$I_3(A, Z) = Z(+1/2) + N(-1/2) = \frac{Z - N}{2}.$$

В основном состоянии ядро имеет наименьший из возможных изоспинов, т. е. в этом состоянии

$$I_0 = |I_3| = \left| \frac{Z - N}{2} \right|. \quad (1.7.24)$$

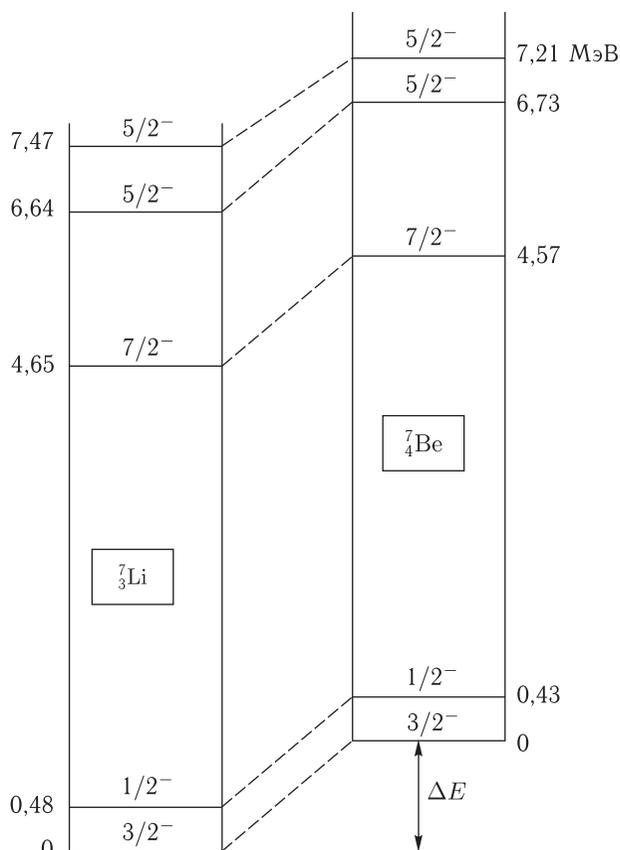


Рис. 1.7.5. Изодублеты ($I = 1/2$) уровней ядер ${}^7_3\text{Li}$ и ${}^7_4\text{Be}$. Они сдвинуты по энергии на величину $\Delta E = \Delta E_{\text{кул}} - (m_n - m_p)c^2$, где $\Delta E_{\text{кул}}$ — разность кулоновских энергий ядер

Возбужденные состояния ядер могут иметь более высокие значения изоспина, но с той же проекцией. Максимально возможное значение ядерного изоспина получается для тех ядерных состояний, в которых у ядра все изоспиновые векторы нуклонов (речь идет о специфическом зарядовом пространстве) направлены в одну сторону (параллельны):

$$I_{\text{max}} = \frac{Z + N}{2} = \frac{A}{2}. \quad (1.7.25)$$

Итак, характеристиками уровней данного ядра являются энергия, спин, четность и изоспин. Обычно три последних квантовых числа указываются как J^P, I .

Задача 1.7.11. Определить изоспин основного состояния и проекцию изоспина ядра ${}^{48}_{20}\text{Ca}$.

Ядро ^{48}Ca имеет 20 протонов и 28 нейтронов. Следовательно, проекция изоспина этого ядра равна $I_3 = (20 - 28)/2 = -4$. Изоспин основного состояния $I = |I_3| = 4$.

1.7.6. Электромагнитные моменты нуклонов и ядер. Ядро как система зарядов и токов обладает статическими электрическими и магнитными мультипольными моментами. Эти моменты определяют энергию взаимодействия $W_{\text{эл}}$ ядра с внешним электромагнитным полем. Какова роль различных моментов, хорошо видно из следующего соотношения:

$$W_{\text{эл}} = q\varphi_0 - \vec{D}\vec{E}_0 - \vec{\mu}\vec{H}_0 - \frac{1}{6} \sum_{i,j} Q_{ij} \left(\frac{\partial E_j}{\partial x_i} \right)_0 - \dots, \quad (1.7.26)$$

где φ_0 и \vec{E}_0 (E_1, E_2, E_3) — потенциал и напряженность внешнего электрического поля, \vec{H}_0 — напряженность внешнего магнитного поля, \vec{D} — вектор электрического дипольного момента ядра, $\vec{\mu}$ — вектор его магнитного дипольного момента, Q_{ij} — тензор ядерного электрического квадрупольного момента и так далее. Индекс «0» означает, что рассматриваемые величины вычисляются в начале координат (в центре масс системы, в нашем случае — ядра). Остальные члены энергии взаимодействия в выражении (1.7.26) дают пренебрежимо малый вклад во взаимодействие ядра с внешним полем.

Начнем с *электрического дипольного момента*. В основном состоянии ядра он равен нулю (с точностью до малых членов, связанных со слабыми взаимодействиями в ядрах). Равенство нулю компонент этого момента D_i ($i \equiv x, y, z$) является следствием четности квадрата волновой функции ψ_0 основного состояния ядра:

$$\begin{aligned} D_i &= Ze \int r_i |\psi_0|^2 dv, \\ D_z &= Ze \int z |\psi_0|^2 dv. \end{aligned} \quad (1.7.27)$$

Квадрат волновой функции основного состояния ядра является четной функцией координат, z — нечетная функция. Интеграл по трехмерному пространству от произведения четной и нечетной функций всегда равен 0. Квадрат ψ -функции имеет положительную четность в случае, если сама ψ -функция имеет определенную четность (+ или -). Это справедливо для вкладов в ψ -функцию от сильных и электромагнитных взаимодействий, сохраняющих четность. Малые добавки в ψ -функцию от слабых (не сохраняющих четность) взаимодействий могут дать небольшие отклонения от нуля дипольных моментов ядер и частиц. Роль этих вкладов представляет большой интерес для современной физики, что, в частности, выражается в непрекращающихся попытках обнаружить отклонение от нуля электрического дипольного момента нейтрона.

Нижайшим по мультипольности ядерным электрическим моментом, который может быть отличен от нуля для основных состояний ядер, является тензор *электрического квадрупольного момента* Q_{ij} ($i, j \equiv x, y, z$). Поскольку ядро — квантово-механическая система, его электрический квадрупольный момент достаточно задать в виде одной из диагональных компонент этого тензора. Условились в качестве такой компоненты брать zz -компоненту Q_{zz} , а в качестве величины Q квадрупольного момента ядра использовать значение $\frac{1}{e}Q_{zz}$, где e — величина элементарного электрического заряда:

$$Q = \frac{1}{e}Q_{zz} = \frac{1}{e} \int (3z^2 - \vec{r}^2) \rho(\vec{r}) dv = \frac{1}{e} \int \vec{r}^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \rho(\vec{r}) dv. \quad (1.7.28)$$

В этом выражении $\rho(\vec{r})$ — плотность электрического заряда ядра:

$$\int \rho(\vec{r}) dv = Ze \int |\psi_0|^2 dv = Ze. \quad (1.7.29)$$

Выражение (1.7.28) содержит также запись Q в сферических координатах.

Величина электрического квадрупольного момента, очевидно, зависит от выбора системы координат. В дальнейшем мы будем использовать так называемую *собственную* (или *внутреннюю*) систему координат. Эта система жестко связана с ядром, перемещаясь и поворачиваясь вместе с ним. Начало собственной системы координат совпадает с центром распределения заряда и массы ядра, а ось z направлена вдоль его внутренней оси симметрии (если таковая существует). Для электрического квадрупольного момента в собственной системе координат будем использовать обозначение Q_0 .

Поскольку среднее значение физической величины a в квантовой механике, по определению, $\langle a \rangle = \int \hat{a} |\psi|^2 dv$, то внутренний квадрупольный момент, с точностью до констант, есть разность среднего значения величины $2z^2$ и среднего значения суммы квадратов x^2 и y^2 . Поэтому для сферических ядер $Q = 0$, для вытянутых вдоль внутренней оси симметрии ядер $Q > 0$, а для сплюснутых вдоль этой оси ядер $Q < 0$.

При обсуждении ядерных магнитных моментов обычно ограничиваются *магнитным дипольным моментом*. В классической записи вектор магнитного момента частицы, имеющей спин \vec{s} и участвующей в орбитальном движении с моментом \vec{l} , выглядит следующим образом (Гауссова система единиц):

$$\vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2mc} (g_s \vec{s} + g_l \vec{l}), \quad (1.7.30)$$

где e и m — заряд и масса частицы (величина $\frac{e\hbar}{2mc}$ называется *магнетонном*), а g_s и g_l — ее так называемые *спиновый* и *орбитальный гиромагнитные факторы*. Гиромагнитные факторы электрона в маг-

нетонах Бора μ_B и нуклонов в ядерных магнетонах μ_N приведены в табл. 1.6.

Очевидно, вектор магнитного момента ядра $\vec{\mu}_{\text{яд}}$ можно представить в виде суммы векторов магнитных моментов нуклонов, входящих в его состав. Магнитные моменты ядер принято указывать в ядерных магнетонах.

Таблица 1.6

Гиромагнитные факторы электрона/позитрона (в μ_B) и нуклонов (в μ_N)

| Частица | g_l | g_s |
|----------|-------|--------|
| Электрон | -1 | -2 |
| Позитрон | 1 | 2 |
| Протон | 1 | 5,586 |
| Нейтрон | 0 | -3,826 |

Значения μ_B и μ_N следующие:

$$\begin{aligned}\mu_B &= \frac{e\hbar}{2m_e c} = 5,79 \cdot 10^{-15} \text{ МэВ/Гс}, \\ \mu_N &= \frac{e\hbar}{2m_p c} = 3,15 \cdot 10^{-18} \text{ МэВ/Гс}.\end{aligned}\tag{1.7.31}$$

Величины магнитных моментов частиц и атомных ядер зависят от выбора системы координат (аналогичная ситуация имеет место и для электрического квадрупольного момента). Принято величину магнитного момента определять в собственной (внутренней) системе координат квантового объекта в состоянии с максимальной проекцией спина J на ось z . Учитывая, что магнитный дипольный момент является оператором в пространстве волновых функций ψ объекта, это определение можно записать в следующей форме:

$$\mu_{m=J} = \int \hat{\mu}_z |\psi_{m=J}|^2 dv,\tag{1.7.32}$$

где для частицы (электрона, позитрона, нуклона) и ядра имеем соответственно

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_z(\text{частица}) &= \frac{e\hbar}{2mc} g_s \hat{s}_z, \\ \hat{\mu}_z(\text{ядро}) &= \frac{e\hbar}{2m_p c} \sum_{\alpha=1}^A \left(g_s \hat{s}_z + g_l \hat{l}_z \right)_{\alpha}.\end{aligned}\tag{1.7.33}$$

Задача 1.7.12. Рассчитать значения магнитных моментов электрона, протона и нейтрона в системах координат, связанных с каждой из частиц.

В системе координат, связанной с частицей, орбитальное движение отсутствует. Значение магнитного момента определяется как диа-

гональный матричный элемент оператора (1.7.33, верхняя строчка) в состоянии с максимальным значением проекции момента на ось z . Действие оператора проекции спина дает:

$$\begin{aligned} \widehat{s}_z \left| s = \frac{1}{2}, s_z = +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{2} \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle, \\ \mu &= \frac{e\hbar}{2mc} g_s \left\langle \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \left| \widehat{s}_z \right| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle = \frac{e\hbar}{2mc} \left(\frac{g_s}{2} \right). \end{aligned} \quad (1.7.34)$$

Таким образом, для всех указанных частиц значение магнитного дипольного момента в магнетонах равно половине гиромангнитного отношения g_s . Так для протона имеем $\mu_p \approx 2,79\mu_N$, для нейтрона $\mu_n \approx -1,91\mu_N$. Положительный знак магнитного момента означает, что векторы спина и магнитного моментов частицы сонаправлены. Отрицательный знак магнитного момента указывает на то, что эти векторы направлены противоположно. «Аномальность» магнитных моментов нуклонов (отличие гиромангнитного фактора протона в ядерных магнетонах от 2 и неравенство его нулю для нейтрона) вызвана сложной структурой (неточечностью) нуклона, который состоит из кварков.

Вводят также понятие *ядерного гиромангнитного фактора* $g_{\text{яд}}$. Он определяется из условия пропорциональности магнитного момента ядра $\mu_{\text{яд}}$ (в ядерных магнетонах) спину ядра J :

$$\frac{\mu_{\text{яд}}}{\mu_N} = g_{\text{яд}} J. \quad (1.7.35)$$

Одним из методов измерения величин ядерного спина и магнитного момента ядра является исследование сверхтонкого расщепления линий атома.

Задача 1.7.13. *Определить число линий сверхтонкого расщепления, возникающего за счет взаимодействия магнитного момента ядра с магнитным полем, созданным электронной оболочкой атома.*

Полный момент системы «электронная оболочка — ядро» \vec{F} складывается из момента электронной оболочки I и спина ядра J . Поскольку величина магнитного поля, создаваемого электронами в области ядра, пропорциональна I , а магнитный момент ядра связан с J (1.7.35), потенциал взаимодействия V_{int} является функцией скалярного произведения этих векторов:

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}; \quad V_{\text{int}} = -\vec{\mu} \vec{H} = \text{const} \cdot \mu_N (\vec{I} \cdot \vec{J}). \quad (1.7.36)$$

Этот потенциал взаимодействия, входящий в полный гамильтониан атома, ответственен за тот экспериментальный факт, что состояния с разными значениями скалярного произведения векторов \vec{I} и \vec{J} имеют разные сдвиги в энергиях атомных уровней. Поскольку величина сдвига зависит от ядерного магнетона μ_N , она мала по сравнению с величиной *тонкого* расщепления атомных уровней, которое вызвано взаимодействием магнитного момента электронной оболочки с внешним

магнитным полем. Поэтому расщепление атомных уровней, возникающее благодаря взаимодействию магнитного момента ядра с магнитным полем атома, называется *сверхтонким*. Число состояний сверхтонкого расщепления равно числу разных значений скалярного произведения векторов \vec{I} и \vec{J} . Определим эту величину через квадраты квантовых векторов \vec{F} , \vec{I} и \vec{J} :

$$\begin{aligned}\vec{F}^2 &= \vec{I}^2 + 2\vec{I} \cdot \vec{J} + \vec{J}^2, \\ \vec{I} \cdot \vec{J} &= \frac{1}{2} (\vec{F}^2 - \vec{I}^2 - \vec{J}^2).\end{aligned}\quad (1.7.37)$$

С учетом того, что волновая функция атома представляет собой произведение волновых функций ядра и электронной оболочки ($\psi_a = \psi_N \cdot \psi_e$), а собственными значениями квадратов квантовых векторов \vec{F} , \vec{I} и \vec{J} являются соответственно $F(F+1)$, $I(I+1)$ и $J(J+1)$, получаем

$$\langle \psi_a | \vec{I} \cdot \vec{J} | \psi_a \rangle = \frac{1}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]. \quad (1.7.38)$$

Таким образом, число уровней сверхтонкого расщепления равно числу разных значений, которое может принимать квантовое число F :

$$F = |I - J|, |I - J + 1|, \dots, I + J - 1, I + J. \quad (1.7.39)$$

В итоге получаем, что число разных значений F равно $2K + 1$, где K — наименьшая из величин J и I .

1.7.7. Схемы ядерных уровней. На схемах ядерных уровней указывают их энергии в МэВ или кэВ, спин и четность. На современных схемах указывают также изоспин уровней. Спин J , четность P и изоспин I уровня указываются в виде совокупности обозначений $J^P I$.

Поскольку энергия основного состояния ядра принимается за начало отсчета, то приводимые на схемах энергии уровней это *энергии возбуждения ядра* в данном состоянии. В области энергий возбуждения ниже энергии отделения нуклона ($E < B_{n,p}$) спектры ядер — *дискретные*. Это означает, что ширины спектральных уровней меньше расстояния между уровнями: $\Gamma < \Delta E$.

Спонтанные переходы ядер из более высоких возбужденных состояний дискретного спектра ядра в более низкие (в том числе в основное состояние) реализуются, как правило, путем излучения γ -квантов, т. е. за счет *электромагнитных взаимодействий* (γ -переходы указываются вертикальными стрелками). В области энергий возбуждения $E > B_{n,p}$ ширины уровней возбужденного ядра резко возрастают. Дело в том, что в отделении нуклона от ядра главную роль играют ядерные силы, т. е. *сильные взаимодействия*. Вероятность сильных взаимодействий на порядки выше вероятности электромагнитных. Поэтому ширины распада по сильным взаимодействиям велики, и уровни ядра

в области $E > B_{n,p}$ перекрываются и спектр ядра становится *непрерывным*.

Основным механизмом распада высоковозбужденных состояний является испускание нуклонов и нуклонных кластеров (α -частиц и дейтронов). Излучение γ -квантов в области $E > B_{n,p}$ происходит с меньшей вероятностью, чем испускание нуклонов. При этом возбужденное ядро имеет, как правило, несколько *каналов* распада.

На рис. 1.7.6 показан спектр уровней ядра ^{12}C . Спектр выше 16 МэВ — непрерывный.

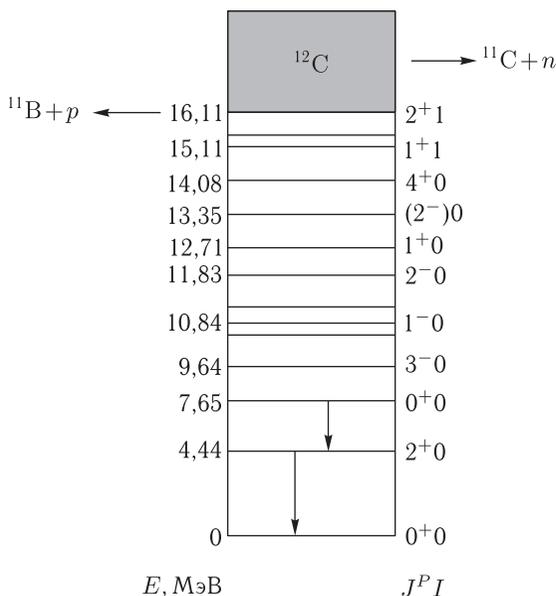


Рис. 1.7.6. Схема уровней ядра ^{12}C . Показаны γ -переходы с двух нижних возбужденных уровней

§1.8. Модели атомных ядер

Свойства атомных ядер, кратко охарактеризованные в предыдущих разделах, оказалось невозможным интерпретировать в рамках единого теоретического подхода. Эта трудность связана, в первую очередь, с тем фактом, что в ядре действуют сильные взаимодействия, для которых до сих пор не существует последовательной теории, способной количественно воспроизвести свойства многочастичных систем, связанных этими силами (для систем, связанных электромагнитными взаимодействиями, такая теория — *квантовая электродинамика* — существует). Поэтому для объяснения свойств ядер широко используют

ядерные модели. Рассмотрим несколько наиболее распространенных моделей ядра.

1.8.1. Модель заряженной жидкой капли. Экспериментально установленное распределение удельных энергий связи ядер по значениям чисел нуклонов в ядре A (см. рис. 1.7.4) имеет следующие особенности:

1. В широкой области массовых чисел ($A > 20$) удельная энергия связи ε слабо зависит от A .
2. Для ядер с малыми A удельная энергия связи уменьшается с уменьшением массового числа.
3. Для тяжелых ядер средняя удельная энергия связи меньше, чем для средних, причем с ростом A наблюдается снижение ее величины.
4. Для легких ядер с $Z = N$ удельная энергия выше, чем для других легких ядер с тем же значением A .
5. Четно-четные (по Z и N) ядра имеют в среднем большие значения ε , чем нечетно-четные (четно-нечетные) и в особенности нечетно-нечетные.

Первая из перечисленных (и главная) особенность распределения удельных энергий связи ядер — следствие свойства *насыщения ядерных сил*. Вторая особенность связана с тем, что связи нуклонов, находящихся на поверхности ядра, с другими нуклонами ядра не полностью насыщены. Чем больший процент нуклонов находится на поверхности ядра, тем больше «убыль» энергии насыщения. Эти особенности ядерных сил делают их подобными силам, действующим между молекулами жидкости. Третья особенность распределения ε объясняется тем, что протоны ядер участвуют не только в сильном (ядерном), но и в электромагнитном взаимодействиях. Чем больше протонов, тем выше энергия кулоновского отталкивания, ослабляющая энергию связи. Четвертая и пятая особенности распределения — следствия оболочечной структуры ядра и симметрий, связанных с реализацией в ядре *принципа Паули*. Учет всех перечисленных свойств приводит к *ядерной модели заряженной жидкой капли* и к следующей из этой модели полуэмпирической *формуле Вайцзеккера* для энергии связи ядра. Прежде чем приводить эту формулу, остановимся на тех свойствах атомного ядра, которые делают его похожим на каплю жидкости.

Ядерная материя, как и жидкость, характеризуется приблизительно постоянной плотностью. Ядерные силы, как и межмолекулярные, являются короткодействующими и насыщающимися. Ядерная «капля», как и капля жидкости, имеет поверхностное натяжение и способна деформироваться без изменения объема. Однако надо иметь в виду, что имеются и существенные различия между атомным ядром и каплей жидкости, обусловленные микроскопическими размерами ядер и «заставляющими» их подчиняться квантовым законам. Следствием этого является то, что средняя длина свободного пробега нуклона в ядре при

низких энергиях оказывается приблизительно 20 Фм, т. е. значительно превышает диаметр ядра (для молекул эта длина заведомо меньше размера капли). Поэтому при низких энергиях ядро становится похожим на газ фермионов (ферми-газ), т. е. систему почти свободных частиц, находящихся в общей потенциальной яме. Это ядерное свойство позволяет успешно описывать ядро и в другой модели, которая получила название *оболочечной модели* ядра и которая будет рассмотрена ниже вслед за моделью жидкой капли.

Получим, используя модель заряженной ядерной капли, формулу Вайцеккера для энергии связи ядра $W(A, Z)$. Энергия связи ядра тем больше, чем больше в нем нуклонов, или объем ядра. Поскольку объем ядра пропорционален A , энергию ядра в первом приближении можно записать в виде так называемой *объемной энергии*

$$E_{об} = +a_v A, \quad (1.8.1)$$

где $a_v > 0$ — константа.

Если этим ограничиться, то мы имеем дело с бесконечной ядерной материей (поверхностные эффекты несущественны), лишенной заряда (пренебрегаем кулоновским взаимодействием).

Нуклоны на поверхности связаны менее сильно, чем внутри, так как взаимодействуют с меньшим числом своих партнеров, чем внутренние нуклоны. Если в бесконечной ядерной материи провести поверхность, ограничивающую ядро, и отбросить нуклоны вне ее, то оставшиеся на поверхности нуклоны ядра потеряют половину своих связей. Число потерянных связей пропорционально числу нуклонов на поверхности, а следовательно, и площади поверхности, которая равна $S = 4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$ ($R = r_0 \cdot A^{1/3}$ — радиус ядра). Итак, за счет поверхности энергия связи уменьшается на величину $a_s A^{2/3}$, т. е. в формулу для энергии связи необходимо добавить (со знаком «минус») слагаемое, которое будем называть *поверхностной энергией*

$$E_{пов} = a_s \cdot A^{2/3}, \quad (1.8.2)$$

где $a_s > 0$ — константа.

На нуклон, находящийся на поверхности, действует результирующая сила, направленная внутрь ядра. Поэтому поверхностные нуклоны стремятся сжать ядро, создавая, как в капле жидкости, поверхностное натяжение, энергия которого и определяется соотношением (1.8.2).

Примем в расчет энергию кулоновского отталкивания протонов. Эту энергию легко оценить для заряда Ze , равномерно распределенного по объему сферы с плотностью

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}. \quad (1.8.3)$$

Тогда энергия кулоновского отталкивания протонов, уменьшающая энергию связи ядра, дается классической электростатической энергией такого распределения (см. также (1.7.9))

$$E_{\text{кул}} = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)}{R} e^2 = a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}, \quad (1.8.4)$$

где

$$a_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \approx 0,72 \text{ МэВ}.$$

Ограничиваясь членами (1.8.1), (1.8.2) и (1.8.4), нельзя получить правильный ход линии стабильности. Для легких ядер эта линия отвечает приблизительно равенству чисел протонов и нейтронов ($N \approx Z$). В то же время, из выше рассмотренных трех слагаемых для энергии связи при фиксированном A от Z зависит лишь кулоновский. Ввиду этого максимум энергии связи достигается при $Z = 0$, и стабильные ядра должны были бы состоять из одних нейтронов. Очевидно, это не так, и связано это с тем, что не учтена *квантовая природа ядерной капли*.

Чтобы получить правильный ход линии стабильности, необходимо учесть принцип Паули (ядро состоит из фермионов, подчиняющихся этому принципу). Вследствие этого ядра, у которых нуклонов одного типа больше, чем другого, имеют меньшую энергию связи, чем ядра с одинаковым числом протонов и нейтронов. Это и есть четвертый пункт вышеприведенного списка особенностей ядерной энергии связи.

Член в формуле Вайцзеккера, который учитывает стремление ядра иметь в основном состоянии равные (симметричные) количества нейтронов и протонов (*энергия симметрии*), записывается в следующем виде:

$$E_{\text{симм}} = a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A} = a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A}. \quad (1.8.5)$$

Как и должно быть, энергия симметрии возрастает при росте относительного числа нуклонов любого типа. Появление множителя $1/A$ объясняется сближением нуклонных уровней с ростом A . Слагаемое (1.8.5) должно быть добавлено в формулу Вайцзеккера со знаком «минус» потому, что отклонение от симметрии уменьшает энергию связи.

Последнее слагаемое в формуле Вайцзеккера учитывает пятый пункт списка особенностей ядерной энергии связи. Эта особенность состоит в том, что в силу зависимости ядерных сил от взаимной ориентации полных моментов нуклонов, в основном и низколежащих состояниях у ядра *возникают дополнительные связи между парой нуклонов одного типа, находящихся на одном и том же энергетическом уровне*. С точки зрения обсуждаемого эффекта (или, как говорят, *сил спаривания*) все ядра разбиваются на три типа:

- *четно-четные ядра* (все нуклоны в основном состоянии спарены и положительная добавка к энергии связи наибольшая);

- *нечетно-нечетные ядра* (не спарены в основном состоянии по одному нуклону каждого типа и добавка к энергии связи наименьшая);
- промежуточный случай — *нечетные ядра* (один нуклон в основном состоянии не спарен).

«Спаривательное» слагаемое $E_{\text{сп}}$ в формуле для $W(A, Z)$ условились записывать так, чтобы для нечетных ядер оно было равным нулю. В этом случае хорошее воспроизведение экспериментальных данных дает следующая формула:

$$E_{\text{сп}} = \delta A^{-3/4}. \quad (1.8.6)$$

Итак, с учетом всех рассмотренных членов (1.8.1), (1.8.2), (1.8.4)–(1.8.6) для энергии связи ядра в модели жидкой капли получаем

$$W(A, Z) = a_v A - a_s \cdot A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}. \quad (1.8.7)$$

Коэффициенты в (1.8.7) подбираются из условий наилучшего совпадения кривой модельного распределения с экспериментальными данными. Поскольку такая процедура может быть проведена по-разному, существует несколько наборов коэффициентов формулы Вайцзеккера. Часто используется следующий набор коэффициентов:

$$\begin{aligned} a_v &= 15,6 \text{ МэВ}, \\ a_s &= 17,2 \text{ МэВ}, \\ a_c &= 0,72 \text{ МэВ}, \\ a_{\text{sym}} &= 23,6 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (1.8.8)$$

Что касается константы спаривания δ , то можно использовать значения:

$$\delta = \begin{cases} +34 \text{ МэВ} & \text{для четно-четных ядер,} \\ 0 \text{ МэВ} & \text{для нечетных ядер,} \\ -34 \text{ МэВ} & \text{для нечетно-нечетных ядер.} \end{cases} \quad (1.8.9)$$

Вклад различных слагаемых в формулу для удельной энергии связи ядра иллюстрируется рис. 1.8.1.

Равновесное число протонов $Z_{\text{равн}}$ в ядре при фиксированном A (линия или дорожка стабильности) определяется минимумом по Z суммы 3-го и 4-го членов в 1.8.7), откуда легко, используя процедуру нахождения экстремума, получить

$$Z_{\text{равн}} = \frac{2a_{\text{sym}}A}{a_c A^{2/3} + 4a_{\text{sym}}} \approx \frac{A}{0,015A^{2/3} + 2}. \quad (1.8.10)$$

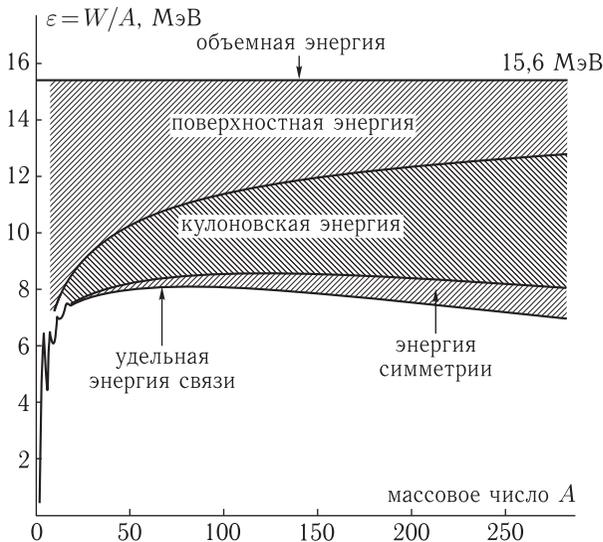


Рис. 1.8.1. Вклад различных видов энергии в удельную энергию связи ядра

В легких ядрах, где роль кулоновской энергии невелика, $Z_{\text{равн}} \approx \frac{A}{2}$. С ростом Z , т. е. при переходе к все более тяжелым ядрам, линия стабильности все более смещается в сторону большего числа нейтронов.

Задача 1.8.1. Оценить энергию связи ядра ^{12}C по формуле Вайцзеккера и сравнить результат с этой же величиной, полученной из экспериментальных данных о массе этого ядра (см. задачу 1.7.6 и табл. 1.5).

Из экспериментальных значений масс имеем $W(^{12}\text{C}) = 92,16$ МэВ. По формуле Вайцзеккера $W(^{12}\text{C}) = 93,2$ МэВ.

Задача 1.8.2. Для ядра $^{60}_{27}\text{Co}$ оценить вклады отдельных членов формулы Вайцзеккера в суммарную энергию связи.

| | | |
|---------------------------------|-----------------------------|------------|
| Для ядра $^{60}_{27}\text{Co}$ | объемная энергия составляет | 936 МэВ, |
| | поверхностная энергия | −264 МэВ, |
| | кулоновская энергия | −129 МэВ, |
| | энергия симметрии | −14 МэВ, |
| | энергия спаривания | −1,6 МэВ. |
| Итого, энергия связи ядра равна | | 527,4 МэВ. |

Эксперимент дает для энергии связи ядра $^{60}_{27}\text{C}$ величину 524,8 МэВ.

Задача 1.8.3. *Оценить изменение энергии связи ядра при делении тяжелого ядра на два одинаковых ядра-осколка. Рассмотреть случай $A = 240$, $Z = 92$.*

При делении объемная энергия и энергия симметрии не изменяются, а изменяются поверхностная и кулоновская энергии, причем (более детальные выкладки приведены в задаче 2.10.6) их изменения имеют разные знаки (роль энергии спаривания незначительна):

$$\Delta E_{\text{пов}} = a_s A^{2/3} (1 - 2^{1/3}) \approx -0,26 \cdot a_s \cdot A^{2/3}.$$

$$\Delta E_{\text{кул}} = a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{2^{2/3}}\right) \approx 0,37 \cdot a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}.$$

Для тяжелого ядра с $A = 240$ и $Z = 92$ имеем $\Delta E_{\text{пов}} \approx -170$ МэВ, $\Delta E_{\text{кул}} \approx 360$ МэВ. В итоге «выигрыш» в энергии связи при делении тяжелого ядра составляет около 200 МэВ. Эта энергия освобождается и расходуется, главным образом, на кинетические энергии ядер-продуктов (см. задачу 2.10.4).

Задача 1.8.4. *Показать, что параметр Z^2/A (называемый параметром деления) характеризует устойчивость ядер по отношению к спонтанному (самопроизвольному) делению. Найти предельное значение этого параметра, ограничивающее область существования ядер.*

Ядро это система нуклонов, подверженная, с одной стороны, связывающим ядерным силам притяжения, энергия которых пропорциональна A , а с другой — разрушающим силам кулоновского отталкивания, энергия которых пропорциональна $Z(Z-1) \approx Z^2$. Поэтому в качестве параметра, характеризующего склонность ядра к спонтанному делению, можно выбрать отношение Z^2/A . Поскольку энергия кулоновского отталкивания растет квадратично с числом протонов, а энергия ядерного притяжения — линейно с числом нуклонов, то с увеличением массы ядра наступает момент, когда отталкивание начинает превосходить притяжение, и ядро перестает существовать. При этом предельном значении Z^2/A ядро за характерное ядерное время (т. е. практически мгновенно) спонтанно разделится. Оценим это предельное значение.

Стремясь разделиться, ядро из сферического состояния переходит в деформированное. Если увеличение деформации приводит к состоянию, все более выгодному энергетически (т. е. с меньшей энергией), деформация будет спонтанно нарастать вплоть до деления на два фрагмента. Количественно оценка может быть проведена следующим образом.

Пусть ядро в процессе деформации принимает форму вытянутого аксиально-симметричного эллипсоида (см. рисунок к задаче 2.7.32), причем отклонение от исходной сферической формы незначительно (случай малых деформаций). Тогда, при условии, что объем ядра

не меняется (ядерная материя практически несжимаема), величины малой и большой осей эллипсоида даются выражениями

$$a = \frac{R}{\sqrt{1 + \varepsilon}}, \quad b = R(1 + \varepsilon), \quad (1.8.11)$$

где R — радиус исходного ядра, а ε — малый параметр. Действительно, объемы эллипсоида и сферы при этом будут равными: $\frac{4}{3}\pi ba^2 = \frac{4}{3}\pi R^3$.

При деформации не меняется первый член формулы Вайцзекера (объемная энергия), второй (поверхностная энергия) по абсолютной величине возрастает (растет площадь ядерной поверхности), а третий (кулоновская энергии) — уменьшается (увеличивается среднее расстояние между протонами). Поверхностная и кулоновская энергии ядерного эллипсоида могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_{\text{пов}} &= a_s A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5}\varepsilon^2 + \dots \right), \\ E_{\text{кул}} &= a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{5}\varepsilon^2 + \dots \right). \end{aligned} \quad (1.8.12)$$

Отсюда следует, что изменение полной энергии ядра при переходе от сферы к эллипсоиду определяется разностью $E_{\text{пов}}$ и $E_{\text{кул}}$, т. е. соотношением

$$\Delta E = \frac{1}{5}\varepsilon^2 \left(2a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \right). \quad (1.8.13)$$

При отрицательном значении в скобках, т. е. при $\Delta E < 0$, энергия ядра будет неуклонно падать с ростом деформации, и ядро неизбежно достигнет энергетически более выгодной стадии деления на два осколка. Если же ΔE будет положительным, то деформация энергетически невыгодна, и ядро без необходимой энергии возбуждения вернется к исходному, энергетически более устойчивому, состоянию. В этом случае возникает барьер деления. Он исчезает лишь тогда, когда величина (1.8.13) становится меньше нуля, что наступает при значениях

$$\frac{Z(Z-1)}{A} \approx \frac{Z^2}{A} > \frac{2a_s}{a_c} = \frac{2 \cdot 17,2 \text{ МэВ}}{0,72 \text{ МэВ}} \approx 48. \quad (1.8.14)$$

Следует подчеркнуть приближенный характер полученного результата как следствия классического подхода к атомному ядру, являющемуся квантовой системой.

1.8.2. Модель ядерных оболочек. Модель оболочек является в настоящее время наиболее развитой и успешной из ядерных моделей. С ее помощью удается понять, почему для некоторых ядер удельные энергии связи и, особенно, энергии отделения нуклонов превышают те же величины для ядер с близкими значениями Z и A . Ядра, для которых этот эффект проявляется особенно ярко — т. е. ядра, значительно более устойчивые, чем их «соседи», — называются *магическими ядрами*. У этих ядер числа протонов Z либо числа нейтронов

$N = A - Z$ равны одному из следующих чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 — так называемые *магические числа*. Ядра, у которых и число протонов, и число нейтронов — магические числа, называются дважды магическими и обладают особой устойчивостью.

Однако и ряд других ядер, например, среди легких ядер, ядра $^{12}_6\text{C}$, $^{28}_{14}\text{Si}$, также имеют значительно большие, чем соседние ядра, значения энергий отделения нуклонов. В табл. 1.7 приведены для иллюстрации значения удельных энергий связи и энергий отделения протона и нейтрона от некоторых ядер с $A = 12, 13$ и 16 .

Таблица 1.7

Удельные энергии связи и энергии отделения нуклонов для некоторых ядер с $A = 12, 13, 16$

| ϵ, B_n, B_p | $^{12}_6\text{C}$ | $^{13}_6\text{C}$ | $^{13}_7\text{N}$ | $^{16}_8\text{O}$ |
|-------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\epsilon = W/A, \text{ МэВ}$ | 7,67 | 7,45 | 7,22 | 7,96 |
| $B_n, \text{ МэВ}$ | 18,7 | 4,95 | 20,1 | 15,66 |
| $B_p, \text{ МэВ}$ | 15,9 | 17,4 | 1,9 | 12,13 |

Из таблицы видно, что хотя удельная энергия связи ядра $^{12}_6\text{C}$ меньше, чем у дважды магического ядра $^{16}_8\text{O}$, энергии отделения протонов и нейтронов для первого выше. Энергии отделения нейтрона от $^{13}_6\text{C}$ и протона от ядра $^{13}_7\text{N}$ много меньше средней удельной энергии связи, а энергии отделения протона от $^{13}_6\text{C}$ и нейтрона от $^{13}_7\text{N}$, напротив, выше удельных энергий связи этих ядер. Эти факты и аналогичные им являются следствием оболочечной структуры ядра.

Очень важным достижением ядерной модели оболочек также является теоретическое объяснение значений спинов и четностей основных и некоторых возбужденных состояний ядер.

Оболочечная модель ядра представляет собой приложение квантовой механики к системе нуклонов — ядру. Далее дано изложение некоторых положений квантовой механики применительно к проблеме описания ядерных оболочек.

Основу оболочечной модели ядра составляет гипотеза о том, что отдельные нуклоны в ядре движутся в усредненном поле соседних нуклонов, и это поле для них для всех одинаково. Для ядер сферической формы среднее ядерное поле сферически симметрично. Поскольку ядерные силы — силы короткодействующие, зависимость потенциала этого поля от расстояния до центра ядра должна быть подобной радиальной зависимости плотности распределения ядерной материи (1.7.1). Кроме того, ядерный потенциал должен быть потенциалом притяжения. Этим условиям удовлетворяет так называемый *потенциал Вудса–Саксона*:

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}, \quad (1.8.15)$$

где $V_0 \approx 50\text{--}60 \text{ МэВ}$, $a \approx 0,55 \text{ Фм}$ и $R = (1,0\text{--}1,1)A^{1/3} \text{ Фм}$.

Так как кинетические энергии нуклонов внутри ядра много меньше их энергий покоя, то для теоретического описания ядра в рамках рассматриваемого подхода достаточно решить *нерелятивистское уравнение Шредингера*:

$$\hat{H}\Psi_i = E_i\Psi_i. \quad (1.8.16)$$

Здесь \hat{H} — полный ядерный гамильтониан, индекс i нумерует ядерные состояния. E_i — энергии этих состояний (отсчитываемые от минимума потенциальной энергии, т.е. дна потенциальной ямы), а Ψ_i — их волновые функции.

Приближенное решение уравнения (1.8.16) может быть получено в рамках *одночастичной модели оболочек*. В этой простейшей модели полная волновая функция Ψ ядра как системы A независимых нуклонов в общей потенциальной яме является произведением одночастичных волновых функций ψ_α ($\alpha = 1, 2, \dots, A$) — волновых функций отдельных нуклонов, которые являются решением уравнения Шредингера для отдельного нуклона в среднем ядерном поле $\hat{V}(\vec{r})$:

$$\hat{H}_0\psi_i(\vec{r}) = [\hat{T} + \hat{V}(\vec{r})]\psi_i(\vec{r}). \quad (1.8.17)$$

Здесь \hat{H}_0 — гамильтониан отдельного ядерного нуклона, \hat{T} — оператор его кинетической энергии. Таким образом, для волновой функции ядра Ψ можем записать:

$$\Psi(1, 2, \dots, A) \approx \psi_1 \cdot \psi_2 \cdot \dots \cdot \psi_A.$$

Поскольку система нуклонов должна подчиняться принципу Паули, волновая функция ядра должна быть антисимметричной относительно перестановки нуклонов.

Простейшее модельное описание состояний нуклона в среднем ядерном потенциале получено не с потенциалом (1.8.15), а с более простыми потенциалами, в первую очередь, с потенциалом сферически симметричного трехмерного гармонического осциллятора:

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2}M\omega^2r^2. \quad (1.8.18)$$

Здесь M — играет роль массы нуклона, а ω — параметр, определяющий расстояние $\hbar\omega$ между соседними одночастичными уровнями. Ход решения уравнения Шредингера с потенциалом (1.8.18) можно найти в учебниках по квантовой механике (см. например, Давыдов А.С. *Квантовая механика*, М., Физматгиз, 1963 г.). Если ограничиваться простейшими потенциалами, то потенциал гармонического осциллятора наиболее применим к легким ядрам (с $A < 40$). Для описания тяжелых ядер лучше подходит потенциал прямоугольной ямы. В любом случае потенциал Вудса–Саксона является наиболее универсальным.

В квантовой механике доказывается, что для всех сферически симметричных потенциалов зависимость волновой функции от радиальной (r) и угловых (θ, φ) переменных имеет вид:

$$\psi(\vec{r}) = \psi(r, \theta, \varphi) = R(r)Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (1.8.19)$$

где $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ — сферические функции. Указанные для сферической функции индексы отражают тот факт, что сферические функции (а соответственно и полная волновая функция частицы (1.8.19)) являются собственными функциями операторов квадрата орбитального момента и проекции орбитального момента на выделенную ось:

$$\begin{aligned} \widehat{L}^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) &= \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}, \\ \widehat{L}_z Y_{lm}(\theta, \varphi) &= \hbar m Y_{lm}, \end{aligned} \quad (1.8.20)$$

где $m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$.

Вид радиальной функции $R(r)$ и значения энергий частиц определяются радиальной зависимостью потенциала $V(r)$. Радиальная функция и соответственно энергия нуклона зависят от двух квантовых чисел — радиального квантового числа n ($1, 2, 3, \dots$) и орбитального момента l ($0, 1, 2, \dots$):

$$R(r) \equiv R_{nl}(r), \quad (1.8.21)$$

n — число узлов (точек обращения в нуль) радиальной волновой функции в области $r > 0$. При фиксированном l энергия нуклона тем больше, чем больше число n . Для l используются обычные в спектроскопии буквенные обозначения:

$$\begin{aligned} l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \\ s, p, d, f, g, h, i, j, \dots \end{aligned} \quad (1.8.22)$$

Итак, состояние нуклона в рассматриваемом варианте одночастичной модели оболочек определяется тремя квантовыми числами — n , l и m (первые два определяют его энергию). Часто вместо явного вида волновых функций частицы указывают только значения квантовых чисел, соответствующих этим функциям, пользуясь системой обозначений, введенной Дираком:

$$\begin{aligned} \psi_{nlm} &\equiv |nlm\rangle, \quad Y_{lm} \equiv |lm\rangle, \\ \int \int \int \psi_{nlm}^* \psi_{nlm} dv &\equiv \langle nlm | nlm \rangle = 1. \end{aligned} \quad (1.8.23)$$

Однако волновые функции $\psi(\vec{r})$, являющиеся решениями уравнения Шредингера (1.8.17), не могут считаться функциями, полностью описывающими состояния нуклона в ядре, поскольку в этих функциях не учтен *спин нуклонов*. Спин нуклона $1/2$ и спиновые состояния нуклона могут быть двух типов: проекция спина на выделенную ось $+1/2$ или $-1/2$. Функции, являющиеся собственными функциями опе-

ратора квадрата полуцелого спина и его проекции на выделенную ось, называются спинорами. Их часто обозначают следующим образом:

$$\chi_{\frac{1}{2}, m_s} \equiv \left| \frac{1}{2}, m_s \right\rangle, \quad (1.8.24)$$

где $m_s = \pm 1/2$. Полная волновая функция нуклона в ядерном потенциале является произведением функции (1.8.19) и спинора $\chi_{\frac{1}{2}, m_s}$. При этом спинорная часть волновой функции нуклона не влияет на энергию нуклона (это справедливо лишь при отсутствии спин-орбитальной связи, которая, как мы увидим ниже, играет в ядре существенную роль).

Состояние нуклона обозначают в виде комбинации n (число) и l (буква), например, $1s$, $1p$, $1d$, $2s$, ... Одна и та же одночастичная энергия может быть получена при разных комбинациях квантовых чисел n и l . Это явление называют вырождением уровней. Степень вырождения тем выше, чем больше комбинаций n и l , отвечающих одной и той же энергии. Так в потенциале гармонического осциллятора вырождены одночастичные уровни с одинаковыми числами $2n + l$. Это означает, например, что вырождена пара уровней $1d$, $2s$ и тройка уровней $1g$, $2d$, $3s$.

Ядерные оболочки обычно обозначают по уровням гармонического осциллятора: $1s$ -оболочка ($0\hbar\omega$), $1p$ -оболочка ($1\hbar\omega$), $1d2s$ -оболочка ($2\hbar\omega$), $1g2d3s$ -оболочка ($3\hbar\omega$) и так далее. Подоболочками называют одночастичные уровни, входящие в состав оболочек. Оболочками в случае произвольного потенциала следует считать группы близко расположенных одночастичных уровней (подоболочек). В левой части рис. 1.8.2 показана последовательность одночастичных уровней в потенциале с радиальной зависимостью, промежуточной между потенциалами гармонического осциллятора и прямоугольной ямы с бесконечно высокими стенками.

Конкретное ядро в рассматриваемом подходе представляет собой совокупность входящих в его состав нуклонов, занимающих одночастичные уровни (подоболочки). Заполнение подоболочек нуклонами происходит в соответствии с принципом Паули. В основном состоянии заняты самые нижние уровни. При этом одночастичные уровни для протонов и нейтронов заселяются независимо. Максимально возможное число нуклонов одного типа на подоболочке дается формулой

$$\nu_l = 2(2l + 1), \quad (1.8.25)$$

где $(2l + 1)$ — число ориентаций вектора \vec{l} , а 2 — число ориентаций спина нуклона $\vec{s} = \frac{1}{2}$.

Пользуясь формулой (1.8.25), можно найти максимальное число нуклонов одного типа на подоболочке (одночастичном уровне), максимальное число нуклонов одного типа на оболочке (группе близко расположенных одночастичных уровней) и, наконец, — максимальное

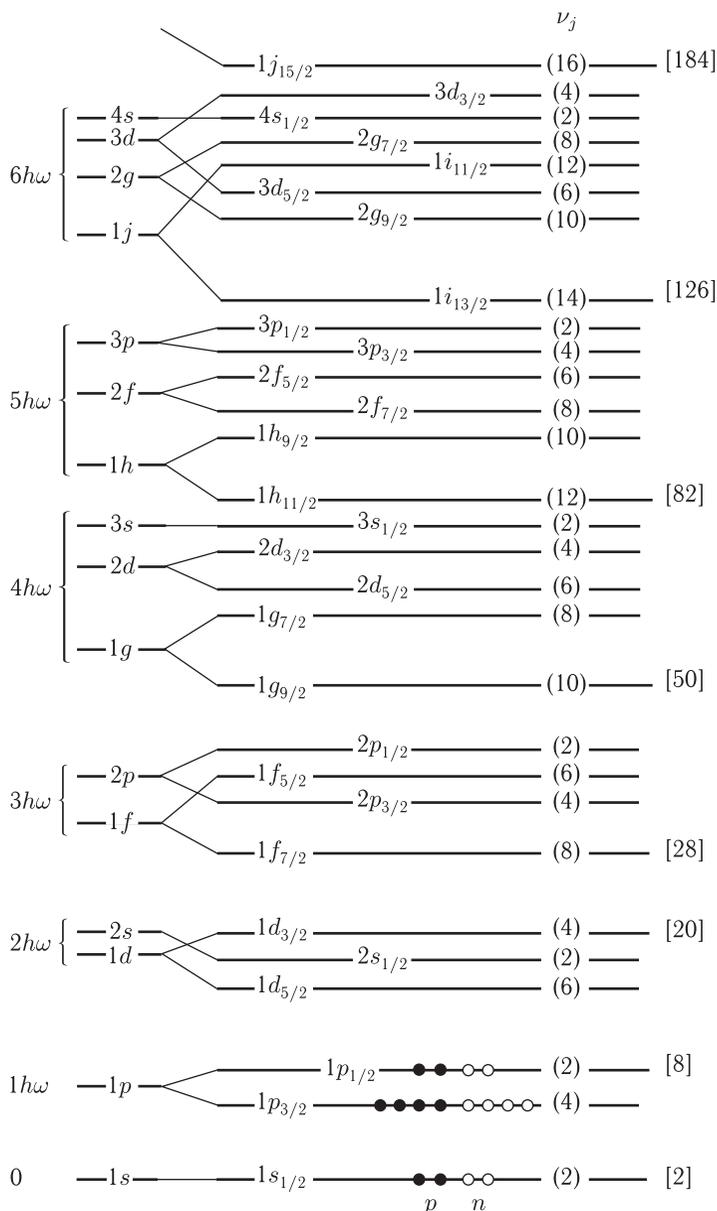


Рис. 1.8.2. Схема ядерных одночастичных уровней при наличии спин-орбитальной связи. Показано расположение нуклонов в основном состоянии ядра ^{16}O . В левой части рисунка показана последовательность уровней в потенциале без спин-орбитального взаимодействия. Вырождение уровней в пределах оболочек $2\hbar\omega$, $3\hbar\omega$, $4\hbar\omega$, $5\hbar\omega$, $6\hbar\omega$ отвечает потенциалу гармонического осциллятора

число нуклонов одного типа в ядрах с заполненными оболочками. Эти последние числа должны отвечать магическим ядрам.

Легко убедиться, что лишь первые три числа — 2, 8, 20, отвечающие оболочкам $1s(0\hbar\omega)$, $1p(1\hbar\omega)$ и $1d2s(2\hbar\omega)$, совпадают с реальными магическими числами. Заполнение нуклонами более высоких оболочек приводит к магическим числам 40 (или 34), 70 (или 58), 92 (или 112) и 138, отличающимся от экспериментально наблюдаемых значений 28, 50, 82 и 126. Причина состоит в том, что не было учтено *спин-орбитальное взаимодействие*, которое составляет примерно 10% от общей энергии ядерного взаимодействия. Спин-орбитальная часть ядерного потенциала зависит от взаимной ориентации орбитального и спинового моментов нуклона. С учетом спин-орбитальной добавки ядерный потенциал имеет вид

$$V = V(r) + a(\vec{s} \cdot \vec{l}), \quad (1.8.26)$$

где $a < 0$, как и $V(r)$.

В потенциале (1.8.26) снимается вырождение по полному моменту j нуклона в пределах одной оболочки, который при данном l , в зависимости от ориентации спина нуклона, принимает 2 значения: $j = l \pm 1/2$. Иными словами, потенциал (1.8.26) расщепляет состояния с разной взаимной ориентацией \vec{l} и \vec{s} . Таким образом, каждый одночастичный уровень расщепляется на два. Глубже опускается уровень с $j = l + 1/2$, так как в этом случае нуклон сильнее взаимодействует с остальными. Возникновение схемы ядерных одночастичных уровней с учетом sl -расщепления демонстрируется на рис. 1.8.2.

Энергия спин-орбитального расщепления ΔE_{jls} дается следующим выражением:

$$\begin{aligned} \Delta E_{jls} &= \frac{a}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] = \\ &= \frac{a}{2}\left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}\right]. \end{aligned} \quad (1.8.27)$$

Состояние нуклона в схеме спин-орбитальной связи характеризуется (помимо энергии E и четности P) квантовыми числами n , j , l , m_j (проекция \vec{j} на ось z). Без спин-орбитальной связи этими числами являются n , l , s , m_l и m_s .

В обозначение одночастичных уровней вводится нижний индекс, указывающий величину j . Так, вместо уровня $1p$ появляются два уровня с $j = 1/2$ и $3/2$, обозначаемые $1p_{1/2}$ и $1p_{3/2}$. Величина расщепления, очевидно, тем больше, чем больше l (это следует уже из вида скалярного произведения $(\vec{s} \cdot \vec{l})$).

Начиная с уровня $1g$ (рис. 1.8.2), затем $1h$ и так далее, sl -расщепление становится сравнимым с расстоянием между соседними осцилляторными оболочками. Расщепление уровней с $l \geq 4$ настолько велико, что нижний уровень оболочки с максимальными j и l сильно опускается вниз и присоединяется к предыдущей оболочке (это отно-

сится к уровням $1g_{9/2}$, $1h_{11/2}$, $1i_{13/2}$ и $1j_{15/2}$, которые попадают соответственно в 4-ю, 5-ю, 6-ю и 7-ю оболочки). Таким образом, структура высокорасположенных оболочек, начиная с четвертой ($3\hbar\omega$), меняется, что приводит к изменению магических чисел для ядер с числом нуклонов > 40 . Кроме того, уровень $1f_{7/2}$ за счет спин-орбитального расщепления сильно опускается вниз и занимает обособленное место между 3-ей ($2\hbar\omega$) и 4-й ($3\hbar\omega$) оболочками, формируя новую «самостоятельную» оболочку, отвечающую магическому числу 28. За счет всех этих изменений получает объяснение весь набор наблюдаемых магических чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.

Максимально возможное количество нуклонов одного сорта ν_j на подоболочке j равно числу проекций \vec{j} на ось z :

$$\nu_j = 2j + 1. \quad (1.8.28)$$

Эти числа указаны в круглых скобках на рис. 1.8.2. Числа в квадратных скобках — магические числа.

Состояния ядра в изложенном варианте модели оболочек — одночастичной модели оболочек (ОМО) — определяются расположением нуклонов на одночастичных орбитах и называются *конфигурация-ми*. Основное состояние ядра отвечает расположению нуклонов на самых нижних подоболочках (орбитах) с учетом принципа Паули. На рис. 1.8.2 показано расположение нуклонов по подоболочкам в основном состоянии ядра ${}^{16}_8\text{O}$.

Задача 1.8.5. *Определить, сколько нуклонов может находиться на низшем по энергии одночастичном уровне в потенциале гармонического осциллятора. Какое ядро соответствует такой схеме?*

Низшему состоянию нуклона соответствует конфигурация $1s$. В этом энергетическом состоянии может находиться не более 4 нуклонов — 2 протона с противоположными значениями проекции спина на выделенную ось и 2 нейтрона в таких же состояниях. Таким образом, модель оболочек дала объяснение первому из магических чисел и существованию особо устойчивого дважды магического ядра гелия-4: ${}^4_2\text{He}$. Волновую функцию (конфигурацию) основного состояния этого ядра можно записать следующим образом: $\Psi({}^4_2\text{He}) = |1s_{1/2}\rangle^4$.

Задача 1.8.6. *Доказать, что вклад ΔE в энергию нуклона, который вносит спин-орбитальный член в потенциале (1.8.26), имеет вид, приведенный в (1.8.27). Найти разность энергий состояний нуклона с одинаковыми l и s , но разными j .*

Для расчета вклада спин-орбитального члена необходимо найти величину матричного элемента

$$\Delta E_{jls} = \int \psi_{jls m_j}^* |a(\vec{s} \cdot \vec{l})| \psi_{jls m_j} dv \equiv \langle jls m_j | a(\vec{s} \cdot \vec{l}) | jls m_j \rangle.$$

Поскольку

$$\vec{j}^2 = (\vec{l} + \vec{s})^2 = \vec{l}^2 + 2(\vec{s} \cdot \vec{l}) + \vec{s}^2,$$

имеем

$$(\vec{s} \cdot \vec{l}) = \frac{1}{2}(\hat{j}^2 - \hat{l}^2 - \hat{s}^2).$$

Здесь оператор спин-орбитального взаимодействия выражен через собственные операторы волновой функции нуклона \hat{j}^2 , \hat{l}^2 и \hat{s}^2 . Переходя от операторов к их собственным значениям:

$$\hat{j}^2 \Rightarrow j(j+1),$$

$$\hat{l}^2 \Rightarrow l(l+1),$$

$$\hat{s}^2 \Rightarrow s(s+1),$$

получаем

$$\begin{aligned} \langle j l s m_j | a(\vec{s} \cdot \vec{l}) | j l s m_j \rangle &= \frac{a}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] = \\ &= \frac{a}{2}\left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}\right]. \end{aligned}$$

Энергии одночастичных уровней с $j = l + 1/2$ и $j = l - 1/2$ за счет спин-орбитального взаимодействия изменятся соответственно на

$$\Delta E_{j=l+1/2} = \frac{a}{2}l < 0,$$

$$\Delta E_{j=l-1/2} = -\frac{a}{2}(l+1) > 0.$$

Здесь учтено, что $a < 0$. Таким образом, за счет спин-орбитального взаимодействия уровень с $j = l + 1/2$ опустился, а уровень с $j = l - 1/2$ поднялся, и энергия их расщепления равна:

$$E_{j=l-1/2} - E_{j=l+1/2} = \frac{|a|}{2}(2l+1). \quad (1.8.29)$$

Задача 1.8.7. Сколько нуклонов может находиться в состоянии с $j = l + 1/2$ и $j = l - 1/2$ при $l = 1$?

Состояние с $l = 1$ — это в принятой системе обозначений конфигурация np_j (n — радиальное квантовое число). Полный момент j нуклона с $l = 1$ принимает значения $3/2$ и $1/2$. Таким образом, имеем две подоболочки: $np_{3/2}$ и $np_{1/2}$. Низшей по энергии является конфигурация $np_{3/2}$. В этом состоянии может находиться столько нейтронов, сколько имеется различных значений проекции полного момента $3/2$, т.е. $(2 \cdot 3/2 + 1) = 4$. На этом же уровне (или *подоболочке*) может находиться и 4 протона. Таким образом, заполненная подоболочка $np_{3/2}$ содержит 8 нуклонов. На подоболочке $np_{1/2}$ содержится $(2 \cdot 1/2 + 1) = 2$ нуклонов каждого типа, т.е. всего 4 нуклона (2 нейтрона и 2 протона).

Ядро, у которого заполнена оболочка $1s$ и подоболочка $1p_{3/2}$, имеет в основном состоянии 12 нуклонов — 6 протонов и 6 нейтронов, т.е. это ядро $^{12}_6\text{C}$. Конфигурация основного состояния этого ядра может

быть записана как $|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8$. При этом получает обоснование наблюдаемая повышенная устойчивость ядра $^{12}_6\text{C}$.

Заполнение следующей подоболочки $1p_{1/2}$ происходит по тем же правилам. Поскольку число состояний равно удвоенному числу проекций полного момента нуклона, на подоболочку $1p_{1/2}$ можно поместить не более 4 нуклонов. Таким образом, полностью заполненная $1p$ -оболочка имеет две подоболочки с 8 и 4 нуклонами, т.е. всего 12 нуклонов, что вместе с заполненной оболочкой $1s_{1/2}$ соответствует дважды магическому ядру $^{16}_8\text{O}$. Конфигурация его основного состояния может быть изображена как $|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8 |1p_{1/2}\rangle^4$ (см. также рис. 1.8.2).

Задача 1.8.8. Провести заполнение оболочки $1d2s$. Указать, каким ядрам соответствуют полностью заполненные подоболочки этой оболочки.

Оболочка $1d2s$ состоит из трех подоболочек: $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ и $1d_{3/2}$, перечисленных в порядке возрастания энергии (см. рис. 1.8.2). В нижней по энергии подоболочке $1d_{5/2}$ с $j = \frac{5}{2}$ может находиться не более $2(2j + 1) = 2(2 \cdot \frac{5}{2} + 1) = 12$ нуклонов. Оболочка $1d2s$ находится выше по энергии, чем оболочки $1s$ и $1p$, на которых вместе находится 16 нуклонов (8 протонов + 8 нейтронов). Ядро с заполненными оболочками $1s$ и $1p$ и заполненной подоболочкой $1d_{5/2}$ имеет 14 протонов и 14 нейтронов — это ядро $^{28}_{14}\text{Si}$.

Следующей по энергии является подоболочка $2s_{1/2}$ с 4 нуклонами (2 протона + 2 нейтрона). Ядро, в котором наряду с оболочками $1s$ и $1p$ заполнены две подоболочки $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, это ядро $^{32}_{16}\text{S}$.

Наконец, при заполнении последней (самой высокой) подоболочки $1d_{3/2}$ оболочка $1d2s$ оказывается замкнутой. Возникает конфигурация $|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8 |1p_{1/2}\rangle^4 |1d_{5/2}\rangle^{12} |2s_{1/2}\rangle^4 |1d_{3/2}\rangle^8$, соответствующая дважды магическому ядру $^{40}_{20}\text{Ca}$.

Напомним, что дважды магическим ядром называют ядро, у которого числа нейтронов и протонов являются магическими. Из уже рассмотренных легких ядер с $A \leq 40$ дважды магическими являются самосопряженные ($N = Z$) ядра ^4_2He , $^{16}_8\text{O}$ и $^{40}_{20}\text{Ca}$. Существуют еще два более тяжелых стабильных дважды магических ядра: $^{48}_{20}\text{Ca}$ и $^{208}_{82}\text{Pb}$. Все эти ядра характеризуются повышенной устойчивостью и распространенностью.

Нами была рассмотрена простейшая версия ядерной модели оболочек — одночастичная модель оболочек без учета кулоновского взаимодействия между протонами. Эта модель дает неплохие результаты для легких ядер, где кулоновское взаимодействие не играет важной роли. Для ядер с $A > 40$ энергию кулоновского отталкивания протонов уже нельзя не учитывать при модельном заполнении оболочек. Однако,

прежде чем рассмотреть ядра с $A > 40$, обсудим проблему спинов и четностей основных состояний ядер.

1.8.3. Спины и четности основных состояний ядер в модели оболочек. Суммарный момент системы одинаковых нуклонов, заполнивших любую подоболочку, равен нулю независимо от квантовых чисел подоболочки и числа $(2j + 1)$ заполнивших ее нуклонов (нейтронов или протонов). Это важное правило является следствием того факта, что среди заполнивших подоболочку $(2j + 1)$ одинаковых нуклонов будут обязательно находиться нуклоны с равными по абсолютной величине, но разными по знаку проекциями полного момента нуклона на выделенную ось: $m_j = \pm j, \pm(j - 1), \pm(j - 2), \dots, \pm 1/2$. Такие пары одинаковых нуклонов имеют нулевой суммарный полный момент. Поэтому суммарные моменты импульсов как нейтронов, так и протонов на заполненной подоболочке равны нулю. По этой причине и спины основных состояний всех ядер с заполненными оболочками или подоболочками равны нулю.

Экспериментально доказано, что равны нулю спины основных состояний всех четно-четных ядер, т. е. как ядер с заполненными подоболочками или оболочками, так и ядер, у которых на подоболочке находится по четному числу протонов и нейтронов. Объяснение этого экспериментального факта — наличие в междуклонных ядерных взаимодействиях не учтенных в предыдущем изложении одночастичной модели оболочек сил — так называемых *сил спаривания*, о которых уже шла речь в связи с формулой Вайцзеккера (1.8.7). Необходимо отметить, что замена *всех действующих между нуклонами сил потенциалом со спин-орбитальным членом (типа (1.8.26))* является довольно грубым модельным приближением. Не учтенные в (1.8.26) силы называются *силами остаточного взаимодействия* и играют важную роль в формировании свойств ядер. Важнейшим компонентом сил остаточного взаимодействия являются силы спаривания. Действие сил спаривания приводит к тому, что для любых двух нуклонов одного типа на одном и том же одночастичном уровне наиболее выгодным по энергии (т. е. низким) состоянием будет состояние с полным моментом 0 или, иначе говоря, с противоположными направлениями проекций полного момента нуклона на выделенную ось. В силу этого для всех четных как по Z , так и по N ядер это (независимо от степени заполнения подоболочек) приводит к значениям спина ядра $J = 0$ в основном состоянии.

Пространственная четность основных состояний всех четно-четных ядер (в том числе и ядер с заполненными подоболочками) положительная. Действительно, четность — мультипликативное квантовое число. Поскольку собственная четность нуклона $+1$, то результирующая пространственная четность ядерного состояния определяется произведением орбитальных четностей отдельных нуклонов:

$$P(1, 2, \dots, A) = (-1)^{l_1} (-1)^{l_2} \dots (-1)^{l_A} = (-1)^{\sum_i^A l_i}. \quad (1.8.30)$$

Очевидно, для всех четно-четных ядер результирующая четность положительная, поскольку для них в показателе степени (1.8.30) будет стоять четное число.

Итак, для всех четно-четных ядер (и ядер с заполненными подоболочками) в основном состоянии $J^P = 0^+$.

Очевидно также, что спин и четность основного состояния ядра с одним нуклоном сверх замкнутой подоболочки или оболочки определяется моментом j_1 и четностью $P_1 = (-1)^{l_1}$ внешнего неспаренного нуклона. Действительно, ядро с неспаренным нуклоном это совокупность A спаренных нуклонов, формирующих остов замкнутых подоболочек или оболочек, и одного внешнего неспаренного нуклона. Спин ядра $A + 1$ является векторной суммой спина ядра с A спаренными нуклонами и единственного неспаренного нуклона. Но спин ядра с A спаренными нуклонами равен нулю, а четность такого ядра положительна. Поэтому для основного состояния ядра с одним нуклоном сверх замкнутой подоболочки или оболочки имеем

$$J_{A+1}^P = j_1^{P_1} = j_1^{(-1)^{l_1}}. \quad (1.8.31)$$

Рассмотрим теперь ядра $A - 1$, у которых до заполненной оболочки или подоболочки недостает одного нуклона. Эти ядра часто называют ядрами с одной «дыркой» относительно замкнутой подоболочки или оболочки. У всех таких ядер спин и четность определяются моментом и четностью «отсутствующего» нуклона, т. е. моментом и четностью «дырки». Действительно,

$$\begin{aligned} \vec{J}_{A-1} + \vec{j}_h &= \vec{J}_A = \vec{0}, \\ \text{т. е. } J_{A-1} &= j_h. \end{aligned} \quad (1.8.32)$$

Здесь момент недостающего нуклона обозначен как j_h , где h соответствует обозначению «дырки» (англ. *hole*). Для четности P_{A-1} ядра $A - 1$ имеем:

$$\begin{aligned} P_A &= P_{A-1} \cdot p_h = +1, \\ \text{т. е. } P_{A-1} &= p_h = (-1)^{l_h}. \end{aligned} \quad (1.8.33)$$

Здесь l_h — орбитальный момент недостающего нуклона.

Задача 1.8.9. *Определить по модели оболочек спины и четности ядер $^{13}_6\text{C}$ и $^{17}_8\text{O}$ в основных состояниях. Сравнить результат с экспериментальными данными.*

Ядро $^{13}_6\text{C}$ в основном состоянии имеет следующую конфигурацию нуклонов

$$|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8 |1p_{1/2}\rangle_n^1.$$

Неспаренный нейтрон имеет полный момент $j = 1/2$. Следовательно, спин J ядра $^{13}_6\text{C}$ в основном состоянии $1/2$. Четность основного состояния $^{13}_6\text{C}$ определена (см. (1.8.31)) как $(-1)^l$. Поскольку неспаренный нейтрон находится в $1p$ -оболочке ($l = 1$), четность отрицательная.

Итак, для ядра $^{13}_6\text{C}$ в основном состоянии имеем $J^P = 1/2^-$, что подтверждается экспериментом.

Для ядра $^{17}_8\text{O}$ нуклонная конфигурация основного состояния $|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8 |1p_{1/2}\rangle^4 |1d_{5/2}\rangle_n^1$. Отсюда спин и четность его основного состояния $J^P = 5/2^+$, что соответствует экспериментальным данным.

Задача 1.8.10. *Определить спины и четности основных состояний ядер ^3_2He и $^{11}_5\text{B}$.*

Ядро ^3_2He соответствует нейтронной «дырке» в дважды магическом ядре ^4_2He . Соответственно его спин и четность соответствуют моменту $1/2$ и четности $(-1)^{l=0} = +1$ недостающего нейтрона. Итак, в основном состоянии ядра ^3_2He имеем $J^P = 1/2^+$.

Для ядра $^{11}_5\text{B}$ спин и четность основного состояния определяет недостающий до замкнутой подоболочки протон в состоянии $1p_{3/2}$. Таким образом, ядро $^{11}_5\text{B}$ в основном состоянии имеет $J^P = 3/2^-$.

Следует обратить внимание на важное правило: как частицы над замкнутой конфигурацией, так и дырки относительно нее могут рассматриваться одинаковым образом. Иногда и те и другие в научной литературе называют «квазичастицами» (этот термин отражает тот факт, что нуклон внутри ядра отличается от свободного). Одночастичная модель оболочек объясняет значения спинов и четностей ядер с одной «квазичастицей» сверх замкнутой конфигурации, т. е. полностью заполненной оболочки или подоболочки. Часто эту модель применяют и для того, чтобы рассмотреть спины и четности ядер, у которых сверх замкнутой конфигурации имеется более одной квазичастицы.

Задача 1.8.11. *Определить спин и четность основного состояния ядра ^7_3Li .*

Конфигурация основного состояния этого ядра $|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle_n^2 |1p_{3/2}\rangle_p^1$, причем сверх замкнутой оболочки дважды магического ядра ^4_2He в $1p$ оболочке находится два нейтрона и один протон. Два нейтрона за счет сил спаривания имеют полный суммарный момент 0, поэтому спин и четность ядра определены моментом и четностью неспаренного протона, т. е. $J^P = 3/2^-$. Это предсказание модели совпадает с экспериментом.

Ядра с двумя протонами либо двумя нейтронами сверх замкнутой оболочки (или подоболочки) — это четно-четные ядра с $J^P = 0^+$. Но ядра с одним протоном и одним нейтроном сверх замкнутой подоболочки — нечетно-нечетные. Для двух *разных* нуклонов на незаполненной «валентной» подоболочке принцип Паули не препятствует тому, чтобы они имели одинаковые проекции момента на выделенную ось и, соответственно, суммарный момент не равный нулю. Например, ядро $^{14}_6\text{C}$ с двумя нейтронами над замкнутой подоболочкой $1p_{3/2}$

(ядром ${}^{12}_6\text{C}$) имеет в основном состоянии $J^P = 0^+$ и конфигурацию нуклонов $|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8 |1p_{1/2}\rangle_n^2$, а ядро ${}^{14}_7\text{N}$ имеет в основном состоянии конфигурацию $|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8 |1p_{1/2}\rangle_n^1 |1p_{1/2}\rangle_p^1$ и спин-четность этого состояния $J^P = 1^+$. Таким образом, моменты неспаренных протона и нейтрона в валентной подоболочке ${}^{14}_7\text{N}$ параллельны и сложились в 1 (напомним, что спин системы протон-нейтрон, т. е. дейтрона, также 1). Низшее по энергии, т. е. основное состояние ядер с протонной и нейтронной «дырками» относительно замкнутой подоболочки (таких как ${}^{12}_6\text{C}$ в основном состоянии), во многих случаях имеет спин, соответствующий максимально возможному моменту пары квазичастиц. Например, ядро ${}^{10}_5\text{B}$ имеет конфигурацию основного состояния

$$|1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle_n^3 |1p_{3/2}\rangle_p^3 \equiv |(1p_{3/2})_n^{-1} (1p_{3/2})_p^{-1} \Psi({}^{12}\text{C})\rangle.$$

При этом моменты двух квазичастиц — протонной и нейтронной «дырок» — складываются в максимальный суммарный момент 3. Отсюда для ядра ${}^{10}_5\text{B}$ в основном состоянии $J^P = 3^+$.

Задача 1.8.12. *Определить спин и четность ядра ${}^{26}_{13}\text{Al}$ в основном состоянии и сравнить результат с экспериментальным.*

Ядро ${}^{26}_{13}\text{Al}$ в основном состоянии соответствует протонной и нейтронной «дыркам» относительно ядра ${}^{28}_{14}\text{Si}$:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{осн. сост.}}({}^{26}\text{Al}) &= |1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8 |1p_{1/2}\rangle^4 |1d_{5/2}\rangle_n^5 |1d_{5/2}\rangle_p^5 \equiv \\ &\equiv |(1d_{5/2})_n^{-1} (1d_{5/2})_p^{-1} \Psi_{\text{осн. сост.}}({}^{28}\text{Si})\rangle. \end{aligned}$$

Четность полученного состояния ядра положительная, поскольку равна произведению одинаковых четностей двух неспаренных нуклонов (в данном случае четность каждого из этих нуклонов положительная). Векторы моментов неспаренных протона и нейтрона \vec{j}_p и \vec{j}_n , складываясь, дают вектор спина нечетно-нечетного ядра $\vec{J} = \vec{j}_p + \vec{j}_n$. При этом получаем набор возможных значений $J = |j_p - j_n|, |j_p - j_n| + 1, |j_p - j_n| + 2, \dots, |j_p + j_n|$. Максимальный суммарный момент протонной и нейтронной «дырок» равен 5. Если такая ситуация реализуется в основном состоянии ядра ${}^{26}_{13}\text{Al}$, то в этом состоянии $J^P({}^{26}\text{Al}) = 5^+$. Эксперимент подтверждает этот результат.

1.8.4. Модель оболочек для средних и тяжелых ядер. Роль кулоновского взаимодействия. Во всех предыдущих расчетах и комментариях не был учтен тот факт, что на протоны ядра помимо сильного взаимодействия (которое было приближенно учтено введением среднего отрицательного ядерного потенциала со спин-орбитальным членом), действует также кулоновское отталкивание со стороны других протонов ядра. Протон внутри ядра с зарядом Ze имеет по сравнению с нейтроном дополнительную положительную энергию кулоновского отталкивания со стороны остальных $Z - 1$ протонов (она равна

$(Z - 1)e^2/R$ на границе ядра и несколько больше внутри него, достигая значения $1,5(Z - 1)e^2/R$ в его центре). Это отталкивание увеличивает энергию протонных одночастичных уровней по сравнению с нейтронными и видоизменяет потенциальную яму для протонов (она мельче нейтронной и за пределами ядра дополнена асимптотикой кулоновского потенциала). Нейтронные и протонные одночастичные уровни разделяются по энергии. С учетом этого нейтронные и протонные потенциальные ямы и расположение нуклонов по подоболочкам в основном состоянии $^{16}_8\text{O}$ более точно показывает рис. 1.8.3.

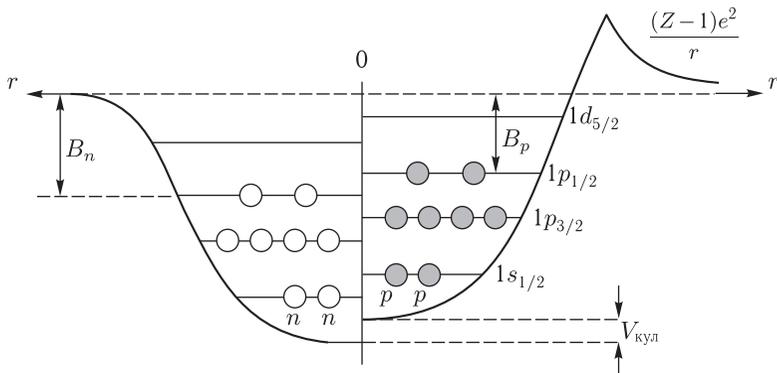


Рис. 1.8.3. Расположение нейтронов и протонов по одночастичным уровням в основном состоянии ядра $^{16}_8\text{O}$. Нижние три уровня $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$ и $1p_{1/2}$ заполнены как по нейтронам, так и по протонам

Роль кулоновских сил в легких ядрах сравнительно невелика, и последовательность заполнения протонных и нейтронных одночастичных уровней одна и та же. Но в средних и тяжелых ядрах дальнедействующие кулоновские силы, растущие как Z^2 , все больше увеличивают разность энергий протонных и нейтронных уровней, и это начинает существенно влиять на порядок их заполнения. Последовательность заполнения протонных подоболочек с ростом Z все больше отличается от последовательности заполнения нейтронных подоболочек (и оболочек). Приведенная на рис. 1.8.2 последовательность уровней одинакова для протонов и нейтронов вплоть до $Z = N = 50$. Для нейтронов с $N > 50$ имеет место тенденция к заполнению сначала уровней с меньшими угловыми моментами.

Задача 1.8.13. *Использовать экспериментальные данные о спиных и четностях изотопов никеля для построения конфигурационной схемы основного состояния ядер $^{58}_{28}\text{Ni}$ и $^{60}_{28}\text{Ni}$.*

В соответствии с рис. 1.8.2 имеем

$$\Psi_{\text{осн. сост.}}(^{58}_{28}\text{Ni}) = |\Psi_{\text{осн. сост.}}(^{40}_{20}\text{Ca}) \cdot (1f_{7/2}_n)^8 (1f_{7/2}_p)^8 (2p_{3/2}_n)^2 \rangle.$$

Спин и четность четно-четного ядра ${}_{28}^{58}\text{Ni}$ равны 0^+ . Для того, чтобы убедиться в правильности построенной конфигурации, рассмотрим изотопы никеля с $A = 57$ и $A = 59$, т.е. с одной нейтронной «дыркой» и одной нейтронной частицей относительно основного состояния изотопа с $A = 58$. Согласно построенной схеме, эти изотопы должны иметь, соответственно, один нейтрон в $2p_{3/2}$ подоболочке ($A = 57$) или три нейтрона в той же подоболочке ($A = 59$). В обоих случаях спин и четность изотопов никеля с $A = 57$ и $A = 59$ должны составить $3/2^-$, что соответствует экспериментальным данным. Ядро ${}_{28}^{60}\text{Ni}$, в отличие от ${}_{28}^{58}\text{Ni}$, имеет полностью заполненную (4 нейтрона) нейтронную под оболочку $2p_{3/2}$.

Задача 1.8.14. По рис. 1.8.2 составить конфигурацию основного состояния магического (по нейтронам) ядра ${}_{40}^{90}\text{Zr}$.

Как и в предыдущей задаче, будем проводить заполнение тех под оболочек, которые выше по энергии, чем уровни «кора». В данном случае удобно использовать схему предыдущей задачи и считать кором ядро ${}_{28}^{60}\text{Ni}$. Имеем

$$\Psi_{\text{осн. сост.}}({}_{40}^{90}\text{Zr}) = \\ = |\Psi_{\text{осн. сост.}}({}_{28}^{60}\text{Ni}) \cdot (2p_{3/2})_p^4 (1f_{5/2})_n^6 (1f_{5/2})_p^6 (2p_{1/2})_n^2 (2p_{1/2})_p^2 (1g_{9/2})_n^{10}\rangle.$$

В ядре циркония-90 полностью заполнены по протонам и нейтронам все под оболочки вплоть до $2p_{1/2}$. Последней из полностью заполненных в этом ядре является нейтронная под оболочка $1g_{9/2}$ с орбитальными моментами нейтронов $l=4$ и их полными моментами $j = l + 1/2 = 9/2$. На этой под оболочке может находиться столько нейтронов, сколько разных проекций имеет полный момент нейтрона $9/2$, т.е. $2j + 1 = 2(9/2) + 1 = 10$.

Задача 1.8.15. Указать конфигурационную схему основного состояния ядра ${}_{41}^{91}\text{Nb}$ и сравнить спин и четность, полученные в рамках модели оболочек, с экспериментальным результатом.

Ядро ниобия с $A = 91$ в основном состоянии имеет один протон сверх магического ядра ${}_{40}^{90}\text{Zr}$ на под оболочке $1g_{9/2}$. Спин и четность ядра ${}_{41}^{91}\text{Nb}$ в основном состоянии определяются полным моментом и значением орбитального момента этого внешнего протона, отсюда $J^P({}_{41}^{91}\text{Nb}) = 9/2^+$, что совпадает с опытными данными.

Задача 1.8.16. Какие спины и четности в рамках модели оболочек должны иметь ядра ${}_{39}^{89}\text{Y}$ и ${}_{40}^{89}\text{Zr}$ в основном состоянии? Сравнить результат с экспериментальными данными.

Конфигурации указанных ядер в основном состоянии представляют собой, соответственно, протонную и нейтронную «дырочные» конфигурации относительно основного состояния ядра ${}_{40}^{90}\text{Zr}$ (см. задачу 1.8.14). Основному состоянию «дырочного» ядра ${}_{39}^{89}\text{Y}$ соответствует протонная дырка в «валентной» под оболочке $2p_{1/2}$. Отсюда для спина и четности

основного состояния ${}^{89}_{39}\text{Y}$ получаем $J^P = 1/2^-$. Для ядра ${}^{89}_{40}\text{Zr}$ спин и четность определены моментом и четностью нейтронной «дырки» в подоболочке $1g_{9/2}$. Поэтому для этого ядра $J^P = 9/2^+$. Оба результата подтверждаются экспериментальными данными.

1.8.5. Возбужденные состояния ядер в модели оболочек. Спины, четности и изоспины ядер. Модель оболочек не только успешно объясняет величины спинов и четностей ядер в основных состояниях, но и во многих случаях помогает понять природу возбужденных состояний ядер.

Задача 1.8.17. В спектре возбужденных состояний ядра ${}^{17}_8\text{O}$ (рис. 1.8.4) указать уровни положительной четности, соответствующие одночастичным возбуждениям.

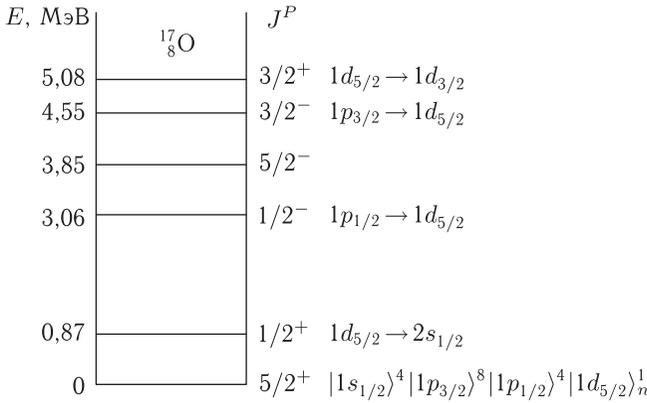


Рис. 1.8.4. Уровни ядра ${}^{17}_8\text{O}$. Справа для основного состояния указана оболочечная конфигурация. Для возбужденных состояний указан соответствующий одночастичный переход

Основное состояние ядра ${}^{17}_8\text{O}$ соответствует одному нейтрону на подоболочке $1d_{5/2}$ и замкнутым оболочкам $1s$ и $1p$:

$$|1s_{1/2}^4 |1p_{3/2}^8 |1p_{1/2}^4 |1d_{5/2}^1_n. \quad (1.8.34)$$

Переходы неспаренного нейтрона с подоболочки $1d_{5/2}$ на более высокие подоболочки $2s_{1/2}$ и $1d_{3/2}$ соответствуют возбужденным состояниям положительной четности $1/2^+$ и $3/2^+$ в спектре ${}^{17}_8\text{O}$.

Разность энергий уровней $3/2^+$ и $5/2^+$ в спектре ${}^{17}_8\text{O}$ является следствием спин-орбитального расщепления $1d$ -состояния. Константу a в (1.8.26) можно оценить из этой разности энергий.

Задача 1.8.18. Оценить константу спин-орбитального расщепления из спектра возбуждений ядра ${}^{17}_8\text{O}$.

Из формулы (1.8.29) находим разность энергий состояний нуклона $1d_{3/2}$ и $1d_{5/2}$ ($j = l \pm 1/2 = 2 \pm 1/2 = 5/2$ и $3/2$):

$$E(1d_{3/2}) - E(1d_{5/2}) = \frac{|a|}{2}(2 \cdot 2 + 1) = \frac{5|a|}{2} = (5,08 - 0) \text{ МэВ} = 5,08 \text{ МэВ}.$$

Таким образом, с учетом отрицательности константы a имеем: $a \approx \approx -2 \text{ МэВ}$.

Как видно из приведенного спектра ядра $^{17}_8\text{O}$, только некоторые из возбужденных состояний этого ядра можно считать одночастичными возбуждениями. Природа других возбужденных состояний этого же ядра более сложная. Например, низший уровень $1/2^-$ с энергией возбуждения $3,06 \text{ МэВ}$ является результатом перехода одного нуклона из замкнутой подоболочки $1p_{1/2}$ в следующую $1d_{5/2}$, причем два нуклона в $1d_{5/2}$ состояниях имеют суммарный момент 0. Спин и четность ядра при этом будут определены полным моментом «дырки» в подоболочке $1p_{1/2}$ и ее орбитальным моментом $l = 1$, т. е. составлять $J^P = 1/2^-$.

Задача 1.8.19. *Определить спины и четности возбужденных состояний ядра $^{12}_6\text{C}$, которые возникают в результате перехода нуклона из замкнутой подоболочки $1p_{3/2}$ в следующую подоболочку $1p_{1/2}$.*

В данной задаче удобно принять основное состояние ядра $^{12}_6\text{C}$ за *физический вакуум*:

$$|0\rangle = |1s_{1/2}\rangle^4 |1p_{3/2}\rangle^8.$$

Тогда переход нуклона в следующую подоболочку эквивалентен рождению частично-дырочной пары над вакуумным состоянием. Спин такого возбужденного состояния равен векторной сумме моментов частицы и «дырки»:

$$\begin{aligned} |J^P\rangle &= |(1p_{3/2})^{-1}(1p_{1/2})^1: J^P\rangle, \\ \vec{J} &= \vec{\frac{3}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} = \vec{1}, \vec{2}. \end{aligned} \quad (1.8.35)$$

Рассмотрим четность частично-дырочных возбужденных состояний. Поскольку четность основного состояния ядра $^{12}_6\text{C}$ (принятого за физический вакуум) положительна, четность возбужденных состояний равна произведению четности частицы и «дырки». В данном примере и та и другая имеют отрицательную четность, что дает в итоге положительную четность возбужденного состояния: $P = p_{\text{particle}} \times p_{\text{hole}} = (-1)^{l=1}(-1)^{l=1} = +1$. Итак, для рассматриваемого возбуждения имеем две возможности: $J^P = 1^+$ или 2^+ .

Низшим по энергии возбужденным состоянием ядра $^{12}_6\text{C}$ является состояние $J^P = 2^+$ с энергией $E = 4,44 \text{ МэВ}$. При энергии $12,7 \text{ МэВ}$ находится состояние с квантовыми числами $J^P = 1^+$. Столь большое различие в энергиях частично-дырочных возбуждений (1.8.35) является следствием двух причин. Во-первых, частица и дырка вза-

имоделяются между собой, и энергия их взаимодействия зависит от их суммарного момента (спина состояния). Во-вторых, частично-дырочное представление низших возбужденных состояний ядер является приближенным, волновые функции реальных состояний более сложные.

Задача 1.8.20. *Определить спин и четность низшего по энергии частично-дырочного возбужденного состояния ядра ^{16}O . По экспериментальному спектру энергий возбуждения указать состояние с подходящими характеристиками.*

Принимая основное состояние ^{16}O за физический вакуум, имеем для возбужденного состояния, возникающего вследствие перехода нуклона из подоболочки $1p_{1/2}$ в следующую подоболочку $1d_{5/2}$:

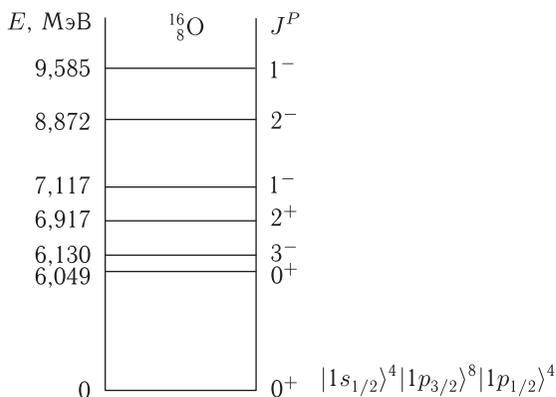
$$\begin{aligned} |^{16}\text{O}^*\rangle &= |(1p_{1/2})^{-1}(1d_{5/2})^1 : J^P\rangle, \\ \vec{J} &= \vec{1} + \vec{5} = \vec{2}, \vec{3}, \\ P &= (-1)(+1) = -1. \end{aligned}$$

В спектре ^{16}O (рис. 1.8.5) второй возбужденный уровень имеет спин и четность $J^P = 3^-$. Его энергия 6,130 МэВ. Однако она слишком низка для чистого одночастичного перехода $1p_{1/2} \rightarrow 1d_{5/2}$. Энергия такого перехода (без учета разрыва нуклонной пары в подоболочке $1p_{1/2}$) примерно равна расстоянию $\hbar\omega$ между оболочками и в первом приближении может быть оценена по формуле (1.8.37), что дает 16–17 МэВ. Вышеупомянутый уровень 3^- с энергией 6,130 МэВ имеет коллективную природу и отвечает октупольным колебаниям ядерной поверхности (п. 1.9.2). Более детальный анализ показывает, что в формировании такого возбуждения нуклонный частично-дырочный переход $1p_{1/2} \rightarrow 1d_{5/2}$ действительно участвует, смешиваясь с другими аналогичными переходами ($1p_{3/2} \rightarrow 1d_{5/2}$ и $1p_{3/2} \rightarrow 1d_{3/2}$). При этом взаимодействие частицы и дырки (не учитываемое одночастичной моделью оболочек) приобретает характер притяжения, что и приводит к снижению энергии состояния 3^- .

В случае одночастичных возбуждений (задача 1.8.17) переходы единственного внешнего нуклона на более высокие подоболочки над неизменным кором замкнутых подоболочек не изменяют изоспин ядра. Этот изоспин остается равным изоспину основного состояния, равному в данном случае $1/2$ (см. правило (1.4.5)). При этом вектор изоспина основного состояния такого ядра $\vec{I}_{\text{осн. сост.}}$ равен сумме векторов изоспина кора $\vec{I}_{\text{кор}} = \vec{0}$ и внешнего нуклона $\vec{I}_{\text{нуклон}} = \vec{1}/2$:

$$\vec{I}_{\text{осн. сост.}} = \vec{I}_{\text{кор}} + \vec{I}_{\text{нуклон}} = \vec{0} + \vec{1}/2 = \vec{1}/2. \quad (1.8.36)$$

При одночастичных возбуждениях в ядре рассматриваемого типа кор (и его изоспин) неизменен, и внешний нуклон, переходя на бо-

Рис. 1.8.5. Уровни ядра $^{16}_8\text{O}$

лее высокие подоболочки, не изменяет своего изоспина, равного $1/2$. Поэтому для таких возбуждений выражение (1.8.36) сохраняет свою справедливость, а значит и изоспин таких возбуждений не изменяется и остается равным $1/2$.

Такое же правило действует и для однодырочных возбуждений в коре замкнутых подоболочек, поскольку, как легко показать, изоспин нуклонной дырки равен изоспину нуклона, т. е. $1/2$ (доказательство аналогично (1.8.32) с заменой спинов на изоспины).

Для частично-дырочных возбуждений в ядрах с замкнутыми подоболочками (задачи (1.8.19) и (1.8.20)) возможны два значения изоспина возникающего возбужденного состояния, соответствующие двум значениям векторной суммы изоспинов квазичастиц: $\vec{I} = \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} = \vec{0}, \vec{1}$. При этом низшими по энергии возбуждениями оказываются состояния с изоспином 0. Состояния с более высокой энергией возбуждения могут иметь изоспин 1, причем проекция изоспина остается равной проекции изоспина для основного состояния ядра — она определена числом протонов и нейтронов данного ядра. Для ядра $^{12}_6\text{C}$, например, низшее по энергии возбужденное состояние с изоспином 1 имеет характеристики $J^P = 1^+$, $E = 15,11$ МэВ. Конфигурация этого состояния частично-дырочная, она дана в (1.8.35). Из сказанного в частности следует важный вывод: *взаимодействия между квазичастицами зависят от изоспина.*

1.8.6. Заключение. Многие существенные черты оболочечного описания атомных ядер проявляются уже при использовании в качестве ядерного потенциала сферически симметричного потенциала трехмерного гармонического осциллятора (1.8.18) даже и без учета спин-орбитальной связи. Уровни такого гармонического осциллятора

эквидистантны. Расстояние между ними дается выражением

$$\hbar\omega = \left(\frac{2V_0\hbar^2}{MR^2} \right)^{1/2} \approx (41 \div 42)A^{-1/3} \text{ МэВ.} \quad (1.8.37)$$

Здесь $V_0 \approx 30$ МэВ, а R рассчитывается по формуле (1.7.3).

Из (1.8.37) видно, что с ростом числа нуклонов A «плотность» оболочек растет (расстояние между одночастичными уровнями уменьшается). Так, при $A = 20$ имеем $\hbar\omega \approx 15$ МэВ, а при $A \approx 200$ величина $\hbar\omega \approx 7$ МэВ. Иллюстрацией этого является рис. 1.8.6.

Уровни гармонического осциллятора характеризуются наибольшим вырождением. В потенциале Вудса–Саксона (как и в прямоугольной потенциальной яме) снимается вырождение по орбитальному моменту нуклона в пределах одной оболочки и происходит перегруппировка подоболочек для высоко расположенных уровней.

Изложение основ одночастичной модели оболочек (ОМО) (как и любой другой теории) было бы неполным, если бы не были указаны границы ее применения. Понимание того, в каких случаях простейшая версия ОМО, изложенная выше, применима, а в каких случаях неприменима, возникает при изучении характеристик всех легких ядер и сравнении для них результатов ОМО с экспериментом.

Наиболее показательный случай расхождения предсказаний ОМО с потенциалом типа (1.8.26) с экспериментом — спины нечетных ядер с $A = 19, 21$ и 23 . В этих ядрах оболочка $1d_{5/2}$ является частично заполненной. Например, для ядра ${}^{19}_9\text{F}$

$$\Psi_{\text{осн. сост.}}({}^{19}_9\text{F}) = |\Psi_{\text{осн. сост.}}({}^{16}_8\text{O}) \cdot (1d_{5/2})^2_n (1d_{5/2})^1_p \rangle.$$

Можно было бы предположить, что спин основного состояния этого ядра должен быть равен моменту неспаренного протона, т. е. составлять $J^P = 5/2^+$. Однако экспериментальное значение $J^P = 1/2^+$. Это и подобные ему расхождения в предсказаниях простой ОМО и эксперимента позволили разобраться в причинах того, почему для некоторых ядер ОМО в том виде, который изложен выше, дает адекватное описание опытных данных, а в некоторых случаях ее предсказания неверны. Суть дела состоит в том, что ОМО в предыдущем изложении годилась только для сферических ядер или ядер, близких к сферическим. Исползованный выше потенциал (1.8.26) соответствовал сферическому распределению нуклонов в ядре. Однако бóльшая часть ядер сферическими не являются, хотя и обладают в собственной системе координат аксиальной симметрией (имеют ось симметрии, проходящую через центр масс ядра). Для этих ядер одночастичный потенциал зависит от угла θ между радиусом-вектором \vec{r} квазичастицы и осью симметрии:

$$V \approx V(r, \theta) + a(\vec{l} \cdot \vec{s}). \quad (1.8.38)$$

Оператор Гамильтона с потенциалом (1.8.38) продолжает коммутировать с оператором проекции момента на выделенную ось (ось симмет-

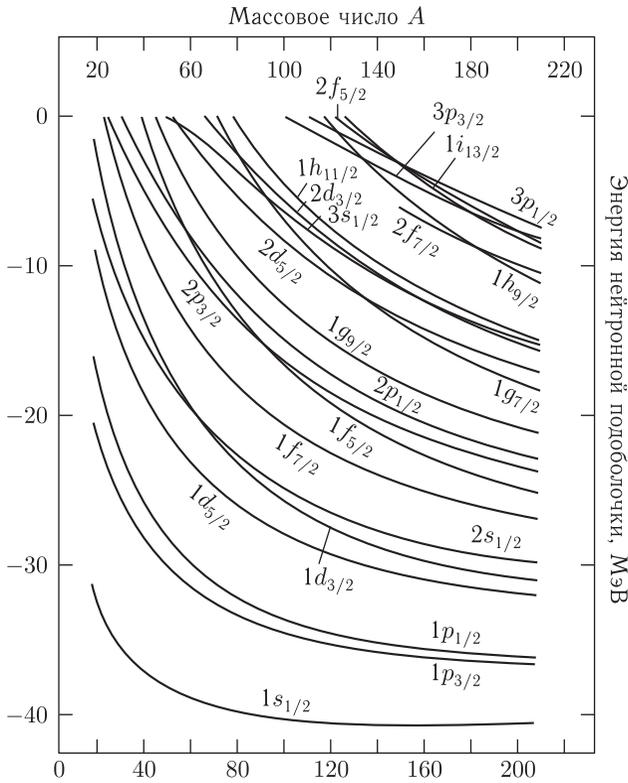


Рис. 1.8.6. Зависимость энергий нейтронных одночастичных состояний от массового числа

ри), но не коммутирует с оператором квадрата полного момента. Это означает, что величина спина J уже не является «хорошим» квантовым числом, однако ее проекция J_z является.

Решения уравнения Шредингера для энергий в потенциале (1.8.38) зависят от модуля проекции момента $|J_z| = K$. Эта величина K и является спиновой характеристикой уровня. Деформация частично снимает вырождение по проекции момента. Одночастичные уровни энергии (см. например рис. 1.8.2) расщепляются в потенциале (1.8.38) на несколько уровней (рис. 1.8.7). На каждом из них может находиться не более 4 нуклонов: два протона и два нейтрона с противоположными проекциями момента на ось симметрии ядра.

Вернемся теперь к ядру $^{19}_9\text{F}$. Добавление двух нейтронов к дважды магическому (сферическому) ядру $^{16}_8\text{O}$ делает ядро $^{18}_8\text{O}$ вытянутым ($\beta > 0$). В деформированном потенциале этого ядра и находится внешний ($1d_{5/2}$) протон. Уровень $1d_{5/2}$ в деформированном потенциале расщепляется на три уровня, соответствующих трем значениям модуля

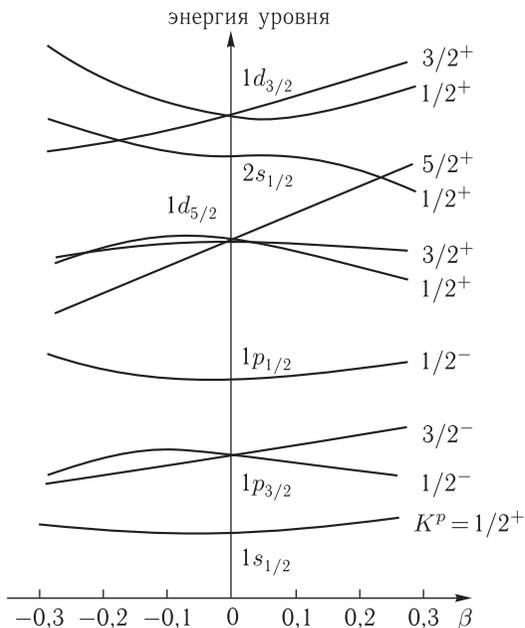


Рис. 1.8.7. Схематическое изображение диаграммы нижних одночастичных уровней в деформированных ядрах. β — параметр деформации ядра, характеризующий степень отличия формы ядра от сферической (определение этого параметра дано в задаче 2.6.32). $\beta = 0$ отвечает сферическим ядрам, $\beta > 0$ — вытянутым ядрам, $\beta < 0$ — сплюснутым ядрам. Каждый уровень может быть занят двумя нуклонами одного типа

проекции вектора момента $j = 5/2$: $K = 1/2, 3/2, 5/2$. Низшим по энергии в вытянутом ядре будет состояние с $K = 1/2$. Именно эта величина и определяется в эксперименте для ядра ${}^{19}_9\text{F}$ как значение спина этого ядра.

§1.9. Коллективные возбуждения ядер

Одночастичная модель оболочек (ОМО), рассмотренная в предыдущем разделе, успешно объясняет спины и четности основных состояний ядер, а также природу ряда возбужденных ядерных состояний. Исследование спектров возбуждения ядер проводится, главным образом, путем измерения характеристик (прежде всего энергий) гамма-квантов, испускаемых ядром при переходе с более высокого уровня на более низкий по энергии. Эти исследования показали, что в спектрах возбуждения ядер наблюдают состояния, которые являются результатом перехода одной или нескольких квазичастиц с одного одночастичного уровня на другой (некоторые примеры приведены в п. 1.8.5). Однако

в ядерных спектрах присутствует множество уровней, которые не удается интерпретировать в рамках ОМО. Исследования показали, что эти неквазичастичные возбуждения являются *возбуждениями коллективного типа*, в процессе которых большие группы нуклонов ядра двигаются скореллировано. Таким образом, для описания ядер необходимо привлекать и адекватные коллективные модели. Простейшая коллективная модель ядра (жидкой капли) уже была рассмотрена при выводе формулы Вайцзеккера (п. 1.8.1). В данном разделе в качестве примера рассмотрим коллективные возбуждения четно-четных ядер, где эти коллективные возбуждения интерпретируются наиболее просто. Начнем с так называемых *вращательных состояний*, присущих несферическим ядрам.

1.9.1. Вращательные спектры четно-четных ядер. Появление вращательных состояний неизбежно в несферических квантовых системах, связанных жесткими (в данном случае ядерными) силами. Мы уже отмечали, что большинство ядер несферические. При обсуждении квадрупольных моментов ядер было показано, что вытянутые ядра имеют положительный квадрупольный момент, а сплюснутые — отрицательный. Прямое измерение электрических квадрупольных моментов возможно лишь для ядер, у которых спин больше или равен 1. Однако многие четно-четные ядра, имеющие спин и четность 0^+ , являются несферическими (деформированными), и их деформация проявляется в спектрах их возбужденных состояний в виде *вращательных полос*. Согласно квантовой теории, вращательные степени свободы присущи исключительно несферическим объектам. Пример вращательной полосы для четно-четного ядра ${}^{180}_{72}\text{Hf}$ показан на рис. 1.9.1. В основном состоянии четно-четного ядра (т. е. при отсутствии вращения) его спин $J_{\text{осн. сост.}} = 0$. Если деформированное ядро вращается с угловым моментом L , то его спин целиком обусловлен этим вращением и $J = L$.

| J^P | $E, \text{ МэВ}$ |
|-------|------------------|
| 8^+ | 1,084 |
| 6^+ | 0,641 |
| 4^+ | 0,309 |
| 2^+ | 0,93 |
| 0^+ | 0 |

Рис. 1.9.1. Нижние уровни ядра ${}^{180}_{72}\text{Hf}$

Энергии уровней вращательной полосы можно получить в результате решения уравнения Шредингера с гамильтонианом, отражающим вращательные степени свободы ядра. Пусть имеется ядро в виде аксиально-симметричного вытянутого эллипсоида (рис. 1.9.2), и ось симметрии ядра совпадает с осью z .

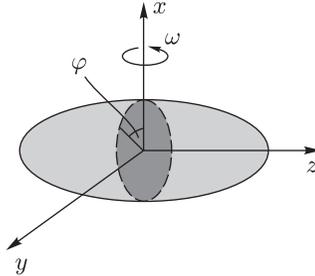


Рис. 1.9.2. Вращение ядра, имеющего форму аксиально-симметричного вытянутого эллипсоида

Такое аксиально-симметричное ядро, согласно квантовой механике, способно вращаться лишь вокруг осей x и y , перпендикулярных оси симметрии z . Вращение вокруг оси симметрии z невозможно. Действительно (см. также задачу 2.7.30), в силу аксиальной симметрии волновая функция ядра ψ не зависит от угла φ его поворота вокруг оси симметрии z , т. е. $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = 0$. В то же время компонента оператора орбитального момента количества движения вдоль оси z имеет вид $\hat{L}_z = -i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$, т. е. обращается в нуль для аксиально симметричного относительно оси z объекта. Таким образом, никакого коллективного вращения вокруг оси z у такого объекта происходить не может.

Вид вращательного гамильтониана легко получить из принципа соответствия классических и квантовых величин. В классической физике энергия вращения тела с моментом инерции Θ и моментом количества движения J дается выражением $E_{\text{вр}} = \frac{J^2}{2\Theta}$. В квантовой физике величине J^2 соответствует оператор квадрата момента \hat{J}^2 , действующий на волновую функцию Ψ ядра. Поскольку в принятой системе обозначений спин ядра и частиц измеряется в единицах \hbar , то имеем

$$\begin{aligned} \hat{J}^2 \Psi &= \hbar^2 J(J+1) \Psi, \\ E_{\text{вр}} &= \frac{\hbar^2}{2\Theta} J(J+1). \end{aligned} \quad (1.9.1)$$

Формула $E_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\Theta}$, связывающая энергию вращательного уровня и спина состояния, приближенно описывает положение уровней во вращательной полосе.

Из (1.9.1) следует, что волновой функцией Ψ вращающегося ядра является собственная функция оператора \hat{J}^2 , т. е. сферическая функция Y_{JM} . При этом $J = 0, 2, 4, \dots$, что следует из соображений симметрии. Бесспиновое ядро, имеющее форму аксиально-симметричного эллипсоида, не меняется при пространственной инверсии (отражении в плоскости $xу$), т. е. переходит само в себя (см. рис. 1.9.2). Поэтому волновая функция такого ядра симметрична или четна, что исключает $J = 1, 3, 5, \dots$. Таким образом, четность вращательных состояний $+1$.

Задача 1.9.1. *Оценить момент инерции деформированного ядра ${}^{180}_{72}\text{Hf}$, вращательный спектр которого приведен на рис. 1.9.1 и в табл. 1.8 вместе со значениями спинов уровней вращательной «полосы».*

Таблица 1.8

Спины J , энергии E , интервалы энергий ΔE и величины $\mathfrak{S} = 2\Theta/\hbar^2$ состояний вращательной полосы ядра ${}^{180}_{72}\text{Hf}$

| J | 2 | 4 | 6 | 8 |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| E , МэВ | 0,093 | 0,309 | 0,641 | 1,084 |
| ΔE , МэВ | 0,093 | 0,216 | 0,332 | 0,443 |
| \mathfrak{S} , МэВ $^{-1}$ | 64,5 | 64,8 | 66,3 | 67,7 |

В табл. 1.8 даны интервалы энергий ΔE между данным уровнем и следующим более низким по энергии. Соотношение для интервалов энергий может быть получено из (1.9.1):

$$\Delta E = E_J - E_{J-2} = \hbar^2 \frac{4J-2}{2\Theta}. \quad (1.9.2)$$

Обычно рассчитывают не момент инерции ядра, а величину $\mathfrak{S} = 2\Theta/\hbar^2$ в единицах МэВ $^{-1}$. Результаты расчета этой величины для четырех возбужденных состояний ядра ${}^{180}_{72}\text{Hf}$ приведены в четвертой строке таблицы. Расчет показывает, что момент инерции ядра растет с увеличением момента количества движения и, соответственно, угловой частоты вращения. Этот результат хорошо понятен на основе ядерной модели жидкой капли: с увеличением углового момента вращения происходит растяжение капли и ее момент инерции растет.

Важным и интересным фактом, который можно легко продемонстрировать на этом примере, является то, что полученные в расчете моменты инерции как минимум вдвое меньше, чем момент инерции твердотельного ротатора с такой же массой. *Нижний предел* величины \mathfrak{S} , пропорциональной моменту инерции, можно получить из формулы момента инерции однородной твердой сферы радиуса R (в расчете удобно использовать константу конверсии):

$$\Theta_{\text{тверд}} = \frac{2}{5}mR^2, \quad \mathfrak{S} = \frac{2\Theta_{\text{тверд}}}{\hbar^2} = \frac{4M_N c^2 A^{5/3} r_0^2}{5\hbar^2 c^2} = 165 \text{ МэВ}^{-1}. \quad (1.9.3)$$

Здесь m — масса сферы (ядра), а M_N — масса нуклона. Таким образом, проведенный расчет доказывает, что ядро в низших возбужденных состояниях имеет значения момента инерции, составляющие менее 50% момента инерции твердого ротатора с той же массой. Часть нуклонов ядра оказывается не участвующей во вращательном движении вследствие *эффекта спаривания нуклонов*, приводящего к *сверхтекучим* свойствам ядер в основном и низших возбужденных состояниях. Разрыв нуклонных пар, происходящий при очень высоких моментах вращения ядер (значениях J), проявляется в скачкообразном росте момента инерции ядра до величин, близких к полученной выше твердотельной оценке. Этот эффект (так называемый бекбендинг (back-bending)) хорошо изучен в последние 20 лет на ускорителях тяжелых ионов.

По мере приближения к магическим (сферическим) ядрам момент инерции Θ уменьшается и энергия вращения $E_{вр}$ увеличивается. При этом вращательные уровни уходят вверх по энергии.

1.9.2. Коллективные колебания ядра. В сферических и почти сферических ядрах вращательные состояния отсутствуют или лежат очень высоко, и область низких энергий в спектре ядерных уровней обусловлена колебаниями формы ядра вокруг равновесной. При рассмотрении таких колебаний (их в ядерной физике часто называют вибрациями) помогает аналогия между ядром и жидкой каплей. В свободном невозбужденном состоянии капля жидкости принимает сферическую форму. Поэтому легче всего (т. е. с наименьшей энергией) возбуждаются степени свободы капли жидкости, соответствующие ее малым гармоническим колебаниям вокруг равновесной сферической формы, без изменения объема. Поскольку ядерная материя (как и жидкость) с трудом поддается сжатию и растяжению, возбуждения низких энергий сферических ядер также не сопровождаются изменениями плотности и обусловлены малыми гармоническими колебаниями формы ядра с сохранением его объема. При описании таких колебаний можно использовать, с учетом квантования, математический аппарат, впервые применявшийся при рассмотрении классических колебаний формы капли жидкости.

Уже классический подход показывает, что наиболее существенными среди колебаний формы капли жидкости являются квадрупольные колебания, т. е. колебания с моментом количества движения $J = 2$. В процессе таких колебаний ядро колеблется относительно сферической равновесной формы, принимая поочередно вид то вытянутого, то сплюснутого аксиально-симметричного эллипсоида, меняя знак и величину квадрупольной деформации. В четно-четном ядре квадрупольному колебанию отвечает возбуждение со спин-четностью 2^+ . Это колебание в модели жидкой капли имеет наименьшую частоту ω_2 и энергию $\hbar\omega_2$. Несколько более высокую частоту ω_3 имеют октупольные ($J = 3$) колебания, при которых ядерная капля в деформированном состоянии

имеет грушевидную форму. Этим колебаниям в четно-четном ядре отвечает возбуждение со спин-четностью $J^P = 3^-$. Остальные типы собственных колебаний формы ядерной капли соответствуют деформациям более сложного вида и более высоким энергиям.

В ядерной модели жидкой капли собственные колебания должны быть проквантованы. Квантование сводится к тому, что спектры энергий и моментов количества движения возбужденных колебательных состояний становятся дискретными. Энергии квадрупольных и октупольных возбуждений в квантовой теории могут принимать лишь значения

$$E_{\text{квадр}} = n_2 \hbar \omega_2, \quad E_{\text{окт}} = n_3 \hbar \omega_3, \quad (1.9.4)$$

где n_2, n_3 — числа соответственно квадрупольных и октупольных квантов, причем $n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$. Для квантов коллективных ядерных колебаний обычно используют термин *фононы*, заимствованный из физики твердого тела.

В общем виде энергию возбуждения ядра, в котором одновременно происходят различные поверхностные колебания формы, можно записать в виде

$$E = \sum_{J \geq 2} n_J \hbar \omega_J, \quad (1.9.5)$$

где n_J — число фононов определенного типа, а $\hbar \omega_J$ — энергия фонона.

Формулы (1.9.3) и (1.9.4) лучше всего должны описывать самые низкие колебательные уровни ядер, т. е. уровни, отвечающие $n_{2,3} = 1, 2$. Действительно, при увеличении n_2, n_3 во-первых, нарушается гармоничность колебаний, а во-вторых, становятся энергетически возможными возбуждения других типов, что резко усложняет энергетический спектр ядра.

Посмотрим, насколько согласуются с опытными данными предсказания рассматриваемой модели спектра низколежащих уровней ядер. Если ядро четно-четное, его основное состояние имеет характеристики 0^+ . Поэтому первым возбужденным состоянием 2^+ должен быть уровень, отвечающий одному квадрупольному фонону с энергией $\hbar \omega_2$. Предсказание о том, что первый возбужденный уровень имеет характеристики 2^+ , выполняется почти для всех сферических ядер. Двухфононный уровень должен находиться при энергии $2\hbar \omega_2$. Более высокие квадрупольные возбуждения будут появляться с интервалом $\hbar \omega_2$ в соответствии с увеличением числа квадрупольных фононов: $3\hbar \omega_2, 4\hbar \omega_2$ и так далее. Таким образом, спектр энергий, соответствующий поглощению ядром одного, двух и более фононов, в первом приближении эквидистантный (напомним, что решение задачи о квантовом осцилляторе всегда приводит к эквидистантному спектру энергий).

Последовательное поглощение, например, двух квадрупольных фононов могло бы дать в результате спин возбужденных состояний $\vec{2} + \vec{2} = \vec{0}, \vec{1}, \vec{2}, \vec{3}, \vec{4}$. Однако для двух, трех и более квадрупольных фононов возможны не все состояния, разрешаемые правилами сложения

квантово-механических моментов количества движения. Так для двух квадрупольных фононов возможны лишь состояния с характеристиками 0^+ , 2^+ и 4^+ . Состояния с моментами 1 и 3, как показано в задаче 2.7.34, запрещены в силу ограничений, накладываемых статистикой Бозе–Эйнштейна на волновую функцию двух тождественных фононов (фононы являются бозонами). Поэтому при двух квадрупольных фононах в четно-четном ядре формируются лишь возбуждения с $J^P = 0^+$, 2^+ и 4^+ , в идеальном случае вырожденные по энергии. Аналогично этому отсутствуют состояния трех квадрупольных фононов с моментами 1 и 5.

Возбуждения низких энергий четно-четных сферических ядер, близких к магическим, подтверждают их колебательную природу, причем остаточное взаимодействие между нуклонами снимает вырождение состояний с одинаковым числом фононов, так что эти состояния расщепляются по энергии. Примерами являются спектры низших возбужденных состояний четно-четных ядер ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ и ${}^{106}_{46}\text{Pd}$ (рис. 1.9.3).

Энергия кванта $\hbar\omega$ коллективных гармонических колебаний зависит от характеристик данного ядра. Для ядер с замкнутыми оболочками или подоболочками энергия кванта $\hbar\omega$ выше, чем для ядер с незамкнутыми валентными оболочками. На приведенном выше примере ядро ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ является «магическим» по протонам ($Z = 28$). Валентная нейтронная подоболочка этого ядра также замкнута и соответствует конфигурации $(2p_{3/2})^4$. Поэтому энергии квадрупольных фононных возбуждений в этом ядре примерно вдвое выше, чем в ядре ${}^{106}_{46}\text{Pd}$.

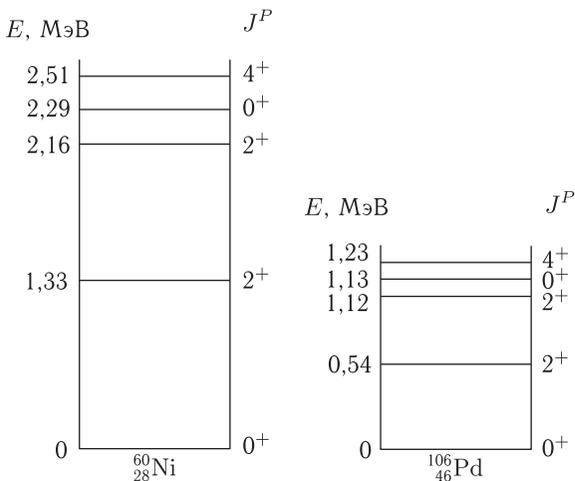


Рис. 1.9.3. Низколежащие уровни ядер ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ и ${}^{106}_{46}\text{Pd}$

Самое нижнее состояние отрицательной четности в спектрах четно-четных ядер — это состояние с $J^P = 3^-$, отвечающее одному октуполь-

ному фону. Энергия такого фона приближенно равна энергии двух квадрупольных фононов (исключение составляют дважды магические ядра, где энергия октупольного фона ниже энергии квадрупольного). Состояния отрицательной четности могут быть получены также комбинацией одного квадрупольного фона и одного октупольного фона. Эти состояния располагаются выше по энергии, чем уровень 3^- . Энергия одного гексадекапольного фона ($J = 4$), имеющего в четно-четном ядре характеристики $J^P = 4^+$, приближенно в три раза превышает энергию одного квадрупольного фона.

В деформированных ядрах наряду с вращательными состояниями возможны также состояния, связанные с колебаниями формы ядра. Так, например, несферическое ядро, испытывая гармонические колебания формы, может при этом вращаться с различными скоростями, что приводит к вращательной полосе, построенной на этом вибрационном состоянии.

Задача 1.9.2. *Нечетное ядро в основном состоянии имеет $J_0^{P_0} = 1/2^-$. Найти спин-четность $J_{Я}^{P_{Я}}$ этого ядра, если в нем возбуждаются однофонные квадрупольные колебания.*

Искомые спин-четность $J_{Я}^{P_{Я}}$ находим, используя правила векторного сложения квантово-механических моментов и закон сохранения четности. Для квадрупольного фона $I^P = 2^+$. Поэтому имеем

$$\begin{aligned} \vec{J}_{Я} &= \vec{J}_0 + \vec{I}, \\ P_{Я} &= P_0 \cdot P. \end{aligned}$$

Отсюда $\vec{J}_{Я} = \frac{1}{2} + 2$ и $P_{Я} = (-1) \cdot (+1)$ и окончательно получаем: $J_{Я}^{P_{Я}} = 3/2^-$ и $5/2^-$.

§1.10. Распады нестабильных ядер

Основные характеристики распадов частиц и ядер обсуждались в §1.2. Была выведена формула связи периода полураспада $t_{1/2}$, вероятности распада λ в единицу времени и среднего времени жизни τ для частицы или ядра, испытывающих спонтанный распад:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \cdot \ln 2. \quad (1.10.1)$$

Там же было показано, что распады на два продукта и на три или более характеризуются разными энергетическими спектрами продуктов распада. В случае распада на две частицы спектры продуктов распада — дискретные. Примером таких распадов являются все α -распады ядер. Напомним, что законы сохранения энергии и импульса для распадов следует записывать в системе координат, связанной с распадающейся частицей или ядром.

Если продукты распада $X \rightarrow A + B$ нерелятивистские, кинетические энергии продуктов распада связаны очень простым образом с разностью $\Delta M = M_X - M_A - M_B$ масс покоя исходного объекта X и продуктов распада A и B (формула (1.2.11)):

$$T_A = \frac{\Delta M c^2 \cdot M_B}{M_A + M_B}; \quad T_B = \frac{\Delta M c^2 \cdot M_A}{M_A + M_B}. \quad (1.10.2)$$

Величина $\Delta M c^2$ называется *энергией распада* и обозначается Q ($Q \equiv \Delta M c^2$).

1.10.1. α -распад ядер. Используем формулы (1.10.2) для получения энергетических характеристик α -распада. α -распад это самопроизвольное испускание ядрами α -частиц (ядер ${}^4_2\text{He}$). α -распаду подвержены тяжелые ядра с $Z > 60$ и $A > 140$. В п. 1.2.2 с помощью формул (1.10.2) были получены кинетические энергии ядер радона и гелия, возникающих в результате α -распада ядра радия (${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$):

$$T(\text{Rn}) \approx 0,09 \text{ МэВ};$$

$$T({}^4\text{He}) \approx 4,78 \text{ МэВ}.$$

Полученные значения кинетических энергий ядер радона и гелия оправдывают применение нерелятивистского приближения. Для оценки справедливости этого приближения нет необходимости рассчитывать скорости продуктов и сравнивать их со скоростью света, достаточно сравнить кинетическую энергию частицы с ее энергией покоя. В распаде радия-226 максимальную кинетическую энергию уносит ядро гелия (т. е. α -частица), причем эта энергия составляет меньше 0,5% энергии покоя нуклона (≈ 940 МэВ) и, соответственно, меньше, чем 0,15% энергии покоя ядра гелия.

Если пренебречь при определении масс ядер их энергией связи и разностью масс протона и нейтрона ($\approx 0,1\%$) и использовать в (1.10.2) вместо масс участвующих в распаде ядер их массовые числа A , $A - 4$ и 4, то получим простые выражения для кинетических энергий α -частицы T_α и конечного ядра T_{A-4} , справедливые с точностью не хуже 1%:

$$\begin{aligned} T_\alpha &\approx Q_\alpha \frac{A-4}{A}, \\ T_{A-4} &\approx Q_\alpha \frac{4}{A}. \end{aligned} \quad (1.10.3)$$

В качестве обоснования использования формул (1.10.3) приведем следующие цифры. Сумма энергий покоя входящих в состав ядра радия ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ свободных нуклонов составляет ≈ 212 ГэВ, а энергия связи этого ядра всего 1,73 ГэВ.

Образующееся в результате α -распада ядро ($A - 4$) также может быть α -радиоактивным. Так, образующееся в результате α -распада ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ ($t_{1/2} = 1600$ лет) ядро радона ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ также испытывает α -распад с периодом полураспада $t_{1/2} = 3,82$ дня.

Задача 1.10.1. Рассчитать кинетическую энергию α -частицы и конечного ядра в распаде ${}^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^4_2\text{He}$.

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \Delta M c^2 = \Delta({}^{222}\text{Rn}) - \Delta({}^{218}\text{Po}) - \Delta({}^4\text{He}) = \\ &= (16,374 - 8,358 - 2,425) \text{ МэВ} = 5,591 \text{ МэВ}, \\ T_\alpha &\approx Q_\alpha \frac{A-4}{A} = 5,59 \frac{222-4}{222} \text{ МэВ} = 5,49 \text{ МэВ}, \\ T_{\text{Po}} &\approx Q_\alpha \frac{4}{A} = 5,59 \frac{4}{222} = 0,10 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Возникающий в этом распаде полоний-218 также распадается с излучением α -частиц (период его полураспада $t_{1/2} = 3,1$ мин): ${}^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{214}_{82}\text{Pb} + {}^4_2\text{He}$. Продукт этого распада ${}^{214}_{82}\text{Pb}$ «перегружен» нейтронами (стабильными являются изотопы свинца ${}^{206}_{82}\text{Pb}$, ${}^{207}_{82}\text{Pb}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$). Поэтому ${}^{214}_{82}\text{Pb}$ испытывает β^- -распад ($t_{1/2} = 26,8$ мин).

Рассмотренная нами «цепочка» распадов является характерной особенностью распадов тяжелых ядер. Образовавшиеся при синтезе элементов более 10 миллиардов лет тому назад тяжелые ядра распадаются, образуя новые радиоактивные ядра. Распады продолжаются вплоть до образования стабильных элементов. В распадах происходит излучение α -частиц и пар лептонов (β -распады). В α -распадах число нуклонов A в ядрах изменяется на 4, β -распады происходят без изменения A . Поэтому существует всего 4 ряда (семейства) радиоактивных распадов тяжелых ядер с массовыми числами $A = 4n$, $4n + 1$, $4n + 2$ и $4n + 3$ (табл. 1.9).

Таблица 1.9

Радиоактивные ряды (семейства)

| A | Исходное ядро | $t_{1/2}$, лет | Конечное ядро |
|----------|-----------------|--------------------------------------|---------------|
| $4n$ | Th-232 | $1,4 \cdot 10^{10}$ | Pb-208 |
| $4n + 1$ | Np-237 U-233 | $2,1 \cdot 10^6$ $1,6 \cdot 10^5$ | Bi-209 |
| $4n + 2$ | U-238 | $4,5 \cdot 10^9$ | Pb-206 |
| $4n + 3$ | U-235 | $7,0 \cdot 10^8$ | Pb-207 |

Первичные ядра второго из семейств с $A = 4n + 1$ практически распались за время, прошедшее после их образования. Распады остальных трех рядов являются источником радиоактивности вещества Земли. Рассмотренные выше распады ${}^{226}_{88}\text{Ra}$, ${}^{222}_{86}\text{Rn}$, ${}^{218}_{84}\text{Po}$ относятся к семейству $4n + 2$.

Задача 1.10.2. Оценить отношение активностей отдельных членов радиоактивного семейства $4n + 2$.

Период полураспада ${}^{238}\text{U}$ на несколько порядков величины больше, чем периоды полураспадов всех остальных членов радиоактивного

семейства. Для всех членов семейства, например i -го, (за исключением первого — ^{238}U и последнего — стабильного изотопа ^{206}Pb), изменение числа ядер связано с ростом их числа за счет распада предыдущего ($i - 1$) члена радиоактивного семейства и распадом ядер данного (i -го) члена:

$$\frac{dN_i}{dt} = \lambda_{i-1}N_{i-1} - \lambda_i N_i. \quad (1.10.4)$$

За время, прошедшее после образования элементов, установилось так называемое «вековое» равновесие, когда образование и распад ядер каждого радиоактивного изотопа в цепи распадов компенсируют друг друга. При этом активности (т.е. числа распадов в 1 секунду) всех членов радиоактивного семейства выравниваются:

$$\lambda_{i-1}N_{i-1} = \lambda_i N_i = \lambda_{i+1}N_{i+1} = \dots \quad (1.10.5)$$

Активность радиоактивного препарата, т.е. число распадов в секунду, которое в нем происходит, определяется не только числом распадов в единицу времени первичного ядра, но и активностями всех получаемых в результате распадов продуктов. Часто эти продукты распадов вносят в суммарную активность значительно больший вклад, чем первичный распад.

Распад с излучением ядер гелия — α -распад — возможен потому, что внутри ядер могут образовываться *кластеры* — системы из нескольких нуклонов с повышенной энергией связи. Наибольшей вероятностью обладает как раз образование α -кластеров, или ядер гелия, поскольку ядра гелия являются самыми легкими дважды магическими ядрами с большой удельной энергией связи. Туннельный эффект (прохождение α -частиц под кулоновским барьером) делает возможным испускание таких α -кластеров, если сумма масс продуктов реакции меньше массы исходного ядра, т.е. если $Q_\alpha > 0$.

1.10.2. β -распад. Явление β -распада состоит в том, что ядро (A, Z) самопроизвольно испускает лептоны 1-го поколения — электрон (или позитрон), электронное нейтрино (или антинейтрино), переходя при этом в ядро с тем же массовым числом A , но с атомным номером Z , на единицу большим или меньшим. Существует три типа β -распада — β^- -распад, β^+ -распад и e -захват. Их схемы выглядят так:

$$\begin{aligned} \beta^- &: (A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e, \\ \beta^+ &: (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e, \\ e &: (A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_e. \end{aligned} \quad (1.10.6)$$

Главной особенностью β -распада является то, что он обусловлен слабым взаимодействием. Бета-распад в основе своей процесс не внутриядерный, а *внутринуклонный*. В ядре распадается одиночный нуклон. Происходящие при этом внутри ядра превращения нуклонов

и энергетические условия соответствующего вида β -распада выглядят так (массу нейтрино полагаем нулевой):

$$\begin{aligned}\beta^- &: (n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e), \quad M(A, Z) > M(A, Z + 1) + m_e, \\ \beta^+ &: (p \rightarrow n + e^+ + \nu_e), \quad M(A, Z) > M(A, Z - 1) + m_e, \quad (1.10.7) \\ e &: (p + e^- \rightarrow n + \nu_e), \quad M(A, Z) + m_e > M(A, Z - 1).\end{aligned}$$

При e -захвате ядро поглощает один из электронов атомной оболочки (обычно ближайшей к нему K -оболочки), испуская нейтрино.

Распад свободного нейтрона ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) это β^- -распад. Среднее время жизни нейтрона $\tau = 880,1 \pm 1,1$ с. Масса нейтрона больше суммы масс протона и электрона, что и определяет возможность его спонтанного распада. Свободный протон не может испытывать β^+ -распада $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$, так как протон легче нейтрона. Однако внутри β^+ -активного ядра такой процесс возможен в результате взаимодействия между нуклонами.

Массы электронного нейтрино ν_e и антинейтрино $\bar{\nu}_e$ меньше 2 эВ, и в дальнейших расчетах β -распадов их можно считать безмассовыми. Следует отметить, что проблема строгого равенства (или неравенства) нулю нейтринных масс представляет собой важнейшую задачу современной физики. Данные последних экспериментов по наблюдению осцилляций нейтрино свидетельствуют в пользу *незначительного отличия от нуля масс некоторых типов нейтрино*.

Родственными β -распаду являются процессы взаимодействия нейтрино и антинейтрино с ядрами:

$$\nu_e + (A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^-, \quad \bar{\nu}_e + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+. \quad (1.10.8)$$

Если α -распад наблюдается только в случае тяжелых ядер, то β -радиоактивные ядра гораздо более многочисленны и располагаются во всей области значений массового числа A , начиная от единицы (свободный нейтрон) и кончая массовыми числами самых тяжелых ядер.

Рассмотрим баланс энергии при β -распаде. Поскольку масса нейтрино и антинейтрино либо нулевая, либо близка к нулевой, то практически β -распад разрешен при выполнении соотношений (1.10.7). В этих соотношениях фигурируют массы исходного и конечного ядер, лишенных электронных оболочек. В масс-спектроскопических измерениях, однако, определяются не массы ядер, а массы атомов ${}^{\text{ат}}M$. Именно массы атомов или избытки масс приводятся в справочных таблицах. Массы исходного и конечного атомов связаны с массами их ядер соотношениями

$${}^{\text{ат}}M(A, Z) = M(A, Z) + Zm_e - E_e(A, Z)/c^2, \quad (1.10.9a)$$

$${}^{\text{ат}}M(A, Z \pm 1) = M(A, Z \pm 1) + (Z \pm 1)m_e - E_e(A, Z \pm 1)/c^2, \quad (1.10.9б)$$

где $E_e(A, Z)$ и $E_e(A, Z \pm 1)$ — суммарные энергии связи электронов в атомах (A, Z) и $(A, Z \pm 1)$. Подставив (1.10.9) в (1.10.7), получим, что условие нестабильности ядра по отношению к β -распаду имеет вид

$$\begin{aligned} \beta^- : \quad & {}^{\text{ат}}M(A, Z) > {}^{\text{ат}}M(A, Z + 1), \\ \beta^+ : \quad & {}^{\text{ат}}M(A, Z) > {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1) + 2m_e, \\ e : \quad & {}^{\text{ат}}M(A, Z) > {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1). \end{aligned} \quad (1.10.10)$$

Заметим, что в (1.10.10) мы пренебрегли разностью энергий связи электронов в соседних атомах. Эти разности находятся на границе точности самых прецизионных измерений.

При β^+ -распаде и электронном захвате в ядре происходит один и тот же процесс превращения протона в нейтрон. Поэтому оба эти процесса могут идти для одного и того же ядра и часто конкурируют друг с другом. Из сравнения условий для этих двух видов распада видно, что с энергетической точки зрения электронный захват более выгоден. В частности, если начальный и конечный атом удовлетворяют неравенствам

$${}^{\text{ат}}M(A, Z - 1) + 2m_e > {}^{\text{ат}}M(A, Z) > {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1), \quad (1.10.11)$$

то электронный захват разрешен, а β^+ -распад невозможен. Такая ситуация имеет место при превращении изотопа бериллия ${}^7_4\text{Be}$ в изотоп лития ${}^7_3\text{Li}$. В ядре ${}^7_4\text{Be}$ происходит электронный захват



и невозможен позитронный распад, так как различие масс атомов в энергетической шкале составляет 0,862 МэВ, т.е. меньше, чем $2m_e c^2 = 1,02$ МэВ.

Энергии β -распада, выраженные через массы атомов, и избытки (дефекты) масс ядер, имеют вид

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [{}^{\text{ат}}M(A, Z) - {}^{\text{ат}}M(A, Z + 1)]c^2 = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z + 1), \\ Q_{\beta^+} &= [{}^{\text{ат}}M(A, Z) - {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1) - 2m_e]c^2 = \\ &= \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z - 1) - 2m_e c^2, \\ Q_e &= [{}^{\text{ат}}M(A, Z) - {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1)]c^2 = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z - 1). \end{aligned} \quad (1.10.13)$$

Они заключены в интервале от 18,61 кэВ для распада трития (${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$) до 13,37 МэВ для распада тяжелого изотопа бора (${}^{12}_5\text{B} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + e^- + \bar{\nu}_e$).

Кулоновский барьер при β -распаде несуществен. Это связано с тем, что у позитрона и у электрона массы, а следовательно, и импульсы малы. Поэтому они не могут находиться в ядре без нарушения соотношения неопределенностей.

Задача 1.10.3. Показать, что соотношение неопределенностей запрещает электрону (позитрону) при β -распаде оставаться внутри ядра.

Характерные импульсы лептонов при β -распаде таковы, что $pR/\hbar \ll \ll 1$, где p — импульс образующейся лептонной пары, а R — радиус ядра. Таким образом, имеем неравенство $p \cdot R \ll \hbar$. В то же время, поскольку неопределенность в импульсе электрона (позитрона) $\Delta p_e \leq p$, а неопределенность в его координате $\Delta x_e \approx R$, из этого неравенства следует $\Delta p_e \cdot \Delta x_e \ll \hbar$, что противоречит соотношению неопределенностей $\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar$. Таким образом, образовавшийся при β -распаде электрон (позитрон) не может оставаться в ядре, не нарушая соотношение неопределенностей.

Законы сохранения энергии для β^- и β^+ -распадов имеют важную общую особенность. В обоих случаях число уравнений (закон сохранения энергии + закон сохранения импульса) на единицу меньше числа неизвестных — кинетических энергий продуктов реакций (два лептона и конечное ядро). Следствием этого является *непрерывный спектр* продуктов этих распадов. Именно непрерывный характер спектра электронов β^- -распада послужил первым указанием на существование нейтрино задолго до его непосредственного экспериментального обнаружения.

Спектр каждого продукта трехчастичного распада имеет так называемую «верхнюю границу» — максимальное значение кинетической энергии. Оно соответствует той кинематической ситуации, когда данная частица имеет направление импульса, *противоположное одинаково направленным импульсам двух других частиц*.

Суммарный спин, уносимый лептонами при β -распаде, может быть либо 0, либо 1. Переходы первого типа ($\vec{S} = \vec{s}_e + \vec{s}_\nu = \vec{0}$) называются *фермиевскими (F)*, второго типа ($S = 1$) — *гамов-теллеровскими (G-T)*. Многие β -распады (например, распад нейтрона) являются смесью переходов первого и второго типов.

Задача 1.10.4. Рассчитать верхнюю границу спектра электронов β^- -распада ядра трития: ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$.

Энергия β^- -распада ядра трития (см. соотношения (1.10.13)):

$$Q_{\beta^-}({}^3_1\text{H}) = \Delta({}^3_1\text{H}) - \Delta({}^3_2\text{He}) = 14,950 \text{ МэВ} - 14,931 \text{ МэВ} = 0,019 \text{ МэВ}.$$

Эта энергия равна сумме кинетических энергий электрона T_e , конечного ядра T_α и энергии антинейтрино $E_{\bar{\nu}}$:

$$Q_{\beta^-} = T_e + T_\alpha + E_{\bar{\nu}}. \quad (1.10.14)$$

Закон сохранения импульса для этого процесса имеет вид: $\vec{0} = \vec{p}_e + \vec{p}_\alpha + \vec{p}_{\bar{\nu}}$. Электрон имеет максимальный импульс и максимальную энергию, если

$$p_e = p_\alpha + p_{\bar{\nu}} = (2M_\alpha \cdot T_\alpha)^{1/2} + \frac{E_{\bar{\nu}}}{c}. \quad (1.10.15)$$

Здесь использован тот факт, что для кинетической энергии ядра применимо нерелятивистское приближение, а антинейтрино — ультрарелятивистская частица.

Импульс конечного ядра не превышает суммы модулей импульсов лептонов (электрона и антинейтрино). Поскольку масса ядра более чем на три порядка величины превышает массу электрона, кинетическая энергия ядра примерно на три порядка меньше суммы кинетических энергий лептонов. Сумма кинетической энергии электрона и энергии антинейтрино, поэтому приближенно равна энергии распада Q_{β^-} , т. е. разности масс начального и конечного атомов в энергетических единицах:

$$T_e + E_{\bar{\nu}} \approx Q_{\beta^-} = 0,019 \text{ МэВ} = 19 \text{ кэВ}.$$

Электрон уносит максимальную кинетическую энергию, если энергия антинейтрино близка к нулю. В свою очередь, антинейтрино уносит максимальную энергию в случае, когда кинетическая энергия электрона близка к нулю. Итак, в результате β^- -распада ядра трития имеем

$$(T_e)_{\max} = (E_{\bar{\nu}})_{\max} \approx 19 \text{ кэВ}.$$

Задача 1.10.5. *Оценить кинетическую энергию протона при β^- -распаде нейтрона.*

Разность масс покоя начального и конечного состояний в распаде $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ равна $(m_n - m_p - m_e)c^2 = 0,782 \text{ МэВ}$. В случае, когда электрон уносит максимальную энергию, $(T_e)_{\max} \approx 0,782 \text{ МэВ}$ и $E_{\bar{\nu}} = 0$. Импульс электрона в этом случае равен и противоположен по направлению импульсу протона. При этом кинетическая энергия нерелятивистского протона

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{p_e^2}{2m_p} = \frac{(p_e c)^2}{2m_p c^2} = \frac{T_e^2 + 2T_e m_e c^2}{2m_p c^2} = \\ &= \frac{(0,782)^2 + 2 \cdot 0,782 \cdot 0,511}{2 \cdot 938,3} \text{ МэВ} \approx 0,75 \text{ кэВ}. \end{aligned}$$

В случае, когда максимальную энергию уносит антинейтрино, $(E_{\bar{\nu}})_{\max} \approx 0,782 \text{ МэВ}$ и $T_e = 0$. При этом кинетическая энергия протона

$$T_p = \frac{p_{\bar{\nu}}^2}{2m_p} = \frac{(p_{\bar{\nu}} c)^2}{2m_p c^2} = \frac{(0,782)^2}{2 \cdot 938,3} \text{ МэВ} \approx 0,33 \text{ кэВ}.$$

В рассмотренных примерах β -распадов разность масс покоя начального и конечного состояний практически полностью уносилась двумя лептонами. Это является следствием большой, сравнительно с лептонами, массы конечного ядра.

Явление e -захвата по своей кинематике сильно отличается от электронного и позитронного распадов. При e -захвате из ядра вылетает только одна частица — нейтрино. Распад двухчастичный, поэтому рас-

пределение энергии распада между конечным ядром и нейтрино строго определенное, и энергетический спектр продуктов распада дискретен.

Если, измеряя β -спектр, можно измерить уносимую нейтрино энергию, то при e -захвате можно определить импульс \vec{p}_ν нейтрино. Согласно закону сохранения импульса, он по абсолютной величине равен импульсу $\vec{p}_я$ отдачи ядра:

$$\vec{p}_\nu + \vec{p}_я = 0 \text{ или } p_\nu = p_я. \quad (1.10.16)$$

Комбинируя (1.10.16) с законом сохранения энергии, получаем (энергией связи электрона на атомной орбите можно пренебречь)

$$Q_e = E_\nu + T_я = p_\nu c + \frac{p_я^2}{2M_я} = p_я c \left(1 + \frac{p_я c}{2M_я c^2} \right) \approx p_я c, \quad (1.10.17)$$

где Q_e — энергия, выделяющаяся при e -захвате, $M_я$ — масса ядра, а

$$T_я = \frac{p_я^2}{2M_я} \quad (1.10.18)$$

— его энергия отдачи.

В 1.10.17 использовано то, что $p_я c = p_\nu c = E_\nu \ll 2M_я c^2$, и поэтому можем записать $p_я c \approx Q_e$. С учетом этого имеем

$$T_я = \frac{p_я^2}{2M_я} = \frac{(p_я c)^2}{2M_я c^2} \approx \frac{Q_e^2}{2M_я c^2}. \quad (1.10.19)$$

Энергия ядра отдачи при e -захвате мала ($T_я \ll E_\nu$), но ее можно измерить для очень легких ядер. На этом были основаны первые эксперименты, подтверждающие образование нейтрино при β -распаде.

Задача 1.10.6. *Определить энергию нейтрино, излучаемого при e -захвате K -электрона ядром ${}^7_4\text{Be}$, и энергию отдачи конечного ядра.*

Рассматривается процесс ${}^7_4\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e$. Начнем с определения энергии e -захвата:

$$Q_e({}^7_4\text{Be}) = \Delta({}^7_4\text{Be}) - \Delta({}^7_3\text{Li}) = 15,770 \text{ МэВ} - 14,908 \text{ МэВ} = 0,862 \text{ МэВ}.$$

Эта энергия равна сумме энергий нейтрино E_ν и кинетической энергии конечного ядра $T({}^7_3\text{Li})$. Поскольку $T({}^7_3\text{Li}) \ll E_\nu$, то $E_\nu \approx Q_e({}^7_4\text{Be}) = 0,862 \text{ МэВ}$.

Чтобы рассчитать энергию отдачи ядра ${}^7_3\text{Li}$, надо воспользоваться соотношением (1.10.19). Для этого необходимо найти массу ядра ${}^7_3\text{Li}$ в энергетических единицах. Приближенное и довольно точное ее значение дает просто сумма энергий покоя составляющих ядро ${}^7_3\text{Li}$ свободных нуклонов:

$$M_{\text{Li}} c^2 \approx 3m_p c^2 + 4m_n c^2 \approx (3 \cdot 938,3 + 4 \cdot 939,6) \text{ МэВ} \approx 6,57 \text{ ГэВ}.$$

Чтобы получить точное значение энергии покоя ядра ${}^7_3\text{Li}$, нужно вычесть из вышеприведенной величины энергию связи ядра. Ее можно

получить из избытка массы ядра ${}^7_3\text{Li}$, равного 14,908 МэВ. Рецепт вычисления энергии связи ядра можно найти в п. 1.7.3. Опуская детали, приведем значение энергии связи ядра ${}^7_3\text{Li}$. Она равна 39,2 МэВ, т. е. составляет всего лишь 0,6 % суммы энергий покоя свободных нуклонов, образующих ядро ${}^7_3\text{Li}$. Итак, окончательно имеем:

$$T({}^7_3\text{Li}) \approx \frac{(0,862 \text{ МэВ})^2}{2[3 \cdot 938,3 + 4 \cdot 939,6 - 39,2] \text{ МэВ}} \approx 57 \text{ эВ}.$$

Формула (1.10.19) для вычисления энергии отдачи ядра при e -захвате может быть легко модифицирована для другого типа ядерного распада — γ -распада, т. е. самопроизвольного испускания возбужденными ядрами фотонов (об этом процессе более подробно сказано ниже в п. 1.10.4). Пусть покоящееся ядро имеет энергию возбуждения E и, испуская фотон, переходит в основное состояние. Энергия E при этом делится между энергией фотона E_γ и энергией отдачи ядра T_γ :

$$E = E_\gamma + T_\gamma. \quad (1.10.20)$$

Далее можно целиком использовать соотношения (1.10.16) и (1.10.17), меняя нейтрино на гамма-квант ($\nu \rightarrow \gamma$) и вместо Q_e использовать E . В итоге получаем для энергии отдачи ядра при γ -распаде следующий аналог выражения (1.10.19):

$$T_\gamma \approx \frac{E^2}{2M_\gamma c^2}. \quad (1.10.21)$$

Задача 1.10.7. *Определить энергию γ -кванта и кинетическую энергию отдачи ядра при излучении γ -кванта ядром ${}^{12}\text{C}$, находящимся в первом возбужденном состоянии 2^+ с энергией $E = 4,43 \text{ МэВ}$.*

Речь идет о распаде ${}^{12}\text{C}^* \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$, где верхний индекс * отмечает возбужденное ядро. Далее, используя (1.10.20) и (1.10.21) и пренебрегая энергией связи ядра ${}^{12}\text{C}$, получаем

$$\begin{aligned} T({}^{12}\text{C}) &\approx \frac{E^2}{2M({}^{12}\text{C})c^2} \approx \frac{(4,43 \text{ МэВ})^2}{2(6 \cdot 938,3 + 6 \cdot 939,6) \text{ МэВ}} = \\ &= 0,87 \cdot 10^{-3} \text{ МэВ} = 0,87 \text{ кэВ}. \\ E_\gamma = E - T({}^{12}\text{C}) &\approx 4,43 \text{ МэВ} - 0,00087 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Энергия γ -кванта меньше энергии возбуждения ядра на величину, которая меньше последней значащей цифры в энергии возбуждения. Однако именно этот незначительный сдвиг в энергии вылетевшего γ -кванта относительно энергии уровня ядра оказывается препятствием в поглощении испущенных γ -квантов невозбужденными ядрами с теми же (A, Z) , т. е. в резонансном поглощении ядерных γ -квантов.

Во всех двухчастичных ядерных распадах, рассмотренных выше (α -распад, e -захват, γ -распад), а также двухчастичных распадах эле-

ментарных частиц (§ 1.2) мы получили строго определенное («точное») значение энергий продуктов распада, т.е. дискретность их спектра. В то же время квантовая природа рассматриваемых объектов приводит к тому, что *спектр даже продуктов двухчастичных распадов не является δ -функцией энергии*. Спектр продуктов двухчастичного распада имеет конечную ширину Γ , которая тем больше, чем больше вероятность распада в единицу времени λ (меньше среднее время жизни $\tau = \frac{1}{\lambda}$) распадающегося ядра или частицы, причем (см. соотношение (1.2.12))

$$\Gamma \cdot \tau = \hbar. \quad (1.10.22)$$

Оценим ширину первого возбужденного уровня 2^+ , $E = 4,43$ МэВ в спектре ядра ^{12}C , если время жизни этого уровня составляет около 10^{-13} с. Из (1.10.22) имеем

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{6,58 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{10^{-13} \text{ с}} = 6,58 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}.$$

Ширина возбужденного уровня ядра на несколько порядков меньше энергетического сдвига $0,87$ кэВ, рассчитанного в задаче 1.10.7. Таким образом, на этом ядре *резонансного поглощения происходит не может!*

В атомных и молекулярных переходах энергии излучаемых квантов на несколько порядков ниже, чем в ядерных переходах. Поэтому для этих переходов резонансное поглощение атомом (или молекулой) фотона собственного излучения возможно. Ядерное резонансное поглощение γ -излучения возможно лишь при использовании специальных методов компенсации отдачи ядер, использующих эффекты Доплера или Мессбауэра.

1.10.3. Вероятности распадов. Рассмотренные в предыдущих разделах распады частиц и ядер характеризовались, помимо энергий продуктов распада, также и вероятностями распада (или обратными им средними временами жизни первичной частицы или ядра). Средние времена жизни имеют огромный диапазон значений: например, среднее время жизни нестабильного бариона, называемого Δ -изобарой, $\approx 10^{-23}$ с. Время жизни возбужденного ядра ^{12}C — порядка 10^{-13} с. Среднее время жизни мюона — около $2 \cdot 10^{-6}$ с, а среднее время жизни нейтрона около 15 минут.

В § 1.2 уже обсуждался вопрос о факторах, определяющих вероятность распада нестабильной частицы или ядра. Напомним, что *вероятность распада частицы или ядра является функцией нескольких определяющих факторов*. Важнейшим из них является *тип фундаментального взаимодействия*, которое ответственно за происходящий распад. Вероятности процессов, происходящих по тому или иному типу взаимодействия, зависят (как правило) от квадрата константы взаимодействия (см. пп. 1.2.4 и 1.2.5). Например, поскольку распад

Δ -изобары происходит по *сильному* взаимодействию, ему отвечает высокая вероятность распада и соответственно малое время жизни, около 10^{-23} с. Процессы *электромагнитного* взаимодействия имеют константу примерно на два порядка меньше сильных, соответствующие им средние времена жизни больше, чем $\approx 10^{-19}$ с. *Слабые* взаимодействия (примером которых являются рассмотренные выше β -распады ядер и частиц) имеют константу, примерно на 6 порядков меньшую, чем сильные взаимодействия. Поэтому характерные для них средние времена жизни больше, чем $\approx 10^{-12}$ с. Связь констант взаимодействия и вероятностей распадов определяет наиболее вероятный канал распада нестабильного ядра или частицы в случаях, когда возможны несколько таких путей, так называемых *каналов распада*.

Задача 1.10.8. *Определить наиболее вероятные каналы распада ядра $^{12}_6\text{C}$, находящегося в возбужденном состоянии с энергией возбуждения 22 МэВ.*

Поскольку энергия возбуждения ядра выше энергий отделения протона (15,96 МэВ) и нейтрона (18,72 МэВ) от этого ядра, оно будет распадаться по каналу сильного взаимодействия с вылетом нуклонов:



Помимо типа взаимодействий, вероятность распада определяется также

- 1) кинетической энергией образующихся при распаде частиц и
- 2) моментом количества движения, уносимым частицами.

Вероятность распада тем выше, чем больше энергия перехода. Влияние этого фактора на вероятность распада часто замаскировано влиянием второго фактора, т. е. *уносимого частицами момента количества движения.* Рассмотрим влияние этих факторов на примере β -распада ядра $^{60}_{27}\text{Co}$ (рис. 1.10.1).

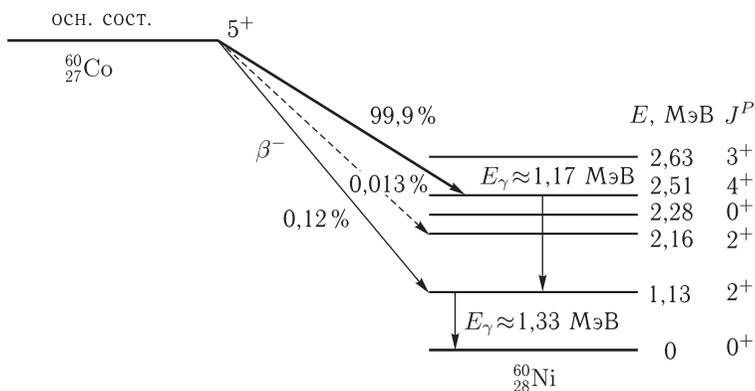


Рис. 1.10.1. β -распад ядра $^{60}_{27}\text{Co}$

Возбужденные состояния ядра ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ представляют собой типичный спектр коллективных колебаний. Энергетический интервал между первым и основным состояниями близок к интервалу между первым и тремя следующими состояниями (2,16; 2,28 и 2,51 МэВ). Ядро ${}^{60}_{27}\text{Co}$ может превращаться в ядро-изобар ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ путем β^- -распада по нескольким энергетически возможным каналам:

- 1) в основное состояние конечного ядра,
- 2) в первое возбужденное состояние со спином-четностью 2^+ ,
- 3) в три следующих состояния (2,16; 2,28; и 2,51 МэВ) со спином-четностью соответственно 2^+ , 0^+ и 4^+ .

Энергетически наиболее выгоден первый канал, для которого сумма кинетических энергий, выделяющихся в β -распаде, максимальна. Однако в действительности практически 100% β -переходов происходит по наименее энергетически выгодному пути из вышеречисленных, т. е. на четвертый возбужденный уровень ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ со спин-четностью 4^+ . Для понимания причины того, почему именно этот канал распада оказывается наиболее вероятным, рассмотрим закон сохранения момента количества движения применительно к β -распаду ядра ${}^{60}\text{Co}$:

$$\begin{aligned} {}^{60}_{27}\text{Co} &\rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e, \\ \vec{J}_{\text{Co}} &= \vec{J}_{\text{Ni}} + \vec{s}_e + \vec{s}_\nu + \vec{l}_{e+\nu}. \end{aligned} \quad (1.10.23)$$

Здесь $l_{e+\nu}$ сумма орбитальных моментов, уносимых лептонами β -распада.

Распишем закон сохранения момента (1.10.23) для вышперечисленных каналов β -распада ${}^{60}_{27}\text{Co}$ и найдем возможные значения $l_{e+\nu}$ для каждого канала:

- 1) $\vec{5} = \vec{0} + \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_{e+\nu} \Rightarrow l_{e+\nu} = 4, 5, 6.$
- 2) $\vec{5} = \vec{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_{e+\nu} \Rightarrow l_{e+\nu} = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.$
- 3) $\vec{5} = \vec{4} + \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_{e+\nu} \Rightarrow l_{e+\nu} = 0, 1, 2, \dots, 9, 10.$

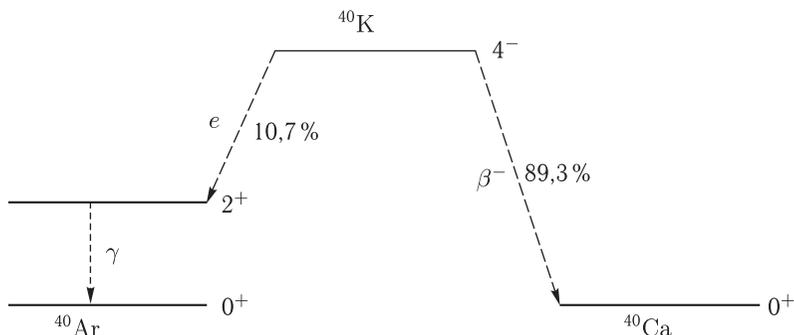
Применение закона сохранения момента количества движения к перечисленным возможным каналам распада ядра ${}^{60}_{27}\text{Co}$ показывает, что только при β -распаде на возбужденный уровень со спином 4 орбитальный момент, уносимый электроном и нейтрино, может быть равен нулю. Это так называемый «разрешенный» переход. Он и осуществляется почти со 100% вероятностью, хотя энергетически из всех перечисленных каналов распада он наименее выгоден. Отметим, что влияние энергии перехода на вероятность β -распада отчетливо проявляется при сравнении скоростей двух одинаковых по спину и четности β -переходов: $5^+ \rightarrow 2^+$ (2,16 МэВ) и $5^+ \rightarrow 2^+$ (1,33 МэВ). Второй из них идет с большим энерговыделением и поэтому происходит с большей (почти на порядок) вероятностью.

Хотя прямое доказательство того факта, что β -распад с нулевым значением орбитального момента лептонов имеет наибольшую вероятность, осуществляется лишь методами квантовой теории, помочь в понимании этого явления может «классическая» оценка максимального значения орбитального момента лептонов распада. Одновременно эта оценка служит иллюстрацией соотношения классической и квантовой теорий. С классической точки зрения, максимальное значение орбитального момента лептонов распада равно $\hbar l_{\max} = Rp_{\max}$, где R — радиус ядра, а p_{\max} — максимальное значение суммарного импульса пары лептонов. В пределе, когда максимальная кинетическая энергия распада T_{\max} уносится антинейтрино, $T_{\max} = p_{\max}c$. Тогда максимальный орбитальный момент (в единицах \hbar) оказывается равным

$$l_{\max} = \frac{Rp_{\max}c}{\hbar c} = \frac{RT_{\max}}{\hbar c} \ll 1. \quad (1.10.24)$$

В рассматриваемом нами случае β -распада ${}^{60}_{27}\text{Co}$ оценка (1.10.24) дает $l_{\max} \leq 6 \cdot 10^{-3}$. Таким образом, в «классическом» пределе вылет лептонов с ненулевым орбитальным моментом вообще невозможен, «запрещен». β -Распад, в котором орбитальный момент, уносимый лептонами, равен нулю, называется «разрешенным». Орбитальному моменту 1 соответствует «запрещенный» переход первого порядка, орбитальному моменту 2 — «запрещенный» переход второго порядка и так далее. Если разрешенные каналы распада энергетически невозможны — «закрыты» — осуществляется «запрещенный» β -распад, но вероятность его будет мала, а среднее время жизни и период полураспада — велики. Примером такого β -перехода является распад ядра ${}^{40}_{19}\text{K}$ (см. рис. 1.10.2). Спин и четность основного состояния этого ядра равны 4^- . Ядро ${}^{40}_{19}\text{K}$ может испытывать e -захват (с вероятностью 10,7%), превращаясь в ${}^{40}_{18}\text{Ar}$, либо β^- -распад в основное состояние ядра ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ (89,3%). Оба канала соответствуют «запрещенным» β -переходам с запретами второго и третьего порядков. В итоге β -распад ${}^{40}_{19}\text{K}$ происходит с периодом полураспада $1,25 \cdot 10^9$ лет. Сравнение количества аргона-40 и калия-40 в минералах является методом определения возраста горных пород.

Задача 1.10.9. *Оценить верхнюю границу возраста Земли T , считая, что весь присутствующий на Земле аргон-40 возник в результате e -захвата из ${}^{40}\text{K}$. В настоящее время на 1 ядро ${}^{40}\text{K}$ приходится примерно 300 ядер аргона-40. Период полураспада $t_{1/2}$ ядра ${}^{40}\text{K}$ равен $1,25 \cdot 10^9$ лет. Ядра ${}^{40}\text{K}$ испытывают e -захват с вероятностью около 10,7% и с вероятностью 89,3% превращаются в ядра ${}^{40}\text{Ca}$ путем β^- -распада (см. рис. 1.10.2).*

Рис. 1.10.2. β -распад ядра ${}^{40}_{19}\text{K}$

Число ядер аргона равно числу распавшихся за время T ядер ${}^{40}\text{K}$, умноженному на вероятность e -захвата:

$$N_{\text{Ar}}(T) = 0,107 [N_{\text{K}}(0) - N_{\text{K}}(T)] = 0,107 \cdot N_{\text{K}}(0) \left[1 - \exp\left(-\frac{T \ln 2}{t_{1/2}(\text{K})}\right) \right];$$

$$N_{\text{K}}(0) = N_{\text{K}}(T) \exp\left(\frac{T \ln 2}{t_{1/2}(\text{K})}\right).$$

Отсюда

$$\frac{N_{\text{Ar}}(T)}{N_{\text{K}}(T)} = 300 = 0,107 \left[\exp\left(\frac{T \ln 2}{t_{1/2}(\text{K})}\right) - 1 \right]$$

и $T \approx 1,5 \cdot 10^{10}$ лет.

Существует полезное правило, связывающее вероятность β -распада с его энергией Q_{β} . Это правило носит название *правила Сарджента* и сводится к утверждению, что при больших энерговыделениях вероятность β -распада зависит от Q_{β} в пятой степени:

$$\lambda_{\beta} = \frac{1}{\tau_{\beta}} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}(\beta)} \sim Q_{\beta}^5. \quad (1.10.25)$$

Здесь λ_{β} — константа распада β -радиоактивного ядра, τ_{β} и $t_{1/2}(\beta)$ — его время жизни и период полураспада.

Правило Сарджента полезно для оценок вероятностей слабых распадов элементарных частиц. Резкий рост вероятности слабого распада с энергией объясняется быстрым увеличением числа доступных конечных состояний с возрастанием этой энергии. Последнее, в свою очередь, обусловлено тем, что в конечном состоянии образуется три частицы с произвольным распределением энергии между ними, что многократно увеличивает кинематические варианты для образующихся частиц, особенно с ростом энергии, или, как говорят, увеличивает доступный фазовый объем. Таким образом, правило Сарджента имеет статистическую природу.

1.10.4. Электромагнитное излучение атомных ядер. Явление γ -излучения ядер состоит в том, что ядро испускает γ -квант без изменения массового числа A и заряда ядра Z . Гамма-излучение возникает при распаде возбужденного состояния ядра. Спектр γ -излучения всегда дискретен из-за дискретности ядерных уровней. С точностью до незначительной энергии отдачи ядра (формула (1.10.21)) энергия γ -перехода равна разности энергий уровней. Изучая γ -спектры, получают информацию о ядерных уровнях (их энергиях, спинах и четностях).

Следует подчеркнуть, что γ -распад ядра и его возбуждение γ -квантом — это, по сути, одни и те же квантово-механические процессы, связанные принципом обратимости времени (рис. 1.10.3). Об этих процессах мы будем говорить как об *электромагнитных переходах в атомных ядрах*, не указывая без особой необходимости, испущен был γ -квант ядром или поглощен.

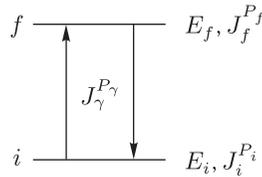


Рис. 1.10.3. Гамма-переходы между двумя уровнями ядра

Гамма-переходы происходят между ядерными состояниями, характеризующимися определенными значениями энергии, спина J и четности P . Поэтому γ -переходы между ними, а следовательно, и испускаемые (поглощаемые) фотоны также имеют определенные значения полного момента J_γ и четности P_γ . Из закона сохранения полного момента количества движения и четности следует

$$\begin{aligned} \vec{J}_f &= \vec{J}_i + \vec{J}_\gamma \text{ или } |J_i + J_f| \leq J_\gamma \leq J_i + J_f, \\ P_f &= P_i \cdot P_\gamma \text{ или } P_\gamma = P_i \cdot P_f. \end{aligned} \quad (1.10.26)$$

Рассмотрим классификацию фотонов по моменту и четности. Спин фотона S_γ равен 1, т. е.

$$S_\gamma = (J_\gamma)_{\min} = 1.$$

Квантовое число полного момента количества движения фотона J_γ принимает целочисленные значения, начиная с единицы: $J_\gamma = 1$ (дипольный), 2 (квадрупольный), 3 (октупольный) и так далее.

Полный момент фотона \vec{J}_γ равен векторной сумме его спина \vec{S}_γ и орбитального момента \vec{L}_γ : $\vec{J}_\gamma = \vec{S}_\gamma + \vec{L}_\gamma$. Далее опускаем индекс γ у полного и орбитального моментов фотона. Для фиксированного J фотона $L = J \pm 1, J$. Внутренняя четность фотона отрицательна (как кванта векторного поля). Поэтому полная четность фотона есть

произведение его внутренней четности (-1) и орбитальной четности $(-1)^L$

$$P_\gamma = \pi_\gamma(-1)^L = (-1)^{L+1}. \quad (1.10.27)$$

Для фотонов с определенным J имеем разные L и, следовательно, разные четности (опускаем индекс γ у четности фотона):

$$\begin{aligned} L = J, \quad P = (-1)^{J+1} & \text{ — магнитные (MJ) фотоны;} \\ L = J \pm 1, P = (-1)^J & \text{ — электрические (EJ) фотоны.} \end{aligned}$$

Названия «магнитный» и «электрический» происходят от типа систем зарядов и токов, излучающих соответствующие фотоны. Колеблющийся электрический диполь (с изменяющимся электрическим дипольным моментом) испускает электромагнитное излучение с квантовой точки зрения состоящее из E1-фотонов. Колеблющийся магнитный диполь испускает M1-фотоны и так далее.

Правила отбора по четности имеют вид:

$$P_i P_f = (-1)^J \quad \text{для EJ-фотонов;} \quad (1.10.28a)$$

$$P_i P_f = (-1)^{J+1} \quad \text{для MJ-фотонов.} \quad (1.10.28б)$$

Так как $J \geq 1$, переходы $0 \rightarrow 0$ с испусканием или поглощением одного фотона запрещены. Примеры простейших γ -переходов даны на рис. 1.10.4.

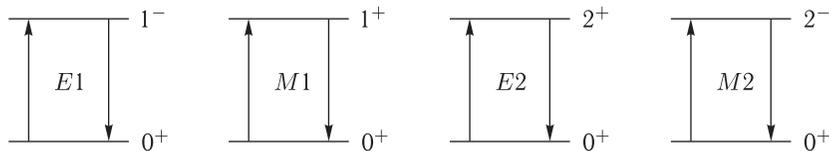


Рис. 1.10.4. Простейшие электромагнитные переходы

В общем случае при переходе между двумя уровнями с $J \neq 0$ возможно поглощение (испускание) фотонов разного типа и мультипольности, и закономерен вопрос о сравнительных вероятностях этих парциальных переходов. Вероятность перехода зависит от типа фотона (электрический или магнитный), его энергии и мультипольности. Точные выражения для вероятностей излучения γ -кванта ядром весьма сложны. В них, помимо энергии (или длины волны) излучаемого (поглощаемого) кванта, его типа и мультипольности, входят также квадраты матричных элементов операторов перехода между начальным и конечным состояниями ядра. Для *приближенных оценок соотношений* вероятностей γ -переходов можно использовать следующие выражения для этих вероятностей, справедливые в тех случаях, когда приведенная длина волны фотона ($\lambda = \frac{\lambda}{2\pi}$) много больше радиуса ядра R , т. е. при

условии $\lambda \gg R$ (так называемое *длинноволновое приближение*):

$$\begin{aligned} w(EJ) &\sim \frac{1}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2J}; \\ w(MJ) &\sim \frac{1}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2J+2}. \end{aligned} \quad (1.10.29)$$

Отношение радиуса ядра и приведенной длины волны излучаемого ядром γ -кванта как правило много меньше единицы. Поэтому из (1.10.29) следует, что *чем ниже мультипольность излучения, тем вероятнее γ -переход*.

Формулы (1.10.29) дают самое общее представление о том, как меняется вероятность электромагнитного перехода в зависимости от типа и мультипольности излучения. Для получения абсолютных значений этих вероятностей нужно в каждом конкретном случае знать волновые функции начальных и конечных состояний атомных ядер. Эти волновые функции могут быть получены в рамках различных модельных представлений о ядре. Одной из таких моделей является одночастичная модель оболочек (п. 1.8.2), в которой предполагают, что поглощение (испускание) ядром фотона происходит при переходе только одного нуклона. В одночастичной модели можно получить волновые функции начального и конечного состояния ядра при таком переходе и тем самым рассчитать скорости самих переходов.

Результаты одного из таких расчетов приведены на рис. 1.10.5. Расчет выполнен для ядра с $A = 100$ в предположении, что в γ -переходе участвует один протон. Результаты расчета хорошо иллюстрируют сделанные выше заключения о доминировании γ -переходов с наименьшей мультипольностью.

Задача 1.10.10. Для γ -переходов ядра ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ с энергиями около 1 МэВ оценить отношение радиуса ядра к приведенной длине волны.

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\hbar c}{E_\gamma} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M}{1 \text{ МэВ}} = 200 \Phi_M, \\ R({}^{60}\text{Ni}) &= (1,0 \div 1,1)A^{1/3} \Phi_M \approx 4 \Phi_M, \\ \frac{R}{\lambda} &\approx 0,02. \end{aligned}$$

Задача 1.10.11. Для ядра ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ в четвертом возбужденном состоянии, возникшем в результате β -распада ${}^{60}_{27}\text{Co}$ (см. рис. 1.10.1), определить наиболее вероятный путь γ -переходов в основное состояние. Указать мультипольность и тип излучаемых γ -квантов.

Рассмотрим законы сохранения момента импульса и четности для двух возможных каналов γ -переходов из четвертого возбужденного состояния ядра ${}^{60}\text{Ni}$ со спином 4^+ :

$$\begin{aligned} 4^+ \rightarrow 2^+ : \quad \vec{4} &= \vec{2} + \vec{J}; \quad J = 2, 3, 4, 5, 6. \\ 4^+ \rightarrow 0^+ : \quad \vec{4} &= \vec{0} + \vec{J}; \quad J = 4. \end{aligned}$$

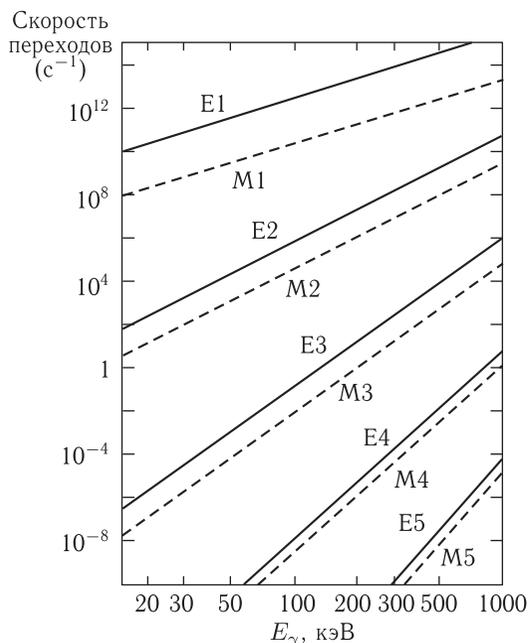


Рис. 1.10.5. Скорости однопротонных γ -переходов (в с^{-1}) в зависимости от энергии γ -квантов различных мультипольностей (S. A. Moszkowski, 1965)

Для первого из переходов возможная мультипольность излучения меньше, чем для второго. Наиболее вероятным будет излучение γ -кванта с мультипольностью 2. Поскольку четности начального и конечного состояний ядра ^{60}Ni одинаковы, четность излучения положительна. Следовательно, из состояния 4^+ в первом переходе будет излучаться главным образом E2-фотон. Ядро ^{60}Ni перейдет в первое возбужденное состояние 2^+ . Последующий переход в основное состояние также будет осуществляться с излучением E2-фотона. Энергии этих двух «каскадных» квантов равны 1,17 и 1,33 МэВ.

Задача 1.10.12. Для γ -переходов из четвертого возбужденного уровня ядра ^{60}Ni в первое возбужденное и основное состояния оценить отношение вероятностей переходов $w(4^+ \rightarrow 2^+)/w(4^+ \rightarrow 0^+)$.

Учитывая, что $\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{E_\gamma}$, имеем $\frac{R}{\lambda} = \frac{r_0 A^{1/3} E_\gamma}{\hbar c}$. Поэтому для отношения вероятностей по формулам (1.10.29) получаем:

$$\frac{w(4^+ \rightarrow 2^+)}{w(4^+ \rightarrow 0^+)} = \frac{E_{4 \rightarrow 2}}{E_{4 \rightarrow 0}} \left(\frac{R}{\lambda_{4 \rightarrow 2}} \right)^4 \left(\frac{R}{\lambda_{4 \rightarrow 0}} \right)^{-8} \approx 1,5 \cdot 10^2.$$

Результат этой задачи объясняет, почему в большинстве случаев высоковозбужденные состояния атомных ядер переходят в основное состояние путем последовательного высвечивания нескольких γ -квантов.

Например, вращательные полосы четно-четных ядер были исследованы путем измерения энергий каскада E2 (электрических квадрупольных) γ -квантов.

Задача 1.10.13. *Определить тип и мультипольность γ -перехода из первого возбужденного состояния ядра $^{137}_{56}\text{Ba}$.*

Радиоактивный изотоп $^{137}_{55}\text{Cs}$ с периодом полураспада 30 лет превращается путем β^- -распада в ядро $^{137}_{56}\text{Ba}$, причем 92% β -переходов происходит на первый возбужденный уровень ядра-продукта со спином и четностью $J^P = (11/2)^-$ (см. рис. 1.10.6):

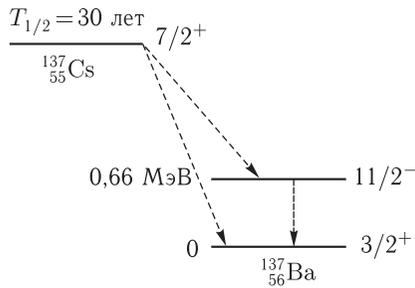
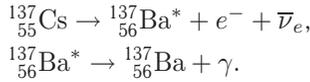


Рис. 1.10.6. Схема распада ядра ^{137}Cs

Спин и четность основного состояния ядра ^{137}Ba равны $3/2^+$. Минимальная мультипольность излучаемого с первого возбужденного уровня γ -кванта равна 4, причем его четность отрицательна:

$$\begin{aligned} \vec{J}_\gamma &= \frac{\vec{11}}{2} + \frac{\vec{3}}{2} \Rightarrow J_\gamma = 4, 5, 6, 7. \\ P_\gamma &= (-1) \cdot (+1) = -1. \end{aligned}$$

Получаем, что с первого возбужденного уровня ^{137}Ba должен излучаться либо γ -квант M4, либо E5. Вероятности излучений этих двух квантов, согласно приближенной формуле (1.10.29), сравнимы. Поскольку мультипольности обоих квантов велики, вероятности их излучения малы по сравнению с вероятностями излучений квантов меньшей мультипольности. Времена жизни ядер в таких возбужденных состояниях относительно велики. Такие состояния называются *метастабильными*, а переходы с этих состояний — *изомерными переходами*.

В рассмотренных выше примерах электромагнитного излучения возбужденных ядер использовался закон сохранения пространственной четности P . Пространственная четность сохраняется также и в сильных взаимодействиях (в слабых взаимодействиях пространственная четность не сохраняется). Таким образом, *совместное применение за-*

конов сохранения момента импульса и пространственной четности является методом анализа возможности распадов и реакций, происходящих по сильному или электромагнитному взаимодействиям.

В сильном взаимодействии, кроме того, сохраняется изоспин и его проекция. Рассмотрим проявление квантового числа изоспина в электромагнитных процессах. Какой изоспин формально может быть приписан фотону? В таблицах частиц фотону приписывается изоспин 0 или 1. Появление в таблицах двух вышеупомянутых значений изоспина фотона $I_\gamma = 0$ или 1 проще всего объяснить, рассматривая процесс рождения фотоном пары кварк-антикварк $\gamma \rightarrow q_i + \bar{q}_i$ (i — аромат кварка). В этом процессе участвуют кварки одинакового аромата. Если фотон рождает пары $s\bar{s}$, $c\bar{c}$, $b\bar{b}$ и $t\bar{t}$, не имеющие изоспина, то рожденная пара также будет иметь нулевой изоспин, и формально выполняется закон сохранения изоспина, если такому фотону приписать нулевой изоспин (аналогичный результат будет, если фотон рождает пару лептон-антилептон). Если же фотон рождает пары $d\bar{d}$ и $u\bar{u}$, состоящие из кварков с изоспином $1/2$, то эти изоспины могут сложиться в суммарный изоспин $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \vec{0}$ или $\vec{1}$. Это показывает, что фотон в этих процессах формально ведет себя как частица с одним из этих двух возможных значений изоспина. Двойственность этого результата и есть отражение несохранения изоспина в электромагнитных взаимодействиях. Третья проекция изоспина I_3 в электромагнитных процессах, очевидно, сохраняется.

Задача 1.10.14. Ядро ${}^{11}_5\text{B}$, находящееся в основном состоянии, переходит в возбужденное состояние, поглотив фотон. Каков может быть изоспин возбужденного состояния?

Изоспин I_0 основного состояния ядра ${}^{11}_5\text{B}$ равен $\left| \frac{Z - N}{2} \right| = \left| \frac{5 - 6}{2} \right| = \frac{1}{2}$. Изоспин возбужденного состояния I^* находим из векторного равенства $\vec{I}^* = \vec{I}_0 + \vec{I}_\gamma$, где $I_\gamma = 0$ или 1, т. е.

$$\vec{I}^* = \frac{1}{2} + \vec{0}, \vec{I}^* = \frac{1}{2} \text{ или } \frac{3}{2}.$$

Проекция изоспина при этом остается прежней, так как она определена числом протонов и нейтронов в ядре.

Пусть возбужденные состояния ядра ${}^{11}_5\text{B}$, полученные при поглощении им фотона, имеют энергии выше энергий отделения нейтрона или протона. Рассмотрим нуклонные распады этих состояний.

Задача 1.10.15. Применяя закон сохранения изоспина к нуклонным каналам распада высоковозбужденных (выше энергий отделения нейтрона либо протона) состояний ядра ${}^{11}_5\text{B}$, доказать невозможность распада состояний с изоспином $3/2$ этого ядра по нейтронному каналу с образованием конечного ядра ${}^{10}_5\text{B}$ в ос-

новном состоянии. Показать, что протонные распады в основное состояние конечного ядра ${}^{10}_4\text{Be}$ не запрещены.

Нуклонные распады происходят по сильным взаимодействиям, в которых должен быть выполнен закон сохранения изоспина и проекции изоспина. При поглощении фотона из основного состояния ядра ${}^{11}_5\text{B}$ это ядро оказывается в состояниях с изоспином $1/2$ или $3/2$.

Закон сохранения изоспина в распадах по *протонному* каналу с образованием конечного ядра в основном состоянии (с изоспином I_0) выполняется для обоих изоспиновых состояний ($1/2$ или $3/2$) исходного ядра ${}^{11}_5\text{B}$, но не выполняется для *нейтронного* распада из состояний с изоспином $3/2$. Действительно, имеем:

$$\begin{aligned} & \text{протонный канал :} \\ & {}^{11}_5\text{B}^* \rightarrow {}^{10}_4\text{Be} + p; \quad I_0({}^{10}_4\text{Be}) = 1; \\ & \quad \vec{1} = \vec{1} + \vec{1}; \quad \vec{3} = \vec{1} + \vec{1}; \\ & \text{нейтронный канал :} \\ & {}^{11}_5\text{B}^* \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + n; \quad I_0({}^{10}_5\text{B}) = 0; \\ & \quad \vec{1} = \vec{0} + \vec{1}, \quad \vec{3} \neq \vec{0} + \vec{1}. \end{aligned}$$

Таким образом, нейтронный распад из возбужденных состояний ядра ${}^{11}_5\text{B}$ с изоспином $3/2$ в состояния с нулевым изоспином конечного ядра (${}^{10}_4\text{Be}$), в том числе и его основное состояние, запрещен.

В заключение данного параграфа рассмотрим вопрос о форме ядерной γ -линии. Эта γ -линия имеет вид резонансной кривой с максимумом при энергии $E_r = E_i - E_f$ ядерного γ -перехода между начальным (i) и конечным (f) уровнями (за вычетом незначительной энергии отдачи ядра). Форма резонансной кривой брейт-вигнеровская (см. также рис. 1.10.7):

$$\sigma(E) = \sigma_{\max} \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_r)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (1.10.30)$$

где σ_{\max} — сечение в максимуме резонанса, а Γ — ширина резонансной кривой на половине высоты (ширина резонанса). Величина Γ связана со средним временем жизни τ ядерного уровня, испытывающего γ -распад, соотношением $\Gamma \cdot \tau = \hbar$.

Брейт-вигнеровскую форму линии называют также «естественной». Она является прямым следствием временной эволюции ядерного состояния $\psi(t)$ по закону радиоактивного распада (1.2.7), который после замены $N(t) = |\psi(t)|^2$ и $N(0) = |\psi(0)|^2$ приводится к виду

$$|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 e^{-\frac{t}{\tau}} = |\psi(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma t}{\hbar}}. \quad (1.10.31)$$

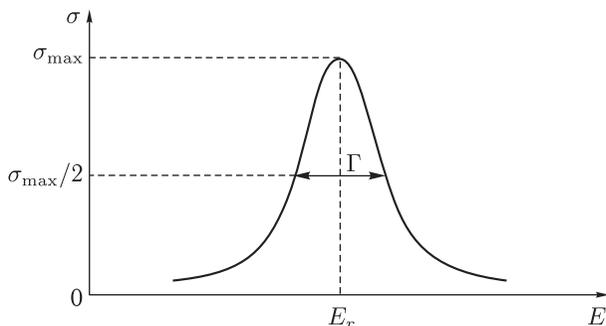


Рис. 1.10.7. Брейт-вигнеровская резонансная кривая

Согласно квантовой механике, $\psi(t)$ имеет следующий вид:

$$\psi(t) = \psi(0)e^{-i\frac{E_r}{\hbar}t} \cdot e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar}t} = \psi(0)e^{-\frac{i}{\hbar}(E_r - \frac{i\Gamma}{2})t}. \quad (1.10.32)$$

Множитель $e^{-i\frac{E_r}{\hbar}t}$ — это зависящая от времени часть волновой функции стационарного состояния. В этом множителе непосредственно указана энергия резонанса. Множитель $e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar}t}$ описывает распад (убывание со временем) состояния.

Как известно, любая функция, зависящая от времени, может быть с помощью Фурье-преобразования представлена в виде непрерывного спектрального разложения, т.е. разложения по частотам (энергиям) с определенными весами, зависящими от вида функции. Можно показать прямым вычислением, используя формализм Фурье-преобразования, что брейт-вигнеровская форма резонансной γ -линии просто отражает спектральный (т.е. энергетический) состав волновой функции $\psi(t)$ ядерного состояния, испытывающего распад по закону (1.10.32).

Заметим, что обычно величины Γ , τ и \hbar принято связывать знаком приближительного равенства: $\Gamma \cdot \tau \approx \hbar$. Выражения (1.10.30) и (1.10.31) доказывают, что на самом деле нужно использовать знак точного равенства, т.е. справедлива запись $\Gamma \cdot \tau = \hbar$.

В заключение отметим, что брейт-вигнеровская форма кривой характерна не только для γ -линии, но также и для любого ядерного резонанса, возбуждаемого в реакциях с любыми частицами и/или испытывающего распад с вылетом из ядра любых частиц.

§1.11. Ядерные реакции

1.11.1. Законы сохранения в ядерных реакциях. Общие принципы использования законов сохранения в реакциях были рассмотрены в §1.2. Там же были получены формулы (1.2.18) и (1.2.19) для

расчета пороговой (т. е. минимальной) кинетической энергии падающей на неподвижную мишень частицы, при которой возможна эндотермическая реакция (реакция с увеличением массы покоя частиц в конечном (f) состоянии, когда энергия реакции $Q = (\sum m_i c^2 - \sum m_f c^2) < 0$). Мы запишем эти формулы, представляя ядерную реакцию в виде A (снаряд) + B (мишень) $\rightarrow C + D + \dots$:

$$E_{\text{порог}} = (T_A)_{\text{min}} = \begin{cases} \frac{(M_C + M_D + \dots)^2 c^4 - (M_A + M_B)^2 c^4}{2M_B c^2}, \\ |Q| \left(1 + \frac{M_A}{M_B} + \frac{|Q|}{2M_B c^2} \right). \end{cases} \quad (1.11.1)$$

В нижней формуле два последних слагаемых в скобках — это доля кинетической энергии $(T_A)_{\text{min}}$, идущая на движение центра инерции системы. В нерелятивистском приближении доля кинетической энергии, идущая на движение центра инерции, равна $\frac{M_A}{M_B}$. Добавка $\frac{|Q|^2}{2M_B c^2}$ в формуле (1.11.1) связана с использованием релятивистских соотношений для энергии и импульса. Она существенна при высоких энергиях сталкивающихся частиц.

В ядерных реакциях обычно $|Q| \ll 2m_B c^2$, и для порога реакции обычно используют формулу

$$E_{\text{порог}} \approx |Q| \left(1 + \frac{M_A}{M_B} \right). \quad (1.11.2)$$

При этом число нуклонов каждого типа в процессе реакции сохраняется, и выражение для вычисления $|Q|$ через избытки масс Δ участвующих ядер имеет вид

$$Q = (\Delta_A + \Delta_B) - (\Delta_C + \Delta_D + \dots). \quad (1.11.3)$$

Задача 1.11.1. *Определить порог реакции $\alpha + \alpha \rightarrow {}^7_3\text{Li} + p$. Определить долю кинетической энергии налетающей частицы, идущую на движение центра инерции. Оценить релятивистскую добавку.*

Находим $|Q|$ реакции (формула (1.11.3)):

$$|Q| = (\Delta_{\text{Li}} + \Delta_p) - 2\Delta_\alpha = |2 \cdot 2,425 - 14,908 - 7,289| \text{ МэВ} = 17,347 \text{ МэВ}.$$

Далее используем формулу (1.11.2):

$$E_{\text{порог}} \approx |Q| \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_\alpha} \right) = 34,694 \text{ МэВ}.$$

Половина энергии порога реакции идет на движение центра инерции. Находим релятивистскую добавку, учитывая, что $M_\alpha c^2 = 3727,379 \text{ МэВ}$:

$$\frac{|Q|^2}{2M_\alpha c^2} = \frac{(17,347)^2}{2 \cdot 3727,379} \text{ МэВ} \approx 0,04 \text{ МэВ}.$$

Видно, что эта добавка мала (ее доля $\approx 10^{-3}$) и ею можно пренебречь.

Задача 1.11.2. Определить минимальную энергию γ -квантов в реакциях фоторасщепления ядра ^{12}C :

$$\gamma + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{11}\text{C} + n; \quad (a)$$

$$\gamma + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{11}\text{B} + p. \quad (б)$$

В данном случае также удобно использовать нижнюю формулу в (1.11.1). Имеем $M_A = M_\gamma = 0$, $M_B = M({}^{12}\text{C})$. Для частиц с массой, равной нулю, пороговая энергия $\approx |Q|$, причем пороговые кинетические и полные энергии совпадают, поэтому

$$(T_\gamma)_{\min} = (E_\gamma)_{\min} \approx |Q|.$$

Итак, имеем

$$(a): (E_\gamma)_{\min} \approx \Delta({}^{11}\text{C}) + \Delta_n - \Delta({}^{12}\text{C}) = \\ = (10,650 + 8,071 - 0) \text{ МэВ} = 18,721 \text{ МэВ}.$$

$$(б): (E_\gamma)_{\min} \approx \Delta({}^{11}\text{B}) + \Delta_p - \Delta({}^{12}\text{C}) = \\ = (8,668 + 7,289 - 0) \text{ МэВ} = 15,957 \text{ МэВ}.$$

Ядерные реакции часто могут протекать по разным каналам реакции. Фотоядерные реакции, рассмотренные в этой задаче, при кинетических энергиях γ -квантов выше, чем 18,721 МэВ, идут как по каналу (а), так и по каналу (б).

Законы сохранения энергии, импульса, момента количества движения, барионного и электрического зарядов выполняются во всех реакциях. Закон сохранения барионного заряда проявляется в ядерных реакциях в виде закона сохранения числа нуклонов, что и было использовано в решении задач 1.11.1 и 1.11.2 при переходе от полных масс M к их избыткам $\Delta = M - A$.

Важную роль в ядерных реакциях играют законы сохранения углового момента (момента количества движения) и пространственной (P) четности. Сохранение углового момента в реакции $a + A \rightarrow B + b$ требует следующего равенства:

$$\vec{J}_a + \vec{J}_A + \vec{l}_{aA} = \vec{J}_B + \vec{J}_b + \vec{l}_{bB}, \quad (1.11.4)$$

где \vec{J} — спины участвующих частиц и ядер, а \vec{l} — их относительные орбитальные моменты количества движения. Если налетающей частицей является фотон ($a \equiv \gamma$), то в левой части соотношения (1.11.4) слагаемое относительного углового момента $\vec{l}_{\gamma A}$ отсутствует, так как этот момент автоматически учитывается мультипольностью фотона, т.е. входит в состав \vec{J}_γ . Это же справедливо и для правой части соотношения (1.11.4), если реакция завершается вылетом фотона.

Пространственная четность сохраняется в ядерных реакциях, протекающих по сильным или электромагнитным взаимодействиям. Сохранение P -четности в реакции $A(a, b)B$ требует выполнения равенства

$$p_a p_A (-1)^{l_{aA}} = p_B p_b (-1)^{l_{bB}}, \quad (1.11.5)$$

где $p_{a,b,A,B}$ — внутренние четности участвующих в реакции частиц и ядер, а $(-1)^{l_{aA}}$ и $(-1)^{l_{bB}}$ — их орбитальные четности.

В ядерных реакциях за счет слабых взаимодействий четность не сохраняется.

Законы сохранения момента количества движения и P -четности часто используют вместе для получения *правил отбора* (правилами отбора называют правила, определяющие возможные конечные квантовые характеристики продуктов реакции).

Задача 1.11.3. *Определить возможные значения орбитального момента дейтрона в реакции $p + {}^{13}_6\text{C} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + d$, если орбитальный момент протона равен нулю, а ядра ${}^{13}_6\text{C}$ и ${}^{12}_6\text{C}$ в начале и в конце реакции находятся в основном состоянии.*

Закон сохранения момента количества движения (1.11.4) для данной реакции имеет вид:

$$\vec{s}_p + \vec{J}({}^{13}_6\text{C}) + \vec{l}_p = \vec{J}({}^{12}_6\text{C}) + \vec{J}(d) + \vec{l}_d. \quad (1.11.6)$$

Здесь \vec{s}_p — спин протона, и использовано то, что в силу $M_p \ll M({}^{13}_6\text{C})$ и $M_d \ll M({}^{12}_6\text{C})$ относительные орбитальные моменты пар объектов в начальном и конечном состояниях l_{pC} и l_{dC} практически совпадают с орбитальными моментами l_p и l_d протона и дейтрона.

Учитывая, что в основном состоянии $J^P({}^{13}_6\text{C}) = 1/2^+$, $J^P({}^{12}_6\text{C}) = 0^+$, а $J^P(d) = 1^+$, из (1.11.6) имеем

$$\frac{\vec{1}}{2} + \vec{0} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{0} + \vec{1} + \vec{l}_d \text{ или } l_p = 0, 1, 2.$$

В то же время закон сохранения P -четности (1.11.5) дает:

$$(+1)(-1)(-1)^0 = (+1)(+1)(-1)^{l_d}.$$

Очевидно единственным решением, удовлетворяющим обоим законам сохранения, является $l_d = 1$.

Относительные угловые моменты l , при которых в основном будет происходить реакция, зависят от импульса p налетающей частицы. Пусть масса ядра много больше массы налетающей частицы. Тогда квазиклассический угловой момент l частицы относительно ядра определяется соотношением $\hbar l = pb$, где b — прицельный параметр (см. рис. 1.11.1). Максимальное значение момента l_{\max} , при котором частица «попадает» в ядро, приблизительно равно pR/\hbar или $l_{\max} \approx R/\lambda$, где $\lambda = \hbar/p$ (см. также соотношение (1.10.24)). Поэтому если импульс частицы мал (соответственно велика ее приведенная длина волны λ), то в реакции в основном могут участвовать частицы

с малыми угловыми моментами l . Так, например, если в реакциях с нейтронами кинетическая энергия нейтрона ниже 0,1 МэВ, то доминирует взаимодействие нейтронов с $l = 0$ (s -волна). Если энергию нейтронов увеличить в 10 раз, то наряду с s -волной в реакции с заметной вероятностью начинает участвовать и p -волна ($l = 1$). Если энергия частицы достаточно велика, то в реакции могут участвовать частицы с большим набором орбитальных моментов от $l = 0$ до $l_{\max} = R/\lambda$.

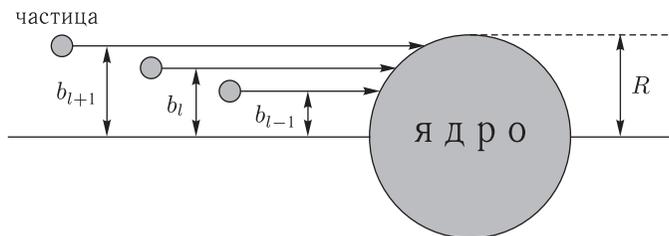


Рис. 1.11.1. Прицельные параметры частиц с различными l

Важно отметить, что полученные выводы справедливы в «классическом» пределе, когда взаимодействие частиц с ядром при $l > l_{\max} \approx R/\lambda$ запрещено. С точки зрения квантовой механики такое взаимодействие также возможно, но существенно менее вероятно. При увеличении l (при условии, что $l > R/\lambda$), оно все сильнее подавляется так называемым центробежным барьером. Иллюстрацией этого является испускание и поглощение γ -квантов атомными ядрами, рассмотренное нами в п. 1.10.4. Там были приведены выражения (1.10.29) для приближенных оценок вероятностей γ -переходов при условии, когда приведенная длина волны фотона много больше размера квантовой системы R , т. е. при условии $\lambda \gg R$. Если в этих выражениях полный момент фотона (мультипольность J) заменить на его орбитальный момент l (l и J не сильно отличаются для фотонов с большими орбитальными моментами), то для вероятностей взаимодействия w_l фотонов (и других частиц) с большими l с атомными ядрами получим:

$$\frac{w_l}{w_0} \approx \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2l}, \quad (1.11.7)$$

где w_0 — вероятность взаимодействия с ядром частицы с нулевым орбитальным моментом.

Важную роль в ядерных реакциях играет изоспин I . Изоспин сохраняется в сильных (ядерных) взаимодействиях. Проекция изоспина I_3 сохраняется в сильном и электромагнитном взаимодействиях. Законы сохранения изоспина \vec{I} и его проекции I_3 в реакции $A(a, b)B$ выглядят следующим образом:

$$\vec{I}_a + \vec{I}_A = \vec{I}_b + \vec{I}_B, \quad (I_3)_a + (I_3)_A = (I_3)_b + (I_3)_B. \quad (1.11.8)$$

Использование этого закона при анализе ядерных реакций является одним из способов идентификации значения изоспина возбужденного состояния ядра.

Задача 1.11.4. Показать, что в реакции неупругого рассеяния дейтронов на ядре $^{10}_5\text{B}$, идущей за счет сильного взаимодействия, невозможно возбуждение уровней этого ядра с изоспином $I = 1$.

Реакция имеет вид $d + ^{10}_5\text{B} \rightarrow d + ^{10}_5\text{B}^*$. Дейтрон и $^{10}_5\text{B}$ — это ядра с $N = Z$. Поэтому для них $I_3 = \left| \frac{Z - N}{2} \right| = 0$, и изоспин основного состояния I_{gs} , определяемый правилом $I_{gs} = |I_3|$, для каждого из этих ядер также равен нулю: $I_{gs} = |I_3| = 0$. Отсюда получаем, что сохранение изоспина в рассматриваемом процессе возможно лишь, если изоспин образующегося возбужденного состояния ядра $^{10}_5\text{B}^*$ также равен нулю: $I(^{10}_5\text{B}^*) = 0$.

Задача 1.11.5. Какие состояния из приведенного на рис. 1.11.2 спектра ядра $^{14}_7\text{N}$ могут возбуждаться в реакциях неупругого рассеяния (α, α') , (d, d') и (p, p') ?

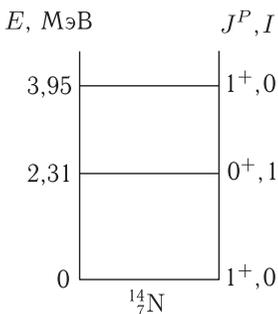
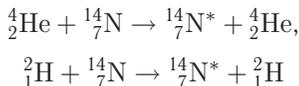


Рис. 1.11.2. Спектр нижних уровней ядра $^{14}_7\text{N}$

Анализ закона сохранения изоспина для реакций сильного взаимодействия



приводит к выводу, что уровень с изоспином 1 в этих реакциях не возбуждается: $\vec{0} + \vec{0} = \vec{I}({}^{14}_7\text{N}^*) + \vec{0}$, т. е. возможно только возбужденное состояние ядра $^{14}_7\text{N}$ с $E = 3,95$ МэВ и изоспином 0.

Для реакции неупругого рассеяния протонов $p + ^{14}_7\text{N} \rightarrow ^{14}_7\text{N}^* + p$ возможно возбуждение как состояний с изоспином $I = 0$, так и состояний с изоспином $I = 1$: $\vec{\frac{1}{2}} + \vec{0} = \vec{I}({}^{14}_7\text{N}^*) + \vec{\frac{1}{2}}$, т. е. возможны $I({}^{14}_7\text{N}^*) = 0$ и 1.

Сравнения спектров возбуждения ядра ${}^{14}_7\text{N}$ в реакциях (α, α') и (p, p') позволило установить, что изоспин первого возбужденного уровня ядра ${}^{14}_7\text{N}$ с энергией 2,31 МэВ имеет изоспин $I = 1$.

Характеристикой вероятностей протекания ядерных реакций является *эффективное сечение реакции* (см. п. 1.2.4). Каждому каналу реакции соответствует свое эффективное сечение.

Задача 1.11.6. Оценить отношение сечений двух каналов реакции фоторасщепления ядра ${}^{16}_8\text{O}$:

$$\gamma + {}^{16}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N}_{\text{осн.сост.}} + p; \quad (a)$$

$$\gamma + {}^{16}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N}^*(J^P = 3/2^-) + p. \quad (б)$$

Ядро ${}^{15}_7\text{N}$ в основном состоянии имеет спин и четность $J^P = 1/2^-$ и представляет собой — согласно модели оболочек — конфигурацию с одной протонной «дыркой» в $1p_{1/2}$ -подоболочке относительно дважды магического ядра ${}^{16}_8\text{O}$ в основном состоянии:

$$\Psi({}^{16}_8\text{O}_{\text{осн.сост.}}) = |(1s_{1/2})_n^2 (1s_{1/2})_p^2 (1p_{3/2})_n^4 (1p_{3/2})_p^4 (1p_{1/2})_n^2 (1p_{1/2})_p^2|,$$

$$\Psi({}^{15}_7\text{N}_{\text{осн.сост.}}) = |(1p_{1/2})_p^{-1} \Psi({}^{16}_8\text{O}_{\text{осн.сост.}})|.$$

Возбужденное состояние ${}^{15}_7\text{N}$ с $J^P = 3/2^-$ отвечает одной протонной дырке в подоболочке $1p_{3/2}$ относительно основного состояния ${}^{16}_8\text{O}$:

$$\Psi[{}^{15}_7\text{N}^*(3/2^-)] = |(1p_{3/2})_p^{-1} \Psi({}^{16}_8\text{O}_{\text{осн.сост.}})|.$$

Если энергия γ -кванта значительно выше пороговых энергий обеих реакций (как (a), так и (б)), то отношение сечений этих реакций будет определяться главным образом отношением вероятностей выбивания протона из подоболочек $1p_{1/2}$ и $1p_{3/2}$, т. е., в первую очередь, протонными заселенностями $\nu_p(1p_{1/2})$ и $\nu_p(1p_{3/2})$ (числами протонов) на этих подоболочках. Таким образом,

$$\frac{\sigma(a)}{\sigma(б)} \approx \frac{\nu_p(1p_{1/2})}{\nu_p(1p_{3/2})} = \frac{(2j_{p_{1/2}} + 1)}{(2j_{p_{3/2}} + 1)} = \frac{(2 \cdot \frac{1}{2} + 1)}{(2 \cdot \frac{3}{2} + 1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

что подтверждается экспериментом.

1.11.2. Ядерные реакции с нейтронами. Нейтроны и протоны участвуют в сильных взаимодействиях с ядрами и нуклонами. Однако не обладающий электрическим зарядом нейтрон не испытывает влияния кулоновского барьера в ядерных реакциях, поэтому ядерные реакции под действием нейтронов играют особую роль в физике ядра.

Получение радиоактивных изотопов для медицинских и технических целей производится путем облучения (активации) нейтронами стабильных изотопов. Источником нейтронов является, например,

ядерный реактор. Рассмотрим получение радиоактивного изотопа на примере следующей реакции активации изотопа золота-197:



(реакция (n, γ) называется *реакцией радиационного захвата нейтрона*). Полученный в реакции (1.11.9) изотоп золота с $A = 198$ — радиоактивный. Он испытывает β^- -распад ${}^{198}_{79}\text{Au} \rightarrow {}^{198}_{80}\text{Hg} + e^- + \bar{\nu}_e$ с периодом полураспада $t_{1/2} = 2,7$ суток.

Рассмотрим изменение $dN(t)$ числа ядер золота-198 со временем, начиная от момента начала облучения золота-197:

$$dN(t) = (jM\sigma - \lambda N(t)) dt. \quad (1.11.10)$$

Здесь j — плотность потока нейтронов (число нейтронов, пересекающих в единицу времени единицу поперечной площади облучаемого образца), M — число ядер золота-197 в образце, σ — эффективное сечение реакции активации. Первое слагаемое в круглых скобках — скорость возникновения радиоактивных ядер, второе — скорость их распада. Интегрируя (1.11.10), получаем

$$N(t) = \frac{jM\sigma}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}). \quad (1.11.11)$$

Задача 1.11.7. *Определить активность препарата золота-198, введенную при облучении образца золота-197 массой 0,1 г в потоке тепловых нейтронов плотностью $j = 10^{12} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ в течение 1 часа. Эффективное сечение активации золота тепловыми нейтронами составляет 98 б.*

Активностью называется число распадов данного препарата в единицу времени (1 с). Активность J равна произведению вероятности λ распада ядра в единицу времени на число ядер N радиоактивного изотопа в образце:

$$J(t) = \lambda N(t) = jM\sigma (1 - e^{-\lambda t}). \quad (1.11.12)$$

При условии, что время облучения $t \ll t_{1/2}$, имеем $\lambda t = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} t \ll 1$

и $(1 - e^{-\lambda t}) \approx 1 - 1 + \lambda t$. Учитывая, что $M = \frac{mN_A}{A}$, где m — масса активируемого образца, а N_A — число Авогадро, получаем, что введенная активность изотопа золота-198 в образце составляет

$$J = jm \frac{N_A \cdot \sigma \cdot t}{A \cdot t_{1/2}} \ln 2 \approx 3,2 \cdot 10^8 \text{ распадов/с} \equiv 3,2 \cdot 10^8 \text{ Бк} = 8,6 \text{ мКи.}$$

Использованы единицы активности: 1 Бк (беккерель) = 1 распад/с и 1 Ки (кюри) = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк. Зная период полураспада образующегося изотопа, можно определить сечение активации.

Рассмотрим другую версию задачи 1.11.7:

Задача 1.11.7 (другая версия). При облучении в течение 1 часа образца золота-197 массой 10 г в потоке тепловых нейтронов $j = 10^{12} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ активность препарата сразу после окончания облучения составляет $3,2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Определите величину эффективного сечения активации золота-197 тепловыми нейтронами.

Имеем

$$\sigma = \frac{J \cdot A \cdot t_{1/2}}{j \cdot m \cdot N_A \cdot t \cdot \ln 2} \approx 98 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 = 98 \text{ б.}$$

При захвате нейтрона ядром с массовым числом A и числом протонов Z образуется ядерная система $(A + 1, Z)$. Если она существует в течение времени $t \gg \tau_{\text{яд}}$, где $\tau_{\text{яд}}$ — характерное ядерное время (время пролета частицы-снаряда через ядро), то говорят об образовании *составного ядра* (ядра, составленного из налетающей частицы, в данном случае нейтрона, и ядра-мишени (A, Z)). Отметим, что для релятивистской частицы $\tau_{\text{яд}} \approx 10^{-23} \text{ с}$. Для нерелятивистской частицы это время может быть на несколько порядков больше. Так для нейтрона с энергиями сотни эВ время пролета через тяжелое ядро $10^{-19} - 10^{-20} \text{ с}$.

Составное ядро возникает не только в реакциях с нейтронами. В общем виде реакцию образования составного ядра C при взаимодействии частицы a с ядром A можно записать в виде $a + A \rightarrow C^*$, где верхний индекс $*$ означает, что ядро C образуется в возбужденном состоянии. Энергия возбуждения ядра E_C^* не ниже той энергии, которая требуется для отделения частицы a из составного ядра. Для E_C^* в задаче 2.9.40 получено следующее выражение (2.9.4):

$$E_C^* = T_a \left(1 - \frac{m_a}{M_C} \right) + Q, \quad (1.11.13)$$

где T_a — кинетическая энергия налетающей частицы в лабораторной системе координат (ядро-мишень A покоится), m_a и M_C — массы этой частицы и составного ядра, а Q — энергия реакции, равная $m_a c^2 + M_A c^2 - M_C c^2$. Эта энергия не что иное как энергия отделения B_a частицы a из составного ядра C (или *энергия присоединения* частицы a к ядру A). Поскольку обычно $m_a \ll M_C$, то $E_C^* \approx T_a + Q = T_a + B_a$. Итак, минимальной и равной Q (или B_a) энергия возбуждения составного ядра будет при $T_a = 0$. Величина $Q(B_a)$ может быть довольно большой (несколько МэВ, если частицей a является нуклон). Поэтому у ядра C ниже энергии $E_C^*(\min) = Q = B_a$ имеется значительное число уровней, но они не являются уровнями составной системы, возникающей при присоединении частицы a к ядру A . Рисунок 1.11.3 поясняет энергетическую связь между начальной и конечной стадиями реакции $a + A \rightarrow C^*$.

Итак, уровни, возбуждаемые в реакции $a + A \rightarrow C^*$, принадлежат системе уровней ядра C , начинающейся с энергии $E_C^*(\min) = Q = B_a$. Однако, не все возбужденные уровни ядра C , лежащие в области $E > E_C^*(\min)$, могут возбуждаться в реакции $a + A \rightarrow C^*$, а лишь те,

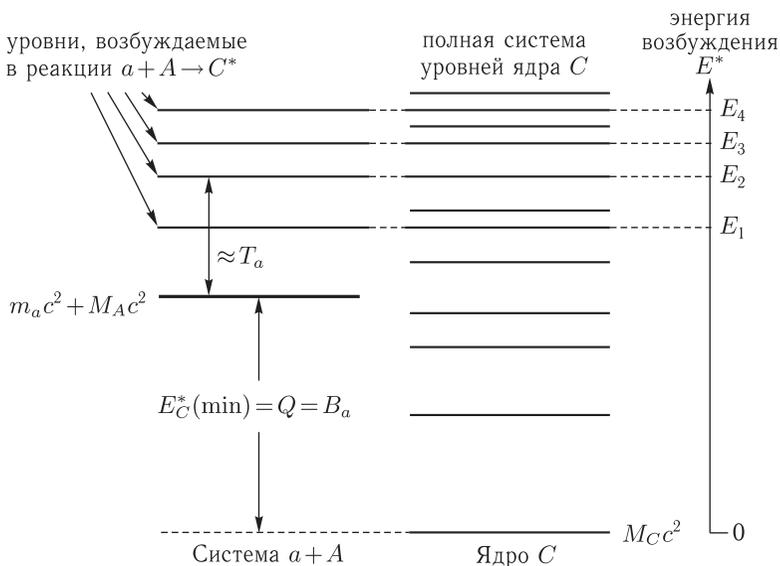


Рис. 1.11.3. Уровни, возбуждаемые в реакции $a + A \rightarrow C^*$, и полная система уровней ядра C

которые удовлетворяют квантовым правилам отбора. Так, например, если частица a (такая, как α -частица) и ядро-мишень A имеют нулевые изоспины, то в реакции не могут возбуждаться уровни ядра C с изоспином отличным от нуля (см. правило (1.11.8)). Следовательно, уровни, возбуждаемые в реакции типа $a + A \rightarrow C^*$, являются определенной выборкой из полного набора возбужденных уровней ядра C . Изменив тип налетающей частицы a и, соответственно, тип ядра-мишени A (так чтобы тип составного ядра не изменился), мы, вообще говоря, получим другую выборку из полного набора возбужденных уровней ядра C . Будем нумеровать энергии уровней составного ядра, возбуждаемых в реакции $a + A \rightarrow C^*$, в порядке их возрастания: E_1, E_2, E_3, \dots

Уровни составного ядра удобно исследовать в реакциях с нейтронами. Это объясняется тем, что нейтроны лишены электрического заряда и с практически нулевой кинетической энергией способны вплотную подойти к ядру и с большой вероятностью быть захвачены им. Поэтому в реакциях с нейтронами удастся исследовать наиболее низколежащую ветвь составной системы «частица + ядро-мишень». Возбуждению этой ветви в реакциях с положительно заряженными частицами, такими как протон или легчайшие ядра (дейтрон, тритий, α -частица), препятствует сильное кулоновское отталкивание со стороны ядра-мишени.

На рис. 1.11.4 приведено полное сечение реакции $n + {}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{233}_{90}\text{Th}^*$ для нейтронов с энергиями 120–210 эВ. В этом сечении

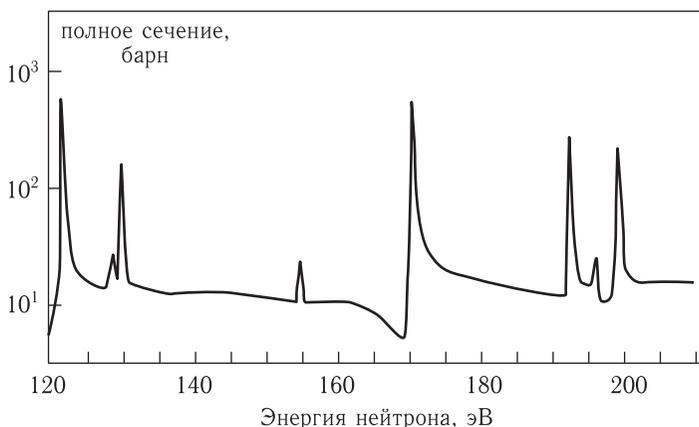


Рис. 1.11.4. Зависимость полного сечения реакции $n + {}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{233}_{90}\text{Th}^*$ от энергии нейтрона

видны узкие резонансы, отвечающие возбуждению уровней составного ядра ${}^{233}_{90}\text{Th}$.

Задача 1.11.8. Как видно из рис. 1.11.4, один из резонансов ядра ${}^{233}_{90}\text{Th}$, возбуждаемых в реакции $n + {}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{233}_{90}\text{Th}^*$, отвечает кинетической энергии нейтрона $T_n = 170$ эВ. Определить энергию возбуждения $E_{233\text{Th}}^*$ (170 эВ) соответствующего уровня ядра ${}^{233}_{90}\text{Th}$ и изоспин этого уровня. Чему равна минимальная энергия возбуждения $E_{233\text{Th}}^*(\min)$ ядра ${}^{233}_{90}\text{Th}$, достижимая в реакции с нейтронами $n + {}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{233}_{90}\text{Th}^*$? Чему равна энергия отделения нейтрона $B_n({}^{233}_{90}\text{Th})$ от ядра ${}^{233}_{90}\text{Th}$? При решении использовать данные по избыткам масс в МэВ: $\Delta(n) = 8,071$; $\Delta({}^{232}_{90}\text{Th}) = 35,448$; $\Delta({}^{233}_{90}\text{Th}) = 38,733$.

Начнем с ответа на два последних вопроса. $E_{233\text{Th}}^*(\min) = Q = B_n({}^{233}_{90}\text{Th})$. Используя формулу (1.11.3), получим Q :

$$\begin{aligned} Q &= \Delta(n) + \Delta({}^{232}_{90}\text{Th}) - \Delta({}^{233}_{90}\text{Th}) = \\ &= (8,071 + 35,448 - 38,733) \text{ МэВ} = 4,786 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Таким образом, $E_{233\text{Th}}^*(\min) = B_n({}^{233}_{90}\text{Th}) = 4,786$ МэВ.

Воспользуемся формулой (1.11.13) и вычислим $E_{233\text{Th}}^*(170 \text{ эВ})$:

$$\begin{aligned} E_{233\text{Th}}^*(170 \text{ эВ}) &= T_n \left(1 - \frac{m_n}{M_{233\text{Th}}} \right) + Q = \\ &= 170 \cdot 10^{-6} \left(1 - \frac{1}{233} \right) \text{ МэВ} + 4,786 \text{ МэВ} \approx 169 \text{ эВ} + 4,786 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Здесь массы нейтрона и ядра ${}^{233}_{90}\text{Th}$ заменены их массовыми числами, что упрощает расчеты при сохранении их точности на уровне $4 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, $E_{233\text{Th}}^*$ (170 эВ) примерно на 169 эВ выше $E_{233\text{Th}}^*(\text{min})$.

Определяем изоспин резонанса с $E^* = 170$ эВ. Реакция возбуждения этого резонанса идет за счет сильного взаимодействия. Поэтому используем закон сохранения изospина (см. (1.11.8)) с учетом того, что ядро ${}^{232}_{90}\text{Th}$ находится в основном состоянии:

$$\vec{I}_n + \vec{I}_{232\text{Th}} = \vec{I}_{233\text{Th}} \quad \text{или} \quad \frac{\vec{1}}{2} + \vec{26} = \vec{I}_{233\text{Th}} = 25\frac{1}{2} \quad \text{или} \quad 26\frac{1}{2}.$$

Однако значение изospина $25\frac{1}{2}$ следует исключить, поскольку третья проекция изospина ядра ${}^{233}_{90}\text{Th}$ равна $\frac{Z-N}{2} = \frac{90-143}{2} = -26\frac{1}{2}$ и по модулю оказывается больше, чем $25\frac{1}{2}$, что невозможно. Поэтому изоспин резонанса 170 эВ, как и всех других нейтронных резонансов на рис. 1.11.4, равен $26\frac{1}{2}$.

Форма сечения в районе резонанса составного ядра хорошо описывается брейт-вигнеровской зависимостью (1.10.30), т. е. для сечения образования резонанса (уровня) составного ядра $\sigma_{\text{сост}}(E^*)$ можно записать

$$\sigma_{\text{сост}}(E^*) = \sigma_{\text{max}} \frac{(\Gamma/2)^2}{(E^* - E_r)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (1.11.14)$$

где E^* — энергия возбуждения составного ядра, E_r — энергия резонанса, σ_{max} — сечение в максимуме резонанса, а Γ — ширина резонансной кривой на половине высоты (ширина резонанса). Ширина резонанса Γ связана со средним временем жизни τ ядерного уровня (резонанса), испытывающего распад, соотношением $\Gamma \cdot \tau = \hbar$. Вероятность распада резонанса в единицу времени $w = \frac{1}{\tau} = \frac{\Gamma}{\hbar}$.

Вероятность вылета частицы b из составного ядра не зависит от способа его образования. Сечение σ_{ab} процесса $a + A \rightarrow C^* \rightarrow B + b$, идущего через составное ядро C , можно факторизовать:

$$\sigma_{ab} = \sigma_{\text{сост}} \sum_b \frac{\Gamma_b}{\Gamma_b}, \quad (1.11.15)$$

где $\sigma_{\text{сост}}$ — сечение образования составного ядра, Γ_b — ширина распада составного ядра по каналу b (распада $C^* \rightarrow B + b$).

Увеличение кинетической энергии T_n захватываемого ядром-мишенью нейтрона, начиная с нулевого значения, приводит к росту энергии возбуждения составного ядра, начиная с $E_C^*(\text{min})$. Изменяя энергию нейтрона, можно последовательно возбуждать резонансы составного ядра в порядке возрастания их энергии E_1, E_2, E_3, \dots . Нейтроны, захват которых ядром-мишенью приводит к возбуждению изолированных уровней составного ядра, принято называть *резонансными*. Энергии таких

нейтронов обычно лежат в интервале $1 \text{ эВ} \div 10 \text{ кэВ}$. Принято деление нейтронов по энергии:

| | |
|------------------------|--|
| <i>Медленные:</i> | энергия $< 1 \text{ эВ}$, |
| <i>Резонансные:</i> | $1 \text{ эВ} \div 10 \text{ кэВ}$, |
| <i>Промежуточные:</i> | $10 \text{ кэВ} \div 1 \text{ МэВ}$, |
| <i>Быстрые:</i> | $1 \text{ МэВ} \div 100 \text{ МэВ}$, |
| <i>Релятивистские:</i> | $> 100 \text{ МэВ}$. |

Кроме того, часто имеют дело с так называемыми *тепловыми* нейтронами, т. е. с нейтронами, находящимися в тепловом равновесии с атомами среды. Их средние энергии — сотые доли электронвольта. Такие энергии нейтронов достигаются путем их замедления (см. следующий параграф). Указанное в условии задачи 1.11.7 значение эффективного сечения активации золота-197 соответствует тепловым нейтронам.

Нейтроны с энергиями меньшими, чем у тепловых, называют *холодными*.

С ростом энергии нейтрона (энергии возбуждения составного ядра) плотность резонансов (уровней) составного ядра и их ширина Γ растут. Начиная с некоторой энергии, расстояние между резонансами становится меньше их ширины, уровни перекрываются, и сечение теряет резонансный вид, приобретая характер плавно меняющейся кривой без ярко выраженных особенностей (спектр возбуждения ядра из дискретного превращается в непрерывный). Эту область сечения образования составного ядра называют *нерезонансной*. К нерезонансной области можно отнести и область энергии составного ядра ниже самого первого резонанса E_1 , т. е. область энергий от E_C^* (min) до E_1 .

Эффективные сечения реакций с нейтронами зависят от их кинетических энергий (зависимость от кинетических энергий имеет место и в реакциях с другими частицами). В области $1 \text{ эВ} \div 10 \text{ кэВ}$, где сечение захвата проходит через серию резонансных максимумов, величина сечения определяется формой резонанса (1.11.14). При энергиях нейтрона выше или ниже резонансной области эффективное сечение падает с увеличением энергии. Таким образом, уменьшение кинетической энергии нейтрона (вне области резонансов составного ядра) приводит к увеличению эффективного сечения захвата нейтрона ядром мишени.

Получим выражение для оценки сечения образования составного ядра нейтроном в нерезонансной области, т. е. в той энергетической области, где уровни составного ядра образуют непрерывный спектр. Будем предполагать, что сечение не зависит от квантовых чисел налетающего нейтрона и ядра. Вероятность образования составного ядра нейтроном определяется произведением вероятностей трех последовательных процессов:

- 1) попадания нейтрона в область действия ядерных сил (эффективное сечение этого процесса обозначим σ_0);

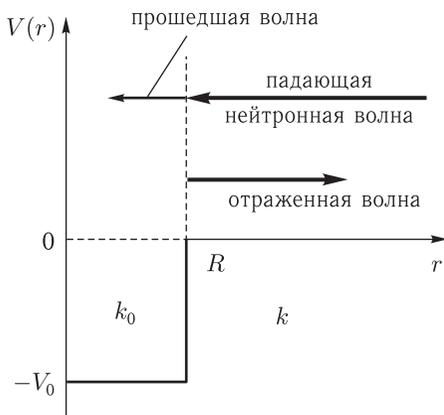


Рис. 1.11.5. Прохождение нейтрона через границу прямоугольной потенциальной ямы

- 2) проникновения нейтрона внутрь ядра (вероятность этого процесса P);
- 3) захвата ядром нейтрона (вероятность ξ).

Получим выражение для σ_0 . Начнем с эффективного сечения σ_l попадания в ядро нейтральной частицы с определенным угловым моментом l . Это парциальное сечение равно площади кольца со средним радиусом b_l вокруг центра ядра, т.е. полуразности площадей кругов с радиусами b_{l+1} и b_{l-1} (см. рис. 1.11.1). С учетом квантово-механической замены $l \rightarrow \sqrt{l(l+1)}$ имеем

$$\sigma_l = \frac{1}{2} \pi (b_{l+1}^2 - b_{l-1}^2) = \pi \lambda^2 (2l + 1).$$

Просуммировав все парциальные сечения σ_l , получаем σ_0 :

$$\sigma_0 = \sum_{l=0}^{l_{\max}} \sigma_l = \sum_{l=0}^{R/\lambda} \pi \lambda^2 (2l + 1) = \pi (R + \lambda)^2. \quad (1.11.16)$$

Соотношение (1.11.16) дает верхнюю границу сечения реакции за счет ядерного (сильного) взаимодействия нейтральной частицы с ядром, поскольку отвечает ситуации, когда каждая частица, попавшая в область ядерного потенциала, заведомо участвует в реакции.

Приближенная зависимость потенциала, в котором движется нейтрон, от расстояния между ним и центром ядра показана на рис. 1.11.5. При $r = R$ происходит резкий скачок потенциала, связанный с тем, что в области $r < R$ действуют ядерные силы, имеющие характер притяжения. При прохождении плоской нейтронной волны через скачок потенциала эта волна частично отражается. Соотношение между интенсивностями отраженной и падающей волн равно вероятности прохождения нейтрона через скачок потенциала, т.е. проницаемости P .

Квантово-механический расчет проникаемости P для частиц с массой m , кинетической энергией T и орбитальным моментом $l = 0$ приводит к следующему результату:

$$P = \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2}, \quad (1.11.17)$$

где $k = \frac{\sqrt{2mT}}{\hbar}$, $k_0 = \frac{\sqrt{2m(T + V_0)}}{\hbar}$.

В модели составного ядра считается, что частица, попав в ядро, с вероятностью $\xi = 1$ остается в нем (это имеет место для средних и тяжелых ядер и энергий нейтронов вплоть до нескольких десятков МэВ).

Таким образом, сечение образования составного ядра нейтроном определяется соотношением

$$\sigma_{nC} = \sigma_0 \cdot P \cdot \xi \approx \pi(R + \lambda)^2 \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2}. \quad (1.11.18)$$

При высоких энергиях $\lambda \ll R$ и $k \approx k_0$. Поэтому $\frac{4kk_0}{(k + k_0)^2} \approx 1$, и получаем, что полное сечение образования составного ядра нейтроном равно геометрическому сечению ядра:

$$\sigma_{nC} \approx \pi R^2. \quad (1.11.19)$$

Это соотношение применимо не только к нейтронам, но и другим высокоэнергичным, в том числе и заряженным, частицам, когда роль кулоновского барьера при достаточно больших энергиях становится несущественной.

Соотношение (1.11.18) дает лишь весьма приблизительную (по порядку величины) оценку сечения σ_{nC} , поскольку не учитывает индивидуальности ядра-мишени и квантовых чисел налетающей частицы и ядра.

В заключение этого раздела рассмотрим область энергий составного ядра ниже самого первого резонанса ($E_C^* < E_1$). В этой области сечение образования составного ядра нейтроном σ_{nC} не имеет особенностей, и можно воспользоваться формулой (1.11.18). Рассматриваемая область это область близких к нулю кинетических энергий нейтронов. Поэтому, полагая $\lambda \gg R$ и $k_0 \gg k$, получаем

$$\sigma_{nC} \approx \pi(R + \lambda)^2 \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2} \approx \pi\lambda^2 \frac{4k}{k_0} = \frac{4\pi}{kk_0} \sim \frac{1}{v}, \quad (1.11.20)$$

где v — скорость нейтрона.

1.11.3. Замедление нейтронов. Для увеличения эффективных сечений реакций с нейтронами их замедляют. Для замедления нейтронов используется упругое рассеяние нейтронов на ядрах вещества. Если кинетическая энергия нейтрона $E \approx 0,1 \div 10$ МэВ, то рассеяние нейтронов на ядрах будет неупругим. Нейтроны будут расходовать свою энергию главным образом на возбуждение ядер (реакция (n, γ))

и реакции с вылетом нейтронов, например, (n, n') . После нескольких (часто одного) столкновений энергия нейтрона становится меньше энергии самого нижнего возбужденного уровня составной ядерной системы «нейтрон + ядро-мишень», и его дальнейшее замедление происходит только за счет упругих соударений.

Упругое рассеяние практически изотропно в системе центра масс нейтрон–ядро. Используя законы сохранения энергии и импульса, можно показать, что при одном соударении с ядром, имеющим массовое число A , нейтрон с энергией E с равной вероятностью может передать ядру любую энергию в интервале от 0 до $4E \frac{A}{(A+1)^2}$. Поэтому средняя потеря энергии равна $2E \frac{A}{(A+1)^2}$. Эта потеря тем больше, чем меньше A , и максимальна (равна $E/2$) при $A = 1$. Итак, при упругом рассеянии нейтронов на ядрах водорода (протонах) имеем максимальную среднюю потерю энергии нейтрона в одном акте упругого рассеяния:

$$\overline{E}_N = \frac{1}{2} \overline{E}_{N-1}. \quad (1.11.21)$$

Здесь E_N — кинетическая энергия нейтрона после N -го акта рассеяния на протоне. С ростом массового числа A ядер замедлителя средние потери кинетических энергий нейтрона при упругом рассеянии быстро падают. Например, при рассеянии нейтронов на ядрах ^{12}C имеем $\overline{E}_N \approx \frac{4}{5} \overline{E}_{N-1}$. Поэтому в качестве замедлителей нейтронов применяют технологически удобные в использовании вещества, содержащие легкие ядра, например, водородосодержащие среды — вода, парафин или углерод.

Важной характеристикой замедлителя является малое эффективное сечение захвата нейтронов замедлителем. Поэтому «хороший» замедлитель должен сочетать большую величину уменьшения энергии нейтрона в одном акте упругого рассеяния с низким сечением захвата нейтронов ядрами замедлителя. По этим характеристикам хорошими замедлителями являются тяжелая вода (D_2O) и графит (при использовании в качестве замедлителя обычной воды или других водородосодержащих веществ с большим сечением происходит захват нейтронов за счет реакции $^1\text{H}(n, \gamma)^2\text{H}$).

Снижение кинетических энергий нейтронов в процессах рассеяния происходит вплоть до энергий *теплового движения* молекул в веществе замедлителя. В этой области энергий распределение нейтронов по скоростям и кинетическим энергиям близко к распределению Максвелла.

Задача 1.11.9. Найти среднюю кинетическую энергию «теплового» нейтрона при температуре около 300 К. Оценить среднее число актов упругого рассеяния нейтрона на протоне, необходимых

для уменьшения кинетической энергии нейтрона от $E_0 = 4$ МэВ до энергии теплового движения.

Средняя кинетическая энергия теплового движения частицы с тремя степенями свободы при температуре T дается формулой $E = \frac{3}{2}kT$, где k — константа Больцмана ($k = 8,62 \cdot 10^{-11}$ МэВ/К). Поэтому

$$E = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}8,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{МэВ}}{\text{К}} \cdot 300 \text{ К} \approx 0,04 \text{ эВ}.$$

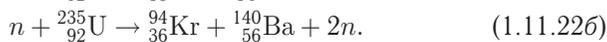
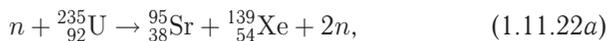
Если в одном акте упругого рассеяния нейтрона на протоне теряется в среднем $1/2$ кинетической энергии нейтрона, то среднее число актов рассеяния n , необходимое для замедления, равно около 26. Действительно,

$$\frac{E_n}{E_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{E_0}{E_n} = \frac{4 \cdot 10^6 \text{ эВ}}{4 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}} = 10^8 = 2^n \Rightarrow n \approx 26.$$

1.11.4. Цепная реакция деления. Реакция распада атомного ядра на два фрагмента сравнимой массы называется делением (*fission*). Деление бывает спонтанным и вынужденным (т.е. вызванным взаимодействием с налетающей частицей). Реакция деления тяжелых ядер под действием нейтронов лежит в основе методов получения ядерной энергии. По кривой зависимости удельной энергии связи ядер от числа нуклонов A (рис. 1.7.4) можно оценить, какая энергия выделяется при превращении одного ядра с $A \approx 200$ в два ядра с меньшими числами нуклонов в каждом. Поскольку для тяжелых ядер энергия связи на нуклон около 7,5 МэВ, а для средних $\approx 8,5$ МэВ, при делении этого ядра выделится энергия около 200 МэВ.

Основная часть энергии деления превращается в кинетическую энергию «осколков» — т.е. получившихся в результате деления ядер (осколки, как правило, не имеют равных масс; в среднем отношение их масс 1,4–1,5). Распределение осколков по массам в случае деления урана-235 тепловыми нейтронами показано на рис. 1.11.6.

Очень важной особенностью деления является то, что для целого ряда тяжелых ядер деление идет с испусканием нейтронов, как показывают следующие примеры вынужденного деления урана-235:



Помимо реакций (1.11.22) вынужденное деление изотопа урана-235 идет по десяткам других каналов деления. Важнейшей особенностью вынужденного деления ядер ${}_{92}^{235}\text{U}$ является тот факт, что для этого изотопа реакция деления (n, f) не имеет энергетического порога, т.е. может происходить на тепловых нейтронах и поэтому имеет большое эффективное сечение.

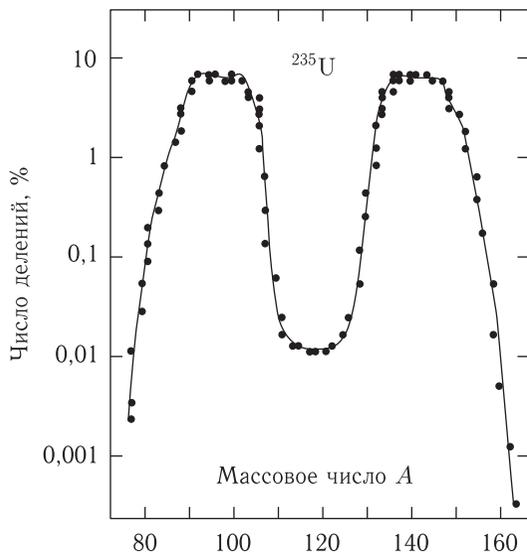


Рис. 1.11.6. Распределение осколков деления по массовым числам в случае деления урана-235 тепловыми нейтронами

В среднем на один акт деления изотопа $^{235}_{92}\text{U}$ тепловыми нейтронами появляется 2,47 быстрых нейтрона. Ядра, при вынужденном делении которых образуются 2 ÷ 4 нейтрона в среднем на каждый акт деления, могут быть использованы для поддержания *цепной реакции деления* (рис. 1.11.7).

Цепная реакция деления будет поддерживаться в том случае, если число нейтронов в одном поколении не меньше числа нейтронов в предыдущем поколении. Отношение этих чисел обозначают буквой k и называют *коэффициентом размножения*. Реактор атомной электростанции (АЭС) работает при $k > 1$. Превышение k над единицей небольшое, но совершенно необходимое, поскольку часть родившихся нейтронов теряется за счет вылета за пределы реактора и за счет других реакций (например, реакций радиационного захвата нейтрона (n, γ)). Масса делящегося элемента не может быть меньше так называемой *критической массы*, а размер активной зоны, в которой происходит деление — меньше *критического размера*.

Практически используются для получения управляемой цепной реакции деления всего три изотопа: $^{235}_{92}\text{U}$, $^{238}_{92}\text{U}$ и $^{239}_{94}\text{Pu}$, причем третий изотоп (плутоний-239) нестабилен и не встречается в природе в достаточных количествах. Его получают в урановых реакторах-размножителях. $^{235}_{92}\text{U}$ и $^{239}_{94}\text{Pu}$ делятся нейтронами любых энергий. Изотоп $^{238}_{92}\text{U}$ испытывает деление только под действием быстрых нейтронов с энергиями не ниже 1,1 МэВ. Сечения деления упомянутых изотопов нейтронами различных энергий показаны на рис. 1.11.8.

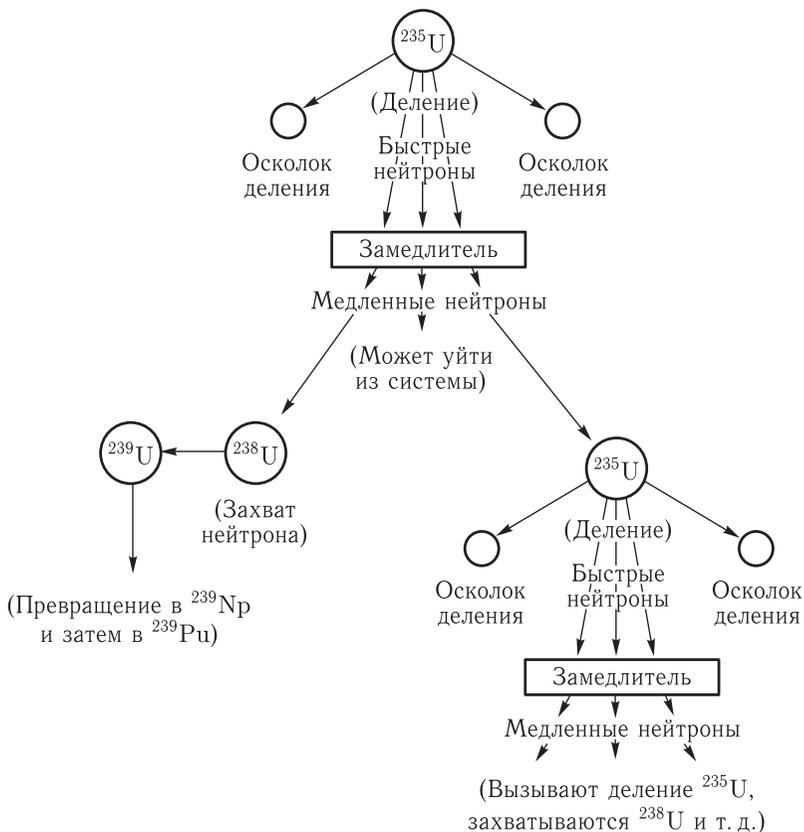


Рис. 1.11.7. Схема цепной реакции деления в среде с замедлителем

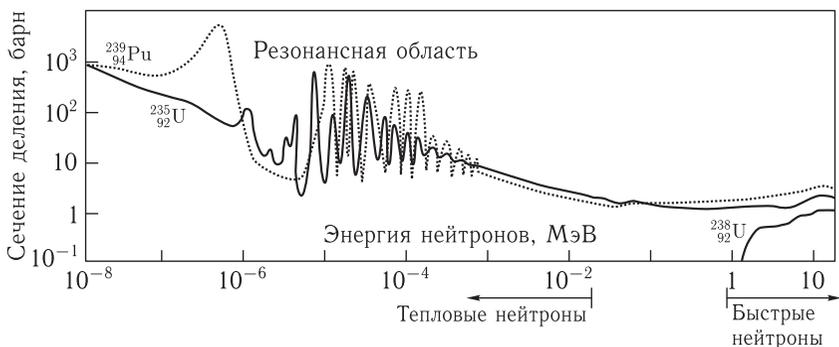


Рис. 1.11.8. Эффективные сечения деления ядер ^{235}U , ^{238}U и ^{239}Pu нейтронами различных энергий

Большинство промышленных ядерных реакторов (АЭС) работают на обогащенном уране, т. е. смеси изотопов $^{238}_{92}\text{U}$ и $^{235}_{92}\text{U}$, в которой процентное содержание $^{235}_{92}\text{U}$ значительно превышает долю этого изотопа в естественной смеси (около 4,5% вместо $\approx 0,7\%$). Это так называемый «низкообогащенный» уран (смесь изотопов урана с большим, чем 6%, содержанием ^{235}U — «высокообогащенный» уран — является материалом, используемым для изготовления ядерного оружия). Цепная реакция деления под действием тепловых нейтронов происходит на изотопе $^{235}_{92}\text{U}$. Этот изотоп урана под действием тепловых нейтронов делится на два осколка с массовыми числами от 72 до 161 и числами протонов от 30 до 65. Примерами являются реакции (1.11.22). Эффективное сечение реакций деления $^{235}_{92}\text{U}$ тепловыми нейтронами составляет около 580 б.

Реакция деления изотопа $^{238}_{92}\text{U}$, как ясно из предыдущего изложения, пороговая, так как этот изотоп делится только при энергиях нейтрона выше 1,1 МэВ. Эффективное сечение этой реакции деления значительно ниже (почти на три порядка), чем сечение деления $^{235}_{92}\text{U}$ тепловыми нейтронами.

Задача 1.11.10. *Рассчитать энергию, выделившуюся в реакции вынужденного деления (1.11.22a). Нейтроны, вызывающие деление $^{235}_{92}\text{U}$, считать тепловыми.*

Энергия, мгновенно выделившаяся в реакции, практически совпадает с разностью масс покоя ядер и нейтронов в левой и правой частях (1.11.22a), поскольку кинетической энергией тепловых нейтронов ($\approx 0,04$ эВ) в балансе энергий можно пренебречь. Имеем

$$\begin{aligned} E &= [m_n + M(^{235}_{92}\text{U}) - M(^{95}_{38}\text{Sr}) - M(^{139}_{54}\text{Xe}) - 2m_n]c^2 = \\ &= \Delta(^{235}_{92}\text{U}) - \Delta(^{95}_{38}\text{Sr}) - \Delta(^{139}_{54}\text{Xe}) - \Delta_n = \\ &= (40,920 + 75,117 + 75,644 - 8,071) \text{ МэВ} = 183,61 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Таблица 1.10 показывает, как эта энергия распределяется между кинетической энергией осколков деления, испущенных нейтронов и мгновенного γ -излучения.

Таблица 1.10

Распределение мгновенной энергии деления урана-235 тепловыми нейтронами

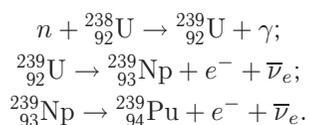
| | |
|--------------------------------|-----------------|
| Кинетическая энергия осколков | 173 МэВ |
| Кинетическая энергия нейтронов | ≈ 4 МэВ |
| Энергия γ -излучения | 6,6 МэВ |
| Мгновенная энергия деления | 183,6 МэВ |

В процессе последующего β^- и γ -распада осколков $^{95}_{38}\text{Sr}$ и $^{139}_{54}\text{Xe}$ (суммарное число актов β^- -распада равно семи) освобождается энер-

гия около 24 МэВ. С учетом этого полная энергия, выделяющаяся в рассматриваемой реакции деления, близка к 208 МэВ.

Рождающиеся в процессе деления (например, в процессах (1.11.22)) нейтроны — быстрые. Их необходимо замедлить до скоростей теплового движения, чтобы использовать для деления других ядер ${}_{92}^{235}\text{U}$, т. е. для поддержания цепной реакции. С этой целью и используются замедлители, свойства которых кратко были описаны в п. 1.11.3. В гомогенных реакторах в качестве замедлителя используется тяжелая вода. В гетерогенных реакторах в качестве замедлителя, как правило, используется графит. В этом случае замедление нейтронов происходит на ядрах углерода.

Одновременно с цепной реакцией деления ${}_{92}^{235}\text{U}$ идет захват нейтронов изотопом ${}_{92}^{238}\text{U}$ с последующим превращением его в плутоний:



Образующийся в результате работы АЭС плутоний также способен поддерживать цепную реакцию деления под действием медленных нейтронов. Его используют как в АЭС, так и при производстве ядерного оружия.

В результате реакций деления появляются нестабильные осколки деления с отношением N/Z , большим, чем у соответствующих стабильных ядер-изобар. Эти «перегруженные» нейтронами и испытывающие далее β^{-} -распады и γ -переходы продукты деления имеют высокую радиоактивность.

Глава 2

ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ

§2.1. Волновые свойства частиц. Соотношение неопределенностей

2.1.1. Вычислить дебройлевскую длину волны α -частицы и электрона с кинетическими энергиями $T = 5$ МэВ.

α -частица с такой энергией нерелятивистская, а электрон — релятивистский. Для вычисления длины волны используем соответственно нерелятивистский и релятивистский варианты формулы де Бройля $\lambda = \frac{h}{p}$, где p — импульс частицы:

$$\begin{aligned} \lambda_\alpha &= \frac{h}{p_\alpha} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{2m_\alpha c^2 \cdot T_\alpha}} \approx \frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{\sqrt{2 \cdot 4 \cdot 939 \text{ МэВ} \cdot 5 \text{ МэВ}}} \approx 6 \text{ Фм}, \\ \lambda_e &= \frac{h}{p_e} = \frac{2\pi\hbar c}{p_e c} \approx \frac{2\pi\hbar c}{T_e} = \frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{5 \text{ Фм}} \approx 250 \text{ Фм}. \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

2.1.2. Рассчитать приведенные длины волн $\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi}$ протона и электрона с кинетическими энергиями $T = 100$ МэВ.

Протон нерелятивистский ($T_p \ll m_p c^2$). В этом случае $\tilde{\lambda} = \frac{\hbar}{p} \approx \frac{\hbar}{\sqrt{2mT}} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2m c^2 T}}$, учитывая, что $\hbar c = 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} \approx 200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}$, имеем

$$\tilde{\lambda}_p \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{\sqrt{2 \cdot 938,3 \text{ МэВ} \cdot 100 \text{ МэВ}}} \approx 0,5 \text{ Фм} = 0,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

Электрон релятивистский ($T_e \gg m_e c^2$). В этом случае

$$\tilde{\lambda}_e = \frac{\hbar c}{p_e c} \approx \frac{\hbar c}{T_e} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{100 \text{ МэВ}} = 2 \text{ Фм} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

2.1.3. Протон, электрон и фотон имеют одинаковую приведенную длину волны $\tilde{\lambda} = 10^{-9}$ см. Какое время t им необходимо для пролета расстояния $L = 10$ м?

Для протона и электрона: $p = \frac{\hbar}{\lambda}$, $p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, т. е. $\frac{\hbar}{\lambda} = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$,

откуда получаем, что $v = \frac{\hbar c^2}{\sqrt{(mc^2)^2 \lambda^2 + \hbar^2 c^2}}$. Время пролета $t = \frac{L}{v} =$

$$= \frac{L\sqrt{(mc^2)^2 \lambda^2 + \hbar^2 c^2}}{\hbar c^2}.$$

Для протона имеем:

$$t = \frac{10^3 \text{ см} \sqrt{(938,3 \text{ МэВ})^2 \cdot (10^{-9} \text{ см})^2 + (6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}))^2}}{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с})^2} =$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Для электрона имеем

$$t = \frac{10^3 \text{ см} \sqrt{(0,511 \text{ МэВ})^2 \cdot (10^{-9} \text{ см})^2 + (6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}))^2}}{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с})^2} =$$

$$= 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Для фотона имеем: $t = \frac{L}{c} = \frac{10^3 \text{ см}}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} = 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ с.}$

2.1.4. Приведенная длина волны фотона $\lambda = 3 \cdot 10^{-11} \text{ см}$. Вычислить импульс p фотона.

$$p = \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar c}{\lambda c} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{300 \Phi_{\text{М}} \cdot c} = 0,66 \text{ МэВ/с.}$$

2.1.5. Нейтрон, находящийся в тепловом равновесии с окружающей средой при комнатной температуре ($\approx 300 \text{ К}$), имеет наиболее вероятную кинетическую энергию $T = 0,025 \text{ эВ}$. Определить длину волны нейтрона λ_n .

Очевидно, что данный случай нерелятивистский — $T_n \ll m_n c^2$. Тогда $\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 T}}$, и учитывая, что $hc \approx 1240 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}$, имеем

$$\lambda_n = \frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{\sqrt{2 \cdot 939,6 \text{ МэВ} \cdot 0,025 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ}}} = 1,8 \cdot 10^5 \Phi_{\text{М}} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 2 \text{ \AA}.$$

Таким образом, длина волны теплового нейтрона одного порядка величины с размерами атома.

2.1.6. Какова должна быть кинетическая энергия электронов, чтобы с их помощью исследовать внутреннюю структуру атома, ядра атома и нуклона?

Для исследования внутренней структуры объекта необходимо, чтобы длина волны пробной частицы (в данном случае электрона) была не больше размера этого объекта. В случае атома необходимо иметь $\lambda_e \leq R_{\text{ат}}$. Электрон нерелятивистский, поэтому

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{2m_e c^2 \cdot T_e}} \leq R_{\text{ат}}.$$

Откуда получаем

$$T_e \geq \frac{1}{2m_e c^2} \left(\frac{2\pi\hbar c}{R_{\text{ат}}} \right)^2 \approx \frac{1}{10^6 \text{ эВ}} \left(\frac{1240 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{10^{-8} \text{ см}} \right)^2 \approx 160 \text{ эВ}.$$

В случае ядра электрон должен быть релятивистским, т. е. имеем

$$\lambda_e = \frac{2\pi\hbar c}{p_e c} \approx \frac{2\pi\hbar c}{T_e} \approx \frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{T_e (\text{МэВ})} \leq R_{\text{яд}},$$

что для ядра с $A \approx 60$, имеющего $R_{\text{яд}} \approx 4 \text{ Фм}$, дает $T_e \geq 300 \text{ МэВ}$.

В случае нуклона, имеющего $R_N \approx 1 \text{ Фм}$, и учитывая, что электрон должен быть релятивистским, получаем

$$T_e \geq \frac{2\pi\hbar c}{R_N} \approx \frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{1 \text{ Фм}} \approx 1 \text{ ГэВ}.$$

2.1.7. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга «координата–импульс» ($\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$), оценить кинетические энергии электрона в атоме, нуклона в ядре и кварка в нуклоне.

Рассмотрим атом. Соотношение неопределенностей запишем в виде $\Delta x \cdot \Delta p \cdot c \geq \hbar c$. Для оценок полагаем $\Delta x \approx R_{\text{ат}}$, где $R_{\text{ат}}$ — радиус атома, а $\Delta p \approx p_e$, где p_e — импульс электрона. Электрон на орбите атома нерелятивистский, поэтому $p_e = \sqrt{2T_e \cdot m_e}$. Итак, получаем

$$T_e \geq \frac{1}{2m_e c^2} \left(\frac{2\pi\hbar c}{R_{\text{ат}}} \right)^2 \approx \frac{1}{10^6 \text{ эВ}} \left(\frac{1240 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{10^{-8} \text{ см}} \right)^2 \approx 150 \text{ эВ}.$$

Рассмотрим атомное ядро с массовым числом $A \approx 60-70$. Его радиус $R_{\text{ат}} \approx 4 \text{ Фм}$. Нуклон в ядре нерелятивистский, поэтому ход решения повторяет вышеприведенный для атома:

$$T_N \geq \frac{1}{2m_N c^2} \left(\frac{2\pi\hbar c}{R_{\text{яд}}} \right)^2 \approx \frac{1}{1877 \text{ МэВ}} \left(\frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{4 \text{ Фм}} \right)^2 \approx 50 \text{ МэВ}.$$

Заметим, что средняя кинетическая энергия нуклона в ядре около 20 МэВ .

Рассмотрим нуклон. Он, как известно, состоит из трех валентных кварков u , d . Их массы $2-5 \text{ МэВ}/c^2$. Для оценок примем массу кварка $m_q \approx 3 \text{ МэВ}/c^2$. Радиус нуклона $R_N \approx 1 \text{ Фм}$. Кварки внутри нуклона релятивистские, поэтому $p_q c \approx T_q$, и для кинетической энергии кварка внутри нуклона получаем

$$T_q \geq \frac{2\pi\hbar c}{R_N} \approx \frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{1 \text{ Фм}} = 1240 \text{ МэВ}.$$

2.1.8. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга «энергия–время» ($\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$), оценить характерный радиус a притягивающего нуклон-нуклонного взаимодействия.

Нуклон-нуклонное (NN) взаимодействие на расстояниях $r_{NN} > 0,8 \text{ Фм}$ является притягивающим и осуществляется главным образом однопионным (π^\pm или π^0) обменом. Кварковые диаграммы Фейнмана такого взаимодействия приведены в задаче 2.5.2. Исходя из массы пионов в энергетических единицах ($m_\pi c^2 = 135-140 \text{ МэВ}$) и используя соотношение неопределенностей $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$, оценим характерный радиус a такого взаимодействия. В рас-

смаатриваемом соотношении неопределенностей сделаем замены $\Delta E \approx m_\pi c^2$ и $\Delta t \approx \frac{a}{c}$. При этом для a получаем

$$a = \frac{\hbar c}{m_\pi c^2} = \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{(135 \div 140) \text{ МэВ}} \approx 1,4 \text{ Фм}. \quad (2.1.2)$$

2.1.9. Ядро $^{10}_5\text{В}$ из возбужденного состояния с энергией 0,72 МэВ распадается путем испускания γ -квантов с периодом полураспада $t_{1/2} = 7 \cdot 10^{-10}$ с. Оценить неопределенность в энергии ΔE испущенного γ -кванта.

В соотношении неопределенностей Гейзенберга «энергия–время» $\Delta E \times \Delta t \approx \hbar$ используем в качестве Δt период полураспада возбужденного состояния $t_{1/2}$. Тогда

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{t_{1/2}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}}{7 \cdot 10^{-10} \text{ с}} \approx 10^{-6} \text{ эВ}.$$

2.1.10. Найти среднее время жизни τ ядра $^{12}\text{С}$ в первом возбужденном состоянии 2^+ с энергией $E = 4,44$ МэВ, если при γ -распаде этого состояния формируется γ -линия шириной $\Gamma = (10,8 \pm 0,6) \cdot 10^{-6}$ кэВ.

Используем соотношение неопределенностей $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$, в котором $\Delta E = \Gamma$, а $\Delta t = \tau$. Получаем

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c} \approx \frac{200 \cdot 10^3 \text{ кэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{11 \cdot 10^{-6} \text{ кэВ} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}} \approx 6 \cdot 10^{-14} \text{ с}.$$

2.1.11. По ширине распада Δ -резонанса ($\Gamma_\Delta = 116\text{--}120$ МэВ) определить его среднее время жизни τ и тип фундаментального взаимодействия, ответственного за распад.

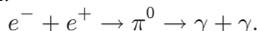
В соотношении неопределенностей Гейзенберга «энергия–время» $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$ заменим ΔE на Γ_Δ и Δt на τ . Получаем $\Gamma_\Delta \cdot \tau \approx \hbar$ и

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_\Delta} \approx \frac{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{118 \text{ МэВ}} \approx 0,56 \cdot 10^{-23} \text{ с}.$$

Это время характерно для распадов за счет сильного взаимодействия.

2.1.12. В эксперименте по рождению π^0 -мезона используется e^-e^+ -коллайдер. Какова должна быть энергия частиц этого коллайдера? Как обнаружить рождение π^0 ?

Масса π^0 -мезона $135 \text{ МэВ}/c^2$. Поэтому кинетическая энергия электронов и позитронов коллайдера должна быть равна $m_{\pi^0} c^2/2 = \frac{1}{2} 135 \text{ МэВ} = 67,5 \text{ МэВ}$. С вероятностью 98,8% π^0 -мезон распадается с испусканием двух γ -квантов. Таким образом, процесс рождения и распада π^0 в данном эксперименте выглядит так:



Следовательно, два γ -кванта с одинаковыми энергиями 67,5 МэВ летят в противоположные стороны из точки рождения и распада покоящегося π^0 -мезона. Поэтому факт рождения π^0 фиксируется одновременной (на совпадении) регистрацией двух γ -квантов с энергиями по 67,5 МэВ, летящих в диаметрально противоположных направлениях из точки соударения e^- и e^+ .

При плавном изменении энергии E столкновения e^- и e^+ для вероятности (эффективного сечения) рождения (распада) π^0 получаем резонансную кривую с максимумом в точке $E_0 = 135$ МэВ. Форма резонансной кривой сечения брейт-вигнеровская (1.10.30):

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (2.1.3)$$

где σ_0 — сечение в максимуме резонанса, а Γ — ширина резонансной кривой на половине высоты (ширина резонанса). Величина Γ связана со средним временем жизни τ нестабильной частицы соотношением $\Gamma \cdot \tau = \hbar$. Для π^0 -мезона $\tau = 8,4 \cdot 10^{-17}$ с и $\Gamma = \hbar/\tau = 6,6 \cdot 10^{-22}$ МэВ \cdot с / $8,4 \cdot 10^{-17}$ с $\approx 8 \cdot 10^{-6}$ МэВ. Таким образом, форма γ -линии распада π^0 очень узкая, и ее невозможно «увидеть» современными гамма-спектрометрами, типичное энергетическое разрешение которых для γ -квантов с энергиями ≈ 70 МэВ составляет 1–2 МэВ. Именно эта величина будет определять ширину наблюдаемого экспериментатором γ -резонанса от распада π^0 . При этом форма наблюдаемой резонансной линии уже не брейт-вигнеровская (2.1.3), а дается функцией отклика спектрометра.

§2.2. Релятивистская кинематика частиц

2.2.1. Чему равна скорость частицы v , кинетическая энергия T которой равна ее энергии покоя mc^2 ?

$$\text{Полная энергия релятивистской частицы } E = T + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

В случае $T = mc^2$ получаем $\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2mc^2$, откуда $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c \approx 0,87c$.

2.2.2. Средняя кинетическая энергия нуклона в ядре $T_N \approx 20$ МэВ. Чему равна его скорость?

Движение нуклона в ядре нерелятивистское. Поэтому для нахождения его скорости используем нерелятивистскую формулу:

$$v = c \sqrt{\frac{2T_N}{m_N c^2}} \approx c \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ МэВ}}{940 \text{ МэВ}}} \approx 0,2c = 6 \cdot 10^9 \text{ см/с}.$$

2.2.3. Определить скорости продуктов распада покоящегося π^+ -мезона.

π^+ -мезон с вероятностью 0,999877 распадается по схеме $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ и с вероятностью $1,23 \cdot 10^{-4}$ по схеме $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$. Рассмотрим оба эти распада. Кинематике первого (мюонного) распада посвящена задача 1.2.3 (§1.2). Считаем, что ν_μ (как и ν_e) движется со скоростью света (полагаем массу нейтрино нулевой). Что касается μ^+ , то его полная энергия $E_\mu = 109,8$ МэВ, а кинетическая энергия $T_\mu = 4,1$ МэВ. Учитывая, что эта энергия значительно меньше энергии покоя мюона $m_\mu c^2 = 105,7$ МэВ, скорость мюона рассчитываем по нерелятивистской формуле:

$$v_\mu = c \sqrt{\frac{2T_\mu}{m_\mu c^2}} \approx 0,28c.$$

Использование релятивистской формулы дает

$$v_\mu = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{E_\mu}\right)^2} \approx 0,27c.$$

Рассмотрим теперь позитронный распад пиона ($\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$). Используя формулы задачи 1.2.3 и то, что $m_{\pi^\pm} c^2 = 139,6$ МэВ, а $m_{e^\pm} c^2 = 0,511$ МэВ, получаем

$$E_e = T_e + m_e c^2 = \frac{(m_\pi - m_e)^2}{2m_\pi} c^2 + m_e c^2 = \frac{m_\pi^2 + m_e^2}{2m_\pi} c^2 = 69,786 \text{ МэВ},$$

$$\begin{aligned} E_{\nu_e} &= (m_\pi - m_e) c^2 - T_e = (m_\pi - m_e) c^2 - \frac{(m_\pi - m_e)^2}{2m_\pi} c^2 = \\ &= \frac{m_\pi^2 - m_e^2}{2m_\pi} c^2 = 69,784 \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

$$v_e = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_e c^2}{E_e}\right)^2} = 0,999973c.$$

2.2.4. Показать, что γ -квант не может передать всю энергию изолированному электрону.

Воспользовавшись равноправием всех инерциальных систем отсчета, запишем законы сохранения энергии и импульса в системе, где электрон покоится после поглощения фотона, т.е. в системе, в которой до поглощения импульс электрона \vec{p}_e равен и противоположен импульсу фотона \vec{p}_γ :

$$\begin{aligned} \vec{p}_e &= -\vec{p}_\gamma, \\ \sqrt{\vec{p}_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} + p_\gamma c &= m_e c^2. \end{aligned}$$

Очевидно, что эти соотношения одновременно соблюдаются только при $p_e = p_\gamma = 0$, т.е. при отсутствии фотона. Аналогично невозможны в вакууме и процессы $\gamma \rightarrow e^- + e^+$ и $e \rightarrow e + \gamma$. Все эти процессы становятся возможными лишь при наличии еще одного заряженного объекта (атомного ядра или частицы), которому передается часть энергии-импульса.

2.2.5. На каком расстоянии интенсивность пучка мюонов с кинетической энергией $T = 0,5$ ГэВ, движущихся в вакууме, уменьшается до половины первоначального значения?

Уменьшение интенсивности пучка мюонов происходит в результате распада мюонов $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. Число мюонов $N(t)$, не распавшихся к моменту времени t , определяется соотношением $N(t) = N(0) \cdot \exp(-t/\tau)$, где τ — среднее время жизни мюона, $N(0)$ — число мюонов в начальный момент времени. Среднее время жизни покоящихся мюонов равно $2,2 \cdot 10^{-6}$ с. В данном случае $N(t) = N(0)/2 = N(0) \cdot \exp(-t/\tau)$, то есть $\exp(-t/\tau) = 1/2$, или же $t = \tau \ln 2$. Релятивистское замедление течения времени определяется соотношением $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, где t_0 — время в системе, связанной с движущимся

телом. В нашем случае получаем $t = \frac{\tau \ln 2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$.

Связь между кинетической энергией T и импульсом p частицы $p = \frac{\sqrt{T^2 + 2Tmc^2}}{c}$. Релятивистский импульс частицы $p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ (m — масса покоя частицы, v — ее скорость). Приравняв оба выражения: $\frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\sqrt{T^2 + 2Tmc^2}}{c}$, получаем $v = \sqrt{\frac{T^2 + 2Tmc^2}{m^2c^2 + T^2/c^2 + 2Tm}}$ и $\sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{mc}{\sqrt{m^2c^2 + T^2/c^2 + 2Tm}}$. Энергия покоя mc^2 мюона около 106 МэВ. Время, в течение которого интенсивность пучка мюонов уменьшится в 2 раза: $t = \frac{\tau \ln 2 \sqrt{m^2c^2 + T^2/c^2 + 2Tm}}{mc}$. Пробег мюона

$$l = v \cdot t = \frac{\tau c \ln 2 \sqrt{T^2 + 2Tmc^2}}{mc^2} = \frac{2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} \cdot 0,693 \cdot \sqrt{(500 \text{ МэВ})^2 + 2 \cdot 500 \text{ МэВ} \cdot 106 \text{ МэВ}}}{106 \text{ МэВ}} = 2,6 \cdot 10^5 \text{ см} = 2,6 \text{ км}.$$

2.2.6. Определить, в каких из приведенных ниже распадов энергетические спектры продуктов имеют дискретный, а в каких непрерывный характер. Для дискретных спектров рассчитать кинетические энергии и импульсы продуктов распада.

- 1) $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$; 2) $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$;
3) $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$; 4) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$.

Массы покоя частиц в МэВ: $m_n c^2 = 939,57$; $m_p c^2 = 938,27$; $m_{K^+} c^2 = 493,65$; $m_{\pi^+} c^2 = 139,66$; $m_{\mu^+} c^2 = 105,66$; $m_{e^\pm} c^2 = 0,511$.

Для распадов с числом частиц больше двух в конечном состоянии (реакции 2 и 4) распределение энергии между ними имеет непрерывный характер.

Для двухчастичных распадов типа $A \rightarrow B + C$ распределение энергий продуктов однозначное, т.е. их спектры дискретны (реакции 1 и 3).

Реакция $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ уже обсуждалась в §1.2 (задача 1.2.3) и в задаче 2.2.3 данного раздела и энергии конечных частиц приведены там. При распаде покоящегося пиона импульсы мюона и нейтрино равны по абсолютной величине и направлены в противоположные стороны

$$p_\mu = p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = 29,8 \text{ МэВ/с}.$$

Реакция $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Рассмотрение аналогично предыдущей реакции:

$$E_\mu = \frac{m_K^2 + m_\mu^2}{2m_K} c^2 = \frac{(493,65 \text{ МэВ})^2 + (105,66 \text{ МэВ})^2}{2 \cdot 493,65 \text{ МэВ}} = 258,13 \text{ МэВ};$$

$$E_\nu = T_\nu = \frac{m_K^2 - m_\mu^2}{2m_K} c^2 = \frac{(493,65 \text{ МэВ})^2 - (105,66 \text{ МэВ})^2}{2 \cdot 493,65 \text{ МэВ}} = 235,52 \text{ МэВ}.$$

Кинетическая энергия мюона

$$T_\mu = E_\mu - m_\mu c^2 = 258,13 \text{ МэВ} - 105,66 \text{ МэВ} = 152,47 \text{ МэВ}.$$

Импульсы мюона и нейтрино равны по абсолютной величине и направлены в противоположные стороны

$$p_\mu = p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = 235,52 \text{ МэВ}/c.$$

2.2.7. Кинетическая энергия π^0 -мезона равна его энергии покоя. Он распадается на два γ -кванта, энергии которых равны. Каков угол между направлениями движения γ -квантов?

Энергии γ -квантов в лабораторной системе равны, если равны углы вылета γ -квантов относительно направления первоначального движения пиона.

Квадрат 4-импульса для π -мезона $P_i^2 = E_\pi^2 - p_\pi^2 c^2 = m_\pi^2 c^4$. Для γ -квантов $P_f^2 = (2E_\gamma)^2 - (2p_\gamma \cos \frac{\theta}{2})^2 c^2$, где θ — угол между направлениями вылета γ -квантов. Так как $E_\gamma = p_\gamma c = m_\pi c^2$, то $P_f^2 = 4m_\pi^2 c^4 - 4m_\pi^2 c^4 \cos^2 \frac{\theta}{2} = 4m_\pi^2 c^4 (1 - \cos^2 \frac{\theta}{2})$; $m_\pi^2 = 4m_\pi^2 (1 - \cos^2 \frac{\theta}{2})$, $\frac{1}{4} = 1 - \cos^2 \frac{\theta}{2}$, $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$, $\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{6}$, $\theta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$.

2.2.8. Определить величину суммарной кинетической энергии π мезонов $T_{\Sigma\pi}$, образующихся при распаде покоящегося K^+ -мезона: $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$. Массы покоя частиц: $m_{K^+} = 493,65 \text{ МэВ}/c^2$, $m_{\pi^\pm} = 139,66 \text{ МэВ}/c^2$.

Полная энергия K^+ -мезона E_{K^+} равна его энергии покоя $E_{K^+} = m_{K^+} c^2$. Полная энергия трех пионов $E_{\Sigma\pi}$ равна сумме их кинетических энергий и энергий покоя $E_{\Sigma\pi} = T_{\Sigma\pi} + M_{\Sigma\pi} c^2 = T_{\Sigma\pi} + 3m_{\pi^\pm} c^2$. Из закона сохранения энергии $E_{K^+} = E_{\Sigma\pi}$, $T_{\Sigma\pi} = m_{K^+} c^2 - 3m_{\pi^\pm} c^2 = (493,65 \text{ МэВ} - 3 \cdot 139,66 \text{ МэВ}) = = 74,67 \text{ МэВ}$.

2.2.9. Найти кинетические энергии протона и пиона в распаде Δ -изобары. Оценить время жизни Δ -изобары по ширине ее распада $\Gamma = 116 \div 120 \text{ МэВ}$.

Масса Δ -изобары равна 1232 МэВ. Разность масс первичной частицы и продуктов распада, т. е. сумма кинетических энергий протона и пиона равна 154 МэВ. Из законов сохранения энергии и импульса получаем:

$$T_p + T_\pi = 154 \text{ МэВ}, \quad p_p = p_\pi = \sqrt{T_\pi^2 + 2m_\pi c^2 T_\pi} / c.$$

Для протона можно применить нерелятивистское приближение, однако, для пиона оно неприменимо. Решая уравнения для импульсов частиц, получаем:

$$p_p = p_\pi = 227 \text{ МэВ}/c; \quad T_p = 27 \text{ МэВ}, \quad T_\pi = 127 \text{ МэВ}.$$

Решение для кинетических энергий частиц — продуктов двухчастичных распадов является единственным. Однако вид спектра энергий продуктов распада зависит от среднего времени жизни распадающейся частицы. Ширина спектральной линии Γ связана со средним временем жизни соотношением $\Gamma \cdot \tau = \hbar$. В случае распада Δ -изобары спектр кинетических энергий пионов имеет ширину $116 \div 120 \text{ МэВ}$. Столь большое значение ширины является следствием очень малого времени жизни Δ -изобары:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{(116 \div 120) \text{ МэВ} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см}/c} \approx 0,6 \cdot 10^{-23} \text{ с}.$$

2.2.10. Возможен ли опыт по визуальному наблюдению промежуточных бозонов W^\pm , например, в пузырьковой, искровой, дрейфовой камере, ядерных фотоэмульсиях или другом трековом приборе?

Рассмотрим реакцию рождения W^\pm -бозонов $p + \bar{p} \rightarrow W^+ + W^-$ на протон-антипротонном коллайдере TEVATRON (Лаборатория им. Ферми, США) с энергией каждого пучка 1 ТэВ. Тогда W -бозоны будут рождаться с полной энергией $E = 1$ ТэВ и от точки рождения до распада пройдут расстояние $l = \tau \cdot v$, где τ — время жизни W -бозона с учетом релятивистского замедления времени

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

Среднее время жизни W -бозона в его собственной системе $\tau_0 \approx \hbar/\Gamma$, где Γ — ширина распада W -бозона, равная 2,1 ГэВ. Отсюда

$$\tau_0 \approx \frac{\hbar}{\Gamma} \approx \frac{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{2,1 \cdot 10^3 \text{ МэВ}} \approx 3,1 \cdot 10^{-25} \text{ с}.$$

Из релятивистского соотношения для полной энергии

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

находим скорость $v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2}$ и $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \tau_0 \frac{E}{m_0 c^2}$. Отсюда имеем

$$l = \tau \cdot v = \tau_0 c \frac{E}{m_0 c^2} \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2}. \quad (2.2.1)$$

Так как энергия покоя W -бозона $m_0 c^2 \approx 80$ ГэВ, то $\frac{m_0 c^2}{E} \approx \frac{80}{1000} = 0,08$ и, пренебрегая незначительным отличием $\sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E}\right)^2}$ от единицы, получаем из (2.2.1)

$$l = 3,1 \cdot 10^{-25} \text{ с} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} \cdot \frac{1}{0,08} \approx 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см} \approx 1 \text{ Фм}.$$

Таким образом, пробег промежуточного бозона до распада слишком мал (примерно в 10 раз меньше диаметра ядра), чтобы его можно было наблюдать в любом трековом приборе.

2.2.11. Какая минимальная кинетическая энергия частиц каждого из сталкивающихся пучков $p\bar{p}$ -коллайдера необходима для протекания реакций: 1) $p + \bar{p} \rightarrow \bar{\Omega}^- + \Omega^-$; 2) $p + \bar{p} \rightarrow \bar{\Sigma}^0 + \Lambda$; 3) $p + \bar{p} \rightarrow \bar{\Lambda} + \Lambda$? Массы покоя частиц в энергетических единицах: $m_p c^2 = 938,27$ МэВ, $m_{\Omega^-} c^2 = 1672,43$ МэВ, $m_{\Sigma^0} c^2 = 1192,55$ МэВ, $m_{\Lambda} c^2 = 1115,63$ МэВ.

Для $p\bar{p}$ -коллайдера система центра инерции совпадает с лабораторной системой. Поэтому минимальная кинетическая энергия каждой из сталкивающихся частиц будет $T_{\min} = \frac{|Q_0|}{2} = \frac{|2m_p - \sum m_f|}{2} c^2 = \left| m_p - \frac{1}{2} \sum m_f \right| c^2$, где Q_0 — энергия реакции и $\sum m_f$ — сумма масс конечных частиц. Таким образом, для вышеуказанных реакции имеем

- 1) $T_{\min}(\bar{\Omega}^- + \Omega^-) = [938,27 \text{ МэВ} - \frac{1}{2}(1672,43 \text{ МэВ} + 1672,43 \text{ МэВ})] = 734,16 \text{ МэВ}.$
- 2) $T_{\min}(\bar{\Sigma}^0 + \Lambda) = [938,27 \text{ МэВ} - \frac{1}{2}(1192,55 \text{ МэВ} + 1115,63 \text{ МэВ})] = 215,82 \text{ МэВ}.$
- 3) $T_{\min}(\bar{\Lambda} + \Lambda) = [938,27 \text{ МэВ} - \frac{1}{2}(1115,63 \text{ МэВ} + 1115,63 \text{ МэВ})] = 177,36 \text{ МэВ}.$

2.2.12. Найти порог реакции $p + p \rightarrow p + \Sigma^+ + K^0$.

Порог реакции $A + B \rightarrow C + D + \dots$ рассчитывается в лабораторной системе координат (ЛСК), в которой частица A движется (снаряд), а частица B покоится (мишень). Используем пороговую формулу (1.2.18)

$$E_{\text{порог}} = (T_A)_{\min} = \frac{(m_C + m_D + \dots)^2 c^4 - (m_A + m_B)^2 c^4}{2m_B c^2} \quad (2.2.2)$$

и массы участвующих частиц $m_p c^2 = 938,3 \text{ МэВ}$, $m_{\Sigma^+} c^2 = 1189 \text{ МэВ}$, $m_K c^2 = 498 \text{ МэВ}$:

$$\begin{aligned} E_{\text{порог}} = (T_p)_{\min} &= \frac{(m_p + m_{\Sigma} + m_K)^2 c^4 - (2m_p)^2 c^4}{2m_p c^2} = \\ &= \frac{(938,3 + 1189 + 498)^2 - (2 \cdot 938,3)^2}{2 \cdot 938,3} \text{ МэВ} = 1796 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.2.13. Найти порог реакции $\gamma + p \rightarrow p + \bar{p} + p$ в нерелятивистском и релятивистском приближениях.

Для реакции $A + B \rightarrow C + D + \dots$ в этом случае удобнее использовать альтернативную пороговую формулу (1.2.19):

$$E_{\text{порог}} = (T_A)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{m_A}{m_B} + \frac{|Q|}{2m_B c^2} \right), \quad (2.2.3)$$

где $Q = (m_A + m_B)^2 c^2 - (m_C + m_D + \dots)^2 c^2$ — энергия реакции, а последнее слагаемое в скобках учитывается в релятивистском приближении. Итак, поскольку в данном случае $|Q| = 2m_p c^2$, получаем

нерелятивистское приближение:

$$(T_\gamma)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{m_A}{m_B} \right) = 2m_p c^2 = 1877 \text{ МэВ},$$

релятивистское:

$$(T_\gamma)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{m_A}{m_B} + \frac{|Q|}{2m_B c^2} \right) = 2m_p c^2 \left(1 + \frac{2m_p c^2}{2m_p c^2} \right) = 3754 \text{ МэВ}.$$

Таким образом, релятивистская «поправка» удваивает порог.

2.2.14. Определить пороговое значение энергии γ -кванта в реакции фоторождения π^0 -мезона на протоне: $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$. Масса π^0 -мезона $m_{\pi^0} c^2 = 134,98 \text{ МэВ}$.

Используем формулу (2.2.2):

$$(T_\gamma)_{\min} = \frac{(m_p + m_\pi)^2 c^4 - (m_p)^2 c^4}{2m_p c^2} \approx \frac{(938,3 + 135)^2 - (938,3)^2}{2 \cdot 938,3} \text{ МэВ} \approx 144,6 \text{ МэВ}.$$

2.2.15. Определить пороговое значение энергии γ -кванта в реакции рождения π^- -мезона: $\gamma + n \rightarrow p + \pi^-$. Масса π^- -мезона $m_{\pi^-}c^2 = 139,57$ МэВ.

Энергия реакции $Q = m_n c^2 - m_p c^2 - m_{\pi^-} c^2 = (939,57 - 938,27 - 139,57)$ МэВ $= -138,27$ МэВ. Используем далее формулу (2.2.3):

$$E_{\text{порог}} = (T_\gamma)_{\text{min}} = |Q| \left(1 + \frac{|Q|}{2m_n c^2} \right) = 138,27 \left(1 + \frac{138,27}{2 \cdot 939,57} \right) \text{ МэВ} = 148,44 \text{ МэВ.}$$

2.2.16. Определить кинетическую энергию пионов, отвечающих возбуждению максимума Δ -резонанса в реакциях $\pi^\pm + p \rightarrow \Delta^0$ или Δ^{++} . Протон выполняет роль мишени, т.е. покоится. $m_{\pi^\pm}c^2 = 139,57$ МэВ.

Решение задачи сводится к нахождению пороговой кинетической энергии пионов, отвечающей возбуждению Δ -резонанса в максимуме, т.е. при энергии $m_\Delta c^2 = 1232$ МэВ. Используем формулу (2.2.2):

$$(T_\pi)_{\text{min}} = \frac{m_\Delta^2 c^4 - (m_\pi + m_p)^2 c^4}{2m_p c^2} \approx \frac{(1232)^2 - (140 + 938)^2}{2 \cdot 938} \text{ МэВ} \approx 190 \text{ МэВ.}$$

2.2.17. Фотон обычно рождает e^-e^+ -пару в кулоновском поле ядра атома. В качестве минимальной (пороговой) энергии фотона в этом процессе принято указывать энергию $2m_e c^2 \approx 2 \cdot 0,511$ МэВ $= 1,022$ МэВ. Однако часть энергии фотона в силу сохранения импульса передается ядру, что делает пороговую энергию $> 2m_e c^2$. Оценить поправку к величине $2m_e c^2$ за счет отдачи ядра. Считать, что ядро имеет массовое число $A = 50$.

Рождение e^-e^+ -пары происходит в реакции $\gamma + \text{ядро} \rightarrow e^- + e^+ + \text{ядро}$. Рассчитываем пороговую энергию, используя формулу (2.2.3), в которой $Q = -2m_e c^2$:

$$(E_\gamma)_{\text{порог}} = (T_\gamma)_{\text{min}} = 2m_e c^2 \left(1 + \frac{2m_e c^2}{2M_{\text{я}} c^2} \right) \approx \\ \approx 2m_e c^2 \left(1 + \frac{1,022}{2 \cdot 50 \cdot 939} \right) \approx 2m_e c^2 (1 + 10^{-5}).$$

Таким образом, отдача ядра увеличивает пороговую энергию ($2m_e c^2$) всего лишь на 10^{-5} , и поэтому этой незначительной добавкой пренебрегают.

2.2.18. Найти пороговую энергию рождения фотоном e^-e^+ -пары в кулоновском поле электрона.

Рождение e^-e^+ -пары происходит в реакции $\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^+ + e^-$. Рассчитываем пороговую энергию, используя формулу (2.2.3), в которой $Q = -2m_e c^2$:

$$(E_\gamma)_{\text{порог}} = (T_\gamma)_{\text{min}} = 2m_e c^2 \left(1 + \frac{2m_e c^2}{2m_e c^2} \right) = 4m_e c^2 \approx 2,044 \text{ МэВ.}$$

2.2.19. Электрон сталкивается с атомным электроном, Какова пороговая энергия рождения e^-e^+ -пары в таком столкновении?

Рождение e^-e^+ -пары происходит в реакции $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^- + e^+$. Рассчитываем пороговую энергию, используя формулу (2.2.2):

$$(T_e)_{\min} = \frac{(4m_e)^2 c^4 - (2m_e)^2 c^4}{2m_e c^2} = 6m_e c^2 \approx 3,066 \text{ МэВ.}$$

2.2.20. Реакция $\pi^- + p \rightarrow n + J/\psi$ протекает в районе порога. Протон покоится. Определить скорости образующихся в реакции частиц.

В районе (точке) порога продукты реакции, наделенные массой, двигаются неразделенными с одинаковой скоростью, равной скорости центра масс. Направление движения совпадает с направлением движения частицы-снаряда (π^-). Находим пороговую энергию, используя формулу (2.2.3):

$$Q = (m_\pi + m_p - m_n - m_{J/\psi})c^2 \approx \\ \approx (139,6 + 938,3 - 939,6 - 3097) \text{ МэВ} \approx -2959 \text{ МэВ.}$$

$$(T_\pi)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{m_\pi}{m_p} + \frac{|Q|}{2m_p c^2} \right) \approx \\ \approx 2959 \left(1 + \frac{139,6}{938,3} + \frac{2959}{2 \cdot 938,3} \right) \text{ МэВ} \approx 8066 \text{ МэВ.}$$

Доля пороговой энергии, идущая на движение центра масс, составляет

$$\left(\frac{m_\pi}{m_p} + \frac{|Q|}{2m_p c^2} \right) / \left(1 + \frac{m_\pi}{m_p} + \frac{|Q|}{2m_p c^2} \right) \approx 0,63.$$

Кинетическая энергия центра масс $T_{ц.м.} = (T_\pi)_{\min} \cdot 0,63 = 8066 \times 0,63 \text{ МэВ} = 5107 \text{ МэВ}$. Полная энергия центра масс

$$E_{ц.м.} = T_{ц.м.} + m_n c^2 + m_{J/\psi} c^2 = (5107 + 939,6 + 3097) \text{ МэВ} = 9143,6 \text{ МэВ.}$$

Энергия покоя центра масс $m_{ц.м.} c^2 = m_n c^2 + m_{J/\psi} c^2 = (939,6 + 3097) \text{ МэВ} = 4036,6 \text{ МэВ}$.

Для скорости центра масс и конечных частиц получаем:

$$v_{ц.м.} = v_n = v_{J/\psi} = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_{ц.м.} c^2}{E_{ц.м.}} \right)^2} \approx c \sqrt{1 - \left(\frac{4036,6}{9143,6} \right)^2} \approx 0,9c.$$

2.2.21. Какова должна быть минимальная кинетическая энергия протонов в ускорителе на встречных протон-протонных пучках и с неподвижной (например, водородной) мишенью для генерации нейтральных квантов слабого поля?

Рассматривается реакция $p + p \rightarrow p + p + Z$, где нейтральный квант слабого поля Z -бозон имеет $m_Z c^2 = |Q| \approx 91,2 \text{ ГэВ}$. В случае pp -коллайдера, т. е. в системе центра инерции (СЦИ) имеем

$$(T_p)_{\min}^{\text{СЦИ}} = \frac{|Q|}{2} = \frac{91,2}{2} \text{ ГэВ} = 45,6 \text{ ГэВ.}$$

В ускорителе с неподвижной мишенью, т. е. в лабораторной системе координат (ЛСК), используя формулу (2.2.3), имеем

$$(T_p)_{\min}^{\text{ЛСК}} = |Q| \left(1 + \frac{m_p}{m_p} + \frac{|Q|}{2m_p c^2} \right) \approx \\ \approx 91,2 \left(1 + 1 + \frac{91,2}{2 \cdot 0,938} \right) \text{ ГэВ} \approx 4434 \text{ ГэВ} = 4,434 \text{ ТэВ.}$$

К последнему результату можно прийти и применяя формулу (1.2.22), связывающую кинетические энергии частиц T' и T в эквивалентных ускорителях соответственно на встречных пучках (СЦИ) и с неподвижной мишенью (ЛСК):

$$T = \frac{2T'}{mc^2} (T' + 2mc^2). \quad (2.2.4)$$

В нашем случае $T' = 45,6 \text{ ГэВ}$ и $mc^2 \equiv m_p c^2 \approx 0,938 \text{ ГэВ}$. Поэтому полу-
чаем

$$T = \frac{2 \cdot 45,6}{0,938} (45,6 + 2 \cdot 0,938) \text{ ГэВ} \approx 4,434 \text{ ТэВ}.$$

2.2.22. На большом адронном коллайдере в ЦЕРНе (Швейцария) сталкиваются протоны с кинетическими энергиями 7 ТэВ . Какова энергия эквивалентного протонного ускорителя с одним пучком?

Используем формулу (2.2.4), в которой $T' = 7 \text{ ТэВ}$ и $mc^2 \equiv m_p c^2 \approx 0,938 \text{ ГэВ}$:

$$T = \frac{2 \cdot 7}{0,938 \cdot 10^{-3}} (7 + 2 \cdot 0,938 \cdot 10^{-3}) \text{ ТэВ} \approx \frac{2 \cdot 7^2}{0,938 \cdot 10^{-3}} \approx 10^5 \text{ ТэВ}.$$

2.2.23. Если один из протонных пучков большого адронного коллайдера направить на неподвижную мишень, то частицы какой максимальной массы можно генерировать?

Итак, коллайдер работает в режиме ускорителя с неподвижной мишенью. Если определить кинетическую энергию T' протонов эквивалентного ускорителя на встречных пучках, то максимальная масса M рождаемой частицы находится из соотношения $Mc^2 = 2T'$. Находим T' с помощью соотношения (2.2.4), пренебрегая незначительным вкладом величины $2mc^2$ в скобках:

$$T' \approx \sqrt{\frac{T \cdot mc^2}{2}}.$$

Откуда

$$Mc^2 = 2T' \approx \sqrt{2T \cdot mc^2} = \sqrt{2 \cdot 7000 \cdot 0,938} \text{ ГэВ} \approx 115 \text{ ГэВ}. \quad (2.2.5)$$

2.2.24. Какова наибольшая масса частицы, которую можно генерировать на протонном ускорителе У-70 в Протвино (Россия)?

Это ускоритель с неподвижной мишенью и максимальной кинетической энергией протонов $T = 76 \text{ ГэВ}$. Используем формулу (2.2.5):

$$Mc^2 \approx \sqrt{2T \cdot mc^2} = \sqrt{2 \cdot 76 \cdot 0,938} \text{ ГэВ} \approx 12 \text{ ГэВ}.$$

2.2.25. Получить формулу для расчета максимальной массы M частицы, которая может быть рождена на ускорителе, в котором сталкиваются разные частицы a и b , имеющие разные кинетические энергии T_a и T_b .

Рассматриваем процесс $a + b \rightarrow \text{частица массы } M$. Запишем законы сохранения энергии и импульса:

$$E_a + E_b = Mc^2 + T_M,$$

$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = \vec{p}_M.$$

Здесь T_M и \vec{p}_M — кинетическая энергия и импульс рожденной частицы, а E_a , \vec{p}_a и E_b , \vec{p}_b — полные энергии и импульсы частиц a и b . Учитывая, что $Mc^2 + T_M = \sqrt{(p_M c)^2 + M^2 c^4}$ и в ультрарелятивистском случае $|\vec{p}_a + \vec{p}_b| \approx \approx \frac{1}{c} |E_a - E_b| \approx p_M$, получаем:

$$(E_a + E_b)^2 = p_M^2 c^2 + M^2 c^4 \approx (E_a - E_b)^2 + M^2 c^4.$$

Откуда

$$Mc^2 \approx 2\sqrt{E_a \cdot E_b} \approx 2\sqrt{T_a \cdot T_b}. \quad (2.2.6)$$

2.2.26. В ускорителе HERA (Гамбург, Германия), работавшем в период 1992–2007 гг., сталкивались электроны с кинетической энергией $T_e = 30$ ГэВ и протоны с кинетической энергией $T_p = 920$ ГэВ. Какова наибольшая масса частицы, которую можно было генерировать на таком ускорителе?

Используем формулу (2.2.6):

$$Mc^2 \approx 2\sqrt{T_e \cdot T_p} \approx 2\sqrt{30 \cdot 920} \text{ ГэВ} \approx 332 \text{ ГэВ}.$$

2.2.27. Рассчитать энергию, выделяющуюся при падении на Землю тела из антивещества весом в 100 тонн.

Энергия выделяется за счет аннигиляции антивещества тела с равным количеством вещества Земли. Таким образом, выделяется энергия $E = 2mc^2$, где $m = 100$ тонн:

$$E = 2mc^2 = 2 \cdot 10^8 \text{ г} \cdot \frac{931,5 \text{ МэВ}}{1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}} = 1,12 \cdot 10^{35} \text{ МэВ} \approx 1,8 \cdot 10^{22} \text{ Дж}.$$

Здесь использованы соотношения: $1 \text{ а.е.м.} = 931,5 \frac{\text{МэВ}}{c^2} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ и $1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$. Выразим полученную энергию в количестве тринитротолуола (тнт). 1 килотонна тнт = $4,2 \cdot 10^{12} \text{ Дж}$. Имеем $E \approx 4,3 \times 10^9 \text{ кт тнт}$. Энергия атомной бомбы, сброшенной на Хиросиму, $\approx 20 \text{ кт тнт}$. Таким образом, падение 100т антивещества на Землю энергетически эквивалентно взрыву двухсот миллионов атомных бомб Хиросимы!

§2.3. Взаимодействия частиц. Законы сохранения

2.3.1. В электростатике потенциал системы φ является относительной величиной. Все уравнения содержат лишь изменения потенциала и не зависят от абсолютной шкалы φ в любой точке пространства. Показать, что из концепции относительности электростатического потенциала следует сохранение электрического заряда.

Пусть электрический заряд не сохраняется и может возникнуть или исчезнуть с помощью некоего механизма. Чтобы создать заряд q требуется работа A , которая после исчезновения заряда возвращается. Пусть заряд создан в точке, где электрический потенциал в выбранной шкале равен φ . Работа A не зависит от φ , так как по условию нет физических процессов, зависящих от абсолютной

шкалы потенциала. Если переместить возникший заряд в точку с потенциалом φ' , то изменение электрической энергии будет $q(\varphi - \varphi')$. Если затем заряд исчезнет, то мы вернемся к исходной физической системе с энергией, измененной на величину $A - A + q(\varphi - \varphi') \neq 0$. Таким образом, сохранение энергии не позволяет генерировать и уничтожать заряд, если шкала электрического потенциала является относительной.

2.3.2. Какие из перечисленных реакций возможны?

1. $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$,
2. $p + p \rightarrow p + p + \bar{p} + \pi^+$,
3. $p + p \rightarrow p + p + \pi^- + \pi^+$,
4. $p + p \rightarrow p + \bar{p} + \pi^0 + \pi^+ + \pi^+$.

Проверяем сохранение электрического заряда Q , а затем барионного заряда B . Этого в данном случае достаточно, так как в реакциях нет других частиц, кроме адронов. Q сохраняется во всех реакциях, а B — лишь в реакциях 1 и 3.

Для всех реакций слева $\sum_i B_i = 2$ и энергия реакции < 0 , т.е. реакции имеют порог.

2.3.3. Внутренние четности барионов не могут быть однозначно найдены из экспериментов. Можно говорить лишь об относительных внутренних четностях барионов. С чем это связано?

Сохранение барионного числа B означает, что барионы не могут самопроизвольно исчезать или возникать. Они могут лишь трансформироваться один в другой. Следовательно, лишь относительные внутренние четности барионов имеют смысл.

2.3.4. Рассмотрим реакцию $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$. Эта реакция наблюдается. Поменяем знаки электрических зарядов конечных частиц. Получаем реакцию $\pi^- + p \rightarrow K^- + \Sigma^+$, которая никогда не наблюдается. Как это объяснить?

Первая реакция возможна, так как в ней сохраняются все аддитивные квантовые числа, в том числе и странность. Действительно, $s(\pi^-) = s(p) = 0$, $s(K^+) = +1$, $s(\Sigma^-) = -1$. Обмен электрическими зарядами конечных частиц сопровождается изменением знака странности у K^- ($s(K^-) = -1$). В то же время $s(\Sigma^+) = s(\Sigma^-) = -1$. При этом странность во второй реакции перестает сохраняться.

2.3.5. Определить частицы X , образующиеся в следующих реакциях сильного взаимодействия: 1) $\pi^- + p \rightarrow K^- + p + X$, 2) $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^0 + X$, 3) $p + \bar{p} \rightarrow \Xi^- + \pi^+ + X$.

Исходя из законов сохранения электрического заряда Q , барионного заряда B , странности s и проекции изоспина I_3 в этих реакциях, определим характеристики частиц X :

$$\begin{aligned}
1) \quad & \pi^- + p \rightarrow K^- + p + X \\
Q: \quad & -1 + 1 \rightarrow -1 + 1 + Q_X \quad Q_X = 0 \\
B: \quad & 0 + 1 \rightarrow 0 + 1 + B_X \quad B_X = 0 \\
s: \quad & 0 + 0 \rightarrow -1 + 0 + s_X \quad s_X = 1 \\
I_3: \quad & -1 + 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 + (I_3)_X \quad (I_3)_X = -1/2.
\end{aligned}$$

Этот набор квантовых чисел соответствует K^0 -мезону.

$$\begin{aligned}
2) \quad & K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^0 + X \\
Q: \quad & -1 + 1 \rightarrow -1 + 0 + Q_X \quad Q_X = 1 \\
B: \quad & 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 + B_X \quad B_X = 0 \\
s: \quad & -1 + 0 \rightarrow -3 + 1 + s_X \quad s_X = 1 \\
I_3: \quad & -1/2 + 1/2 \rightarrow 0 - 1/2 + (I_3)_X \quad (I_3)_X = 1/2.
\end{aligned}$$

Этот набор квантовых чисел соответствует K^+ -мезону.

$$\begin{aligned}
3) \quad & p + \bar{p} \rightarrow \Xi^- + \pi^+ + X \\
Q: \quad & 1 - 1 \rightarrow -1 + 1 + Q_X \quad Q_X = 0 \\
B: \quad & 1 - 1 \rightarrow 1 + 0 + B_X \quad B_X = -1 \\
s: \quad & 0 + 0 \rightarrow -2 + 0 + s_X \quad s_X = 2 \\
I_3: \quad & 1/2 - 1/2 \rightarrow -1/2 + 1 + (I_3)_X \quad (I_3)_X = -1/2.
\end{aligned}$$

Этот набор квантовых чисел соответствует Ξ^0 -гиперону.

2.3.6. Могут ли следующие реакции: 1) $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^-$; 2) $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} + \pi^0$; 3) $K^+ + n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$ происходить в результате сильного взаимодействия.

Определим изменения электрического заряда Q , барионного заряда B , странности s и проекции изоспина I_3 в этих реакциях:

$$\begin{aligned}
1) \quad & \pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^- \\
Q: \quad & -1 + 1 \rightarrow -1 + 1 - 1 \quad \Delta Q = -1 \\
B: \quad & 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
s: \quad & 0 + 0 \rightarrow -2 + 1 - 1 \quad \Delta s = -2 \\
I_3: \quad & -1 + 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 - 1/2 \quad \Delta I_3 = 0.
\end{aligned}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняются электрический заряд и странность.

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} + \pi^0 \\
 Q: \quad & 1 + 1 \rightarrow 2 + 0 \quad \Delta Q = 0 \\
 B: \quad & 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
 s: \quad & 0 + 0 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta s = 0 \\
 I_3: \quad & 1 + 1/2 \rightarrow 3/2 + 0 \quad \Delta I_3 = 0.
 \end{aligned}$$

Реакция возможна, так как все законы сохранения выполнены.

$$\begin{aligned}
 3) \quad & K^+ + n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0 \\
 Q: \quad & 1 + 0 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta Q = 0 \\
 B: \quad & 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
 s: \quad & 1 + 0 \rightarrow -1 + 0 \quad \Delta s = -2 \\
 I_3: \quad & 1/2 - 1/2 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta I_3 = 1.
 \end{aligned}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняются странность и проекция изоспина.

2.3.7. Определить кварковый состав и квантовые числа частицы X , рождающейся в реакции сильного взаимодействия $\pi^- + p \rightarrow K^0 + K^+ + X$.

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \pi^- + p \rightarrow K^0 + K^+ + X \\
 Q: \quad & -1 + 1 \rightarrow 0 + 1 + Q_X \quad Q_X = -1 \\
 B: \quad & 0 + 1 \rightarrow 0 + 0 + B_X \quad B_X = 1 \\
 s: \quad & 0 + 0 \rightarrow 1 + 1 + s_X \quad s_X = -2 \\
 I_3: \quad & -1 + 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 + (I_3)_X \quad (I_3)_X = -1/2.
 \end{aligned}$$

Этот набор квантовых чисел соответствует Ξ^- .

Для нахождения кваркового состава этой частицы используем принцип: в реакциях сильного взаимодействия, которые идут с сохранением всех квантовых чисел, количество кварков каждого аромата сохраняется (все ароматы сохраняются). При этом кварк и антикварк одного аромата на любой стадии реакции (до или после) можно не учитывать. Они, являясь частицей и античастицей, полностью компенсируют свои аддитивные квантовые числа. Учитывая кварковый состав известных в реакции частиц: $\pi^- = d\bar{u}$, $p = uud$, $K^0 = d\bar{s}$, $K^+ = u\bar{s}$, записываем исследуемую реакцию в форме уравнения кваркового баланса

$$d\bar{u} + uud = d\bar{s} + u\bar{s} + X.$$

Откуда получаем кварковый состав частицы X : dss . Подчеркнем, что использование уравнения кваркового баланса это самый быстрый способ получения как квантовых характеристик искомой частицы, так и идентификации самой этой частицы.

2.3.8. Возможна ли реакция $\pi^- + p \rightarrow n + K^+ + K^-$?

Проверяем сохранение электрического заряда Q , барионного заряда B , странности s и проекции изоспина I_3 в этой реакции:

$$\begin{array}{l}
 \pi^- + p \rightarrow n + K^+ + K^- \\
 Q: \quad -1 + 1 \rightarrow 0 + 1 - 1 \quad \Delta Q = 0 \\
 B: \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
 s: \quad 0 + 0 \rightarrow 0 + 1 - 1 \quad \Delta s = 0 \\
 I_3: \quad -1 + 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 - 1/2 \quad \Delta I_3 = 0.
 \end{array}$$

Реакция возможна, так как сохраняются все аддитивные квантовые числа. Она происходит за счет сильного взаимодействия. Сохранение всех аддитивных квантовых чисел в данной реакции подтверждается и кварковым балансом (об этом балансе в сильных взаимодействиях говорится в предыдущей задаче): $d\bar{u} + uud = udd + u\bar{s} + \bar{u}s$.

2.3.9. Какие из приведенных ниже реакций под действием антинейтрино возможны, какие запрещены и почему: 1) $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$; 2) $\bar{\nu}_e + n \rightarrow p + \mu^-$; 3) $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$.

Реакции происходят в результате слабого взаимодействия. Определим изменения электрического заряда Q , барионного заряда B , лептонного электронного L_e и мюонного L_μ чисел в этих реакциях:

$$\begin{array}{l}
 1) \quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+ \\
 Q: \quad 0 + 1 \rightarrow 0 + 1 \quad \Delta Q = 0 \\
 B: \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
 L_e: \quad 0 + 0 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta L_e = 0 \\
 L_\mu: \quad -1 + 0 \rightarrow 0 - 1 \quad \Delta L_\mu = 0.
 \end{array}$$

Реакция возможна, так как все рассмотренные законы сохранения выполнены.

$$\begin{array}{l}
 2) \quad \bar{\nu}_e + n \rightarrow p + \mu^- \\
 Q: \quad 0 + 0 \rightarrow 1 - 1 \quad \Delta Q = 0 \\
 B: \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
 L_e: \quad -1 + 0 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta L_e = 1 \\
 L_\mu: \quad 0 + 0 \rightarrow 0 + 1 \quad \Delta L_\mu = 1.
 \end{array}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняются электронное и мюонное лептонные числа.

$$\begin{array}{l}
 3) \quad \bar{\nu}_\mu + n \rightarrow p + \mu^- \\
 Q: \quad 0 + 0 \rightarrow 1 - 1 \quad \Delta Q = 0 \\
 B: \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
 L_e: \quad 0 + 0 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta L_e = 0 \\
 L_\mu: \quad -1 + 0 \rightarrow 0 + 1 \quad \Delta L_\mu = 2.
 \end{array}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняется мюонное лептонное число.

2.3.10. Проанализировать выполнение законов сохранения в распаде $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

В этом распаде участвуют нестранные барионы и лептоны первого поколения, характеризующиеся электронным лептонным квантовым числом. Поэтому проверим сохранение электрического заряда Q , барионного числа B , изоспина I , его проекции I_3 и электронного лептонного числа L_e .

$$\begin{array}{l}
 n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \\
 Q: \quad 0 \rightarrow 1 - 1 + 0 \qquad \Delta Q = 0 \\
 B: \quad 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 \qquad \Delta B = 0 \\
 I: \quad \frac{\vec{1}}{2} \rightarrow \frac{\vec{1}}{2} + \vec{0} + \vec{0} \qquad \Delta \vec{I} = \vec{1}, \Delta I = 0 \\
 I_3: \quad -\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2} + 0 + 0 \qquad \Delta I_3 = 1 \\
 L_e: \quad 0 \rightarrow 0 + 1 - 1 \qquad \Delta L_e = 0.
 \end{array}$$

Таким образом, в распаде нейтрона не сохраняется вектор изоспина \vec{I} и его проекция I_3 , что является следствием распадов, идущих за счет слабых сил. Диаграмма распада нейтрона приведена на рис. 1.5.2б. Поясним запись $\Delta \vec{I} = \vec{1}, \Delta I = 0$. Отметим, что $\Delta I = 0$ означает, что не изменилась величина вектора изоспина. При этом сам этот вектор изменил направление. У нейтрона этот вектор направлен «вниз», а у протона — «вверх».

2.3.11. За счет каких взаимодействий происходят следующие распады: а) $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$, б) $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, в) $\chi(c\bar{c}) \rightarrow p + \bar{p}$, г) $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$? Ответ обосновать.

а) Это слабый распад, так как испускается антинейтрино — безошибочный признак слабого взаимодействия. б) Это электромагнитный распад, так как испускаются фотоны. в) Это распад по сильному взаимодействию, так как сохраняются все аддитивные квантовые числа. г) Это слабый распад, так как не сохраняются изоспин, его проекция и странность.

2.3.12. Из соотношения неопределенностей «время–энергия» получается следующая связь между массой m переносчика взаимодействия и радиусом a соответствующих сил (см. (1.5.1)):

$$a = \frac{\hbar c}{mc^2}. \quad (2.3.1)$$

Сильное взаимодействие кварков осуществляется обменом безмассовыми глюонами. Безмассовость глюона, казалось бы, должна была дать бесконечный радиус сильного взаимодействия (как электромагнитного и гравитационного). Однако вместо дальнедействующего сильного взаимодействия мы наблюдаем весьма короткодействующие силы, радиус которых всего ≈ 1 Фм. Как объяснить это обстоятельство?

Вышеуказанное обстоятельство объясняется наличием у глюона цветового заряда. Это не позволяет глюону далеко уйти от точки рождения и делает сильное взаимодействие короткодействующим. Наблюдаемые объекты, построенные из кварков (адроны), лишены цвета (цветового заряда). Они белые

и не могут быть источником глюонов. Источником глюонов могут быть лишь цветные кварки, но они находятся внутри бесцветных адронов и внутри этих образований, лишенных с точки зрения внешнего наблюдателя цвета, интенсивно обмениваются цветными глюонами. Таким образом, основная область сильного (цветного) взаимодействия по существу ограничена размерами адрона (≈ 1 Фм) и не может далеко распространяться за его пределы. Кварки вместе с глюонами оказываются запертыми внутри адронов.

2.3.13. Нейтральный пион с вероятностью 98 % испытывает распад на два гамма-кванта: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Это электромагнитный распад. Никакими законами сохранения не запрещен распад нейтрального пиона на два глюона: $\pi^0 \rightarrow 2g$. Этот распад идет по сильному взаимодействию и должен наблюдаться значительно чаще, чем распад на два гамма-кванта. Почему он не наблюдается?

Причина в окрашенности глюонов. Из-за «удержания» цвета в пределах области ≈ 1 Фм (см. предыдущую задачу) глюоны не могут далеко выйти за рамки этой области и быть непосредственно зафиксированными внешним наблюдателем. Глюоны во внешней области превращаются в струи бесцветных адронов (этот процесс называется *адронизацией*) и наблюдаются в виде этих струй. В данном случае глюонных адронных струй возникнуть не может, потому что нет адронов более легких, чем π^0 . Процесс $\pi^0 \rightarrow 2g \rightarrow$ адроны запрещен по энергии. Он обрывается на стадии $\pi^0 \rightarrow 2g$. Испущенные кварками, входящими в состав π^0 , глюоны вновь захватываются этими кварками. Таким образом, процесс $\pi^0 \rightarrow 2g$ хотя и идет значительно чаще, чем процесс $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, но ненаблюдаем (виртуален).

2.3.14. Поперечное сечение реакции ассоциированного рождения странных частиц $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$ при импульсе 1 ГэВ/с налетающей частицы (π^-) равно примерно 1 мб. Как Λ , так и K^0 распадаются по слабому взаимодействию за среднее время $\approx 10^{-10}$ с. Получите отношение констант слабого и сильного взаимодействий $\frac{\alpha_w}{\alpha_s}$.

Образование Λ и K^0 в вышеуказанной реакции происходит за счет сильного взаимодействия. Радиус этого взаимодействия $R_s \approx 1$ Фм, и соответствующие сечения при больших энергиях имеют порядок величины $\pi R_s^2 \approx 30$ мб. Характерные времена сильного взаимодействия, отвечающие такому сечению, $\tau_s(30 \text{ мб}) \approx \frac{R_s}{c} \approx 3 \cdot 10^{-24}$ с. Поскольку рассматриваемая реакция рождения Λ и K^0 идет с сечением в 30 раз меньшим, то время ее протекания увеличивается во столько же раз:

$$\tau_{\text{рожд}}(1 \text{ мб}) \approx \frac{30 \text{ мб}}{1 \text{ мб}} \cdot 3 \cdot 10^{-24} \text{ с} \approx 10^{-22} \text{ с}.$$

Как рождение, так и распад частиц Λ и K^0 описываются двухузловыми диаграммами Фейнмана (см. задачи 2.5.3(1), 2.5.5(1) и рис. 1.5.5), для которых связь между сечением σ (вероятностью w) процесса и временем τ его протекания связаны соотношением

$$\sigma \sim \alpha^2 \sim \frac{1}{\tau},$$

где α — константа соответствующего взаимодействия. Для реакции ассоциированного рождения Λ и K^0 имеем $\tau_{\text{рожд}} \approx 10^{-22} \text{ с} \sim \frac{1}{\alpha_s^2}$. Для распадов Λ и K^0 , идущих за счет слабых сил, можем записать $\tau_{\text{расп}} \approx 10^{-10} \text{ с} \sim \frac{1}{\alpha_w^2}$. Отсюда получаем

$$\frac{\alpha_w}{\alpha_s} \approx \sqrt{\frac{\tau_{\text{рожд}}}{\tau_{\text{расп}}}} = \sqrt{\frac{10^{-22} \text{ с}}{10^{-10} \text{ с}}} = 10^{-6}.$$

2.3.15. Ядро ${}^{34}_{17}\text{Cl}$ испытывает β^+ -распад: ${}^{34}_{17}\text{Cl} \rightarrow {}^{34}_{16}\text{S} + e^+ + \nu_e$. Такой же тип β -распада имеет место и для π^+ -мезона: $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$. Что еще сближает эти два β^+ -распада? Оцените отношение вероятностей сравнимых распадов и время жизни π^+ относительно β^+ -распада, учитывая, что средние времена жизни ${}^{34}_{17}\text{Cl}$ и пиона соответственно $\tau_{\text{Cl}} = 1,5 \text{ с}$, $\tau_{\pi} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ и вероятность $w_{\beta^+}^{\pi}$ распада пиона по каналу $e^+ \nu_e$ составляет $1,23 \cdot 10^{-4}$.

Основные состояния ${}^{34}_{17}\text{Cl}$ и ${}^{34}_{16}\text{S}$, так же как π^+ и π^0 , имеют нулевые спины. Поэтому оба β -распада — разрешенные фермиевского типа: $0^+ \rightarrow 0^+$ и $0^- \rightarrow 0^-$ соответственно. Начальное и конечное ядра принадлежат к изоспиновому мультиплету с $I = 1$. То же самое относится и к пионам, участвующим в процессе. Кроме того, близки энергывыделения Q этих двух распадов ($Q_{\text{Cl}} = 4,5 \text{ МэВ}$ и $Q_{\pi} = 4,1 \text{ МэВ}$). Вероятности распадов в единицу времени обратны средним временам жизни. Поэтому отношение вероятностей β^+ -распада ${}^{34}_{17}\text{Cl}$ и пиона получается из следующего выражения:

$$\frac{\tau_{\pi}}{\tau_{\text{Cl}}} \cdot \frac{1}{w_{\beta^+}^{\pi}} \cdot \left(\frac{Q_{\text{Cl}}}{Q_{\pi}}\right)^5 = \frac{2,6 \cdot 10^{-8}}{1,5} \cdot \frac{10^4}{1,23} \cdot \left(\frac{4,5}{4,1}\right)^5 \approx 2,3 \cdot 10^{-4}.$$

Здесь множитель $(Q_{\text{Cl}}/Q_{\pi})^5$ учитывает правило Сарджента (1.10.25). Для времени жизни π^+ относительно β^+ -распада получаем:

$$\tau_{\beta^+}^{\pi} = \tau_{\pi} \frac{1}{w_{\beta^+}^{\pi}} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с} \cdot \frac{10^4}{1,23} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

2.3.16. Среднее время жизни нейтрона $\tau_n \approx 880 \text{ с}$, а мюона $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$. Покажите, что если принять во внимание разницу в энергывыделении (правило Сарджента), то константы взаимодействия в обоих случаях совпадают с точностью до фактора 10.

Оба распада слабые. В распаде нейтрона энергывыделение $0,78 \text{ МэВ}$, а в распаде мюона — около 105 МэВ . С учетом того, что вероятность слабого распада пропорциональна энергывыделению Q в пятой степени (правило Сарджента), для отношения констант распада α_n/α_{μ} имеем:

$$\frac{\alpha_n}{\alpha_{\mu}} = \sqrt{\left(\frac{\tau_{\mu}}{\tau_n}\right) \left(\frac{Q_{\mu}}{Q_n}\right)^5} \approx \sqrt{\left(\frac{2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}}{9 \cdot 10^2 \text{ с}}\right) \left(\frac{105 \text{ МэВ}}{0,8 \text{ МэВ}}\right)^5} \approx 10.$$

2.3.17. Среднее время жизни мюона равно $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$. Рассчитайте время жизни τ -лептона, считая, что относительная вероятность распада $\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_{\tau}$ составляет 18% и что $m_{\tau}c^2 = 1777 \text{ МэВ}$, $m_{\mu}c^2 = 105,7 \text{ МэВ}$. Сравните результат с измеренным временем жизни τ -лептона $2,9 \cdot 10^{-13} \text{ с}$.

Используя правило Сарджента (см. решение предыдущей задачи), получаем для времени жизни τ -лептона

$$\tau_\tau = \tau_\mu \left(\frac{Q_\mu}{Q_\tau} \right)^5 K \approx \tau_\mu \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right)^5 K,$$

где K — относительная вероятность распада по каналу $e^+ \nu_e \bar{\nu}_\tau$, равная 0,18. Окончательно имеем

$$\tau_\tau \approx 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с} \left(\frac{105,7 \text{ МэВ}}{1777 \text{ МэВ}} \right)^5 \cdot 0,18 \approx 2,9 \cdot 10^{-13} \text{ с}.$$

Это совпадает с табличной величиной.

2.3.18. W -бозон распадается за счет слабого взаимодействия, и время этого распада $\tau_W \approx \frac{\hbar}{\Gamma_W}$, где $\Gamma_W = 2,1$ ГэВ — ширина распада W -бозона, оказывается $\approx \frac{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{2,1 \cdot 10^3 \text{ МэВ}} \approx 3 \cdot 10^{-25} \text{ с}$. Объяснить,

почему это время столь мало и даже на два порядка ниже характерного времени распада за счет сильного взаимодействия.

Главная причина «сверхбыстрого» слабого распада W -бозона — большое энерговыделение $Q_W \approx m_W c^2 \approx 80$ ГэВ. Согласно правилу Сарджента, вероятность слабого распада зависит от энерговыделения в пятой степени. Оценим среднее время жизни W -бозона, исходя из времени распада заряженного π -мезона $\tau_\pi = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с}$. Энерговыделение при распаде заряженного π -мезона ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$):

$$Q_\pi = (m_\pi - m_\mu) c^2 = 140 \text{ МэВ} - 106 \text{ МэВ} = 34 \text{ МэВ}.$$

Для τ_W имеем оценку

$$\tau_W = \tau_\pi \left(\frac{Q_\pi}{Q_W} \right)^5 = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ с} \left(\frac{34 \text{ МэВ}}{80000 \text{ МэВ}} \right)^5 = 3,6 \cdot 10^{-25} \text{ с},$$

близкую к табличному значению.

2.3.19. Почему распад $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ сильно (в 10^4 раз) подавлен по сравнению с распадом $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, хотя энерговыделение в распаде $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ во много раз больше, чем в распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$?

Причина в том, что в распаде $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ обе образующиеся частицы ультррелятивистские, в то время как в распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ заряженный лептон (μ^+) нерелятивистский. В сочетании с правилами (1.6.7) для спиральности ультррелятивистских фермионов, образующихся в слабых процессах, это позволяет объяснить эффект подавления энергетически более благоприятного распада $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$.

Рассмотрим распад пиона из покоящегося состояния. При таком распаде конечные частицы практически всегда образуются в состоянии с относительным орбитальным моментом $L = 0$ (обоснованию этого посвящена задача 2.3.21). Поэтому из закона сохранения момента количества движения следует, что заряженный лептон (мюон или позитрон) и нейтрино вылетают с противоположно направленными спинами \vec{s} . Импульсы их \vec{p} также противоположно направлены. Это означает, что конечные частицы распада должны иметь одинаковую спиральность $h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|}$. В то же время ультррелятивистские

фермионы, участвующие в любом слабом процессе с участием бозонов W^\pm , должны иметь значение спиральности $h = -1$ для частиц и $h = +1$ для античастиц (правило (1.6.7), п. 1.6.3). В указанных распадах нейтрино «обязаны» обладать спиральностью $h = -1$. Поэтому такая же спиральность (-1) должна быть у e^+ и μ^+ , т. е. спины e^+ и μ^+ должны быть направлены против их импульсов. Однако для e^+ , образующегося в распаде $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$, это практически полностью исключается. Действительно, в этом распаде энергия позитрона составляет около $70 \text{ МэВ} \approx 140 \cdot m_e c^2$ (см. задачу 2.2.3), т. е. это ультрарелятивистский случай, и e^+ , если он имеет скорость c (а он согласно задаче 2.2.3 имеет скорость $0,999973c$) обязан иметь спиральность $+1$. Таким образом, распад $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ с «неправильной» для него спиральностью -1 почти полностью запрещен. Аналогично запрещен распад $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$.

В то же время в распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ (и $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$) мюон из-за своей сравнительно большой массы нерелятивистский и движется довольно медленно (согласно задаче 2.2.3, со скоростью $0,27c$). Такой «медленный» мюон испускается в состоянии, которое является смесью состояний с различными спиральностями, причем примесь «неправильной» спиральности для него (т. е. спиральности -1) оказывается довольно большой. За счет этой примеси и происходит мюонный распад заряженного пиона.

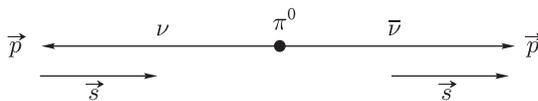
2.3.20. Незапрещенный аддитивными квантовыми числами распад нейтрального пиона по каналу нейтрино–антинейтрино, т. е. процесс $\pi^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$, никогда не наблюдался. Экспериментальная оценка его вероятности $< 2,7 \cdot 10^{-7}$. Объяснить подавление этого канала распада π^0 .

Все наблюдаемые каналы распада нейтрального пиона электромагнитные, характеризующиеся константой $\alpha_e \approx 10^{-2}$, причем доминирует распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ($\approx 98,8\%$). Первая причина подавления канала распада $\pi^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$, которая приходит в голову, это слабое взаимодействие, ответственное за этот распад. За счет слабой константы $\alpha_w \approx 10^{-6}$ распад $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ подавлен по сравнению с $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ в $\left(\frac{\alpha_e}{\alpha_w}\right)^2 \approx 10^8$ раз. Но есть и другая причина. Нейтрино с нулевой массой всегда имеет отрицательную спиральность, а антинейтрино всегда имеет положительную спиральность. Спин нейтрино s_ν равен $1/2$, и направление его вектора противоположно направлению движения частицы. Спин антинейтрино $s_{\bar{\nu}}$ также равен $1/2$, но направление его вектора совпадает с направлением движения частицы.

При распаде π^0 из состояния покоя конечные частицы практически всегда образуются в состоянии с относительным орбитальным моментом $L = 0$ (обоснованию этого посвящена следующая задача). Исходя из закона сохранения импульса нейтрино и антинейтрино должны разлетаться строго в противоположные стороны (см. рисунок). Их спины в этом случае направлены в одну сторону, и для момента количества движения ν и $\bar{\nu}$ можем записать

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{s}_\nu + \vec{s}_{\bar{\nu}} = \vec{0} + \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{1}.$$

Но тогда, поскольку спин π^0 -мезона равен 0 , не выполняется закон сохранения момента количества движения, и обсуждаемый распад $\pi^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ становится невозможным.



2.3.21. Рассмотреть возможность вылета при распаде $\pi^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ пары $\nu\bar{\nu}$ с относительным орбитальным моментом $L = 1$ (см. предыдущую задачу). Такая возможность позволила бы обоим частицам распада иметь «правильную» спиральность, а закон сохранения углового момента был бы выполнен за счет компенсации суммарного спина $\nu\bar{\nu}$ -пары $\vec{J}_\nu + \vec{J}_{\bar{\nu}} = \vec{I}$ их противоположно направленным орбитальным моментом $\vec{L} = \vec{I}$ (см. рисунок).

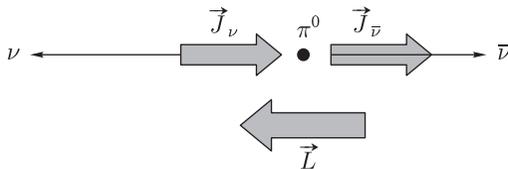
Такая возможность, однако, практически исключается малостью радиуса слабого взаимодействия ($R_w \approx 2 \cdot 10^{-3}$ Фм), за счет которого происходит распад нейтрального пиона. Действительно, ν и $\bar{\nu}$ вылетают из области действия слабых сил, и должно выполняться условие (см. соотношение (1.10.24) и обсуждение рисунка 1.11.1)

$$L\hbar \leq p \cdot R_w.$$

Учитывая, что в распаде $\pi^0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ выделяется энергия $E = m_{\pi^0}c^2 = 135$ МэВ, и следовательно, $pc = E = 135$ МэВ, получаем

$$L \leq \frac{pR_w}{\hbar} = \frac{pcR_w}{\hbar c} \approx \frac{135 \text{ МэВ} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ Фм}}{200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}} \approx 1,4 \cdot 10^{-3},$$

что согласуется лишь с $L = 0$ и практически исключает $L = 1$.



2.3.22. Исходя из экспериментального значения угла Вайнберга $\sin^2 \Theta_W = 0,231$ оценить величину слабого заряда g_w и сравнить ее с величиной элементарного электрического заряда e .

Из единой теории электрослабых взаимодействий следует соотношение между электрическим и слабым зарядами: $\frac{e}{g_w} = \sin \Theta_W$. Так как экспериментальное значение $\sin^2 \Theta_W = 0,231$, то для отношения электрического заряда к слабому получаем $\frac{e}{g_w} = \sqrt{0,231} = 0,481$.

2.3.23. Определить кварковый состав и квантовые числа антинейтрона. Чему равны его время жизни, масса и магнитный момент? Что можно сказать о распаде антинейтрона?

Все характеристики антинейтрона (\bar{n}) получаются из характеристик нейтрона (n). Аддитивные квантовые числа античастицы отличаются от соответствующих чисел (зарядов) частицы знаком. Спины и изоспины частицы и античастицы, их массы, времена жизни и величины магнитных моментов одни и те же. Знак магнитного момента античастицы противоположен знаку магнитного

момента частицы (следствие изменения знака электрического заряда частицы или составляющих ее фундаментальных частиц). Если частица и античастица фермионы, то их внутренние четности противоположны. Бозоны и антибозоны имеют одинаковые внутренние четности. Если частица стабильна, то стабильна и ее античастица. Если частица нестабильна, нестабильна и античастица, и схема ее распада зарядовосопряжена схеме распада частицы (в этой схеме все частицы нужно заменить на античастицы). Итак, таблица сравнительных характеристик нейтрона и антинейтрона (электрический заряд Q , барионное число B , спин J , изоспин I , проекция изоспина I_3) выглядит так:

| | масса | время жизни | Q | B | J | I | I_3 | четность | магнитный момент | способ распада |
|----------------------------------|-------|-------------|-----|-----|-----|-----|-------|----------|------------------|---|
| $n(udd)$ | m_n | τ_n | 0 | +1 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | +1 | μ_n | $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ |
| $\bar{n}(\bar{u}\bar{d}\bar{d})$ | m_n | τ_n | 0 | -1 | 1/2 | 1/2 | +1/2 | -1 | $-\mu_n$ | $\bar{n} \rightarrow \bar{p} + e^+ + \nu_e$ |

Здесь $m_n c^2 \approx 939,57$ МэВ, $\tau_n = 880,1 \pm 1,1$ с, $\mu_n \approx -1,913\mu_N$ (μ_N — ядерный магнетон).

2.3.24. Протон, поглощая фотон, переходит в Δ^+ -резонанс. Определить тип, мультипольность и энергию фотона.

Протон p и Δ^+ -резонанс имеют массы $m_p = 938,3$ МэВ/ c^2 , $m_{\Delta^+} = 1232$ МэВ/ c^2 и спины-четности $J^P(p) = 1/2^+$, $J^P(\Delta^+) = 3/2^+$. Характеристики фотона получаются из законов сохранения полного момента количества движения и четности (процесс электромагнитный):

$$\vec{J}_p + \vec{J}_\gamma = \vec{J}_{\Delta^+}; \quad P_p \cdot P_\gamma = P_{\Delta^+},$$

$$\text{или } \vec{1} + \vec{J}_\gamma = \vec{3}; \quad (+1) \cdot P_\gamma = (+1).$$

Откуда $J_\gamma = 1$ или 2 , а $P_\gamma = +1$. Поэтому рассматриваемый в задаче процесс осуществляется М1- и Е2-фотонами. Энергия фотона $E_\gamma = m_{\Delta^+} c^2 - m_p c^2 = (1232 - 938)$ МэВ ≈ 300 МэВ.

2.3.25. Почему отсутствие распада $K^+ \rightarrow \pi^+ + \gamma$ можно рассматривать как указание на нулевой спин K^+ -мезона?

Спин мезона ноль или целочислен. Если бы спин K^+ был бы не равен нулю, например, 1, то из закона сохранения момента количества движения было бы (так как спин π^+ равен нулю): $\vec{1} = \vec{0} + \vec{J}_\gamma$ и, поскольку четности K^+ и π^+ одинаковы, то возможно было бы излучение М1-фотона. При любом не равном нулю спине K^+ можно было бы подобрать тип и мультипольность фотона, которые удовлетворяли бы законам сохранения момента и четности, и, значит, такой фотон должен был бы излучаться. Лишь в том случае, если спин K^+ нулевой, излучение фотона запрещено, так как равенство $\vec{0} = \vec{0} + \vec{J}_\gamma$ для фотона невозможно, поскольку его спин не может быть нулевым.

2.3.26. Определить относительный орбитальный момент p и π^+ , образующихся при распаде $\Delta^+ \rightarrow p + \pi^+$.

Законы сохранения момента количества движения и четности для рассматриваемого распада имеют вид

$$\vec{J}(\Delta^+) = \vec{J}(p) + \vec{J}(\pi^+) + \vec{l},$$

$$P_{\Delta^+} = P_p P_{\pi^+} (-1)^l.$$

Учитывая, что $J(\Delta^+) = 3/2$, $J(p) = 1/2$ и $J(\pi^+) = 0$, из первого уравнения имеем $l = 1$ или 2 . Так как внутренние четности участвующих частиц следующие: $P_{\Delta^+} = +1$; $P_p = +1$ и $P_{\pi^+} = -1$, то второе уравнение оставляет единственную возможность $l = 1$.

2.3.27. Какими свойствами должны обладать частицы, чтобы быть захваченными на атомные орбиты? Назовите некоторые из них.

На атомные орбиты могут быть захвачены отрицательные и долгоживущие (т. е. распадающиеся за счет слабых сил) частицы. Такими частицами являются μ^- , π^- , \bar{p} , K^- , Σ^- , Ξ^- , Ω^- .

2.3.28. Захват отрицательных каонов в гелии иногда приводит к образованию гиперядер (ядер, в которых нейтрон заменен Λ -гипероном) в соответствии с реакцией $K^- + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{H}_\Lambda + \pi^0$. При изучении распада ${}^4\text{H}_\Lambda$ и, в частности, из изотропии распадных продуктов установлено, что $J({}^4\text{H}_\Lambda) = 0$. Покажите, что это означает отрицательную четность для K^- , независимо от углового момента состояния, из которого K^- был захвачен.

Если l — орбитальный угловой момент, а спины всех участвующих частиц равны нулю, то, перемножая четности в начальном и конечном состояниях, находим $(-1)^l \cdot P_K = (-1)^l \cdot P_\pi$ (внутренние четности ${}^4\text{He}$ и ${}^4\text{H}_\Lambda$ положительны). Откуда $P_K = P_\pi = -1$.

2.3.29. Как направлен магнитный момент частицы $\vec{\mu}$ относительно ее спина \vec{J} ?

Магнитный момент частицы направлен по (или против) ее спина, так как спин частицы — единственная ориентируемая величина, характеризующая частицу. Таким образом, $\vec{\mu} \sim \vec{J}$.

2.3.30. Внутреннюю четность протона полагают равной $+1$. Привести какой-то аргумент, позволяющий считать внутреннюю четность нейтрона также равной $+1$.

Протон и нейтрон — фермионы и члены изоспинового дублета. Они должны иметь одинаковую внутреннюю четность.

2.3.31. Исходя из среднего времени жизни протона $\tau_p \approx 10^{33}$ лет, оценить: 1) Сколько его распадов должно происходить в 100 т воды в течение 1 года? 2) Какова вероятность того, что в теле человека в течение его жизни произойдет хотя бы один распад протона?

1) Вероятность распада протона за время $t \ll \tau_p$ равна $(1 - e^{-t/\tau_p}) \approx \frac{t}{\tau_p}$.

В $m = 100$ т воды содержится $\approx \frac{1}{2} \cdot \frac{10^5 \text{ кг}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} \approx 3 \cdot 10^{31}$ протонов. Таким образом, в течение 1 года в 100 тоннах воды произойдет

$$3 \cdot 10^{31} \cdot \frac{t}{\tau_p} = 3 \cdot 10^{31} \cdot \frac{1 \text{ год}}{10^{33} \text{ лет}} \approx 0,03 \text{ распада протона.}$$

2) Примем возраст человека $t = 80$ лет и его массу $m = 70$ кг. Число протонов в этой массе вещества $\approx \frac{1}{2} \cdot \frac{70 \text{ кг}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}} \approx 2 \cdot 10^{28}$. Для вероятности распада одного протона в теле человека течение его жизни имеем оценку

$$2 \cdot 10^{28} \cdot \frac{80 \text{ лет}}{10^{33} \text{ лет}} \approx (1-2) \cdot 10^{-3}.$$

§2.4. Адроны, кварки. Системы двух и трех частиц.

2.4.1. Удобно приписать положительную внутреннюю четность нуклону, т.е. положить $p_p = p_n = +1$. Что это говорит а) о четности дейтрона, б) о внутренней четности u - и d -кварков?

а) Четность дейтрона $P_d = p_p \cdot p_n (-1)^{L_{pn}} = (+1)(+1)(-1)^0 = +1$. Здесь L_{pn} — относительный орбитальный момент нуклонов в дейтроне. б) Протон имеет кварковый состав uud , а нейтрон — udd . Так как кварки в нуклоне имеют нулевые орбитальные моменты, то отсюда следует, что $p_u = p_d = +1$.

2.4.2. Используя кварковый состав, определить квантовые числа частицы Σ_c^0 .

По кварковому составу можно определить только аддитивные квантовые числа данной частицы. Кварковый состав частицы ddc . Очевидно это барион (трехкварковая система). Его странность нулевая, поскольку в составе частицы нет s -кварка. Формально все аддитивные квантовые числа данной частицы — барионный заряд B , электрический заряд Q (в единицах элементарного заряда e), странность s , очарование c , третья проекция изоспина I_3 — находятся суммированием соответствующих квантовых чисел трех кварков, составляющих частицу. Ниже приведен результат, где при таком суммировании первые два слагаемых относятся к d -кварку, а третье — к c -кварку:

$$B = +\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = +1,$$

$$Q = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 0,$$

$$s = 0 + 0 + 0 = 0,$$

$$c = 0 + 0 + 1 = +1,$$

$$I_3 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 0 = -1.$$

Изоспин этой частицы может быть только единичным, так как полученное I_3 по модулю это максимальное возможное значение суммы изоспиновых проекций двух d -кварков. Итак, $I = |I_3| = 1$.

Для определения спина и четности данной частицы нужно знать взаимную ориентацию спинов кварков и их относительный орбитальный момент. Информация о них в условии задачи не приведена.

2.4.3. Построить из кварков следующие частицы: p , n , Λ , Σ^0 , Ξ^0 , Ω^- . Каков их изоспин? В состав изомультиплетов какой размерности они входят?

Указанные частицы имеют следующий кварковый состав: $p - (uud)$, $n - (udd)$, $\Lambda - (uds)$, $\Sigma^0 - (uds)$, $\Xi^0 - (uss)$ и $\Omega^- - (sss)$. Изоспин частиц определяется кварками u и d , имеющими изоспин $1/2$. У протона и нейтрона изоспины этих кварков складываются в результирующий изоспин $1/2$ и, следовательно, эти частицы входят в состав изоспинового дублета (одного и того же). Ξ^0 содержит один u -кварк и поэтому имеет изоспин $1/2$, т.е. также входит в состав изоспинового дублета (другим членом этого дублета является частица $\Xi^- (dss)$). Ω^- имеет нулевой изоспин, так как не содержит кварки u и d . Частицы Λ и Σ^0 имеют одинаковый кварковый состав $-uds$. В Λ изоспины кварков u и d складываются в нулевой изоспиновый момент и поэтому эта частица является изоспиновым синглетом. В Σ^0 изоспины кварков u и d складываются в единичный изоспиновый момент и поэтому эта частица входит в состав изоспинового триплета (остальными членами этого триплета являются Σ^- и Σ^+).

2.4.4. Для легких адронов (в состав которых входят легкие кварки u , d , s) действует правило (1.4.12) Накано–Нишиджимы–Гелл-Манна (ННГ), эмпирически найденное в 1953 г.:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (2.4.1)$$

где Q — заряд адрона (в единицах e), I_3 — третья проекция изоспина, а $Y = B + s$ называют *гиперзарядом* (B — барионный заряд, s — странность). Позже выяснилось, что для адронов, в состав которых входят «тяжелые» кварки c , b и t , формула (2.4.1) также верна, если ввести *обобщенный гиперзаряд* $Y = B + s + c + b + t$.

Формула (2.4.1) стала известна за 10 лет до появления кварковой модели. Действует ли она для отдельных кварков?

Да, действует. Проще всего это показать, если рассматривать барионы, состоящие из кварков одинакового аромата, т.е. из частиц с кварковой структурой qqq . Ограничимся легкими кварками (u , d , s). Обозначим электрический заряд кварка, третью проекцию его изоспина, барионное число и странность соответственно через Q_q , B_q , I_3^q и s_q . Тогда, учитывая, что речь идет об аддитивных квантовых числах, соотношение (2.4.1) приобретает вид:

$$3(Q_q) = 3(I_3^q) + \frac{3(B_q) + 3(s_q)}{2}. \quad (2.4.2)$$

Откуда получаем

$$Q_q = I_3^q + \frac{B_q + s_q}{2}. \quad (2.4.3)$$

Таким образом, показана справедливость правила ННГ для отдельных кварков.

2.4.5. Если полагать, что барионы состоят из трех фундаментальных частиц и быть уверенным в справедливости правила ННГ, то можно определить квантовые характеристики этих частиц — элек-

трический заряд Q (в единицах e), I_3 — третью проекцию изоспина, B — барионный заряд и s — странность (все эти квантовые числа были известны для многих барионов задолго до появления кварковой модели). Покажите, как это можно сделать, и убедитесь, что получаемые характеристики фундаментальных частиц отвечают кваркам.

Проще всего получить результат, если «угадать» барион, состоящий из трех одинаковых фундаментальных частиц. Пусть нам это удалось и в качестве такого бариона мы указали на Δ^{++} . Итак, этот барион считается состоящим из трех одинаковых частиц ϕ , т. е. структура этого бариона $\Delta^{++} = \phi\phi\phi$. Мы знаем, что Δ^{++} имеет следующие квантовые числа: $Q = +2$, $B = +1$, $I_3 = +3/2$ и $s = 0$. Поскольку любое аддитивное квантовое число частицы ϕ составляет лишь $1/3$ соответствующего квантового числа Δ^{++} , то получаем: $Q_\phi = +2/3$, $B_\phi = +1/3$, $I_3^\phi = +1/2$ и $s_\phi = 0$. Эти характеристики соответствуют u -кварку, т. е. $\phi \equiv u$ -кварк.

Конечно реальная ситуация более сложная. Заранее неизвестно, какие барионы состоят из одинаковых фундаментальных частиц. Но знание формулы (2.4.1) и квантовых характеристик достаточно большого числа барионов (и мезонов) неизбежно приведет к кварковой модели адронов.

2.4.6. Исходя из того, что Ω^- -гиперон состоит из одинаковых легких кварков (u , d , или s), идентифицировать тип этого кварка и найти изоспин гиперона.

Имеем $\Omega^- \equiv qq\bar{q}$. Используем (2.4.2), (2.4.3) и квантовые характеристики Ω^- : $Q = -1$, $B = +1$, $s = -3$. Не хватает I_3 . Формула (2.4.2) дает $I_3(\Omega^-) = 0$. Из (2.4.3) имеем $Q_q = -1/3$, $B_q = +1/3$, $I_3^q = 0$ и $s_q = -1/3$. Указанные характеристики относятся к s -кварку. Этот кварк имеет нулевой изоспин. Поэтому нулевым является и изоспин Ω^- -гиперона.

2.4.7. Определить магнитные моменты u - и d -кварков в ядерных магнетонах, считая, что их масса в составе адрона (конституентная масса) равна $1/3$ массы нуклона.

Всякая точечная заряженная частица со спином $1/2$, массой m и зарядом q имеет величину собственного магнитного момента

$$\mu_s = \frac{q\hbar}{2mc}.$$

Исходя из этого для u - и d -кварка соответственно имеем:

$$\begin{aligned}\mu_u &= \frac{+\frac{2}{3}e\hbar}{2m_{uc}} = \frac{e\hbar}{3m_{uc}} = \frac{e\hbar}{m_{pc}} = 2\mu_N, \\ \mu_d &= \frac{-\frac{1}{3}e\hbar}{2m_{dc}} = -\frac{e\hbar}{6m_{dc}} = -\frac{e\hbar}{2m_{pc}} = -1\mu_N,\end{aligned}$$

где $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_{pc}}$ — ядерный магнетон.

2.4.8. Могут ли топ-кварк (t) и его антикварк (\bar{t}) образовать связанную систему $t\bar{t}$ -топний, аналогичную чармонию ($c\bar{c}$) и боттомонию ($b\bar{b}$)?

О связанной системе кварков можно говорить лишь в том случае, когда она существует в течение времени больше, чем требуется частице со скоростью света для преодоления расстояния $\approx 1 \text{ Фм}$ (размер адрона), то есть

$$\frac{10^{-13} \text{ см}}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 10^{-23} - 10^{-24} \text{ с.}$$

Топ-кварк имеет ширину распада $\Gamma_t \approx 2 \text{ ГэВ}$, откуда время его жизни

$$\tau_t \approx \frac{\hbar}{\Gamma_t} \approx \frac{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{2 \cdot 10^3 \text{ МэВ}} = 3,3 \cdot 10^{-25} \text{ с,}$$

то есть слишком мало, чтобы он успел образовать связанную систему $t\bar{t}$.

2.4.9. Какая энергия нужна для «переворота» кварка в нуклоне?

Рассмотрим протон p и Δ^+ -резонанс. Обе частицы имеют одинаковый кварковый состав uud и нулевой результирующий орбитальный момент кварков. Но у протона спин d -кварка противоположен спину u -кварков, а в Δ^+ -резонансе спины всех кварков направлены в одну сторону: $p = uud(\uparrow\uparrow\downarrow)$, $\Delta^+ = uud(\uparrow\uparrow\uparrow)$. Таким образом, от протона к Δ^+ -резонансу можно перейти, изменив направление спина d -кварка, то есть «перевернув» его. Для перехода протона в Δ^+ -резонанс требуется энергия $m_{\Delta^+}c^2 - m_p c^2 \approx (1232 - 938) \text{ МэВ} \approx 300 \text{ МэВ}$. Именно эта энергия нужна для «переворота» кварка в протоне.

2.4.10. Найти максимальные значения изоспинов, которыми могут обладать барионы и мезоны.

Максимальные изоспины будут у барионов и мезонов, целиком состоящих из наделенных изоспином $1/2$ кварков u , d и их антикварков. Поскольку барионы состоят из трех кварков (qqq), а мезоны — из двух кварков ($q\bar{q}$), то максимальные их изоспины будут соответственно $3/2$ и 1 .

2.4.11. Привести примеры адронных изомультиплетов.

Изосинглет: $\Omega^-(sss)$;

Изодублет: $p(uud)$ и $n(udd)$;

Изотриплет: $\Sigma^-(dds)$, $\Sigma^0(uds)$, $\Sigma^+(uus)$;

Изоквартет: $\Delta^-(ddd)$, $\Delta^0(udd)$, $\Delta^+(uud)$, $\Delta^{++}(uuu)$.

2.4.12. Частица имеет странность -1 . Что можно сказать о ее изоспине?

Эта частица содержит в своем составе один странный кварк s , имеющий странность -1 и лишенный изоспина. В состав подобных частиц могут также входить до двух наделенных изоспином $1/2$ кварков u и d (барион) или один из их антикварков (мезон). Таким образом, изоспин обсуждаемой частицы может принимать одно из трех следующих значений: 0 , $1/2$, 1 .

2.4.13. Нейтрон и антинейтрон имеют изоспин $I = 1/2$ и проекции изоспина I_3 соответственно $-1/2$ и $+1/2$. Показать, что они не могут быть изоспиновым дублетом

Частицы, входящие в состав изоспинового мультиплета, обязательно различаются электрическими зарядами (это обуславливает их различие и в проекциях изоспина). Они также могут различаться магнитными моментами и массами (отличие в массах невелико или отсутствует). Никаких других различий

в квантовых числах между ними быть не может. Это следует хотя бы из того, что переходу от одной частицы изоспинового мультиплета к другой отвечает поворот в изоспиновом (зарядовом) пространстве, меняющий лишь электрический заряд частицы и сопутствующие ему характеристики (магнитный момент и массу, на которую может повлиять внутренняя электромагнитная энергия). Таким образом, такие квантовые числа со знаком, как барионный заряд, странность, очарование (шарм), боттом, топ, четность, при повороте в изопространстве изменить знак не могут. А у антинейтрона знак барионного заряда противоположен знаку барионного заряда нейтрона. В то же время обе эти частицы нейтральны, т. е. не различаются электрическим зарядом.

Другой аргумент состоит в том, что изоспиновые мультиплеты обязательно целиком входят в состав одного супермультиплета адронов. Любой адронный супермультиплет распадается на изоспиновые мультиплеты, и за пределами этого супермультиплета нет членов входящих в него изоспиновых мультиплетов. Нейтрон входит в состав октета легчайших барионов и в нем составляет изоспиновую пару протону. Антинейтрон составляет изоспиновую пару антипротону, вместе с которым он входит в состав октета легчайших антибарионов, зарядовосопрежженного вышеупомянутому октету барионов.

2.4.14. Показать, что изоспин частиц изомультиплета может быть найден из соотношения

$$I = \frac{1}{2} (Q_{\max} - Q_{\min}), \quad (2.4.4)$$

где Q_{\max} и Q_{\min} — максимальный и минимальный электрические заряды членов изомультиплета.

Воспользуемся правилом ННГ (соотношение (2.4.1)). Учтем, что члены изомультиплета различаются только электрическим зарядом Q и, соответственно, проекцией изоспина I_3 . Членов изомультиплета столько, сколько различных значений Q и, соответственно, различных I_3 . Величина гиперзаряда Y для всех частиц изомультиплета одна и та же. Имеем

$$Q_{\max} = (I_3)_{\max} + \frac{Y}{2}, \quad Q_{\min} = (I_3)_{\min} + \frac{Y}{2},$$

или $Q_{\max} - Q_{\min} = (I_3)_{\max} - (I_3)_{\min}$. Поскольку Q и I_3 меняются от максимального до минимального значения с шагом 1, то полное число n различных Q и I_3 , т. е. размерность изомультиплета, определяется соотношением $Q_{\max} - Q_{\min} + 1 = n$ или $(I_3)_{\max} - (I_3)_{\min} + 1 = n$. Принимая во внимание, что $n = 2I + 1$ (см. параграф 1.4.4), получаем (2.4.4).

2.4.15. Что можно сказать об электрическом квадрупольном моменте протона, нейтрона и других адронов?

В статической кварковой модели протон (нейтрон) состоит из трех кварков с нулевыми орбитальными моментами $l = 0$, то есть описываются сферически симметричными волновыми функциями. Поэтому электрические квадрупольные моменты протона и нейтрона должны быть равны нулю. Отличные от нуля электрические квадрупольные моменты могут быть у адронов, в которых кварки имеют $l \neq 0$.

2.4.16. Покажите, что реакция $\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$ не может идти для покоящихся пионов.

Так как $J_d = 1$ и рассматривается захват пиона в s -состоянии, в реакции будут участвовать состояния с $J = 1$ в начале и конце. Поскольку энергосодержание Q около 1 МэВ, конечное состояние ($nn\pi^0$) должно быть s -состоянием. Следовательно, два нейтрона должны находиться в триплетном спиновом состоянии ($\uparrow\uparrow$), что запрещено принципом Паули.

2.4.17. Показать, что система двух α -частиц может быть только в состояниях с $J^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$

Определим полную четность двух α -частиц. Она дается выражением $P_{\alpha\alpha} = p_\alpha p_\alpha (-1)^L$, где p_α — внутренняя четность α -частицы, а L — относительный орбитальный момент двух α -частиц. Так как $p_\alpha = +1$, то $P_{\alpha\alpha}$ определяется состоянием относительного орбитального движения α -частиц, т. е. пространственной частью $\Psi_{\alpha\alpha}$ волновой функции системы двух α -частиц, зависящей от их координат \vec{r}_1 и \vec{r}_2 . $\Psi_{\alpha\alpha}$ может быть записана в виде

$$\Psi_{\alpha\alpha} = \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi(\vec{r}_1) \cdot \psi(\vec{r}_2).$$

Запись $\Psi_{\alpha\alpha}$ в виде произведения волновых функций отдельных α -частиц (факторизованная запись) заведомо справедлива для невзаимодействующих α -частиц. Она пригодна и для нахождения четности системы двух взаимодействующих частиц, если речь идет о взаимодействии, сохраняющем четность. Действительно, пусть частицы взаимодействуют и разлетаются. На большом расстоянии они уже не взаимодействуют, и их волновая функция факторизуется. Поскольку четность системы при этом не изменилась, для ее нахождения может быть использован факторизованный вид волновой функции.

В системе центра инерции $\Psi_{\alpha\alpha}$ можно переписать в виде $\Psi_{\alpha\alpha} = \Phi(\vec{R}) \times \varphi(\vec{r})$, где $\Phi(\vec{R})$ — функция, описывающая движение центра инерции, а $\varphi(\vec{r})$ — функция, описывающая относительное движение α -частиц. Координата центра инерции $\vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$, а относительная координата $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$. α -частицы являются бозонами. Поэтому $\Psi_{\alpha\alpha}$ симметрична к перестановке α -частиц, т. е. должно быть $\psi(\vec{r}_1) \cdot \psi(\vec{r}_2) = \psi(\vec{r}_2) \cdot \psi(\vec{r}_1)$, или в системе центра инерции

$$\Phi(\vec{R}) \cdot \varphi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \Phi(\vec{R}) \cdot \varphi(\vec{r}_2 - \vec{r}_1), \text{ т. е. } \varphi(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \varphi(\vec{r}_2 - \vec{r}_1).$$

Это последнее равенство эквивалентно соотношению $\varphi(\vec{r}) = \varphi(-\vec{r})$, означающему, что перестановка двух α -частиц (и вообще тождественных бесспиновых частиц) сводится к операции пространственной инверсии для функции их относительного движения, и сама эта функция, как и функция двух α -частиц в целом, является четной. Таким образом,

$$P_{\alpha\alpha} = p_\alpha p_\alpha (-1)^L = (-1)^L = +1.$$

Откуда получаем, что L четно и, поскольку спин α -частицы нулевой, для полного момента и четности двух α -частиц (и других двух тождественных бозонов с нулевым спином) окончательно имеем

$$J_{\alpha\alpha}^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots \quad (2.4.5)$$

2.4.18. Чему равна четность системы двух протонов?

Протоны это частицы, наделенные спином $J = 1/2$, изоспином $I = 1/2$ и положительной внутренней четностью. Поэтому волновая функция системы двух протонов Ψ_{pp} должна содержать наряду с функцией, зависящей

от пространственных координат этих протонов $\Psi_{\text{space}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, также функции их спинового $\Psi_{\text{spin}}(\vec{J}_1, \vec{J}_2)$ и изоспинового $\Psi_{\text{isospin}}(\vec{I}_1, \vec{I}_2)$ состояний:

$$\Psi_{pp} = \Psi_{\text{spin}}(\vec{J}_1, \vec{J}_2) \cdot \Psi_{\text{isospin}}(\vec{I}_1, \vec{I}_2) \cdot \Psi_{\text{space}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2). \quad (2.4.6)$$

Протоны, будучи фермионами, подчиняются принципу Паули, и волновая функция Ψ_{pp} должна быть антисимметричной (менять знак) при перестановке протонов. В том случае, когда состояние фермионов, помимо пространственных координат, описывается и другими квантовыми числами (в нашем примере — спином и изоспином), требование антисимметрии к перестановке относится к волновой функции в целом, хотя отдельные составляющие этой функции (спиновая, изоспиновая, пространственная) могут быть как симметричными, т. е. четными к перестановке пары тождественных фермионов, так и антисимметричными, т. е. нечетными. В этом состоит суть так называемого *обобщенного принципа Паули*. Мы уже знаем (см. предыдущую задачу), что пространственная волновая функция системы $\Psi_{\text{space}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ двух тождественных частиц четна, если их относительный орбитальный момент четен: $L = 0, 2, 4, \dots$, и нечетна, если этот момент нечетен ($L = 1, 3, 5, \dots$). Четность $\Psi_{\text{spin}}(\vec{J}_1, \vec{J}_2)$ и $\Psi_{\text{isospin}}(\vec{I}_1, \vec{I}_2)$ при $J = I = 1/2$ определяется взаимной ориентацией спиновых и изоспиновых векторов. Если эти векторы параллельны ($\uparrow\uparrow$), то суммарный спин (изоспин) равен 1 и перестановка частиц не меняет этого спинового (изоспинового) состояния, т. е. такое состояние симметрично к перестановке частиц или четно по спину (изоспину). Если же спиновые (изоспиновые) векторы антипараллельны ($\uparrow\downarrow$), то суммарный спин (изоспин) равен 0 и такое состояние антисимметрично к перестановке частиц, т. е. нечетно. Сказанное резюмируем следующим списком:

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{spin}}(\uparrow\uparrow) \text{ и } \Psi_{\text{isospin}}(\uparrow\uparrow) &\text{ симметричны (четны),} \\ \Psi_{\text{spin}}(\uparrow\downarrow) \text{ и } \Psi_{\text{isospin}}(\uparrow\downarrow) &\text{ антисимметричны (нечетны),} \\ \Psi_{\text{space}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \text{ при } L = 0, 2, 4, \dots &\text{ симметрична (четна),} \\ \text{а при } L = 1, 3, 5, \dots &\text{ несимметрична (нечетна).} \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

В рассматриваемом случае (два протона) имеем только $\Psi_{\text{isospin}}(\uparrow\uparrow)$, т. е. четную изоспиновую функцию. Спиновая функция может быть либо четной $\Psi_{\text{spin}}(\uparrow\uparrow)$, либо нечетной $\Psi_{\text{spin}}(\uparrow\downarrow)$. Полная волновая функция двух протонов обязана быть антисимметричной (нечетной). Поэтому возможны следующие два варианта состояний системы двух протонов: спиновое состояние четно, пространственное нечетно, либо наоборот, т. е.

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{spin}}(\uparrow\uparrow), L = 1, 3, 5, \dots \text{ и полная четность } P_{pp} &= (-1)^{1,3,5,\dots} = -1, \\ \Psi_{\text{spin}}(\uparrow\downarrow), L = 0, 2, 4, \dots \text{ и полная четность } P_{pp} &= (-1)^{0,2,4,\dots} = +1. \end{aligned}$$

Те же выводы справедливы и для системы двух нейтронов.

2.4.19. Чему равна четность системы двух u -кварков?

Решение аналогично решению для системы двух протонов (см. предыдущую задачу). Таким образом, если спины кварков параллельны ($\uparrow\uparrow$), т. е. суммарный спин 1 (триплетное состояние), то четность системы отрицательна. Если спины кварков антипараллельны ($\uparrow\downarrow$), то суммарный спин нулевой, и четность системы положительна.

2.4.20. Имеет место следующий распад ρ^0 -мезона: $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, идущий по сильному взаимодействию. В то же время отсутствует распад $\rho^0 \rightarrow 2\pi^0$. Почему?

Спин ρ^0 равен 1, а четность его отрицательна, т.е. $J_{\rho^0}^P = 1^-$. У π^0 при отрицательной четности нулевой спин: $J_{\pi^0}^P = 0^-$. Пространственная волновая функция системы двух π^0 имеет тот же вид, что и системы двух α -частиц (см. задачу 2.4.17). И в том и другом случае это системы двух тождественных бесспиновых бозонов. Таким образом, два π^0 могут быть лишь в состояниях с четным относительным орбитальным моментом, т.е. в состояниях с $J_{2\pi^0}^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$. Очевидно, ρ^0 , имея $J_{\rho^0}^P = 1^-$, не может распасться на $2\pi^0$, не нарушив законы сохранения углового момента и четности.

Если же говорить о распаде $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, то он возможен для нетождественных пионов при их относительном орбитальном моменте $L = 1$. Это непосредственно следует из сохранения момента количества движения в этом распаде: $J_{\rho^0}^P = \vec{J}_{\pi^+} + \vec{J}_{\pi^-} + \vec{L}$ или $\vec{1} = \vec{0} + \vec{0} + \vec{L}$.

2.4.21. Захват пиона в реакции $\pi^- + d \rightarrow n + n$ (здесь d — дейтрон, т.е. ядро ${}^2_1\text{H}$) происходит с $1s$ -орбиты дейтронного атома. Определить внутреннюю четность π^- -мезона.

Реакция идет по сильному взаимодействию. Для получения ответа используем законы сохранения четности и момента количества движения. Закон сохранения четности для данной реакции выглядит следующим образом:

$$p_{\pi} \cdot p_d (-1)^{L_{\pi d}} = p_n \cdot p_n (-1)^{L_{nn}}.$$

Здесь внутренние четности пиона, дейтрона и нейтрона — $p_{\pi} = -1$, $p_d = +1$, $p_n = +1$, а $L_{\pi d}$ и L_{nn} — относительные орбитальные моменты частиц в начальном и конечном состояниях. Поскольку захват пиона дейтроном происходит с $1s$ -орбиты дейтронного атома, то $L_{\pi d} = 0$, и вышенаписанное равенство сводится к соотношению:

$$p_{\pi} = (-1)^{L_{nn}}. \quad (2.4.8)$$

Запишем закон сохранения момента количества движения для рассматриваемой реакции:

$$\vec{J}_{\pi} + \vec{J}_d + \vec{L}_{\pi d} = \vec{J}_n + \vec{J}_n + \vec{L}_{nn}.$$

Спины участвующих частиц следующие: $J_{\pi} = 0$, $J_d = 1$, $J_n = 1/2$. Поэтому вышенаписанное уравнение для моментов количества движения принимает вид:

$$\vec{0} + \vec{1} + \vec{0} = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{L}_{nn}.$$

Спины конечных нейтронов могут быть параллельны, либо антипараллельны, т.е. $\frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{1}(\uparrow\uparrow)$ или $\vec{0}(\uparrow\downarrow)$. Если нейтронные спины антипараллельны ($\uparrow\downarrow$), то должно быть $L_{nn} = 0, 2, 4, \dots$ (см. задачу 2.4.18), и это будет противоречить закону сохранения моментов количества движения в данной реакции. Таким образом, вариант антипараллельных нейтронных спинов ($\uparrow\downarrow$) отпадает. Если спины нейтронов параллельны ($\uparrow\uparrow$), то должно быть $L_{nn} = 1, 3, 5, \dots$ (вновь см. задачу 2.4.18). Значение $L_{nn} = 1$ удовлетворяет закону сохранения моментов количества движения, и из (2.4.8) получаем $p_{\pi} = (-1)^{L_{nn}=1} = -1$.

2.4.22. Какие ограничения накладывает распадная мода $K^0 \rightarrow 2\pi^0$ на спин и четность каона?

Конечное состояние рассматриваемого распада это состояние двух бесспиновых тождественных бозонов. Из решения задач 2.4.17 и 2.4.20 мы уже знаем, что спин такого состояния может быть только четным ($J_{\pi^0\pi^0} = 0, 2, 4, \dots$). Поэтому спин K^0 должен быть также четным. Что касается четности K^0 , то рассматриваемый распад ее не ограничивает, поскольку идет по слабому взаимодействию, не сохраняющему четность.

2.4.23. Какие из приведенных парных комбинаций частиц могут существовать в состояниях с изоспином $I = 1$: а) $\pi^0\pi^0$, б) $\pi^+\pi^-$, в) $\pi^+\pi^+$, г) $\Lambda\pi^0$?

а) Комбинация $\pi^0\pi^0$ в силу Бозе-симметрии может быть только в состояниях с $I = 0$ или 2. Покажем это, используя так называемую *таблицу Слэтера* и рассматривая общий случай двух тождественных бозонов с изоспином 1 (пионы имеют именно такой изоспин). Частица с таким изоспином может иметь проекции изоспина $I_3 = 0, \pm 1$. При векторном сложении изоспинов частиц их проекции суммируются. Составим таблицу (Слэтера) для системы из двух тождественных частиц с изоспином 1, указывая в ней все возможные значения суммарной проекции изоспина $(I_3)_1 + (I_3)_2$:

| | | | | |
|-----------|-----------|----|----|----|
| | $(I_3)_2$ | -1 | 0 | +1 |
| $(I_3)_1$ | -1 | -2 | -1 | 0 |
| | 0 | -1 | 0 | +1 |
| | +1 | 0 | +1 | +2 |

Учтем, что рассматриваемые частицы тождественны (неразличимы). Ввиду этого два состояния, отличающиеся обменом $(I_3)_1$ и $(I_3)_2$, являются одним и тем же состоянием, и необходимо исключить значения $(I_3)_1 + (I_3)_2$, расположенные ниже диагонали, поскольку они дублируются такими же значениями выше нее. Значения на самой диагонали отвечают двум бозонам, находящимся в одном и том же состоянии. Такие состояния разрешены, так как бозоны подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Итак, после исключения значений $(I_3)_1 + (I_3)_2$, расположенных ниже диагонали, получим следующий набор из шести значений $(I_3)_1 + (I_3)_2$: 0 (на диагонали) и -2, -1, 0, +1, +2 (верхний ряд и правая колонка таблицы). Довольно очевидно, что такой набор проекций суммарного изоспина могут дать лишь состояния с $I = 0$ ($I_3 = 0$) и 2 ($I_3 = 0, \pm 1, \pm 2$). Таким образом система тождественных бозонов с единичным изоспином каждого из них может быть лишь в состояниях с суммарным изоспином 0 или 2. Состояние с суммарным изоспином 1 исключено.

б) Комбинация $\pi^+\pi^-$ это система нетождественных бозонов с изоспином 1 каждого из них. Ограничения на их суммарный изоспин, связанные со статистикой Бозе-Эйнштейна, теперь не действуют, и суммарный изоспин $I = 1$ возможен.

в) Комбинация $\pi^+\pi^+$ это вновь система тождественных бозонов с изоспином 1 каждого из них. Поэтому вновь возникают ограничения, связанные с бозе-симметрией, рассмотренные выше для комбинации $\pi^0\pi^0$. Но поскольку π^+ имеет $I_3 = +1$ (π^0 имеет $I_3 = 0$), то для системы $\pi^+\pi^+$ остается единственное значение проекции изоспина, равное +2, а значит остается и един-

ственное значение суммарного изоспина, равное 2. И так, для $\pi^+\pi^+$ разрешено лишь $I = 2$. Вновь $I = 1$ исключено.

з) Комбинация $\Lambda\pi^0$ это совокупность частицы с нулевым изоспином (Λ) и единичным изоспином (π^0). Очевидно, что такая комбинация частиц имеет $I = 1$.

Окончательный ответ: $I = 1$ возможно лишь для комбинаций б) $\pi^+\pi^-$ и з) $\Lambda\pi^0$.

2.4.24. Рассмотрим нейтрон-протонную (np) и двухнейтронную (nn) системы с орбитальными и полными моментами каждого нуклона $l = 1$ и $j = \frac{3}{2}$. Какие значения может иметь полный момент J этих систем?

В случае np -системы имеем дело с тождественными частицами, поэтому полный момент системы может быть любым, допустимым правилами векторного сложения моментов, т. е. $|j_n - j_p| \leq J \leq j_n + j_p$ или $J = 0, 1, 2, 3$.

В случае nn -системы значения $J = 1, 3$ запрещены принципом Паули, так как в этом случае тождественные частицы будут иметь одинаковый набор квантовых чисел l, j и j_z , что недопустимо. Поэтому $J = 1, 3$ исключаются. Поясним сказанное.

В таблице представлены возможные значения суммарной проекции полного момента J двух фермионов с $j_1 = j_2 = 3/2$ на ось z , т. е. значения $J_z = (j_1)_z + (j_2)_z$:

| $(j_2)_z \backslash (j_1)_z$ | $-3/2$ | $-1/2$ | $1/2$ | $3/2$ |
|------------------------------|--------|--------|-------|-------|
| $-3/2$ | -3 | -2 | -1 | 0 |
| $-1/2$ | -2 | -1 | 0 | 1 |
| $1/2$ | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $3/2$ | 0 | 1 | 2 | 3 |

Если фермионы тождественны, то они не могут иметь одинаковые наборы l, j и j_z . Поэтому необходимо исключить все значения $J_z = (j_1)_z + (j_2)_z$, находящиеся на диагонали таблицы. Кроме того, два состояния, различающиеся обменом $(j_1)_z$ и $(j_2)_z$, являются одним и тем же состоянием. Поэтому можно исключить J_z , находящиеся ниже диагонали. И так, приходим к следующей таблице

| $(j_2)_z \backslash (j_1)_z$ | $-3/2$ | $-1/2$ | $1/2$ | $3/2$ |
|------------------------------|--------|--------|-------|-------|
| $-3/2$ | | -2 | -1 | 0 |
| $-1/2$ | | | 0 | 1 |
| $1/2$ | | | | 2 |
| $3/2$ | | | | |

Набор $J_z = -2, -1, 0, 1, 2$ соответствует $J = 2$. Оставшееся значение $J_z = 0$ соответствует $J = 0$. Таким образом, для тождественных фермионов остаются $J = 0$ и 2 .

2.4.25. Показать, что для частиц октета легчайших барионов с $J^P = 1/2^+$ выполняется следующее правило: у кварков одинакового аромата спины параллельны.

Волновая функция бариона (системы из трех кварков) может быть записана в следующем виде:

$$\Psi(1, 2, 3) = \Psi_{\text{color}}(\kappa, z, c) \cdot \Psi_{\text{space}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \cdot \Psi_{\text{spin}}(J_1, J_2, J_3) \cdot \Psi_{\text{isospin}}(I_1, I_2, I_3), \quad (2.4.9)$$

где $1, 2, 3$ — совокупность всех координат и квантовых чисел кварков, а произведение четырех функций справа — это произведение соответственно цветовой (κ — красный, z — зеленый, c — синий), пространственной, спиновой и изоспиновой частей волновой функции бариона. Кварки это фермионы. В соответствии с обобщенным принципом Паули (см. задачу 2.4.18), $\Psi(1, 2, 3)$ должна быть антисимметрична в целом к перестановке всех квантовых чисел и координат двух тождественных кварков (кварки u и d считаются тождественными, поскольку составляют изоспиновой дублет), хотя цветовая, пространственная, спиновая и изоспиновая функции в отдельности могут быть как симметричными (s), так и антисимметричными (a).

$\Psi(\kappa, z, c)$ всегда антисимметрична, так как кварки в барионе разноцветны. Низшие по массе супермультиплеты барионов (октет $1/2^+$ и декуплет $3/2^+$) симметричны по пространственным координатам кварков, т. е. $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$ не меняется при перестановке пространственных координат любой пары одинаковых кварков. Это является следствием того, что в рассматриваемых барионных супермультиплетах кварки находятся в состояниях с нулевыми относительными орбитальными моментами ($L = 0$). Более подробно это обсуждается при решении задач 2.4.17 и 2.4.18. С учетом сказанного (2.4.9) переписывается в виде

$$\Psi_a(1, 2, 3) = \Psi_a(\kappa, z, c) \cdot \Psi_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \cdot \Psi(J_1, J_2, J_3) \cdot \Psi(I_1, I_2, I_3). \quad (2.4.10)$$

Отсюда следует, что в супермультиплетах легчайших барионов (например, октете $J^P = 1/2^+$ и декуплете $J^P = 3/2^+$) допустимы лишь такие кварковые комбинации, у которых спиновая и изоспиновая функции одновременно либо симметричны, либо антисимметричны, т. е. спин-изоспиновая комбинация функций либо $\Psi_s(J_1, J_2, J_3) \cdot \Psi_s(I_1, I_2, I_3)$, либо $\Psi_a(J_1, J_2, J_3) \cdot \Psi_a(I_1, I_2, I_3)$.

Рассмотрим теперь протон (uud). Запишем (2.4.10) в виде

$$\Psi_a(uud) = \Psi_a(u_\kappa u_3 d_c) \cdot \Psi_s(r_u r_u r_d) \cdot \Psi(J_u J_u J_d) \cdot \Psi(I_u I_u I_d).$$

Переставим u -кварки. Изоспиновая функция к таким перестановкам симметрична. Значит должна быть симметрична и спиновая функция. Это означает, что спины u -кварков обязаны быть параллельными ($\uparrow\uparrow$). Спин d -кварка антипараллелен спином u -кварков, чтобы результирующий момент протона (его спин) был равен $1/2$. Итак, $\Psi(J_u J_u J_d) \equiv \Psi(\uparrow\uparrow\downarrow)$. Эту ситуацию можно изобразить и так: $p = u_\uparrow u_\uparrow d_\downarrow$. Аналогично рассуждая, можно получить $n = u_\downarrow d_\uparrow d_\uparrow$, $\Xi^0 = u_\downarrow s_\uparrow s_\uparrow$, $\Xi^- = d_\downarrow s_\uparrow s_\uparrow$.

2.4.26. Показать, что в супермультиплете легчайших барионов $1/2^+$ не может быть частиц, состоящих из кварков одинакового аромата uuu , ddd , sss .

Рассмотрим комбинацию uuu . Заменяем в волновой функции протона (смотри предыдущую задачу) кварк d на кварк u . Пусть у зеленого и красного кварков спины параллельны:

$$\Psi_a(uuu) = \Psi_a(u_\kappa u_\lambda u_c) \cdot \Psi_s(r_u r_u r_u) \cdot \Psi(\uparrow\uparrow\downarrow) \cdot \Psi(I_u I_u I_u).$$

Изоспиновая функция симметрична к перестановке любой пары u -кварков. Поэтому симметричной обязана быть и спиновая функция. Однако она антисимметрична к перестановке тех u -кварков, у которых спины антипараллельны. Таким образом, комбинация из трех одинаковых по аромату кварков в супермультиплете барионов $1/2^+$ ($l = 0$) запрещена.

2.4.27. Как направлены спины кварков в Λ и Σ^0 -гиперонах?

Обе частицы имеют один и тот же кварковый состав uds и входят в октет легчайших барионов с $J^P = 1/2^+$. Λ -гиперон имеет изоспин равный нулю, то есть изоспиновая волновая функция антисимметрична к перестановке имеющих изоспин кварков u и d . Поэтому спиновая волновая функция Λ также обязана быть антисимметричной к перестановке u - и d -кварков, откуда следует, что спины этих кварков в Λ антипараллельны, а направление спина s -кварка произвольно, например $\Lambda = u_\uparrow d_\downarrow s_\downarrow$.

Σ^0 -гиперон — частица с изоспином 1, т. е. изоспиновая волновая функция симметрична к перестановке несущих изоспин кварков u и d . Поэтому симметричной к такой перестановке будет и спиновая функция. Это означает, что спины u - и d -кварка в Σ^0 параллельны, а спин s -кварка направлен в противоположную сторону: $\Sigma^0 = u_\uparrow d_\uparrow s_\downarrow$.

2.4.28. Σ^0 -гиперон распадается следующим образом: $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$. Как меняются кварковые состояния при этом распаде? Определить тип и мультипольность испущенного фотона. Как направлен спин Λ , если спин Σ^0 направлен вверх?

Σ^0 и Λ имеют одинаковый кварковый состав uds . Спины кварков в этих частицах направлены следующим образом (смотри предыдущую задачу): $\Sigma^0 = u_\uparrow d_\uparrow s_\downarrow$, $\Lambda = u_\uparrow d_\downarrow s_\downarrow$. Отсюда следует, что при распаде Σ^0 с излучением фотона «переворачивается» один из кварков (в данном примере d -кварк); направление его спина меняется на противоположное. Спин-четность Σ^0 равна $1/2^+$. Таковы же и спин-четность Λ . Откуда спин-четность излученного фотона 1^+ , то есть излучается $M1$ -фотон. Если до распада спин Σ^0 был направлен вверх, то спин Λ будет направлен вниз.

2.4.29. Показать, что без введения квантового числа «цвет», принимающего три значения, кварковая структура Δ^{++} , Δ^- , Ω^- противоречит принципу Паули.

Указанные частицы имеют кварковый состав $\Delta^{++} - (uuu)$, $\Delta^- - (ddd)$, $\Omega^- - (sss)$. Эти частицы имеют $J^P = 3/2^+$. Орбитальный момент относительного движения кварков в них равен нулю. Кварки являются фермионами и имеют спин $1/2$. Для них возможны только две проекции $+1/2$ и $-1/2$. Таким образом, для того, чтобы образовать состояние $3/2^+$, все три кварка, обладающие одним ароматом, должны иметь одинаковые проекции спинов. Согласно принципу Паули два фермиона не могут находиться в одном состоянии (иметь одинаковые квантовые числа). Чтобы удовлетворить принципу Паули, необходимо ввести для кварков новое квантовое число. Его условное название

«цвет». Цвет должен иметь три разных значения для трех кварков, у которых остальные квантовые числа совпадают. Квантовое число «цвет» имеет три значения (например, называемые *красным*, *синим* и *зеленым*).

2.4.30. Нуклон это трехкварковая система с кварками u и d в определенных квантовых состояниях. В протоне доминирует u -кварк, в нейтроне — d -кварк. Строение протона $p \equiv u_{\uparrow}u_{\uparrow}d_{\downarrow}$, нейтрона — $n \equiv u_{\downarrow}d_{\uparrow}d_{\uparrow}$, причем кварки имеют нулевые орбитальные моменты количества движения (см. задачу 2.4.25). Существуют ядерные трехнуклонные системы, аналогичные нуклонным трехкварковым системам. Это ядра ${}^3_2\text{He} \equiv ppn$ и ${}^3_1\text{H} \equiv pnn$, находящиеся в основном состоянии. Сравните квантовые характеристики нуклонов в ${}^3_2\text{He}$ и ${}^3_1\text{H}$ с квантовыми характеристиками кварков в нуклонах.

Волновая функция трехкварковой системы, построенной из кварков u и d , может быть представлена в виде произведения четырех функций — цветовой, пространственной, спиновой и изоспиновой (см. (2.4.9)):

$$\Psi(qqq) = \Psi_{\text{color}} \cdot \Psi_{\text{space}} \cdot \Psi_{\text{spin}} \cdot \Psi_{\text{isospin}}. \quad (2.4.11)$$

Мы видели, решая задачу 2.4.25, что требование антисимметрии такой функции в целом к перестановке любых двух кварков (обобщенный принцип Паули) приводит при нулевых орбитальных моментах кварков к параллельным спинам u -кварков в протоне ($p \equiv u_{\uparrow}u_{\uparrow}d_{\downarrow}$) и параллельным спинам d -кварков в нейтроне ($n \equiv u_{\downarrow}d_{\uparrow}d_{\uparrow}$).

В волновой функции $\Psi(NNN)$ трехнуклонных систем ($N = p$ или n) отсутствует цветовая функция Ψ_{color} . Поэтому волновая функция таких систем имеет вид

$$\Psi(NNN) = \Psi_{\text{space}} \cdot \Psi_{\text{spin}} \cdot \Psi_{\text{isospin}} \quad (2.4.12)$$

и должна быть антисимметричной в целом к перестановке любой пары нуклонов.

В основных состояниях ${}^3_2\text{He}$ и ${}^3_1\text{H}$ нуклоны находятся на s -орбитах (их орбитальные моменты нулевые). Поэтому Ψ_{space} симметрична (четна), и следовательно из двух оставшихся функций Ψ_{spin} и Ψ_{isospin} одна должна быть симметричной, а другая — антисимметричной к перестановке пары нуклонов. Переставим нуклоны одного типа (например, протоны в ${}^3_2\text{He}$). К такой перестановке Ψ_{isospin} симметрична. Поэтому к этой перестановке обязана быть несимметричной Ψ_{spin} . Несимметрично спиновое состояние двух нуклонов с антипараллельными ($\uparrow\downarrow$) спинами. Таким образом, для трехнуклонных систем типа ${}^3_2\text{He}$ и ${}^3_1\text{H}$ одинаково направленные, т. е. параллельные ($\uparrow\uparrow$) спины нуклонов одного типа, исключены. Итак, спиновая структура нуклонов в основных состояниях ${}^3_2\text{He}$ и ${}^3_1\text{H}$ выглядит следующим образом:

$${}^3_2\text{He}_{\text{осн. сост.}} = p_{\uparrow}p_{\downarrow}n_{\uparrow}, \quad {}^3_1\text{H}_{\text{осн. сост.}} = p_{\uparrow}n_{\downarrow}n_{\uparrow}.$$

2.4.31. Показать, что пространственная четность позитрония (e^+e^-) равна $(-1)^{L+1}$, где L — относительный орбитальный момент e^+ и e^- .

Пространственная четность позитрония $P_{e^+e^-}$ определяется как произведение внутренней четности электрона и позитрона на орбитальный множитель $(-1)^L$. Электрон и позитрон имеют значения спинов равные $1/2$ и, следовательно, являются, соответственно, фермионом и антифермионом. Про-

изведение внутренних четностей электрона и позитрона равно (-1) , поскольку внутренняя четность фермиона противоположна внутренней четности антифермиона. Поэтому пространственная четность позитрония $P_{e^+e^-} = (-1)(-1)^L = (-1)^{L+1}$.

2.4.32. Какие значения может иметь относительный орбитальный момент двух π^0 -мезонов, образующихся в реакции $p\bar{p} \rightarrow 2\pi^0$, если относительный орбитальный момент $p\bar{p}$ равен $L_{p\bar{p}}$?

Относительный орбитальный момент двух π^0 -мезонов $L_{\pi\pi}$ определим из законов сохранения момента количества движения и четности. Получаем соотношение $p_p p_{\bar{p}} (-1)^{L_{p\bar{p}}} = p_{\pi^0} p_{\pi^0} (-1)^{L_{\pi\pi}}$, где $p_p, p_{\bar{p}}, p_{\pi^0}$ — внутренние четности протона, антипротона и π^0 -мезона. Внутренние четности протона $p_p = +1$, антипротона $p_{\bar{p}} = -1$, π^0 -мезона $p_{\pi^0} = -1$. Получаем, что $(-1)(-1)^{L_{p\bar{p}}} = (-1)(-1)(-1)^{L_{\pi\pi}}$, т. е. $L_{\pi\pi} = L_{p\bar{p}} \pm 1$.

2.4.33. Показать, что зарядовые четности мезонов $\eta_c(1S)$ и $J/\Psi(1S)$ равны соответственно $+1$ и -1 .

Зарядовая четность системы фермион-антифермион $C = (-1)^L (-1)^J$, где L — относительный орбитальный момент, а J — полный момент (спин) системы. Мезоны $\eta_c(1S)$ и $J/\Psi(1S)$ имеют одинаковый кварковый состав ($c\bar{c}$ -кварки). Эти кварки в рассматриваемых мезонах имеют нулевые относительные орбитальные моменты (состояние $1S$), но спин $\eta_c(1S)$ равен 0 , а спин $J/\Psi(1S)$ равен 1 . Поэтому $C_{\eta_c} = (-1)^0 (-1)^0 = +1$, а $C_{J/\Psi} = (-1)^0 (-1)^1 = -1$.

2.4.34. Покажите, что зарядовая четность нейтрального пиона положительна.

Используем то обстоятельство, что данный пион распадается, как правило, с испусканием двух фотонов, имеющих отрицательную четность ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$), и то, что в электромагнитном взаимодействии C -четность сохраняется. Имеем

$$\widehat{C} |\pi^0\rangle = \widehat{C} |\gamma\rangle \cdot \widehat{C} |\gamma\rangle = -|\gamma\rangle \cdot -|\gamma\rangle = |\gamma\rangle \cdot |\gamma\rangle = +|\pi^0\rangle.$$

Откуда и получаем для зарядовой четности π^0 значение $+1$.

2.4.35. Покажите, что в системе пионов с нулевым относительным орбитальным моментом двухпионная структура $\pi^+\pi^-$ имеет комбинированную четность $CP = +1$, а трехпионная структура $\pi^+\pi^0\pi^-$ — комбинированную четность $CP = -1$.

Пространственные четности рассматриваемых систем следующие:

$$P(\pi^+\pi^-) = p_\pi p_\pi (-1)^{L=0} = (-1)(-1)(+1) = +1.$$

$$P(\pi^+\pi^0\pi^-) = p_\pi p_\pi p_\pi (-1)^{L=0} = (-1)(-1)(-1)(+1) = -1.$$

Обе системы истинно нейтральные, т. е. наделены определенными зарядовыми четностями C . Следовательно эти системы наделены и определенными CP -четностями. Найдем их, подвергая эти системы CP -преобразованию:

$$\widehat{C}\widehat{P}|\pi^+\pi^-\rangle = \widehat{C}(+1)|\pi^+\pi^-\rangle = \widehat{C}|\pi^+\pi^-\rangle = |\pi^-\pi^+\rangle = |\pi^+\pi^-\rangle.$$

$$\widehat{C}\widehat{P}|\pi^+\pi^0\pi^-\rangle = \widehat{C}(-1)|\pi^+\pi^0\pi^-\rangle = -\widehat{C}|\pi^+\pi^0\pi^-\rangle = -|\pi^-\pi^0\pi^+\rangle = -|\pi^+\pi^0\pi^-\rangle.$$

Отсюда получаем $CP(\pi^+\pi^-) = +1$, $CP(\pi^+\pi^0\pi^-) = -1$. Сделаем пояснение. Последние равенства в каждой из двух вышенаписанных серий преобразований, а именно $|\pi^-\pi^+\rangle = |\pi^+\pi^-\rangle$ и $|\pi^-\pi^0\pi^+\rangle = |\pi^+\pi^0\pi^-\rangle$ — это следствие того, что системы $\pi^+\pi^-$ и $\pi^+\pi^0\pi^-$ являются бозе-симметричными и их волновые функции не меняются при перестановке частиц, в данном случае π^+ и π^- (следует помнить, что пионы образуют изоспиновый триплет, т.е. являются одной и той же частицей, различным образом ориентированной в зарядовом пространстве).

Для двухпионной системы ($\pi^+\pi^-$) к ответу можно прийти еще двумя способами:

- 1) Выше мы уже имели $\widehat{C}\widehat{P}|\pi^+\pi^-\rangle = \widehat{C}|\pi^+\pi^-\rangle = |\pi^-\pi^+\rangle$. Для получения зарядовой четности C нужно от $|\pi^-\pi^+\rangle$ вернуться к $|\pi^+\pi^-\rangle$, т.е. переставить π^- и π^+ . Мы уже знаем (см. задачу 2.4.17), что перестановка бесспиновых частиц эквивалентна операции пространственной инверсии для функции их относительного движения, и сама эта функция при относительном орбитальном моменте частиц $L = 0$ является четной, т.е. не меняет знак при этой перестановке. Итак, имеем $|\pi^-\pi^+\rangle_{L=0} = |\pi^+\pi^-\rangle_{L=0}$. Итак, в данном случае ($L=0$) получаем $\widehat{C}\widehat{P}|\pi^+\pi^-\rangle_{L=0} = \widehat{C}|\pi^+\pi^-\rangle = |\pi^-\pi^+\rangle = |\pi^+\pi^-\rangle$, т.е. $CP|\pi^+\pi^-\rangle_{L=0} = +1$.
- 2) Благодаря бозе-симметрии полная волновая функция системы $\pi^+\pi^-$ должна быть симметричной к перестановке частиц. Так как спина у частиц нет, то это эквивалентно операции \widehat{C} с последующей операцией \widehat{P} . Таким образом, сразу получаем $CP(\pi^+\pi^-) = +1$. Это последнее рассуждение показывает, что комбинированная четность двухпионной системы всегда положительна (независимо от L).

2.4.36. Чему равна зарядовая четность системы $\pi^+\pi^-$ в состоянии с относительным орбитальным моментом $L = 1$.

В предыдущей задаче показано, что для двухпионной системы всегда $CP = +1$. Поскольку пространственная четность такой системы при $L = 1$ отрицательна ($p_\pi p_\pi (-1)^{L=1} = (-1)(-1)(-1) = -1$), получаем и отрицательную зарядовую четность рассматриваемой системы: $C(\pi^+\pi^-)_{L=1} = -1$.

2.4.37. Могут ли протону отвечать следующие, не противоречащие принципу Паули цвето-ароматовые кварковые структуры $u_\kappa u_\delta d_\delta$, $u_c u_\kappa d_\kappa$, $u_\kappa u_\delta d_\kappa$?

Нет, существует только одно протонное состояние (все протоны тождественны, неразличимы). Квантовое число «цвет» должно быть введено так, чтобы не увеличивать число наблюдаемых состояний. Правильно симметризованная цвето-аромато-спиновая волновая функция протона имеет следующий вид:

$$|p\rangle = \sqrt{\frac{1}{6}} (u_\kappa^\uparrow u_\delta^\uparrow d_c^\downarrow + u_\delta^\uparrow u_c^\uparrow d_\kappa^\downarrow + u_c^\uparrow u_\kappa^\uparrow d_\delta^\downarrow - u_\delta^\uparrow u_\kappa^\uparrow d_c^\downarrow - u_\kappa^\uparrow u_c^\uparrow d_\delta^\downarrow - u_c^\uparrow u_\delta^\uparrow d_\kappa^\downarrow).$$

Стрелочное обозначение $\uparrow\uparrow$ относится к кваркам с параллельными спинами, $\uparrow\downarrow$ — к кваркам с антипараллельными спинами.

2.4.38. Показать, что изоспин дейтрона нулевой.

Используем обобщенный принцип Паули (см. задачу 2.4.18). Волновую функцию дейтрона $\Psi(^2\text{H})$ можно представить в виде произведения трех функ-

ций — функции ψ^L относительного орбитального движения нейтрона и протона с угловым моментом L , функции спинового состояния нуклонов ψ^S и функции изоспинного состояния нуклонов ψ^I :

$$\Psi(^2\text{H}) = \psi^L \psi^S \psi^I,$$

причем эта функция должна быть антисимметричной (a) при перестановке нуклонов (т.е. при обмене ими всех координат — орбитальных, спиновых и изоспиновых). При этом по отдельности каждая из функций ψ^L , ψ^S и ψ^I может быть как симметричной (s), так и антисимметричной (a).

Вспомним (задача 1.7.10), что у дейтрона ψ^L симметрична ($L = 0$ или 2). ψ^S также симметрична, так как спины нуклонов параллельны ($S = 1$). Чтобы полная волновая функция дейтрона $\Psi(^2\text{H})$ была антисимметричной, нужно, чтобы его изоспиновая функция ψ^I была антисимметричной, т.е. векторы изоспинов нуклонов в дейтроне должны быть направлены в противоположные стороны и изоспин дейтрона $I = 0$. Таким образом, помечая волновые функции нижним индексом симметричности или антисимметричности, волновую функцию дейтрона можно записать в виде

$$\Psi_a(^2\text{H}) = \psi_s^{L=0} \psi_s^{S=1} \psi_a^{I=0}.$$

2.4.39. Известно явление спаривания двух нуклонов одного типа (либо двух протонов, либо двух нейтронов) на одной и той же подоболочке атомного ядра (см. п. 1.8.3). Какова структура волновой функции двух спаренных нуклонов?

Ответ можно получить сразу, вспомнив, что у нуклонов такой пары спины антипараллельны, т.е. скомпенсированы ($S = 0$). Таким образом, спиновая функция пары антисимметрична. Орбитальная функция симметрична (относительный орбитальный момент нуклонов пары нулевой). Кроме того, изоспин пары однотипных нуклонов равен 1, т.е. изоспиновая функция такой пары симметрична. Итак, имеем

$$\Psi_a(nn) = \Psi_a(pp) = \psi_s^{L=0} \psi_a^{S=0} \psi_s^{I=1}.$$

§2.5. Диаграммы Фейнмана. Дискретные преобразования

2.5.1. Показать, что из представления об обмене виртуальными частицами, лежащего в основе квантовой теории поля, следует закон Кулона для силы, действующей между двумя электрическими зарядами.

Обмен виртуальным фотоном приводит к изменению (передаче) импульса Δp и создает силу

$$f = \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

где Δt — время передачи импульса. Если r — расстояние между зарядами, то для безмассового фотона $\Delta t = \frac{r}{c}$. Из соотношения неопределенностей

$r \cdot \Delta p \approx \hbar$ и для f получаем

$$f = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\hbar/r}{r/c} = \frac{\hbar c}{r^2}.$$

Число виртуальных фотонов, испускаемых одним зарядом Ze , пропорционально множителю $Z\sqrt{\alpha_e}$, поэтому окончательное выражение для электрической силы F , действующей между зарядами Z_1e и Z_2e , содержит произведение

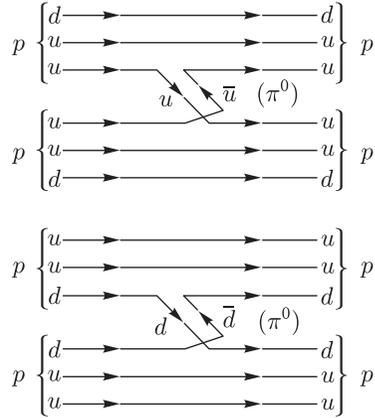
$$Z_1\sqrt{\alpha_e} \cdot Z_2\sqrt{\alpha_e} = Z_1Z_2\frac{e^2}{\hbar c}.$$

Таким образом,

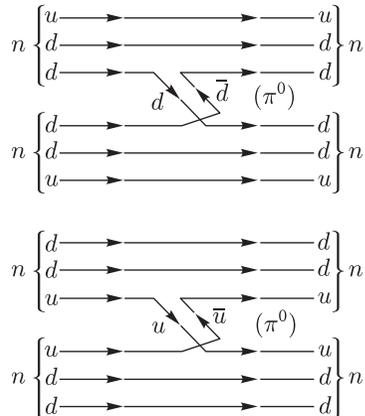
$$F = \text{const} \cdot Z_1Z_2\frac{e^2}{\hbar c} \cdot f = \text{const} \cdot \frac{Z_1Z_2 \cdot e^2}{r^2}.$$

2.5.2. Нарисовать кварковые диаграммы однопионного взаимодействия p - p , n - n , p - n .

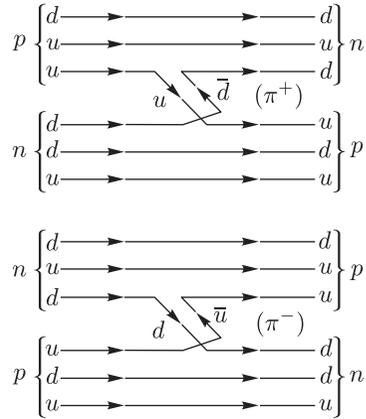
Взаимодействие p - p :



Взаимодействие n - n :



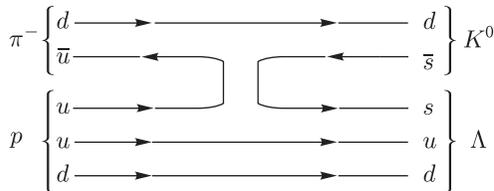
Взаимодействие p - n :



2.5.3. Проверить выполнение законов сохранения и построить кварковые диаграммы реакций, происходящих в результате сильного взаимодействия: 1) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$; 2) $p + \bar{p} \rightarrow \bar{\Omega}^- + \Omega^-$; 3) $\pi^+ + n \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^+$.

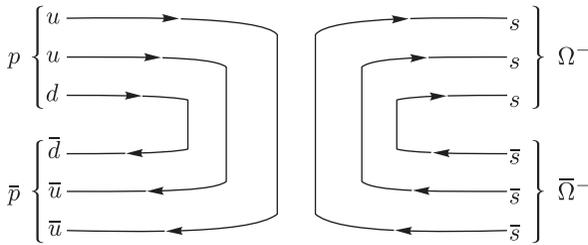
$$\begin{aligned}
 1) \quad & \pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0 \\
 & Q: \quad -1 + 1 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta Q = 0 \\
 & B: \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta B = 0 \\
 & s: \quad 0 + 0 \rightarrow -1 + 1 \quad \Delta s = 0 \\
 & I_3 \quad -1 + 1/2 \rightarrow 0 - 1/2 \quad \Delta I_3 = 0
 \end{aligned}$$

Законы сохранения выполнены.



$$\begin{aligned}
 2) \quad & p + \bar{p} \rightarrow \bar{\Omega}^- + \Omega^- \\
 & Q: \quad 1 - 1 \rightarrow 1 - 1 \quad \Delta Q = 0 \\
 & B: \quad 1 - 1 \rightarrow -1 + 1 \quad \Delta B = 0 \\
 & s: \quad 0 + 0 \rightarrow 3 - 3 \quad \Delta s = 0 \\
 & I_3 \quad 1/2 - 1/2 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta I_3 = 0
 \end{aligned}$$

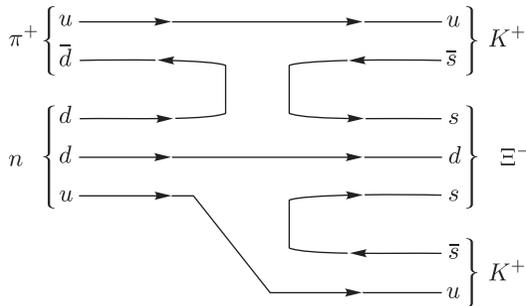
Законы сохранения выполнены.



3) $\pi^+ + n \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^+$

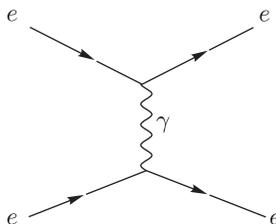
| | | |
|-------|--|------------------|
| $Q:$ | $1 + 0 \rightarrow -1 + 1 + 1$ | $\Delta Q = 0$ |
| $B:$ | $0 + 1 \rightarrow 1 + 0 + 0$ | $\Delta B = 0$ |
| $s:$ | $0 + 0 \rightarrow -2 + 1 + 1$ | $\Delta s = 0$ |
| I_3 | $1 - 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 + 1/2$ | $\Delta I_3 = 0$ |

Законы сохранения выполнены.

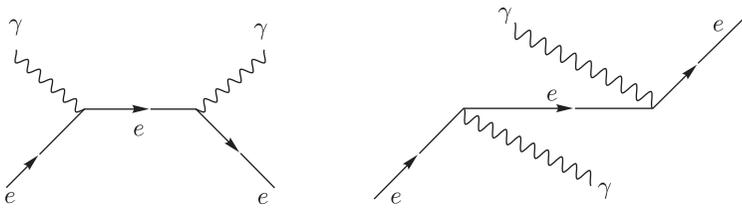


2.5.4. Нарисовать основные диаграммы Фейнмана для следующих процессов: 1) рассеяние электрона на электроне; 2) эффект Комптона; 3) электрон-позитронная аннигиляция; 4) фотоэффект в кулоновском поле ядра; 5) образование электрон-позитронной пары в кулоновском поле ядра. Какие виртуальные частицы участвуют в этих процессах?

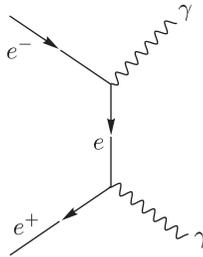
1) Рассеяние электрона на электроне. Виртуальная частица — фотон.



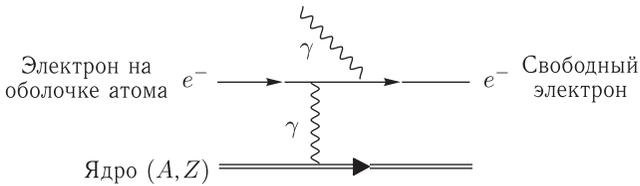
2) Эффект Комптона. Виртуальная частица — электрон.



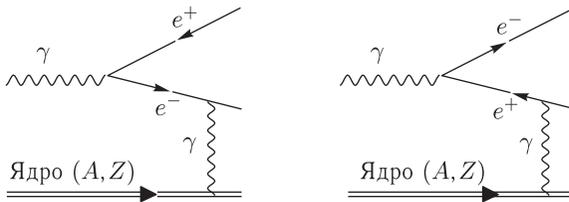
3) Электрон-позитронная аннигиляция. Виртуальная частица — электрон или позитрон.



4) Фотоэффект в кулоновском поле ядра. Виртуальная частица — фотон.



5) Образование электрон-позитронной пары в кулоновском поле ядра. Виртуальная частица — фотон.



2.5.5. Какие из приведенных ниже слабых распадов адронов запрещены, а какие разрешены?

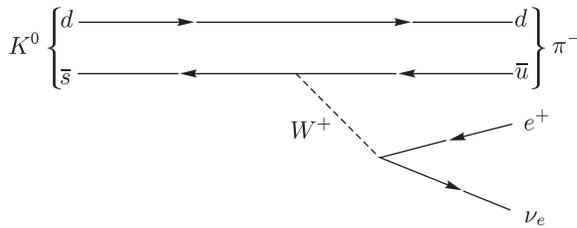
- 1) $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$; 2) $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$; 3) $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu_e$.

Нарисовать диаграммы разрешенных распадов.

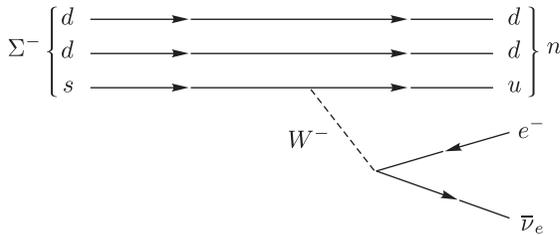
Лептонные слабые распады адронов с изменением странности подчиняются следующим правилам: $|\Delta s| = 1$ и $\Delta Q_{\text{адр}} = \Delta s$, где $\Delta Q_{\text{адр}}$ и Δs — изменения электрического заряда и странности адронов.

Определим изменения электрического заряда адронов Q и странности s в этих распадах:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e \\
 & Q_{\text{адр}}: \quad 0 \rightarrow -1 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = -1 \\
 & s: \quad 1 \rightarrow 0 \quad \Delta s = -1 \\
 & \text{Распад разрешен } \Delta Q_{\text{адр}} = \Delta s
 \end{aligned}$$

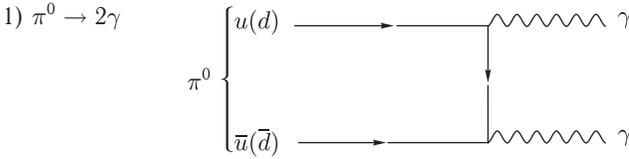


$$\begin{aligned}
 2) \quad & \Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e \\
 & Q_{\text{адр}}: \quad -1 \rightarrow 0 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = 1 \\
 & s: \quad -1 \rightarrow 0 \quad \Delta s = 1 \\
 & \text{Распад разрешен } \Delta Q_{\text{адр}} = \Delta s
 \end{aligned}$$

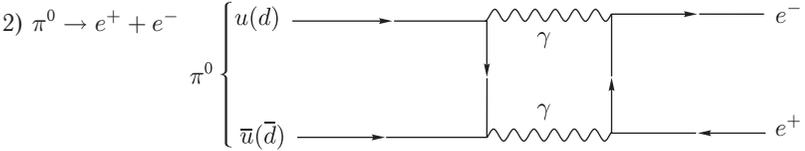


$$\begin{aligned}
 3) \quad & \Xi^0 \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu_e \\
 & Q_{\text{адр}}: \quad 0 \rightarrow -1 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = -1 \\
 & s: \quad -2 \rightarrow -1 \quad \Delta s = 1 \\
 & \text{Распад запрещен } \Delta Q_{\text{адр}} \neq \Delta s
 \end{aligned}$$

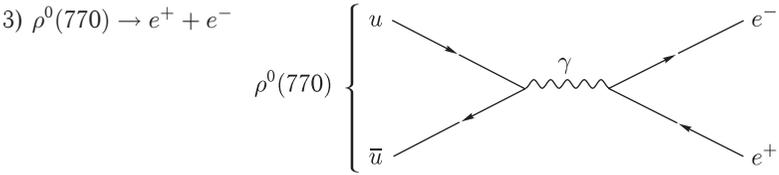
2.5.6. Нарисовать кварковые диаграммы распадов 1) $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, 2) $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^-$, 3) $\rho^0(770) \rightarrow e^+ + e^-$, 4) $\eta'(958) \rightarrow 3\pi^0$. Какие взаимодействия ответственны за эти распады?



Этот распад происходит в результате электромагнитного взаимодействия.

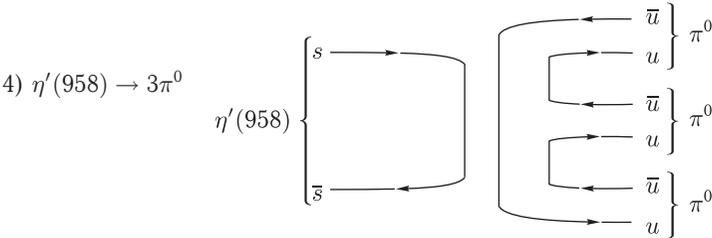


Этот распад происходит в результате электромагнитного взаимодействия.



Этот распад происходит в результате электромагнитного взаимодействия.

Разница в диаграммах распадов 2) и 3) связана с различием зарядовой четности π^0 -мезона $C_{\pi^0} = +1$ и ρ^0 -мезона $C_{\rho^0} = -1$. Так как зарядовая четность γ -кванта $C_\gamma = -1$, то распад π^0 -мезона возможен только при участии двух γ -квантов: $C_{\pi^0} = C_\gamma \cdot C_\gamma = (-1) \cdot (-1) = +1$. Для ρ^0 -мезона распад возможен с участием только одного γ -кванта $C_{\rho^0} = C_\gamma = -1$.



Этот распад происходит в результате сильного взаимодействия.

2.5.7. Какие из перечисленных ниже четырех способов распада K^+ -мезона возможны? Для разрешенных нарисовать диаграммы, для запрещенных указать причину запрета.

- 1) $K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + e^-$; 3) $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \bar{\nu}_e$;
 2) $K^+ \rightarrow e^+ \nu_e$; 4) $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

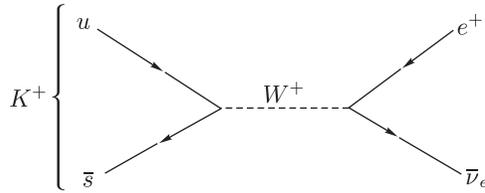
Определим изменения электрического заряда $Q_{\text{адр}}$, странности s , проекции изоспина I_3 адронов и лептонного числа L_e :

$$\begin{array}{l}
 1) \quad K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + e^- \\
 Q_{\text{адр}}: \quad 1 \rightarrow 1 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = 0 \\
 s: \quad 1 \rightarrow 0 \quad \Delta s = -1 \\
 I_3: \quad 1/2 \rightarrow 1 \quad \Delta I_3 = 1/2 \\
 L_e: \quad 0 \rightarrow 0 - 1 + 1 \quad \Delta L_e = 0
 \end{array}$$

Распад запрещен, так как изменение странности адронов $\Delta s = -1$, а изменение их электрического заряда $\Delta Q_{\text{адр}} = 0$, то есть $\Delta Q_{\text{адр}} \neq \Delta s$.

$$\begin{array}{l}
 2) \quad K^+ \rightarrow e^+ + \nu_e \\
 Q_{\text{адр}}: \quad 1 \rightarrow 0 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = -1 \\
 s: \quad 1 \rightarrow 0 \quad \Delta s = -1 \\
 I_3: \quad 1/2 \rightarrow 0 \quad \Delta I_3 = -1/2 \\
 L_e: \quad 0 \rightarrow -1 + 1 \quad \Delta L_e = 0
 \end{array}$$

Распад разрешен — выполнены все законы сохранения для слабого взаимодействия. Слабое взаимодействие допускает несохранение странности и изоспина. Диаграмма этого распада:



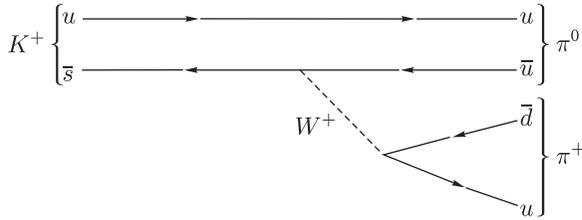
$$\begin{array}{l}
 3) \quad K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \bar{\nu}_e \\
 Q_{\text{адр}}: \quad 1 \rightarrow 0 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = -1 \\
 s: \quad 1 \rightarrow 0 \quad \Delta s = -1 \\
 I_3: \quad 1/2 \rightarrow 0 \quad \Delta I_3 = -1/2 \\
 L_e: \quad 0 \rightarrow 0 - 1 - 1 \quad \Delta L_e = -2
 \end{array}$$

Распад запрещен законом сохранения лептонного числа L_e .

$$\begin{array}{l}
 4) \quad K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \\
 Q_{\text{адр}}: \quad 1 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = 0 \\
 s: \quad 1 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta s = -1 \\
 I_3: \quad 1/2 \rightarrow 1 + 0 \quad \Delta I_3 = 1/2
 \end{array}$$

Распад разрешен — выполнены все законы сохранения для слабого взаимодействия. Так как распад не является лептонным распадом адронов, то вы-

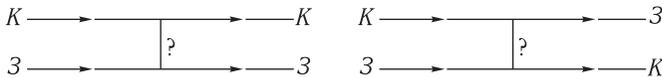
полнение правила $\Delta Q_{\text{адр}} = \Delta s$ не является необходимым. Диаграмма этого распада:



2.5.8. Объяснить существование правила: При лептонных слабых распадах адронов с изменением странности $\Delta Q_{\text{адр}} = \Delta s$, где $\Delta Q_{\text{адр}}$ и Δs — изменения электрического заряда и странности адронов.

Это правило является простым следствием связи s (или \bar{s})-кварка с заряженным переносчиком слабого взаимодействия бозоном W^- (или W^+). Например, распад $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ (см. рис. 1.5.4 и задачу 2.5.5(2)) осуществляется за счет процесса $s \rightarrow u + W^- \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$, для которого выполняется правило $\Delta Q_{\text{кварк}} = \Delta s$. Замена в только что написанной схеме распада s -кварка частиц на античастицы приводит к зарядовосопряженному процессу $\bar{s} \rightarrow \bar{u} + W^+ \rightarrow \bar{u} + e^+ + \nu_e$, для которого опять-таки $\Delta Q_{\text{кварк}} = \Delta s$, и который ответственен за распад $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$ (задача 2.5.5(1)). Простейшие модификации узлов $s \rightarrow u + W^-$ и $\bar{s} \rightarrow \bar{u} + W^+$ дадут все основные адронные слабые процессы с участием лептонов. Так за лептонный слабый распад $K^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e$ (задача 2.5.7(2)) отвечает кварковый узел $\bar{s} + u \rightarrow W^+$ с тем же свойством $\Delta Q_{\text{кварк}} = \Delta s$.

2.5.9. Диаграммы показывают два варианта взаимодействия красного и зеленого кварков. Определить, за счет какого взаимодействия произошла реакция в каждом случае и что было виртуальной частицей.

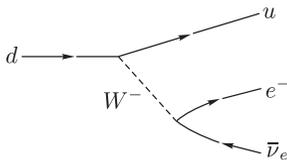


В первом случае при взаимодействии двух кварков их цвет не изменяется. Это возможно либо в сильном взаимодействии при обмене глюоном со скрытым цветом ($K\bar{K}$, $З\bar{З}$, $C\bar{C}$), либо в электрослабом взаимодействии, когда виртуальными частицами являются не имеющие цвета фотон и Z -бозон. Наиболее вероятен вариант сильного взаимодействия с обменом глюоном, имеющим скрытый цвет.

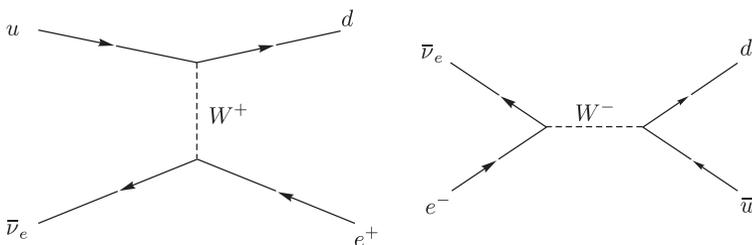
Во втором случае цвет кварков изменился. Это возможно, только если взаимодействие между кварками сильное, и, следовательно, виртуальной частицей является глюон.

2.5.10. Рассмотреть взаимодействие реакторного антинейтрино с веществом. Нарисовать простейшие диаграммы Фейнмана такого взаимодействия.

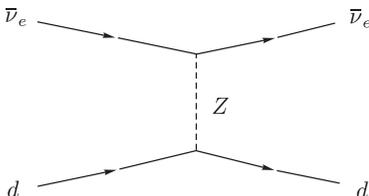
Реакторное антинейтрино — электронное, то есть $\bar{\nu}_e$. Обычное вещество состоит из кварков первого поколения u , d и электронов e^- . Все возможные диаграммы взаимодействия $\bar{\nu}_e$ с этими частицами легко получить из диаграммы распада d -кварка, $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$, ответственного за распад нейтрона $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$:



Из этой диаграммы получаем диаграммы взаимодействия $\bar{\nu}_e$ с u -кварком и электроном:



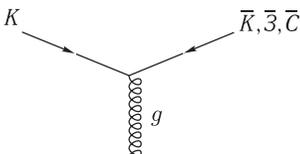
$\bar{\nu}_e$ не будет взаимодействовать с d -кварком с участием W -бозона (нельзя нарисовать двухузловую диаграмму такого процесса). Однако $\bar{\nu}_e$ может рассеиваться на d -кварке, с участием Z -бозона.



Аналогичный вид имеют диаграммы рассеяния $\bar{\nu}_e$ на u -кварке и электроне.

2.5.11. Показать, что кварк, испустив глюон, не может перейти в антикварк.

Пусть кварк имеет красный цвет. Тогда диаграмма предполагаемого условия задачи процесса имеет вид:



Поскольку имеет место закон сохранения цвета, то цветовая структура глюона g может быть получена из следующих равенств:

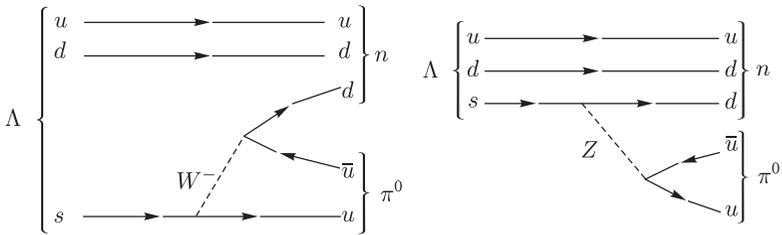
$$K = \bar{K} + g,$$

$$K = \bar{3} + g,$$

$$K = \bar{c} + g,$$

откуда $g = KK$, $K\bar{3}$ или $K\bar{c}$, что, очевидно, невозможно для глюона, поскольку последний должен иметь структуру цвет-антицвет. Процесс «кварк \rightarrow антикварк + глюон» запрещен также законом сохранения барионного заряда.

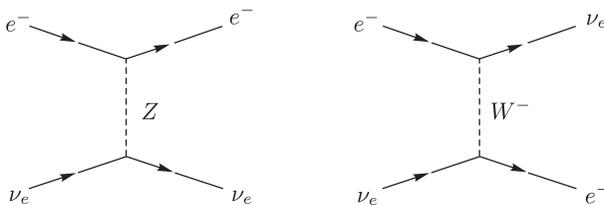
2.5.12. Одна из следующих двух диаграмм, описывающих распад $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$, неправильна. Какая?



Неправильная диаграмма справа. Z -бозон фигурирует в нейтральных слабых токах, не меняющих ароматы кварков, т.е. испускание кварком Z -бозона не может изменить тип (аромат) кварка. В правой диаграмме испускание Z -бозона сопровождается переходом s -кварка в кварк d , при котором изменяются странность и изоспин.

2.5.13. Возможно ли рассеяние нейтрино на электроне с участием 1) нейтрального слабого тока; 2) заряженного слабого тока? Положительный ответ сопроводить диаграммой процесса.

В нейтральных слабых токах переносчиком взаимодействия является Z -бозон, в заряженных слабых токах — бозоны W^\pm . Оба вида рассеяния возможны, и их диаграммы следующие:



2.5.14. Барионы Δ^- и Σ^- имеют близкие массы (соответственно 1232 и 1197 МэВ/ c^2) и распадаются одинаково:

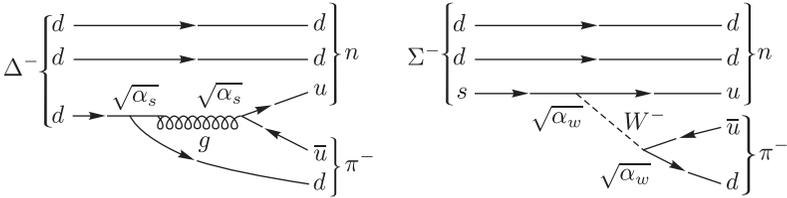
$$\Delta^- \rightarrow n + \pi^-,$$

$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-.$$

За счет каких взаимодействий происходят эти распады? Нарисовать их кварковые диаграммы и оценить константу α_w слабого взаимодействия, полагая константу сильного взаимодействия $\alpha_s \approx 1$.

Δ^- распадается за счет сильного взаимодействия, а Σ^- — за счет слабого. В первом случае все квантовые числа сохраняются, а во втором не сохраняются странность и изоспин.

Диаграммы распадов:



Времена жизни Δ^- и Σ^- следующие: $\tau(\Delta^-) = \hbar/\Gamma(\Delta^-) = \frac{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{(116 \div 120) \text{ МэВ}} \approx 10^{-23} \text{ с}$, $\tau(\Sigma^-) = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ с}$. Время жизни τ связано с константой распада в случае двухузловых диаграмм соотношением $\tau = \frac{1}{\text{вероятность распада}} \approx \frac{1}{\alpha^2}$, откуда

$$\frac{\tau(\Delta^-)}{\tau(\Sigma^-)} = \left(\frac{\alpha_w}{\alpha_s}\right)^2 \approx \frac{10^{-23} \text{ с}}{1,5 \cdot 10^{-10} \text{ с}} \approx 10^{-13}.$$

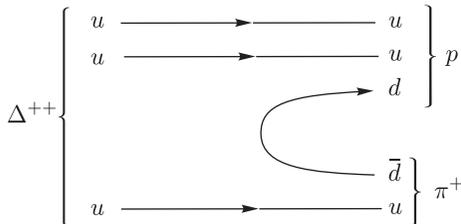
Полагая $\alpha_s \approx 1$, имеем $\alpha_w \approx 10^{-6}$.

2.5.15. Нарисовать кварковую диаграмму распада Δ^{++} -резонанса. Какое взаимодействие ответственно за распад?

Δ^{++} -резонанс распадается следующим образом: $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ + p$. Для определения характера взаимодействия оценим время жизни резонанса по его ширине ($\Gamma_\Delta = 116 \div 120 \text{ МэВ}$):

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_\Delta} = \frac{\hbar c}{\Gamma_\Delta \cdot c} \approx \frac{200 \text{ МэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{(116 \div 120) \text{ МэВ} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 0,6 \cdot 10^{-23} \text{ с}.$$

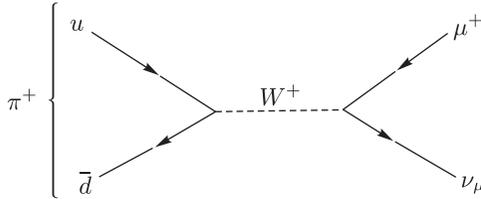
Это время отвечает сильному взаимодействию. Кварковая диаграмма (глюоны не указываются) может быть изображена в следующем виде:



2.5.16. Положительный пион распадается следующим образом: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Проанализировать выполнение законов сохранения и нарисовать диаграмму распада.

$$\begin{aligned} & \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ Q: & \quad +1 \rightarrow +1 + 0 \quad \Delta Q = 0 \\ B: & \quad 0 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta B = 0 \\ L_\mu: & \quad 0 \rightarrow -1 + 1 \quad \Delta L_\mu = 0 \\ I: & \quad \vec{1} \rightarrow \vec{0} + \vec{0} \quad \Delta I = 1 \\ I_3: & \quad +1 \rightarrow 0 + 0 \quad \Delta I_3 = 1 \end{aligned}$$

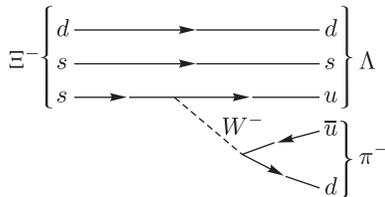
Не сохраняются изоспин и его проекция, что является признаком слабого взаимодействия. Диаграмма распада:



2.5.17. Проанализировать выполнение законов сохранения и нарисовать диаграмму распада $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$.

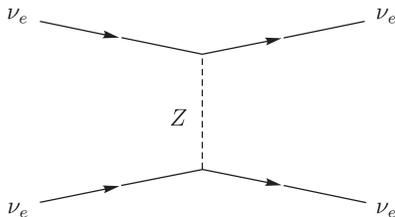
$$\begin{aligned} & \Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^- \\ Q: & \quad -1 \rightarrow 0 - 1 \quad \Delta Q = 0 \\ B: & \quad +1 \rightarrow +1 + 0 \quad \Delta B = 0 \\ s: & \quad -2 \rightarrow -1 + 0 \quad \Delta s = +1 \\ I: & \quad \frac{\vec{1}}{2} \rightarrow \vec{0} + \vec{1} \quad \Delta I = 1/2 \\ I_3: & \quad -1/2 \rightarrow 0 - 1 \quad \Delta I_3 = -1/2 \end{aligned}$$

Не сохраняются странность, изоспин и его проекция, что является признаком слабого взаимодействия. Диаграмма распада:



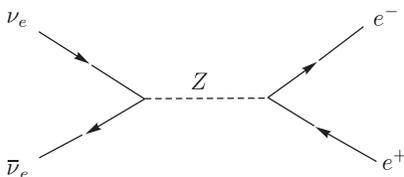
2.5.18. Могут ли два нейтрино взаимодействовать? Если могут, то нарисуйте наиболее вероятную диаграмму этого взаимодействия

Два нейтрино, например, электронные, могут взаимодействовать с помощью либо слабых, либо гравитационных сил. Очевидно наиболее вероятно слабое взаимодействие, описываемое двухузловой диаграммой с нейтральным переносчиком слабых сил Z :



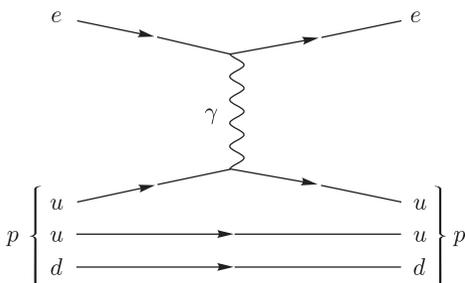
2.5.19. Возможны ли следующие реакции: $\nu_e + \nu_e \rightarrow e^- + e^+$, $\nu_e + \bar{\nu}_e \rightarrow e^- + e^+$? Для возможных реакций нарисуйте диаграммы.

Первая реакция невозможна, так как не выполняется закон сохранения электронного лептонного заряда L_e . До реакции он равен $+2$, после реакции он равен нулю. Вторая реакция возможна, и ее диаграмма имеет вид:

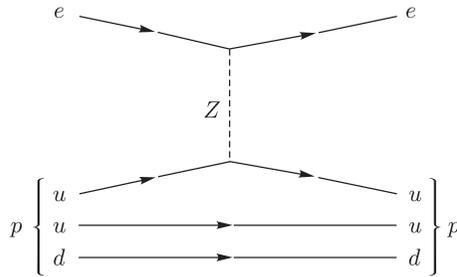


2.5.20. Рассмотрите рассеяние электрона на протоне. Какие силы (исключая гравитационные) могут отвечать за этот процесс? Для каждого из возможных оставшихся взаимодействий нарисуйте наиболее вероятные диаграммы этого процесса.

Электрон может взаимодействовать с протоном либо с помощью электромагнитных сил, либо с помощью слабых сил. Электромагнитное взаимодействие, описываемое двухузловой диаграммой, наиболее вероятно:

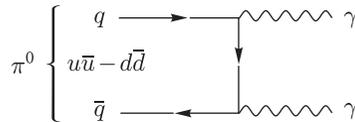


Для слабого взаимодействия также наиболее существенна двухузловая диаграмма:



2.5.21. Как изменилось бы время жизни π^0 -мезона, если бы кварки не имели цвета?

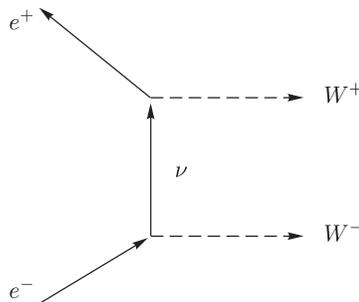
Доминирующий (98%) способ распада нейтрального пиона: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Это электромагнитный распад, описываемый следующей двухузловой кварковой диаграммой:



Для бесцветных кварков это единственная двухузловая диаграмма. Наличие трех цветных кварков (u, d, s) утраивает количество возможных двухузловых диаграмм: $u\bar{u} \rightarrow 2\gamma$, $d\bar{d} \rightarrow 2\gamma$, $s\bar{s} \rightarrow 2\gamma$. Амплитуда процесса аддитивна по отношению ко всем различным цветам кварков. Таким образом, цвет кварков утраивает амплитуду распада π^0 . Поскольку вероятность распада определяется квадратом амплитуды, то π^0 , состоящий из цветных кварков, будет распадаться в $3^2 = 9$ раз чаще π^0 , построенного из бесцветных кварков. Соответственно время жизни π^0 в последнем случае возрастет в 9 раз.

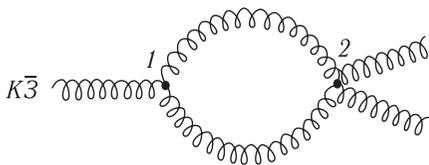
2.5.22. Могут ли другие частицы, помимо промежуточных бозонов W^\pm, Z , выполнять роль переносчиков слабого взаимодействия?

Да, могут. Один из примеров — парное рождение W^\pm на встречных пучках e^\pm . Диаграмма этого процесса имеет вид:



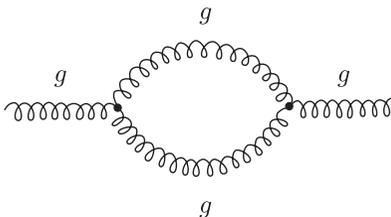
Роль переносчика слабого взаимодействия в данном случае выполняет нейтрино ν .

2.5.23. Предложить вариант окрашенности всех глюонов в следующем чисто глюонном процессе:



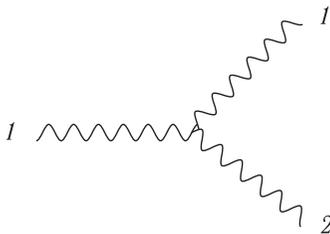
В узле 1 глюон $K\bar{3}$ расщепляется на два, например, $K\bar{C}$ и $C\bar{3}$. В узле 2 может произойти изменение цветов этой пары глюонов, например, возникают глюоны $K\bar{3}$ и $C\bar{C}$. Единственный критерий получения правильной окрашенности глюонов — сохранение цвета в узлах диаграммы.

2.5.24. Почему невозможен распад фотона на два фотона и тормозное излучение фотона фотоном? Пояснить отсутствие для фотонов диаграммы нижеследующего вида, возможной для глюонов:



Для квантов каких полей возможны подобные диаграммы?

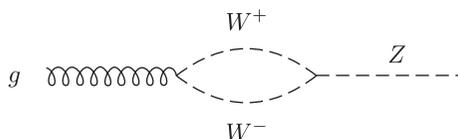
Все вышеперечисленные процессы с фотонами невозможны по двум причинам. Во-первых, все они содержат узлы типа



которые описывают испускание фотоном 1 фотона 2. Однако испустить фотон может только частица, наделенная электрическим зарядом, например, электрон. Во-вторых, эти процессы не сохраняют зарядовую четность, сохранение которой — обязательный признак электромагнитного взаимодействия. Левее узла — одиночный фотон с зарядовой четностью $C_\gamma = -1$. Правее узла два фотона, и их результирующая зарядовая четность $C_\gamma \cdot C_\gamma = (-1) \cdot (-1) = +1$.

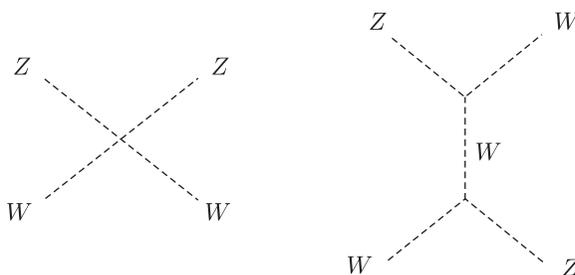
Указанные процессы возможны для квантов сильного (глюоны) и слабого (W^\pm - и Z -бозоны) полей.

2.5.25. Имеет ли смысл следующий процесс?



Это процесс рождения глюоном W^+W^- -пары с последующей аннигиляцией этой пары в Z -бозон. Первый процесс невозможен, так как глюон не наделен ни электрическим, ни слабым зарядом. Второй процесс возможен и идет по слабому взаимодействию.

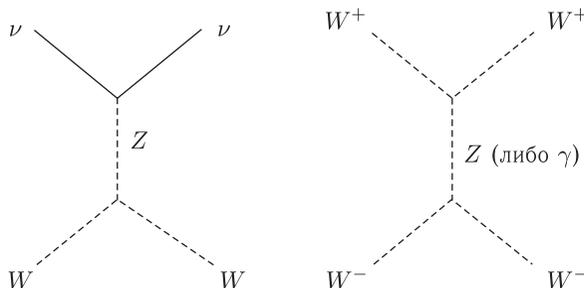
2.5.26. Какие процессы описываются следующими диаграммами?



Левая диаграмма это прямое рассеяние Z - и W -бозонов. Правая диаграмма это рассеяние Z - и W -бозонов посредством обмена W -бозоном. Оба процесса слабые.

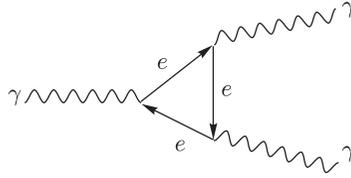
2.5.27. Нарисовать диаграммы νW^- - и W^+W^- -рассеяния.

Диаграммы имеют следующий вид:



Первый процесс чисто слабый. Второй может происходить либо за счет более вероятного электромагнитного взаимодействия, т. е. путем обмена фотоном, либо за счет менее вероятного слабого взаимодействия (обменом Z -бозоном).

2.5.28. Чему равна вероятность следующего процесса?



Несмотря на то что узлы данной диаграммы это стандартные электромагнитные узлы, такой процесс невозможен, так как в этом процессе не сохраняется зарядовая четность. Зарядовая четность одиночного фотона слева -1 , а зарядовая четность двух фотонов справа $(-1)(-1) = +1$. Итак, вероятность рассматриваемого процесса нулевая.

2.5.29. Мезон $\eta_c(1S)$, являющийся чармонием (его кварковое строение $c\bar{c}$) имеет массу $2980 \text{ МэВ}/c^2$, нулевой спин, отрицательную внутреннюю четность и положительную зарядовую четность ($J^{PC} = 0^{-+}$). Он распадается практически исключительно по сильному взаимодействию, испуская более легкие мезоны. Распад по электромагнитному взаимодействию (на два фотона) также возможен, но весьма маловероятен ($\approx 2 \cdot 10^{-4}$). Нейтральный пион π^0 имеет те же квантовые характеристики $J^{PC} = 0^{-+}$, что и $\eta_c(1S)$, но распадается практически исключительно на два фотона ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$), а распад по сильному взаимодействию для него исключен. Объяснить это различие в распадах $\eta_c(1S)$ и π^0 .

Распад π^0 по сильному взаимодействию на адроны запрещен не правилами отбора по J , P или C , а энергетически. Это мы уже обсуждали при решении задачи 2.3.13. Для значительно (в 22 раза) более массивной частицы $\eta_c(1S)$ энергетического запрета на распад в адроны по сильному взаимодействию нет, и такой распад становится доминирующим, подавляя электромагнитный распад на два фотона. Приведем диаграммы распадов $\eta_c(1S) \rightarrow \text{адроны}$ и $\eta_c(1S) \rightarrow 2\gamma$.

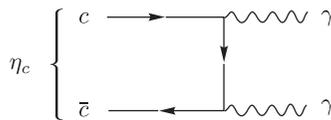
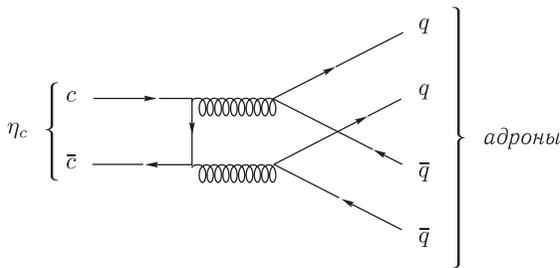
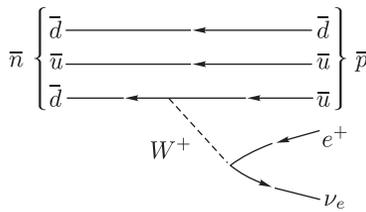


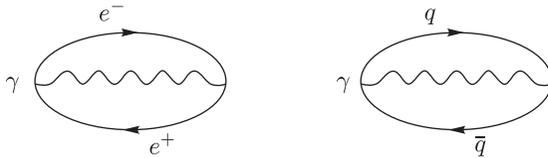
Диаграмма распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ (см. задачу 2.5.21) аналогична диаграмме распада $\eta_c(1S) \rightarrow 2\gamma$. Что касается диаграммы распада $\eta_c(1S) \rightarrow$ адроны, то левая ее часть (до превращения глюонов в кварк-антикварковые пары, называемого *адронизацией*) аналогична тому, что имеет место и для π^0 . Т. е. в обоих случаях имеет место доминирующий распадный процесс на два глюона ($\eta_c(1S) \rightarrow 2g$, $\pi^0 \rightarrow 2g$). Но если энергия этих двух глюонов в случае $\eta_c(1S) \rightarrow 2g$ достаточна для превращения во множество реальных адронов, то в случае $\pi^0 \rightarrow 2g$ ни одного такого адрона нет (π^0 — самый легкий адрон). Пара глюонов не адронизуется и вновь захватывается нейтральным пионом. Электромагнитный распад становится единственной формой его распада.

2.5.30. Нарисовать диаграмму распада антинейтрона.

Диаграмма распада антинейтрона получается из диаграммы распада нейтрона (рис. 1.5.3 б) заменой частиц на античастицы:



2.5.31. Что означают следующие диаграммы?



Эти диаграммы описывают образование в вакууме виртуальным фотоном виртуальных пар электрон-позитрон и кварк-антикварк.

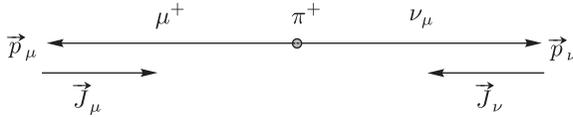
2.5.32. Как доказать несохранение четности в распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$?

Спиральность частицы есть $h = \frac{\vec{J} \cdot \vec{p}}{|\vec{J}| \cdot |\vec{p}|}$. Состояние, при котором направ-

ления спина \vec{J} и импульса \vec{p} совпадают, соответствуют спиральности $h = +1$, а состояние с противоположно направленными спином и импульсом соответствует спиральности $h = -1$. Ультрарелятивистские фермионы, участвующие в любом слабом процессе, должны иметь значение спиральности $h = -1$ для частиц и $h = +1$ для античастиц.

Пион π^+ имеет спин, равный 0. При распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ мюнное нейтрино как ультрарелятивистская частица будет обладать спиральностью $h = -1$. Соответственно мюон, согласно законам сохранения импульса и момента импульса, также будет иметь спиральность равную $h = -1$, которая для ультрарелятивистского антифермиона, рождающегося в слабом распаде, запре-

шена. Хотя мюон и является античастицей, но в данном распаде его кинетическая энергия значительно меньше его массы покоя, так как $m_\pi - m_\mu \ll m_\mu$ и, следовательно, мюон нельзя считать релятивистским. Такой мюон может иметь спиральность $h = -1$.



Применение к этому распаду операции пространственной инверсии приводит к тому, что нейтрино будет иметь спиральность $h = +1$, что невозможно для ультрарелятивистского фермиона, каковым является нейтрино. Следовательно, пространственная инверсия приводит в данном случае к запрещенному по спиральности процессу. Итак, отсутствие симметрии рассматриваемого распада относительно пространственной инверсии указывает на несохранение пространственной четности в этом распаде.

2.5.33. Как меняются при операции обращения времени следующие величины: импульс, момент количества движения, энергия, векторный и скалярный электромагнитные потенциалы, напряженность электрического и магнитного полей?

Импульс и момент количества движения меняют свои направления на противоположные, так как эти величины по определению содержат производные по времени $\frac{d\vec{r}}{dt}$ (импульс $\vec{p} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$, момент количества движения $\vec{J} = [\vec{r} \times \vec{p}]$). При обращении времени энергия не меняется.

По определению $\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi$ и $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$, где φ и \vec{A} — скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля, \vec{E} — напряженность электрического поля и \vec{H} — напряженность магнитного поля. Уравнение движения заряда в электромагнитном поле будет $\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v} \times \vec{H}]$. Уравнения движения инвариантны по отношению к обращению времени, поэтому вместе с заменой t на $-t$ надо изменить знак магнитного поля, то есть уравнение движения не меняется, если провести замену $t \rightarrow -t$, $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ и $\vec{H} \rightarrow -\vec{H}$. При этом скалярный потенциал не меняется, а векторный меняет знак: $\varphi \rightarrow \varphi$ и $\vec{A} \rightarrow -\vec{A}$. Таким образом, обращение времени оставляет скалярный потенциал и напряженность электрического поля неизменными, а векторный потенциал и напряженность магнитного поля при этом меняют направление на противоположное.

2.5.34. Как ведут себя различные физические величины (координаты \vec{r} , время t , импульс \vec{p} , энергия E , угловой момент \vec{J} , векторный потенциал \vec{A} , скалярный потенциал φ , электрическое поле \vec{E} , магнитное поле \vec{H}) при пространственной инверсии (\hat{P} -преобразовании)?

Воспользовавшись данными предыдущей задачи, легко получить реакцию физических величин на \hat{P} -преобразование, собранную в левой колонке нижеследующей таблицы. В правой колонке этой таблицы собраны данные

о реакции этих же физических величин на \widehat{T} -преобразование, полученной в предыдущей задаче.

| \widehat{P} | \widehat{T} |
|--------------------------------|--------------------------------|
| $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ | $\vec{r} \rightarrow \vec{r}$ |
| $t \rightarrow t$ | $t \rightarrow -t$ |
| $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ | $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ |
| $E \rightarrow E$ | $E \rightarrow E$ |
| $\vec{J} \rightarrow \vec{J}$ | $\vec{J} \rightarrow -\vec{J}$ |
| $\vec{A} \rightarrow -\vec{A}$ | $\vec{A} \rightarrow -\vec{A}$ |
| $\varphi \rightarrow \varphi$ | $\varphi \rightarrow \varphi$ |
| $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ | $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ |
| $\vec{H} \rightarrow \vec{H}$ | $\vec{H} \rightarrow -\vec{H}$ |

2.5.35. Показать, что спиральность частицы h инвариантна по отношению к обращению времени.

Спиральность частицы h по определению $h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|}$, где \vec{s} — спин частицы, а \vec{p} — ее импульс. При обращении времени как импульс, так и спин (момент количества движения) меняют знаки. Следовательно, спиральность, являющаяся произведением этих величин, должна сохраняться.

2.5.36. π^+ -мезон распадается в состоянии покоя. Нарисовать импульсы и спины частиц, образующихся в результате распада π^+ -мезона: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Совершить C -, P -, CP -, T - и CPT -преобразования этого распада.

Импульсы и спины мюона и нейтрино в исходном распаде пиона будут выглядеть следующим образом:

$$\mu^+ \leftarrow \pi^+ \rightarrow \nu_\mu \quad (*)$$

$$\begin{array}{ccc} \vec{s} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longleftarrow & \longrightarrow \vec{p} \end{array}$$

C -преобразование меняет знаки электрических зарядов и аддитивных квантовых чисел. Импульс и момент количества движения остаются неизменными. В результате C -преобразования процесс (*) приобретает вид

$$\mu^- \leftarrow \pi^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu$$

$$\widehat{C}(*): \begin{array}{ccc} \vec{s} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longleftarrow & \longrightarrow \vec{p} \end{array}$$

В результате C -преобразования получается ненаблюдаемый в природе процесс — образование мюонного антинейтрино с отрицательной спиральностью.

P -преобразование меняет направление импульса на противоположное, направление момента количества движения (спина \vec{s}) не меняется. В результате P -преобразования процесс (*) приобретает вид

$$\widehat{P}(*): \begin{array}{ccc} \vec{s} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{p} \end{array} \quad \mu^+ \leftarrow \pi^+ \rightarrow \nu_\mu$$

В результате P -преобразования получается ненаблюдаемый в природе процесс — образование мюонного нейтрино с положительной спиральностью.

CP -преобразование меняет знаки электрических зарядов и аддитивных квантовых чисел и направление импульса. Направление спина не меняется. В результате CP -преобразования процесс (*) приобретает вид

$$\widehat{C}\widehat{P}(*): \begin{array}{ccc} \vec{s} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{p} \end{array} \quad \mu^- \leftarrow \pi^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu$$

Комбинация двух последовательных преобразований \widehat{C} и \widehat{P} приводит к распаду с образованием мюонного антинейтрино с положительной спиральностью — процессу, наблюдаемому в природе.

В результате T -преобразования происходит изменение направлений импульса \vec{p} и спина \vec{s} , т. е. $\widehat{T}|\vec{p}, \vec{s}\rangle = |-\vec{p}, -\vec{s}\rangle$, а также меняются местами начальное и конечное состояния. В результате T -преобразования процесс (*) приобретает вид

$$\widehat{T}(*): \begin{array}{ccc} \vec{s} & \longleftarrow & \longrightarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{p} \end{array} \quad \mu^+ \rightarrow \pi^+ \leftarrow \nu_\mu$$

T -преобразование дает разрешенный распад.

CPT -преобразование меняет знаки электрических зарядов и аддитивных квантовых чисел и направления спинов, а также меняет местами начальное и конечное состояния. В результате CPT -преобразования процесс (*) приобретает вид

$$\widehat{C}\widehat{P}\widehat{T}(*): \begin{array}{ccc} \vec{s} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longrightarrow & \longleftarrow \vec{p} \end{array} \quad \mu^- \rightarrow \pi^- \leftarrow \bar{\nu}_\mu$$

В силу CPT -инвариантности, если в природе происходит некоторый процесс, то точно с такой же вероятностью может происходить CPT -сопряженный процесс, в котором частицы заменены соответствующими античастицами, направления их спинов и импульсов изменились на противоположные, а начальное и конечное состояния поменялись местами. В результате CPT -

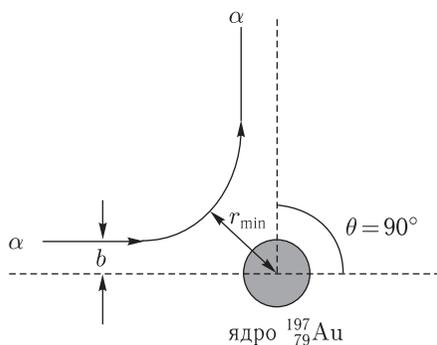
преобразования получается процесс, который существует в природе. На опыте не обнаружено ни одного случая нарушения $СРТ$ -инвариантности.

2.5.37. Пусть к Земле движется корабль инопланетян, с которым установлена связь. Как выяснить землянам, из вещества или антивещества состоит этот корабль, обмениваясь лишь информацией, но не образцами из вещества (антивещества)?

В $СР$ -инвариантном мире, передавая только информацию, а не земные образцы, это сделать нельзя. Нельзя объяснить инопланетянам, что мы считаем электроном, а что позитроном, что мы называем левым, а что правым. Наш мир $СР$ -неинвариантен, и посылать земные образцы на корабль инопланетян нет необходимости. Достаточно сообщить инопланетянам, что долгоживущий нейтральный каон K_L^0 , который является одним и тем же независимо от того, получен он на ускорителе в лаборатории или в «антилаборатории», чаще распадается на легкие положительно заряженные частицы ($K_L^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$), которые мы называем позитронами (см. п. 1.6.4), чем на легкие заряженные частицы с противоположным по знаку зарядом ($K_L^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$), которые мы называем электронами и которые формируют внешние оболочки наших атомов.

§2.6. Свойства атомных ядер. Энергия ядра

2.6.1. α -частицы с кинетической энергией $T = 6,5$ МэВ испытывают Резерфордское рассеяние на ядре золота $^{197}_{79}\text{Au}$. Определить: 1) прицельный параметр (параметр столкновения) b для α -частиц, наблюдаемых под углом $\theta = 90^\circ$; 2) минимальное расстояние r_{\min} сближения α -частиц с ядром; 3) кинетическую (T') и потенциальную (V') энергии α -частиц в этой точке.



1) Угол θ , на который рассеивается нерелятивистская заряженная частица в кулоновском поле неподвижного ядра, определяется соотношением $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2bT}$, где $Z_1 e$ — заряд частицы, а $Z_2 e$ — заряд ядра. Тогда

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} = \frac{2 \cdot 79 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед.СГСЭ})^2}{2 \cdot 1 \cdot 6,5 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}} = 1,8 \cdot 10^{-12} \text{ см} = 18 \text{ Фм.}$$

2) Запишем законы сохранения энергии и момента количества движения (углового момента), используя переменные r и θ сферической системы координат. До рассеяния, вдали от ядра, кулоновским полем последнего можно пренебречь, и энергия α -частицы E равна ее кинетической энергии $T = \frac{mv^2}{2}$. В области действия ядерного кулоновского потенциала энергия α -частицы E' равна сумме ее кинетической энергии $T' = \frac{m(v')^2}{2}$ и потенциальной кулоновской энергии $V' = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$. В сферических координатах скорость частицы \vec{v} является векторной суммой радиальной (\vec{v}_r) и угловой (\vec{v}_θ) скоростей, т. е. $(v')^2 = v_r^2 + v_\theta^2$. Учитывая, что $\vec{v}_r = \dot{r}\vec{e}_r$, а $\vec{v}_\theta = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$, получаем $E' = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$. Сохранение углового момента \vec{L} означает выполнение равенства $mbv = mr^2 \dot{\theta}$. При $r = r_{\min}$ производная $\dot{r} = 0$ и, пренебрегая незначительной отдачей ядра, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{mr_{\min}^2 \dot{\theta}^2}{2} + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\min}} = \frac{mv^2}{2} \\ \dot{\theta} = \frac{bv}{r_{\min}^2} \end{cases}$$

Подставив второе уравнение в первое и учитывая выражение для b , приходим к квадратному уравнению для r_{\min} , решая которое получаем для $\theta = 90^\circ$

$$r_{\min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) = \frac{2 \cdot 79 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЭ})^2 (1 + 1,41)}{2 \cdot 6,5 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}} = 4,2 \cdot 10^{-12} \text{ см} = 42 \text{ Фм}.$$

3) Потенциальная энергия α -частицы в точке наибольшего сближения с ядром

$$V'(r_{\min}) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\min}} = \frac{2 \cdot 79 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЭ})^2}{4,2 \cdot 10^{-12} \text{ см} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}} = 5,4 \text{ МэВ},$$

и ее кинетическая энергия в этой точке $T' = T - V' = (6,5 - 5,4) \text{ МэВ} = 1,1 \text{ МэВ}$.

2.6.2. При упругом рассеянии электронов с энергией $T = 750 \text{ МэВ}$ на ядрах ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ в сечении наблюдается первый дифракционный минимум под углом $\theta_{\min} = 18^\circ$. Оценить радиус ядра ${}^{40}_{20}\text{Ca}$.

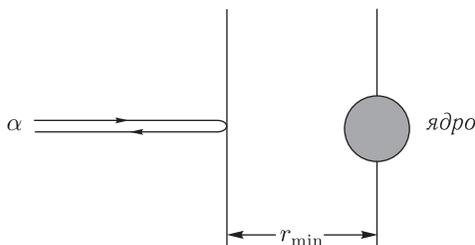
Положение первого дифракционного минимума в сечении упругого рассеяния θ_{\min} можно оценить с помощью формулы (1.7.6) для дифракции плоской волны на диске или шаре радиуса R : $\sin \theta_{\min} = \frac{0,6\lambda}{R}$. Учитывая, что электроны релятивистские, получаем

$$R = \frac{0,6\lambda}{\sin \theta_{\min}} = \frac{0,6}{\sin \theta_{\min}} \frac{2\pi\hbar c}{T} = \frac{0,6 \cdot 6,28 \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{750 \text{ МэВ} \cdot 0,31} = 3,2 \text{ Фм} = 3,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

2.6.3. В опытах Резерфорда использовались α -частицы с энергией около 5 МэВ . Их дебройлевская длина волны $\approx 6 \text{ Фм}$ и не превышает

радиус тяжелого ядра ($A \approx 200$). Почему в этих опытах не наблюдалась дифракционная картина?

Рассчитаем расстояние r_{\min} минимального сближения α -частицы и тяжелого ($A \approx 200$) ядра при лобовом столкновении:



Кинетическая энергия α -частицы T_α и энергия кулоновского отталкивания ее ядром $V_{\text{кул}}$ на расстоянии их минимального сближения дается соотношением

$$T_\alpha = V_{\text{кул}} = \frac{Z_\alpha Z_\text{я} e^2}{r_{\min}}$$

Отсюда

$$r_{\min} = \frac{Z_\alpha Z_\text{я} e^2}{T_\alpha} = \frac{2 \cdot 79 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЭ})^2}{5 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}} \approx 4,6 \cdot 10^{-12} \text{ см} \approx 46 \text{ Фм.}$$

Таким образом, α -частица не доходит до ядра: α -частичные волны проходят вдали от ядра. Они «облизывают» пустое пространство и не «ощущают» очертания ядра. Дифракционная картина возникнуть не может.

2.6.4. Имеются пучок нейтронов с энергией 5 МэВ и пластинка золота. Предложите эксперимент по определению радиуса ядра золота и обоснуйте свое предложение.

Рассмотрим два эксперимента: дифракционное рассеяние и ослабление пучка нейтронов мишенью золота (описание обоих типов экспериментов содержится в п. 1.7.2). Последний эксперимент всегда возможен, а для дифракционного рассеяния нужно, чтобы длина волны нейтрона λ_n была сравнима или меньше радиуса R ядер, входящих в состав мишени, т. е. необходимо выполнение условия $\lambda_n \leq R$. Оценим λ_n и R ядра золота ($A = 197$):

$$R_{\text{Au}} = (1,0 \div 1,1) A^{1/3} \text{ Фм} \approx (1,0 \div 1,1) 197^{1/3} \text{ Фм} \approx 6 \text{ Фм,}$$

$$\lambda_n = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{2m_n c^2 \cdot T_n}} \approx \frac{1240 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{\sqrt{2 \cdot 940 \text{ МэВ} \cdot 5 \text{ МэВ}}} \approx 12,8 \text{ Фм.}$$

Таким образом $\lambda_n > R_{\text{Au}}$, и дифракционный опыт нецелесообразен.

2.6.5. Оценить радиусы атомных ядер ${}_{13}^{27}\text{Al}$, ${}_{40}^{90}\text{Zr}$, ${}_{92}^{238}\text{U}$.

Эмпирическая зависимость радиуса ядра R от числа нуклонов A ($A > 10$) $R \approx r_0 \cdot A^{1/3}$ (п. 1.7.2). Если ядро аппроксимировать сферой однородной плотности (без размытого края), то параметр $r_0 \approx 1,2 \cdot 10^{-13}$ см (1.7.3) и приблизительно одинаков для всех ядер. Исходя из этого имеем:

$$\text{для } {}_{13}^{27}\text{Al } R = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot 27^{1/3} = 3,6 \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

$$\text{для } {}_{40}^{90}\text{Zr } R = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot 90^{1/3} = 5,4 \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

$$\text{для } {}_{92}^{238}\text{U } R = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot 238^{1/3} = 7,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

2.6.6. Оценить плотность ядерной материи.

Масса одного нуклона в ядре $m_N \approx 1,66 \cdot 10^{-24}$ г. Плотность ядерной материи есть масса ядра, деленная на его объем:

$$\rho = \frac{m_N A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3m_N A}{4\pi r_0^3 A} = \frac{3m_N}{4\pi r_0^3} = \frac{3 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}}{4 \cdot 3,14 \cdot (1,05 \cdot 10^{-13} \text{ см})^3} = 1,8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3 = 180 \frac{\text{млн. тонн}}{\text{см}^3}.$$

Плотность ядерной материи почти не зависит от A .

2.6.7. Найти среднее расстояние между нуклонами в ядре.

Используем эмпирическое соотношение (1.7.2) для радиуса ядра:

$$R = r_0 A^{1/3} = (1,0 \div 1,1) A^{1/3} \text{ Фм}.$$

Объем ядра $V_{\text{я}} = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$. Объем, приходящийся на один нуклон, $V_N = \frac{V_{\text{я}}}{A} = \frac{4}{3}\pi r_0^3$. Длина стороны куба такого объема d_N и есть среднее расстояние между нуклонами в ядре. Имеем

$$d_N = \left(\frac{4}{3}\pi r_0^3\right)^{1/3} \approx (1,0 \div 1,1) \left(\frac{4}{3}3,14\right)^{1/3} \text{ Фм} \approx 1,7 \text{ Фм}.$$

2.6.8. Оцените диаметр нейтронной звезды с массой Солнца ($2 \cdot 10^{33}$ г).

Плотность нейтронной звезды приблизительно равна плотности вещества в ядре: $\rho_{\text{яд}} \approx 2 \cdot 10^{14}$ г/см³ (см. задачу 2.6.6). Масса M нейтронной звезды через ее объем V , плотность ρ и диаметр D выражается следующим образом:

$$M = V \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{1}{6}\pi D^3 \rho.$$

Используя в этом выражении в качестве ρ ядерную плотность $\rho_{\text{яд}}$, получаем

$$D = \sqrt[3]{\frac{6M}{\pi\rho}} \approx \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 2 \cdot 10^{33} \text{ г}}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3}} \approx 2,7 \cdot 10^6 \text{ см} = 27 \text{ км}.$$

2.6.9. В числе Авогадро зашифрована масса протона. Как получить эту массу из числа Авогадро? Какова точность такой оценки, и с чем связаны отличия полученного значения от реальной (табличной) массы протона?

Число Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ это число атомов (или молекул) в одном моле вещества. Напомним, что 1 моль вещества это число граммов этого вещества, численно равное его атомной (или молекулярной) массе, т. е. массе атома вещества, выраженной в атомных единицах массы (а. е. м.). По определению а. е. м. (см. соотношение (1.7.15)), один моль ${}^{12}\text{C}$ равен точно 12 г,

и в этом количестве углерода-12 содержится N_A его атомов. Таким образом, масса одного атома ^{12}C дается выражением

$$M_{^{12}\text{C}}^{\text{ат}} = \frac{12}{N_A} \text{ г.} \quad (2.6.1)$$

Если пренебречь различиями в массах протона m_p и нейтрона m_n , энергией связи ядра W , массами m_e атомарных электронов и их энергией связи $E_{\text{св}}^e$, то можно записать следующее приближенное соотношение: $M_{^{12}\text{C}}^{\text{ат}} \approx 12 \cdot m_p$. Откуда с учетом (2.6.1) имеем

$$m_p \approx \frac{1}{N_A} \text{ г} = 1,66054 \cdot 10^{-24} \text{ г.} \quad (2.6.2)$$

Табличное значение следующее: $m_p = 1,67262 \cdot 10^{-24}$ г, т.е. отличается от вышеприведенного всего на 0,7%. Каковы источники этого небольшого отличия и каков их вклад? Для выяснения этого запишем точное выражение для массы атома ^{12}C в энергетических единицах и выполним вычисления:

$$\begin{aligned} M_{^{12}\text{C}}^{\text{ат}} \cdot c^2 &= 6 [m_p + m_n] c^2 - W + 6m_e c^2 - E_{\text{св}}^e = \\ &= (6 \cdot 938,272 + 6 \cdot 939,565 - 92,160 + 6 \cdot 0,511 - 0,0007) \text{ МэВ} = 11177,93 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

Здесь учтено, что для атома углерода-12 суммарная энергия связи электронов $E_{\text{св}}^e = 0,7$ кэВ = 0,0007 МэВ.

Полученное «точное» значение $M_{^{12}\text{C}}^{\text{ат}} \cdot c^2 = 11177,93$ МэВ на 0,7% меньше значения 11259,264 МэВ, даваемого приближенным выражением $M_{^{12}\text{C}}^{\text{ат}} c^2 \approx 12 \cdot m_p c^2$. Кроме того, из вышенаписанного точного выражения для $M_{^{12}\text{C}}^{\text{ат}} \cdot c^2$ следует, что основной вклад в обсуждаемое отличие вносит энергия связи ядра ^{12}C , равная 92,16 МэВ.

Таким образом, масса протона (и нейтрона) в граммах может быть получена с точностью не хуже 1% просто как обратная величина числа Авогадро.

2.6.10. Считая протоны точечными частицами, оценить энергии кулоновского $V_{\text{кул}}$ и ядерного (нуклон-нуклонного) взаимодействия V_{NN} двух протонов, отстоящих друг от друга на расстоянии 2 Фм (среднее расстояние между нуклонами в ядре около 1,7 Фм).

Для кулоновской энергии $V_{\text{кул}}$ получаем

$$V_{\text{кул}} = \frac{e^2}{r} = \frac{(4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЭ})^2}{2 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{эрг}}{\text{МэВ}}} \approx 0,7 \text{ МэВ.}$$

Для ядерного взаимодействия нуклонов на расстоянии 2 Фм, обусловленного однопионным обменом, используем потенциал Юкавы $\varphi_{\text{Ю}} = -g_N \frac{e^{-r/a}}{r}$, где g_N — ядерный заряд нуклона, а $a = 1,4$ Фм — характерный радиус нуклон-нуклонного взаимодействия, обусловленного однопионным обменом (см. задачу 2.1.8). Знак «минус» перед g_N означает притяжение одинаковых ядерных зарядов, в отличие от электрических. Имеем

$$V_{NN} = g_N \cdot \varphi_{\text{Ю}} = -g_N^2 \frac{e^{-r/a}}{r} = -\frac{g_N^2}{\hbar c} \hbar c \frac{e^{-r/a}}{r}. \quad (2.6.3)$$

Здесь введена безразмерная константа нуклон-нуклонного взаимодействия $\frac{g_N^2}{\hbar c}$, меняющаяся в пределах $1 \div 10$ в зависимости от энергии нуклонов и их

квантовых состояний. Примем $\frac{g_N^2}{\hbar c} \approx 1$. Тогда из (2.6.3) получаем

$$V_{NN} \approx 1 \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M \frac{e^{-2/1,4}}{2 \Phi_M} \approx 24 \text{ МэВ}.$$

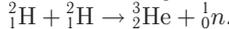
2.6.11. Оценить энергию $E_{\text{взрыва}}$, выделяющуюся при ядерном взрыве урана массой $m = 100$ кг (диаметр уранового металлического шара такой массы около 20 см). На какую высоту h можно поднять куб воды с длиной ребра 1 км с помощью выделившейся энергии? Считать весь уран разделившимся.

Высота подъема h водяного куба массы M находится из соотношения $E_{\text{взрыва}} = Mgh = Q_1 \cdot N_U$, где Q_1 — энергия, освобождающаяся в одном акте деления (она равна примерно 200 МэВ), а N_U — число ядер урана. N_U находим из соотношения $N_U = \frac{m \cdot N_A}{A}$, где N_A — число Авогадро. Итак, имеем

$$\begin{aligned} E_{\text{взрыва}} &= Mgh = Q_1 \cdot N_U = Q_1 \cdot \frac{m \cdot N_A}{A} = \\ &= 200 \text{ МэВ} \frac{10^5 \text{ г} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{200 \text{ г}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{эрг}}{\text{МэВ}} \approx 10^{23} \text{ эрг} = 10^{16} \text{ Дж}. \\ h &= \frac{E_{\text{взрыва}}}{Mg} \approx \frac{10^{23} \text{ эрг}}{(10^5 \text{ см})^3 \cdot 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10^3 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}} = 10^5 \text{ см} = 1 \text{ км}. \end{aligned}$$

2.6.12. Определить энергию, выделяющуюся при превращении всего дейтерия, содержащегося в $m = 100$ кг тяжелой воды, в гелий. На какую высоту можно поднять куб воды с длиной ребра $h = 1$ км с помощью выделившейся энергии?

Синтез гелия из дейтерия идет за счет реакции



Найдем энергию реакции Q (энергия, выделяющаяся в одном акте синтеза), используя избытки масс ядер Δ :

$$\begin{aligned} Q &= 2m_{{}^2_1\text{H}}c^2 - m_{{}^3_2\text{He}}c^2 - m_n c^2 = 2\Delta_{{}^2_1\text{H}} - \Delta_{{}^3_2\text{He}} - \Delta_n = \\ &= (2 \cdot 13,136 - 14,931 - 8,071) \text{ МэВ} = 3,27 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Энергия, выделяющаяся при синтезе, находится из соотношения (см. также предыдущую задачу):

$$\begin{aligned} E_{\text{синтеза}} &= (\text{энергия одного акта синтеза}) \cdot (\text{число актов синтеза}) = \\ &= Q \cdot \frac{4}{20} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot N_A}{A}. \end{aligned}$$

Здесь $\frac{4}{20}$ — весовая доля дейтерия в тяжелой воде (D_2O), множитель $\frac{1}{2}$ — учитывает, что число актов синтеза вдвое меньше числа ядер $\text{D} \equiv {}^2_1\text{H}$. Поскольку $E_{\text{синтеза}} = Mgh$, то

$$\begin{aligned} h &= Q \cdot 0,2 \cdot 0,5 \cdot \frac{Q \cdot m \cdot N_A}{A \cdot Mg} = \frac{3,27 \text{ МэВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{эрг}}{\text{МэВ}} \cdot 10^5 \text{ г} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{2 \text{ г} \cdot (10^5)^3 \text{ см} \cdot 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}} \approx \\ &\approx 1,6 \cdot 10^4 \text{ см} = 160 \text{ м}. \end{aligned}$$

Если произойдет синтез 100 кг чистого дейтерия, то выделяющаяся энергия будет в 5 раз больше, и с помощью этой энергии куб воды объемом 1 км³ может быть поднят на высоту ≈ 800 м, т. е. примерно на такую же высоту, как и при делении 100 кг урана (предыдущая задача).

2.6.13. Массы нейтрона и протона в энергетических единицах равны соответственно $m_n c^2 = 939,6$ МэВ и $m_p c^2 = 938,3$ МэВ. Определить массу ядра ${}^2_1\text{H}$ в энергетических единицах, если энергия связи дейтрона $W(2, 1) \approx 2,2$ МэВ.

Масса ядра $M(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{W(A, Z)}{c^2}$, где Z и A — соответственно заряд и масса ядра. Тогда для дейтрона

$$M(2, 1) = \frac{1}{c^2}(1 \cdot 938,3 \text{ МэВ} + 1 \cdot 939,6 \text{ МэВ} - 2,2 \text{ МэВ}) = 1875,7 \frac{\text{МэВ}}{c^2}.$$

2.6.14. Масса $M_{\text{ат}}(A, Z)$ нейтрального атома ${}^{16}_8\text{O}$ составляет 15,9949 а.е.м. Определить удельную энергию связи ε ядра ${}^{16}_8\text{O}$.

Удельная энергия связи ядра $\varepsilon(A, Z) = \frac{W(A, Z)}{A}$, где $W(A, Z)$ — энергия связи ядра, A — массовое число. Полная энергия связи ядра

$$\begin{aligned} W(A, Z) &= [Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z)] c^2 = \\ &= [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{ат}}(A, Z) + Zm_e] c^2. \end{aligned}$$

Используя энергетические единицы для масс 1 а.е.м. = 931,49 МэВ, получаем для ядра ${}^{16}_8\text{O}$:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{A} [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{ат}}(A, Z) + Zm_e] c^2 = \\ &= \frac{8 \cdot 938,27 \text{ МэВ} + (16 - 8) \cdot 939,57 \text{ МэВ} - 15,9949 \cdot 931,49 \text{ МэВ} + 8 \cdot 0,511 \text{ МэВ}}{16} = \\ &= 7,98 \text{ МэВ/нуклон}. \end{aligned}$$

2.6.15. Массы нейтральных атомов в а.е.м.: ${}^{16}_8\text{O} - 15,9949$, ${}^{15}_8\text{O} - 15,0030$, ${}^{15}_7\text{N} - 15,0001$. Чему равны энергии отделения нейтрона и протона в ядре ${}^{16}_8\text{O}$?

Для энергий отделения нейтрона B_n и протона B_p используем выражения (1.7.12) и (1.7.13). При этом учтем, что масса ядра $M(A, Z)$ связана с массой атома $M_{\text{ат}}(A, Z)$ соотношением $M(A, Z) = M_{\text{ат}}(A, Z) - Zm_e$ (незначительной энергией связи атомарных электронов пренебрегаем). Поэтому для энергий отделения нейтрона и протона имеем соответственно

$$\begin{aligned} B_n(A, Z) &= m_n c^2 + M_{\text{ат}}(A - 1, Z) c^2 - M_{\text{ат}}(A, Z) c^2, \\ B_p(A, Z) &= m_p c^2 + M_{\text{ат}}(A - 1, Z - 1) c^2 - M_{\text{ат}}(A, Z) c^2 + m_e c^2. \end{aligned}$$

Итак, для ядра ${}^{16}_8\text{O}$ получаем:

$$\begin{aligned} B_n &= 939,5654 \text{ МэВ} + \\ &+ (15,0030 \text{ а.е.м.} - 15,9949 \text{ а.е.м.}) \cdot 931,494 \text{ МэВ} \approx 15,6 \text{ МэВ}, \\ B_p &= 938,2720 \text{ МэВ} + \\ &+ (15,0001 \text{ а.е.м.} - 15,9949 \text{ а.е.м.}) \cdot 931,494 \text{ МэВ} + 0,511 \text{ МэВ} \approx 12,1 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.6.16. Определить энергию, необходимую для отделения дейтрона (ядра ${}^2\text{H}$) от ядра ${}^{13}\text{C}$. Чему равна энергия отделения ядра ${}^{11}\text{B}$ от ядра ${}^{13}\text{C}$? Энергии связи W ядер ${}^{13}\text{C}$, ${}^{11}\text{B}$ и ${}^2\text{H}$ равны соответственно 97,1; 76,2 и 2,2 МэВ.

Отделению ядра ${}^2\text{H}$ от ядра ${}^{13}\text{C}$ отвечает процесс ${}^{13}\text{C} \rightarrow {}^2\text{H} + {}^{11}\text{B}$. Поэтому энергия отделения ядра ${}^2\text{H}$ от ядра ${}^{13}\text{C}$ равна энергии отделения ядра ${}^{11}\text{B}$ от ядра ${}^{13}\text{C}$. Для этой энергии имеем

$$\begin{aligned} B({}^2\text{H}) &= B({}^{11}\text{B}) = W({}^{13}\text{C}) - W({}^{11}\text{B}) - W({}^2\text{H}) = \\ &= (97,1 - 76,2 - 2,2) \text{ МэВ} = 18,7 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.6.17. С помощью формулы Вайцзеккера рассчитать энергии отделения нейтронов в четно-четных изотопах кальция: ${}^{38}\text{Ca}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{48}\text{Ca}$.

Энергия отделения нейтрона в ядре (A, Z) дается соотношением (1.7.12):

$$B_n(A, Z) = m_n c^2 + M(A-1, Z)c^2 - M(A, Z)c^2.$$

Масса ядра $M(A, Z)c^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n]c^2 - W(A, Z)$. Здесь $W(A, Z)$ — энергия связи ядра. Для энергии отделения нейтрона можем записать

$$\begin{aligned} B_n(A, Z) &= [m_n + Zm_p + (A-1-Z)m_n]c^2 - W(A-1, Z) - \\ &\quad - [Zm_p + (A-Z)m_n]c^2 + W(A, Z) = W(A, Z) - W(A-1, Z). \end{aligned}$$

Энергия связи атомных ядер описывается с помощью формулы Вайцзеккера (1.8.7):

$$W(A, Z) = a_v \cdot A - a_s \cdot A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}, \quad (2.6.4)$$

с коэффициентами $a_v = 15,6$ МэВ, $a_s = 17,2$ МэВ, $a_c = 0,72$ МэВ, $a_{\text{sym}} = 23,6$ МэВ. Что касается константы спаривания δ , то можно использовать значения: $\delta = +34$ МэВ для четно-четных ядер; $\delta = 0$ — для нечетных ядер и $\delta = -34$ МэВ — для нечетно-нечетных ядер.

С учетом этого для четно-четных изотопов кальция получаем:

— Изотоп ${}^{38}\text{Ca}$:

$$\begin{aligned} W(38, 20) &= 15,6 \text{ МэВ} \cdot 38 - 17,2 \text{ МэВ} \cdot 38^{2/3} - 0,72 \text{ МэВ} \cdot \frac{20(20-1)}{38^{1/3}} - \\ &\quad - 23,6 \text{ МэВ} \cdot \frac{(38-2 \cdot 20)^2}{38} + \frac{34 \text{ МэВ}}{38^{3/4}} = 316,9 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

— Изотоп ${}^{40}\text{Ca}$:

$$\begin{aligned} W(40, 20) &= 15,6 \text{ МэВ} \cdot 40 - 17,2 \text{ МэВ} \cdot 40^{2/3} - 0,72 \text{ МэВ} \cdot \frac{20(20-1)}{40^{1/3}} + \\ &\quad + \frac{34 \text{ МэВ}}{40^{3/4}} = 342,5 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

— Изотоп ${}^{48}\text{Ca}$:

$$\begin{aligned} W(48, 20) &= 15,6 \text{ МэВ} \cdot 48 - 17,2 \text{ МэВ} \cdot 48^{2/3} - 0,72 \text{ МэВ} \cdot \frac{20(20-1)}{48^{1/3}} - \\ &\quad - 23,6 \text{ МэВ} \cdot \frac{(48-2 \cdot 20)^2}{48} + \frac{34 \text{ МэВ}}{48^{3/4}} = 413,7 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Энергии связи $(A - 1, Z)$ изотопов кальция, образующихся после вылета нейтрона, будут следующими:

— Изотоп $^{37}_{20}\text{Ca}$:

$$W(37, 20) = 15,6 \text{ МэВ} \cdot 37 - 17,2 \text{ МэВ} \cdot 37^{2/3} - 0,72 \text{ МэВ} \cdot \frac{20(20-1)}{37^{1/3}} - \\ - 23,6 \text{ МэВ} \cdot \frac{(37-2 \cdot 20)^2}{37} = 296,7 \text{ МэВ}.$$

— Изотоп $^{39}_{20}\text{Ca}$:

$$W(39, 20) = 15,6 \text{ МэВ} \cdot 39 - 17,2 \text{ МэВ} \cdot 39^{2/3} - 0,72 \text{ МэВ} \cdot \frac{20(20-1)}{39^{1/3}} - \\ - 23,6 \text{ МэВ} \cdot \frac{(39-2 \cdot 20)^2}{39} = 327,6 \text{ МэВ}.$$

— Изотоп $^{47}_{20}\text{Ca}$:

$$W(47, 20) = 15,6 \text{ МэВ} \cdot 47 - 17,2 \text{ МэВ} \cdot 47^{2/3} - 0,72 \text{ МэВ} \cdot \frac{20(20-1)}{47^{1/3}} - \\ - 23,6 \text{ МэВ} \cdot \frac{(47-2 \cdot 20)^2}{47} = 405,8 \text{ МэВ}.$$

Итак, энергии отделения нейтрона:

— Изотоп $^{38}_{20}\text{Ca}$: $B_n(38, 20) = 316,9 \text{ МэВ} - 296,7 \text{ МэВ} = 20,2 \text{ МэВ}$.

— Изотоп $^{40}_{20}\text{Ca}$: $B_n(40, 20) = 342,5 \text{ МэВ} - 327,6 \text{ МэВ} = 14,9 \text{ МэВ}$.

— Изотоп $^{48}_{20}\text{Ca}$: $B_n(48, 20) = 413,7 \text{ МэВ} - 405,8 \text{ МэВ} = 7,9 \text{ МэВ}$.

Соответственно экспериментальные значения энергий отделения нейтрона для этих изотопов следующие: $^{38}_{20}\text{Ca} - 17,0 \text{ МэВ}$, $^{40}_{20}\text{Ca} - 15,6 \text{ МэВ}$ и $^{48}_{20}\text{Ca} - 9,9 \text{ МэВ}$.

2.6.18. Какова была бы величина отношения Z/A для ядра, если бы не действовал принцип запрета Паули?

В этом случае все нуклоны располагались бы на самом низшем энергетическом уровне, а так как между протонами действуют силы кулоновского отталкивания, то ядру было бы энергетически выгодно состоять из одних нейтронов. Следовательно, выполнялось бы условие $Z/A = 0$.

2.6.19. Найти равновесное число протонов $Z_{\text{равн}}$ в ядре при фиксированном массовом числе A (линию стабильности на NZ -диаграмме атомных ядер).

Равновесное число протонов $Z_{\text{равн}}$ в ядре при фиксированном A определяется минимумом по Z суммы 3-го $\left(-a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}\right)$ и 4-го $\left(-a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A}\right)$ членов в формуле Вайцзеккера (1.8.7), (2.6.4), откуда легко, используя процедуру нахождения экстремума и приближение $a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \approx a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$, получить

$$Z_{\text{равн}} = \frac{2a_{\text{sym}}A}{a_c A^{2/3} + 4a_{\text{sym}}} \approx \frac{A}{0,015A^{2/3} + 2}.$$

Здесь использовано $a_c = 0,72 \text{ МэВ}$ и $a_{\text{sym}} = 23,6 \text{ МэВ}$.

2.6.20. Считая, что разность энергий связи ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$ обусловлена кулоновским взаимодействием, оценить радиус этих ядер. Найти величину константы r_0 в соотношении $R = r_0 \cdot A^{1/3}$. Разность ΔW энергий связи ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$ составляет 0,76 МэВ.

Полагаем ядро в виде однородного шара радиуса R , содержащего Z элементарных зарядов. Кулоновская энергия такого шара дается выражением

$$E_{\text{кул}}(Z) = \frac{3}{5} \cdot \frac{Z(Z-1)e^2}{R}.$$

Отсюда для ядра ${}^3\text{H}$, содержащего один протон, имеем $E_{\text{кул}}(Z=1) = 0$. Для ядра ${}^3\text{He}$, содержащего два протона, имеем $E_{\text{кул}}(Z=2) = \frac{6}{5} \cdot \frac{e^2}{R}$. Для разности ΔW энергий связи этих ядер имеем

$$\Delta W = E_{\text{кул}}({}^3\text{He}) - E_{\text{кул}}({}^3\text{H}) = \frac{6}{5} \cdot \frac{e^2}{R} = 0,76 \text{ МэВ}$$

и

$$R = \frac{6(4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед.СГСЭ})^2}{5 \cdot 0,76 \text{ МэВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}} = 2,27 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

При этом $r_0 = 2,27 \cdot 10^{-13} \text{ см}/(3)^{1/3} = 1,58 \text{ Фм}$.

2.6.21. Считая, что разность энергий связи зеркальных ядер определяется только различием энергий кулоновского отталкивания протонов в этих ядрах, оценить радиус зеркальных ядер ${}^7_3\text{Li}$ и ${}^7_4\text{Be}$.

Решение аналогично решению задачи 1.7.4. Разность кулоновских энергий $\Delta E_{\text{кул}}$ дается соотношением (1.7.10):

$$\Delta E_{\text{кул}} = E_{\text{кул}}(Z+1) - E_{\text{кул}}(Z) = \frac{6}{5} e^2 \frac{Z}{R} = \Delta W.$$

Откуда, используя то, что разность энергий связи рассматриваемых ядер $\Delta W \approx 1,7 \text{ МэВ}$, получаем

$$R = \frac{6}{5} e^2 \frac{Z}{\Delta W} = \frac{6}{5} \frac{e^2 \hbar c Z}{\hbar c \Delta W} = \frac{6 \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} \cdot 3}{5 \cdot 137 \cdot 1,7 \text{ МэВ}} = 3,0 \text{ Фм}.$$

Расчет радиусов сравниваемых ядер по формуле (1.7.3) дает величину $\approx 2 \text{ Фм}$.

2.6.22. Считая, что разность энергий связи зеркальных ядер определяется только различием энергий кулоновского отталкивания в этих ядрах, вычислить радиусы зеркальных ядер ${}^{23}_{11}\text{Na}$, ${}^{23}_{12}\text{Mg}$.

Решение легко получить, используя решения двух предыдущих задач. Разность энергий связи ΔW зеркальных ядер (A, Z) и $(A, Z+1)$ равна разности кулоновских энергий этих ядер (см. соотношение (1.7.10)):

$$\Delta E_{\text{кул}} = E_{\text{кул}}(Z+1) - E_{\text{кул}}(Z) = \frac{6}{5} e^2 \frac{Z}{R} = \Delta W.$$

В то же время разность кулоновских энергий (энергий связи) зеркальных ядер находим из формулы Вайцзеккера (1.8.7), (2.6.4): $\Delta W = a_c \frac{2Z}{A^{1/3}}$. Здесь $a_c = 0,72 \text{ МэВ}$, а Z относится к зеркальному ядру с меньшим зарядом. Учитывая, что $A = 23$ и $Z = 11$, получаем

$$R = \frac{6}{5} e^2 \frac{A^{1/3}}{2a_c} = \frac{6}{5} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{A^{1/3}}{2a_c} \hbar c = \frac{6}{5} \frac{1}{137} \frac{23^{1/3}}{2 \cdot 0,72 \text{ МэВ}} 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} = 3,4 \text{ Фм}.$$

Эмпирическая зависимость $R = 1,2A^{1/3} \text{ Фм}$ (1.7.3) дает тот же результат: $R({}^{23}_{12}\text{Mg}) = R({}^{23}_{11}\text{Na}) = 1,2 \cdot 23^{1/3} \text{ Фм} = 3,4 \text{ Фм}$.

2.6.23. По энергиям связи начального и конечных ядер определить энергии отделения нейтрона, протона и α -частицы от ядра ${}_{12}^{24}\text{Mg}$. Энергия связи ядра ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ равна 198,3 МэВ. Энергии связи ядер ${}_{12}^{23}\text{Mg}$ (181,7), ${}_{11}^{23}\text{Na}$ (186,6), ${}_{10}^{20}\text{Ne}$ (160,6) и ${}^4_2\text{He}$ (28,3) даны в скобках в МэВ. Оценить радиусы ядер ${}_{12}^{23}\text{Mg}$ и ${}_{11}^{23}\text{Na}$.

Энергии отделения нейтрона, протона и α -частицы от ядра ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ следующие (см. формулы (1.7.12), (1.7.13) и (1.7.14):

$$B_n = W({}^{24}\text{Mg}) - W({}^{23}\text{Mg}) = (198,3 - 181,7) \text{ МэВ} = 16,6 \text{ МэВ},$$

$$B_p = W({}^{24}\text{Mg}) - W({}^{23}\text{Na}) = (198,3 - 186,6) \text{ МэВ} = 11,7 \text{ МэВ},$$

$$B_\alpha = W({}^{24}\text{Mg}) - W({}^{20}\text{Ne}) - W({}^4\text{He}) = (198,3 - 160,6 - 28,3) \text{ МэВ} = 9,4 \text{ МэВ}.$$

Дальнейшее решение полезно сравнить с решением предыдущей задачи. Ядра ${}^{23}\text{Mg}$ и ${}^{23}\text{Na}$ зеркальные. Для нахождения их радиуса используем соотношение (1.7.11), где $\Delta W = W({}^{23}\text{Na}) - W({}^{23}\text{Mg}) = (186,6 - 181,7) \text{ МэВ} = 4,9 \text{ МэВ}$, а Z берется для ядра с меньшим числом протонов (в данном случае это ядро ${}^{23}\text{Na}$, для которого $Z = 11$):

$$R = \frac{6}{5} e^2 \frac{Z}{\Delta W} = \frac{6}{5} \frac{e^2 \hbar c Z}{\hbar c \Delta W} = \frac{6 \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{м}} \cdot 11}{5 \cdot 137 \cdot 4,9 \text{ МэВ}} \approx 3,9 \Phi_{\text{м}}.$$

Использование формул (1.7.2) и (1.7.3) дает соответственно 3,0 и 3,4 Фм.

2.6.24. Ядро ${}_{14}^{27}\text{Si}$ в результате β^+ -распада ${}_{14}^{27}\text{Si} \rightarrow {}_{13}^{27}\text{Al} + e^+ + \nu_e$ переходит в «зеркальное» ядро ${}_{13}^{27}\text{Al}$. При этом максимальная кинетическая энергия позитронов $T_{\beta^+}^{\text{max}} = 3,48 \text{ МэВ}$. Оценить радиус этих ядер.

Разность энергий связи двух зеркальных ядер $\Delta W = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{R}$ (см. задачу 2.6.22), где R — радиус ядра, e — величина заряда электрона и Z — число протонов в зеркальном ядре с меньшим Z (в данном случае это ядро ${}_{13}^{27}\text{Al}$), откуда $R = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{\Delta W}$.

Получим выражение для максимальной кинетической энергии позитронов при β^+ -распаде через энергии связи начального (A, Z) и конечного ($A, Z - 1$) ядер. Исходим из энергетических условий β -распада (1.10.7) и выражения (1.7.8) для энергии связи ядра через его массу. Имеем

$$\begin{aligned} T_{\beta^+}^{\text{max}} &= Q_{\beta^+} = [M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_e] c^2 = \\ &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - (m_n - m_p) c^2 - m_e c^2 = \\ &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 1,29 \text{ МэВ} - 0,51 \text{ МэВ} = \\ &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 1,80 \text{ МэВ} = \Delta W - 1,80 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Тогда для радиуса ядра получаем следующее соотношение и результат:

$$\begin{aligned} R &= \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{(T_{\beta^+}^{\text{max}} + 1,80 \text{ МэВ})} = \\ &= \frac{6 \cdot 13 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЭ})^2}{5 \cdot (3,48 \text{ МэВ} + 1,80 \text{ МэВ}) \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}} = 4,3 \cdot 10^{-13} \text{ см} = 4,3 \text{ Фм}. \end{aligned}$$

2.6.25. Показать на примере ядра ${}^{14}_7\text{N}$, что атомное ядро не может состоять из протонов и электронов.

Если ядро ${}^{14}_7\text{N}$ состоит из протонов и электронов, то оно должно содержать 14 протонов и 7 электронов. Тогда получается правильный электрический заряд $+7e$ этого ядра и приблизительно воспроизводится его масса. Поскольку и протоны и электроны имеют полуцелый спин ($1/2$), то ядро оказывается состоящим из нечетного (21) числа фермионов. Правила квантово-механического сложения векторов моментов количества движения в этом случае допускают лишь полуцелый результирующий спин этого ядра. На самом деле спин ядра ${}^{14}_7\text{N}$ равен 1, что несовместимо с протон-электронной моделью ядра.

2.6.26. Атом калия состоит из ядра ${}^{39}_{19}\text{K}$ и 19 электронов. Полный момент количества движения, создаваемый электронами $I = 5/2$. Спин ядра $J = 3/2$. Чему равен полный момент количества движения F атома калия?

Имеем $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}$ и $|I - J| \leq F \leq I + J$. Отсюда $F = 1, 2, 3, 4$.

2.6.27. Определить спин ядра ${}^{39}_{19}\text{K}$, если момент электронной оболочки атома калия равен $5/2$, а число линий сверхтонкого расщепления уровней этого атома равно 4.

Полный момент F атома, т.е. системы «электронная оболочка – ядро», складывается из момента электронной оболочки I атома и спина ядра J :

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}.$$

Сверхтонкое расщепление атомных уровней возникает благодаря взаимодействию магнитного момента ядра с магнитным полем атома. В соответствии с решением задачи 1.7.13 число уровней сверхтонкого расщепления равно числу различных значений, которое может принимать квантовое число F :

$$F = |J - I|, |J - I + 1|, \dots, J + I - 1, J + I.$$

Число различных значений F равно $2K + 1$, где K – наименьшая из величин J и I .

Поскольку для ${}^{39}_{19}\text{K}$ число уровней сверхтонкого расщепления 4, эта величина соответствует случаю, когда момент электронной оболочки $5/2$ больше спина ядра (иначе число уровней было бы равно 6). Поэтому число уровней сверхтонкого расщепления определено спином ядра и равно $4 = 2J + 1$.

Следовательно, спин ядра $J = 3/2$.

2.6.28. Показать, что из определенной четности волновой функции системы частиц (например, ядра) следует равенство нулю ее электрического дипольного момента.

Запишем выражение для электрического дипольного момента системы Z одинаковых частиц, наделенных элементарным зарядом e :

$$\vec{d} = \int \vec{r} \rho(\vec{r}) dv = Ze \int \vec{r} |\psi(\vec{r})|^2 dv. \quad (2.6.5)$$

Здесь использовано то, что $\rho(\vec{r}) = Ze |\psi(\vec{r})|^2$. При определенной четности $\psi(\vec{r})$ функция $|\psi(\vec{r})|^2$ всегда четна и подинтегральная функция в (2.6.5) всегда нечетна, что и приводит к равенству нулю интеграла, а значит и электрического дипольного момента.

Более строгое выражение для электрического дипольного момента атомно-го ядра:

$$\vec{d} = \int \psi^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) \sum_{\alpha=1}^A e_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) dv = e \sum_{i=1}^Z \int |\psi|^2 \vec{r}_i dv,$$

где суммирование по i относится к протонам. Это более корректное выражение для \vec{d} не меняет сути доказательства. Еще раз отметим, что с классической точки зрения равенство нулю электрического дипольного момента ядра (и всех его нечетных моментов более высокой мультипольности) есть тривиальное следствие наличия у ядра центра симметрии.

2.6.29. Показать, что из равенства нулю электрического дипольного момента \vec{d} совокупности зарядов (например, атомного ядра) в системе центра инерции следует совпадение центра массы \vec{R}_m этой совокупности (ядра) с центром его заряда \vec{R}_e .

В системе центра инерции (штрихованной системе координат):

$$\vec{d}' = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \vec{r}'_{\alpha} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} (\vec{r}_{\alpha} - \vec{R}_m) = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} - \left(\sum_{\alpha} e_{\alpha} \right) \vec{R}_m = (\vec{R}_e - \vec{R}_m) \sum_{\alpha} e_{\alpha}.$$
 Здесь \vec{r}'_{α} — координаты частиц в произвольной системе координат и использовано то, что $\vec{r}'_{\alpha} = \vec{r}_{\alpha} - \vec{R}_m$, а $\vec{R}_e = \frac{\sum_{\alpha} e_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}}{\sum_{\alpha} e_{\alpha}}$. Отсюда следует, что при $\vec{d}' = 0$

и $\sum_{\alpha} e_{\alpha} \neq 0$ (оба условия выполняются для ядра) должно быть $\vec{R}_e = \vec{R}_m$, что и требовалось показать.

2.6.30. Доказать, что для однородной сферически симметричной системы зарядов (например, сферически симметричного ядра) собственный (внутренний) электрический квадрупольный момент $Q_0 = 0$.

Вспользуемся выражением (1.7.28):

$$Q_0 = \frac{1}{e} Q_{zz} = \frac{1}{e} \int (3z^2 - r^2) \rho(\vec{r}) dv = \frac{1}{e} \int r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \rho(\vec{r}) dv,$$

где $\rho(\vec{r})$ — плотность электрического заряда системы.

В силу сферической симметрии используем второй вариант этого соотношения, записанный в сферической системе координат (r, θ, φ) :

$$Q_0 = \frac{1}{e} \int_0^R \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \rho(r) r^2 dr \cdot \sin \theta d\theta \cdot d\varphi =$$

$$= \frac{1}{e} \int_0^R \rho(r) \cdot r^4 dr \int_0^{\pi} (3 \cos^2 \theta - 1) \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi.$$

Здесь использовано то что $dv = r^2 dr \cdot \sin \theta d\theta \cdot d\varphi$, и для сферически симметричных систем $\rho(\vec{r}) \equiv \rho(r)$, т.е. не зависит от углов θ и φ . Учитывая, что $\int_0^{\pi} (3 \cos^2 \theta - 1) \sin \theta d\theta = 0$, приходим к доказательству утверждения, сформулированного в условии задачи.

2.6.31. Показать, что для равномерно заряженного аксиально симметричного эллипсоида, имеющего заряд Ze , величина внутреннего

(собственного) электрического квадрупольного момента Q_0 дается выражением $Q_0 = \frac{2}{5}Z(b^2 - a^2)$, где b — полуось эллипсоида, направленная по оси симметрии z , а a — полуоси эллипсоида, направленные по осям x и y .

Вновь воспользуемся выражением (1.7.28), в котором учтем, что заряд распределен по эллипсоиду равномерно с плотностью ρ :

$$Q_0 = \frac{1}{e}\rho \int \int \int (3z^2 - r^2) dv = \frac{1}{e}\rho \int \int \int (3z^2 - r^2) dx dy dz. \quad (2.6.6)$$

Сделаем замену $x^2 + y^2 = f^2$ и учтем уравнение поверхности аксиального эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$. Имеем $dy = \frac{f}{\sqrt{f^2 - x^2}} df$, и выражение (2.6.6) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{1}{e}\rho \int \int \int (2z^2 - f^2) \frac{f}{\sqrt{f^2 - x^2}} dx df dz = \\ &= \frac{1}{e}\rho \int \int (2z^2 - f^2) f df dz \int_{-a}^{+a} \frac{dx}{\sqrt{f^2 - x^2}}. \end{aligned}$$

Так как $\int_{-a}^{+a} \frac{dx}{\sqrt{f^2 - x^2}} = 2\pi$, то имеем

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{1}{e}\rho \int_{-b}^{+b} dz \int_0^{a\sqrt{1-(z/b)^2}} (2z^2 - f^2) 2\pi f df = \\ &= \frac{2\pi}{e}\rho \int_{-b}^{+b} (a^2 z^2 [1 - (\frac{z}{b})^2] - \frac{a^4}{4} [1 - (\frac{z}{b})^2]^2) dz = \frac{8}{15} \frac{\pi\rho}{e} a^2 b (b^2 - a^2). \end{aligned}$$

Вводя вместо зарядовой плотности ρ заряд ядра Ze с помощью соотношения $\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi a^2 b}$, в котором $\frac{4}{3}\pi a^2 b$ — объем аксиального эллипсоида, окончательно

приходим к выражению

$$Q_0 = \frac{2}{5}Z(b^2 - a^2).$$

2.6.32. Известно, что внутренний электрический квадрупольный момент Q_0 ядра ${}^{175}_{71}\text{Lu}$ равен $+1830 \text{ Фм}^2$. Какую форму имеет это ядро? Чему равен параметр деформации этого ядра?

Используем выражение для внутреннего электрического квадрупольного момента Q_0 равномерно заряженного аксиально симметричного эллипсоида, полученное в предыдущей задаче: $Q_0 = \frac{2}{5}Z(b^2 - a^2)$. Здесь Ze — заряд эллипсоида, b — полуось эллипсоида, направленная по оси симметрии z , а a — полуоси эллипсоида по осям x и y . Параметр деформации β ядра в форме

эллипсоида можно определить следующим образом: $\beta = \frac{b-a}{\frac{1}{2}(b+a)} = \frac{1}{2} \frac{b^2 - a^2}{\bar{R}^2}$,

где $\bar{R} = \frac{1}{2}(b+a)$ — средний радиус ядра. Тогда

$$\beta = \frac{5}{4} \frac{Q_0}{Z (r_0 A^{1/3})^2} = \frac{5 \cdot (+1830)}{4 \cdot 71 \cdot (1,2 \cdot 175^{1/3})^2} = +0,87.$$

Здесь использовано приближение $\bar{R} \approx R = r_0 A^{1/3}$ и принято $r_0 = 1,2$ Фм. Так как $Q_0 > 0$, то $b > a$, и ядро представляет из себя эллипсоид, вытянутый вдоль оси симметрии z .

2.6.33. Параметр деформации β ядра ${}_{71}^{176}\text{Lu}$ равен $+0,31$. Найдите отношение полуосей b и a ядерного эллипсоида. Опишите его форму и вычислите собственный квадрупольный момент ядра Q_0 .

Так как параметр деформации положителен, то рассматриваемое ядро имеет форму аксиально-симметричного вытянутого эллипсоида. Основные соотношения, необходимые для численного решения данной задачи, находим в задаче 2.6.32:

$$\beta = \frac{b-a}{\frac{1}{2}(b+a)} = \frac{1}{2} \frac{b^2 - a^2}{\bar{R}^2}; \quad \bar{R} = \frac{1}{2}(b+a); \quad \bar{R} \approx R = 1,2 \cdot A^{1/3} \text{ Фм};$$

$$Q_0 = \frac{2}{5} Z (b^2 - a^2) = \frac{4}{5} Z \bar{R}^2 \beta.$$

Из формул верхней строчки имеем $\bar{R} \approx 6,1$ Фм и приходим к системе уравнений

$$b - a = +0,31 \cdot 6,1 \text{ Фм},$$

$$b + a = 2 \cdot 6,1 \text{ Фм},$$

откуда $b \approx 7,0$ Фм, $a \approx 5,2$ Фм и $\frac{b}{a} \approx 1,37$. Для внутреннего квадрупольного момента имеем

$$Q_0 = \frac{4}{5} Z \bar{R}^2 \beta = 0,8 \cdot 71 \cdot (6,1 \text{ Фм})^2 \cdot (+0,31) \approx +655 \text{ Фм}^2 \approx +6,6 \text{ барн}.$$

2.6.34. Величина собственного электрического квадрупольного момента Q_0 ядра ${}_{79}^{197}\text{Au}$ равна $+11,4$ барн. Оценить параметр β квадрупольной деформации этого ядра.

Решение этой задачи аналогично предыдущей. Для аксиально-симметричного однородного эллипсоида

$$Q_0 = \frac{2}{5} Z (b^2 - a^2) = \frac{4}{5} Z \bar{R}^2 \beta.$$

Здесь Z — число протонов в ядре, b и a — длинная и короткая полуоси ядерного эллипсоида, $\bar{R} = \frac{1}{2}(b+a)$ — средний радиус ядра в форме эллипсоида, а параметр квадрупольной деформации ядра определен так же как и в предыдущей задаче: $\beta = \frac{b-a}{\frac{1}{2}(b+a)} = \frac{1}{2} \frac{b^2 - a^2}{\bar{R}^2}$. Используя то, что при не

очень больших деформациях $\bar{R} \approx R = r_0 A^{1/3}$, и полагая $r_0 = 1,2$ фм, получаем

$$\beta \approx \frac{Q_0}{\frac{4}{5} Z \bar{R}^2} = \frac{(+11,4 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2)}{0,8 \cdot 79 \cdot (7 \cdot 10^{-13} \text{ см})^2} \approx +0,37.$$

2.6.35. Внешний (наблюдаемый) квадрупольный момент ядра ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ $Q = +0,27$ барн. Определить собственный квадрупольный момент ядра Q_0 , если спин ядра ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ равен $5/2$.

Внешний (наблюдаемый) электрический квадрупольный момент ядра в лабораторной системе координат Q связан с собственным квадрупольным моментом ядра Q_0 соотношением $Q = \frac{J(2J-1)}{(J+1)(2J+3)}Q_0$, где J — спин ядра. Отсюда $Q_0 = \frac{(7/2) \cdot 8}{(5/2) \cdot 4}Q = +0,76$ барн.

2.6.36 Рассчитать классические магнитные моменты одиночного протона и одиночного нейтрона, находящихся в состоянии с орбитальным моментом $l = 1$.

Магнитный момент частицы имеет спиновую и орбитальную составляющие и в классической записи (1.7.30) выглядит следующим образом:

$$\vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2mc} (g_s \vec{s} + g_l \vec{l}),$$

где e и m — заряд и масса частицы, \vec{s} и \vec{l} — ее векторы спина и орбитального момента, а g_s и g_l — соответственно ее спиновый и орбитальный гиромагнитные факторы. Величину $\frac{e\hbar}{2mc}$ называют магнетоном. Из приведенной формулы следует, что величина магнитного момента частицы зависит от того, какова взаимная ориентация векторов \vec{s} и \vec{l} . Для нуклона $s = 1/2$, и существует два варианта взаимной ориентации \vec{s} и \vec{l} : эти векторы параллельны ($\uparrow\uparrow$) или антипараллельны ($\downarrow\uparrow$). В первом случае ($\uparrow\uparrow$) полный момент нуклона $j = l + 1/2$, во втором случае ($\downarrow\uparrow$) полный момент нуклона $j = l - 1/2$. В нашем случае ($l = 1$) параллельной конфигурации отвечает $j = 3/2$, антипараллельной — $j = 1/2$. Итак, если магнитный момент выражать в ядерных магнетонах μ_N (см. (1.7.31) и таблицу 1.6 в § 1.7), а спиновый и орбитальный в единицах \hbar , то получаем:

$$\underline{j = 3/2:}$$

$$\text{для протона} \quad \mu_p = g_s^p \cdot s_p + g_l^p \cdot l = 5,58 \left(+\frac{1}{2} \right) + 1 \cdot 1 = +3,79 \mu_N,$$

$$\text{для нейтрона} \quad \mu_n = g_s^n \cdot s_n + g_l^n \cdot l = -3,82 \left(+\frac{1}{2} \right) + 0 \cdot 1 = -1,91 \mu_N.$$

$$\underline{j = 1/2:}$$

$$\text{для протона} \quad \mu_p = g_s^p \cdot s_p + g_l^p \cdot l = 5,58 \left(-\frac{1}{2} \right) + 1 \cdot 1 = -1,79 \mu_N,$$

$$\text{для нейтрона} \quad \mu_n = g_s^n \cdot s_n + g_l^n \cdot l = -3,82 \left(-\frac{1}{2} \right) + 0 \cdot 1 = +1,91 \mu_N.$$

Знак «плюс» в величине магнитного момента означает, что вектор магнитного момента направлен в ту же сторону, что и вектор \vec{j} полного момента. Знак «минус» означает, что вектор магнитного момента противоположен вектору \vec{j} .

2.6.37. Определить изоспин основного состояния ядер $^{12}_6\text{C}$ и $^{27}_{13}\text{Al}$.

Изоспин I_0 основного состояния ядра определяется из соотношения (1.7.24):

$$I_0 = |I_3| = \left| \frac{Z - N}{2} \right|,$$

где I_3 — проекция изоспинового вектора ядра на одну из осей (в данном случае 3-ю) трехмерного евклидова зарядового пространства, а Z и N — числа протонов и нейтронов ядра. Отсюда для ядер $^{12}_6\text{C}$ ($Z = N = 6$) и $^{27}_{13}\text{Al}$ ($Z = 13, N = 14$) получаем

$$I_0(^{12}\text{C}) = \left| \frac{6 - 6}{2} \right| = 0,$$

$$I_0(^{27}\text{Al}) = \left| \frac{13 - 14}{2} \right| = \frac{1}{2}.$$

2.6.38. Определить значения изоспинов I_0 основных состояний ядер изотопов углерода $^{10}_6\text{C}$, $^{11}_6\text{C}$, $^{12}_6\text{C}$, $^{13}_6\text{C}$, $^{14}_6\text{C}$.

Решение этой задачи аналогично предыдущей. То есть для основных состояний ядер $I_0 = |I_3| = \left| \frac{Z - N}{2} \right|$.

Для указанных ядер значение изоспина будет:

$$\text{ядро } ^{10}_6\text{C} - I_0 = (6 - 4)/2 = 1,$$

$$\text{ядро } ^{11}_6\text{C} - I_0 = (6 - 5)/2 = 1/2,$$

$$\text{ядро } ^{12}_6\text{C} - I_0 = (6 - 6)/2 = 0,$$

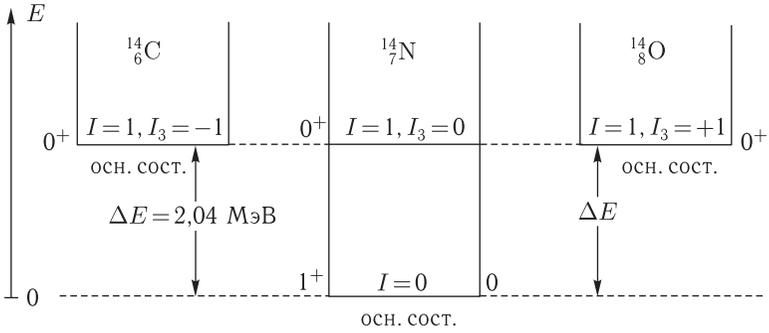
$$\text{ядро } ^{13}_6\text{C} - I_0 = (7 - 6)/2 = 1/2,$$

$$\text{ядро } ^{14}_6\text{C} - I_0 = (8 - 6)/2 = 1.$$

2.6.39 Предсказать характеристики (энергию, спин и четность) самого низкого по энергии состояния ядра $^{14}_7\text{N}$ с изоспином 1. Сравнить результаты этого предсказания с данными эксперимента.

Ядро $^{14}_7\text{N}$ самосопряженное ($Z = N$) и в соответствии с правилом (1.7.24) имеет в основном состоянии изоспин $I_0 = 0$. Возбужденные состояния этого ядра могут иметь целочисленные изоспины (включая 0) вплоть до $A/2$ (см. соотношение (1.7.25)). Любое состояние с изоспином 1 образует триплет (изотриплет) уровней с $I_3 = -1, 0, +1$. Уровень с изоспином 1 в ядре $^{14}_7\text{N}$ является членом такого изотриплета с $I_3 = 0$. Остальные члены этого изотриплета принадлежат другим ядрам-изобарам с $A = 14$, а именно $^{14}_6\text{C}$ ($I_3 = -1$) и $^{14}_8\text{O}$ ($I_3 = +1$). Покажем, что основные состояния указанных ядер вместе с искомым уровнем ядра $^{14}_7\text{N}$ образуют изотриплет и это обстоятельство позволит нам предсказать все характеристики этого уровня (энергию, спин и четность). Обратимся к рисунку.

На нем показано относительное расположение основных состояний ядер-изобар $^{14}_6\text{C}$, $^{14}_7\text{N}$ и $^{14}_8\text{O}$, если пренебречь электромагнитным взаимодействием. Его учет не принципиален для данной задачи и составляет предмет следующей задачи (2.6.40). Прокомментируем рисунок. Основные состояния ядер $^{14}_6\text{C}$ и $^{14}_8\text{O}$ сдвинуты вверх по энергии относительно основного состояния ядра $^{14}_7\text{N}$



на энергию $\Delta E = 2,04$ МэВ. Этот сдвиг есть результат совместного действия двух последних слагаемых в формуле Вайцзеккера (1.8.7) для энергии связи ядра — энергии симметрии $E_{\text{симм}} = a_{\text{сим}} \frac{(N-Z)^2}{A} = a_{\text{сим}} \frac{(A-2Z)^2}{A}$ и энергии спаривания $E_{\text{сп}} = \delta A^{-3/4}$. Слагаемое энергии симметрии уменьшает энергию связи ядер ${}^{14}_6\text{C}$ и ${}^{14}_8\text{O}$ на величину $a_{\text{сим}} \frac{(N-Z)^2}{A} = 23,6 \frac{(\pm 2)^2}{14}$ МэВ = 6,74 МэВ, а слагаемое энергии спаривания увеличивает эту энергию на величину $\delta A^{-3/4} = +34 \cdot 14^{-3/4}$ МэВ = 4,70 МэВ. Совместное действие этих двух слагаемых приводит к изменению энергии связи ΔW ядер ${}^{14}_6\text{C}$ и ${}^{14}_8\text{O}$ относительно ядра ${}^{14}_7\text{N}$ на величину $\Delta W = (-6,74 + 4,70)$ МэВ = $-2,04$ МэВ. Энергии связи ядер ${}^{14}_6\text{C}$ и ${}^{14}_8\text{O}$ оказываются меньше на 2,04 МэВ энергии связи ядра ${}^{14}_7\text{N}$. Соответственно энергии ядер ${}^{14}_6\text{C}$ и ${}^{14}_8\text{O}$ в основном состоянии (суть их массы в энергетических единицах) будут больше на эту же величину: $\Delta E = -\Delta W = 2,04$ МэВ. Здесь мы подчеркнем, что массы протона и нейтрона при пренебрежении электромагнитным взаимодействием (кулоновскими силами) должны считаться одинаковыми. Необходимые уточнения, связанные с электромагнитным взаимодействием, мы сделаем, решая задачу 2.6.40. Сразу скажем, что его учет не влияет на основные выводы.

Основные состояния ядер ${}^{14}_6\text{C}$ и ${}^{14}_8\text{O}$ имеют одинаковую (с точностью до замены $n \leftrightarrow p$) природу. Они имеют и одинаковые спин-четность 0^+ и образуют два из трех членов самого нижнего изотриплета уровней с $J^P = 0^+$ и $I = 1$, а именно члены с $I_3 = \pm 1$. Оставшийся член этого изотриплета (с $I_3 = 0$) может принадлежать только ядру ${}^{14}_7\text{N}$. Его энергетическое положение в отсутствие электромагнитного взаимодействия должно совпадать с положением членов с $I_3 = \pm 1$, что возможно лишь при энергии возбуждения этого уровня в ядре ${}^{14}_7\text{N}$ равной $\Delta E = 2,04$ МэВ, что и показано на рисунке. Спин-четность всех членов изомультриплета должна быть одинаковой. Поэтому искомый уровень в ${}^{14}_7\text{N}$ обязан иметь характеристики 0^+ .

Предсказанный на основе вышеприведенных рассуждений уровень ядра ${}^{14}_7\text{N}$ это самый нижний уровень этого ядра с $I = 1$. Более низкое состояние с $I = 1$ невозможно, так как члены с $I_3 = \pm 1$ соответствующего изотриплета должны были бы при отсутствии электромагнитного взаимодействия располагаться при тех же энергиях (на одной горизонтали) в ядрах ${}^{14}_6\text{C}$ и ${}^{14}_8\text{O}$, т.е. ниже их основных состояний.

Предсказанный нами результат (самый нижний уровень с $I = 1$ в ядре $^{14}_7\text{N}$ имеет энергию 2,04 МэВ и спин-четность 0^+) хорошо согласуется с экспериментом. Соответствующий экспериментальный 0^+ -уровень расположен при энергии возбуждения 2,31 МэВ и является первым возбужденным состоянием ядра $^{14}_7\text{N}$.

2.6.40. Учесть влияние электромагнитного взаимодействия при решении задачи 2.6.39. Как с учетом этого взаимодействия следует видоизменить рисунок, приведенный в тексте этой задачи? Сравнить полученные результаты с экспериментом.

Итак, обратимся к вопросу о влиянии электромагнитного взаимодействия на наши выводы, сделанные при решении задачи 2.6.39. Роль электромагнитного взаимодействия проявляется в двух эффектах: в различной энергии кулоновского отталкивания в ядрах-изобарах и в несколько отличающихся массах протона и нейтрона. При движении $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} \rightarrow ^{14}_8\text{O}$ возрастает число протонов и увеличивается кулоновская энергия $E_{\text{кул}} = 0,72 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$ МэВ (см. (1.8.4)). За счет увеличения $E_{\text{кул}}$ энергия связи ядра-изобара с большим числом протонов уменьшается и его масса возрастает. В то же время масса ядра с большим числом протонов уменьшается за счет того, что $m_p < m_n$. Легко убедиться, что результирующий массовый эффект этих разнонаправленных тенденций для двух соседних ядер-изобар (A, Z) и $(A, Z+1)$ дается выражением

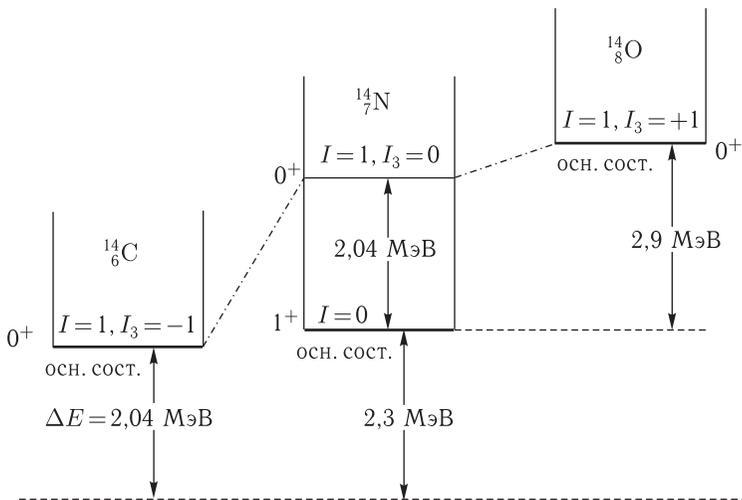
$$\begin{aligned} [m(A, Z+1) - m(A, Z)] c^2 &= E_{\text{кул}}(A, Z+1) - E_{\text{кул}}(A, Z) - (m_n - m_p) c^2 = \\ &= \Delta E_{\text{кул}} - (939,565 - 938,272) \text{ МэВ} \approx (1,44 \frac{Z}{A^{1/3}} - 1,29) \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Используя эту формулу, получим, что масса ядра $^{14}_7\text{N}$ возросла по сравнению с массой ядра $^{14}_6\text{C}$ на $\approx 2,3$ МэВ, а масса ядра $^{14}_8\text{O}$ возросла по сравнению с массой $^{14}_7\text{N}$ на $\approx 2,9$ МэВ. Эти массовые приращения сдвигают всю систему уровней одного и того же ядра как целое и не меняют взаимное расположение уровней ядра. Таким образом и после учета электромагнитного взаимодействия предсказание энергии самого нижнего уровня с $I = 1$ ядра $^{14}_7\text{N}$ не изменится, т. е. останется равным 2,04 МэВ.

Видоизмененный с учетом электромагнитного взаимодействия рисунок задачи 2.6.39 теперь будет выглядеть так, как показано на следующей странице.

Две штрихпунктирные линии на этом рисунке соединяют изотриплет уровней 0^+ , которые за счет электромагнитного взаимодействия теперь смещены друг относительно друга по энергии (не располагаются на одной горизонтали). Но энергия возбуждения компоненты $I = 1$, $I_3 = 0$ этого изотриплета в ядре $^{14}_7\text{N}$, равная согласно нашим предсказаниям 2,04 МэВ (экспериментальная величина 2,31 МэВ), очевидно, не меняется при учете электромагнитного взаимодействия.

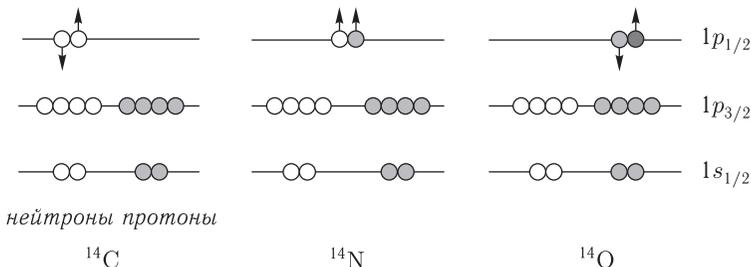
Из рисунка также следует, что энергии основных состояний ядер $^{14}_6\text{C}$ и $^{14}_7\text{N}$ при учете электромагнитного взаимодействия сблизилась, а энергия основного состояния ядра $^{14}_8\text{O}$ ушла от них довольно высоко вверх. Энергии этих «электромагнитных» сдвигов для пар ядер $^{14}_6\text{C} - ^{14}_7\text{N}$ и $^{14}_7\text{N} - ^{14}_8\text{O}$ составили соответственно около 2,3 и 2,9 МэВ. Проверим, насколько хорошо эти предсказанные сдвиги отвечают экспериментальным данным. Эксперименталь-



ное значение энергии основного состояния ядра $^{14}_6\text{C}$ равно 13 040,87 МэВ. Если к этому значению добавить величину $(2,3 - 2,04)$ МэВ = 0,26 МэВ (см. рисунок), то мы должны получить для энергии основного состояния ядра $^{14}_7\text{N}$ значение 13 041,13 МэВ, что весьма близко к экспериментальному значению 13 040,20 МэВ. Энергия основного состояния ядра $^{14}_8\text{O}$ согласно нашим оценкам больше энергии основного состояния $^{14}_7\text{N}$ на 2,9 МэВ, что дает для основного состояния $^{14}_8\text{O}$ предсказательную величину $(13 041,13 + 2,9)$ МэВ = 13 044,03 МэВ. Это практически совпадает с табличным значением 13 044,84 МэВ для ядра $^{14}_8\text{O}$.

2.6.41. Используя простейшие представления модели ядерных оболочек, дать интерпретацию самого нижнего по энергии состояния ядра $^{14}_7\text{N}$ с изоспином 1 (обсуждению этого состояния посвящены задачи 2.6.39 и 2.6.40).

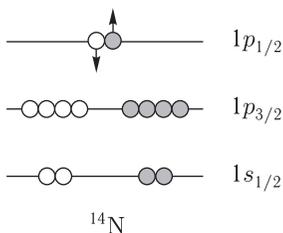
Обсуждение начнем с оболочечных нуклонных конфигураций трех ядер-изобар $^{14}_6\text{C}$, $^{14}_7\text{N}$ и $^{14}_8\text{O}$ в основном состоянии. Они показаны на рисунке. Стрелками показаны моменты \vec{j} внешних нуклонов.



У всех представленных на рисунке ядер полностью заполнена оболочка $1s_{1/2}$ и подоболочка $1p_{3/2}$. Спин-четность основных состояний рассматрива-

емых ядер полностью определяется состояниями пары нуклонов на внешней оболочке $1p_{1/2}$. Эффект спаривания нуклонов одного типа на одной и той же оболочке приводит к взаимной компенсации моментов количества движения \vec{j} пары внешних нуклонов ядер $^{14}_6\text{C}$ и $^{14}_8\text{O}$, в силу чего основные состояния этих ядер имеют спин-четность 0^+ . Основное состояние ядра $^{14}_7\text{N}$ имеет спин-четность 1^+ . Поэтому вектора $\vec{j}_n = \vec{1}$ и $\vec{j}_p = \vec{1}$ внешних нуклонов сонаправлены, что и показано на рисунке.

Основные состояния ядер $^{14}_6\text{C}$ и $^{14}_8\text{O}$ являются двумя компонентами (соответственно с $I_3 = -1$ и $I_3 = +1$) самого нижнего по энергии изотриплета уровней с $I = 1, I_3 = 0, \pm 1$ в ядрах-изобарах $^{14}_6\text{C}$, $^{14}_7\text{N}$ и $^{14}_8\text{O}$. Не хватает компоненты с $I_3 = 0$, принадлежащей ядру $^{14}_7\text{N}$. Поскольку члены одного изомультиплета не могут отличаться ничем, кроме замены нуклонов одного типа на нуклоны другого типа, то сразу получаем оболочечную структуру этого отсутствующего на предыдущем рисунке самого нижнего по энергии состояния $^{14}_7\text{N}$ с $I = 1, I_3 = 0$:



Как мы уже знаем из задач 2.6.39 и 2.6.40, показанное на этом рисунке состояние является первым возбужденным состоянием ядра $^{14}_7\text{N}$ с энергией 2,31 МэВ (предсказанное значение 2,04 МэВ). Это состояние отличается от основного другой взаимной ориентацией моментов \vec{j}_n и \vec{j}_p внешних нуклонов. Энергетически более выгодной в ядре $^{14}_7\text{N}$ является параллельная ориентация этих моментов (как и у дейтрона). Энергетически менее выгодной является антипараллельная ориентация внешних нуклонов. Для разворота моментов внешних протона и нейтрона в противоположные стороны в ядре $^{14}_7\text{N}$ необходимо затратить энергию 2,31 МэВ. Отметим, что аналогичное изменение ориентации моментов протона и нейтрона в дейтроне приводит к его развалу. Для этого требуется энергия 2,22 МэВ, близкая к энергии обсуждаемого возбуждения ядра $^{14}_7\text{N}$.

§2.7. Модели ядер

2.7.1. Рассчитать расстояние между уровнями $1s, 2s$ и $3s$ ядра $^{90}_{40}\text{Zr}$, полагая, что нуклоны в этом ядре 1) находятся внутри непроницаемой сферы ядерных размеров и 2) внутри потенциальной ямы изотропного гармонического осциллятора.

Непроницаемая сфера соответствует бесконечной прямоугольной потенциальной яме. В такой яме энергии уровней с $l = 0$ определяются соотношением:

$E_n = \frac{(n\hbar\pi)^2}{8mR^2}$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ (номера уровней $1s, 2s, 3s, \dots$), m — масса нуклона и R — радиус ядра (полуширина ямы). Таким образом, величины расстояний между уровнями $1s, 2s$ и $3s$ будут следующими:

$$\begin{aligned}\Delta E_{1s \rightarrow 2s} &= 3 \frac{(\pi\hbar)^2}{8mR^2} = 3 \frac{(\pi\hbar c)^2}{8mc^2 (r_0 A^{1/3})^2} \approx \\ &\approx \frac{3 \cdot (3,14 \cdot 200)^2 \text{ МэВ}^2 \cdot \text{фм}^2}{8 \cdot 931,5 \text{ МэВ} \cdot (1,2 \cdot 90^{1/3})^2 \text{ фм}^2} \approx 5,5 \text{ МэВ}; \\ \Delta E_{2s \rightarrow 3s} &= 5 \frac{(\pi\hbar)^2}{8mR^2} = 5 \frac{(\pi\hbar c)^2}{8mc^2 (r_0 A^{1/3})^2} \approx 9,1 \text{ МэВ}.\end{aligned}$$

В яме трехмерного гармонического осциллятора выражение для энергии уровней с $l=0$ определяется соотношением $E_n = \hbar\omega(2n + 3/2)$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Следовательно, уровни с $l=0$ в яме гармонического осциллятора образуют ряд состояний $0s, 1s, 2s, 3s, \dots$. Для ядерной осцилляторной ямы $\hbar\omega \approx 41 \cdot A^{-1/3}$ МэВ (см. (1.8.37)). Для ядра ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ это дает $\hbar\omega = 41 \cdot 90^{-1/3}$ МэВ $\approx 9,1$ МэВ. Таким образом, $\Delta E_{0s \rightarrow 1s} = \Delta E_{1s \rightarrow 2s} = \Delta E_{2s \rightarrow 3s} = 2\hbar\omega = 18,2$ МэВ.

2.7.2. Оценить энергетическое расстояние $\hbar\omega$ между соседними осцилляторными оболочками в ядрах с массовыми числами $A = 40$ и 200 .

По формуле (1.8.37) находим $\hbar\omega = 12$ МэВ для $A = 40$ и $\hbar\omega = 7$ МэВ для $A = 200$. Таким образом, с ростом массового числа A расстояние между соседними оболочками уменьшается.

2.7.3. Определить спины J и четности P основных состояний изотопов кислорода ${}^{15}\text{O}$ – ${}^{23}\text{O}$.

Изотоп ${}^{16}\text{O}$ имеет полностью заполненные оболочки $1s_{1/2}$ и $1p$ по протонам и нейтронам, т. е. является дважды магическим ядром $J^P({}^{16}\text{O}) = 0^+$. Конфигурацию основного состояния ядра ${}^{16}\text{O}$ можно записать в виде

$${}^{16}\text{O} : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2.$$

Верхние числовые индексы уровней — это числа нуклонов одного типа (нейтронов или протонов) на данном уровне.

Ядро ${}^{15}\text{O}$ имеет одну нейтронную вакансию (дырку) на уровне $1p_{1/2}$. Спин-четность этого ядра определяется характеристиками отсутствующего нейтрона, т. е. $J^P({}^{15}\text{O}) = 1/2^-$. Итак, ядро ${}^{15}\text{O}$ имеет следующую нейтронную конфигурацию и спин-четность:

$${}^{15}\text{O} : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^1 \quad J^P = 1/2^-.$$

Начиная с изотопа ${}^{17}\text{O}$ происходит заполнение нейтронами уровня $1d_{5/2}$. Если число нейтронов на этой подоболочке нечетное, то спин-четность ядра полностью определяется характеристиками этого нечетного нейтрона, т. е. будем иметь $J^P = 5/2^+$. Если число нейтронов на подоболочке $1d_{5/2}$ четное, то

в силу спаривания нейтронов будем иметь $J^P = 0^+$. Итак, изотопам ^{17}O – ^{22}O соответствуют нижеследующие нейтронные конфигурации и спины-четности:

$$^{17}\text{O}: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^1 \quad J^P = 5/2^+$$

$$^{18}\text{O}: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^2 \quad J^P = 0^+$$

$$^{19}\text{O}: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^3 \quad J^P = 5/2^+$$

$$^{20}\text{O}: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^4 \quad J^P = 0^+$$

$$^{21}\text{O}: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^5 \quad J^P = 5/2^+$$

$$^{22}\text{O}: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6 \quad J^P = 0^+$$

В ядре ^{22}O полностью заполнен уровень $1d_{5/2}$. Со следующего изотопа ^{23}O начинается заполнение уровня $2s_{1/2}$. Поэтому имеем:

$$^{23}\text{O}: (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6(2s_{1/2})^1 \quad J^P = 1/2^+.$$

2.7.4. Используя схему заполнения одночастичных уровней (§ 1.8), определить спин J и четность P основных состояний изотопов $Z\text{г}$ с $A = 86$ – 94 .

Все изотопы циркония имеют $Z = 40$. При изменении массового числа от 86 до 94 происходит заполнение нейтронных одночастичных уровней, так как число нейтронов N меняется от 46 до 54. При этом согласно рис. 1.8.6 вначале заполняется орбита $1g_{9/2}$ ($N = 46$ – 50), затем орбита $2d_{5/2}$ ($N = 51$ – 54). Согласно одночастичной оболочечной модели все четные изотопы циркония будут иметь $J^P = 0^+$, тогда как нечетные изотопы будут иметь $J^P = 9/2^+$ при $A < 90$ и $5/2^+$ при $A > 90$.

2.7.5. Опираясь на сферическую одночастичную модель оболочек со спариванием, предсказать спин и четность основного состояния ядра $^{23}_{11}\text{Na}$.

В основном состоянии рассматриваемого ядра полностью заполнены три нижние подоболочки $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$ и $1p_{1/2}$. Эти три заполненные подоболочки образуют дважды магический кор $^{16}_8\text{O}$ со спином-четностью 0^+ . Остальные нуклоны ядра $^{23}_{11}\text{Na}$ (3 протона и 4 нейтрона) в основном состоянии находятся на подоболочке $1d_{5/2}$, причем все они, кроме одного протона, спарены, т. е. связаны в пары со спин-четностью 0^+ . Таким образом, результирующие спин-четность ядра $^{23}_{11}\text{Na}$ в основном состоянии определяются спином и четностью единственного неспаренного протона в состоянии $1d_{5/2}$. Следовательно, искомые спин-четность ядра $^{23}_{11}\text{Na}$ равны $5/2^+$.

2.7.6. Пользуясь одночастичной моделью оболочек, предсказать спин и четность основного состояния ядра $^{31}_{15}\text{P}$.

Используем рис. 1.8.2. У ядра $^{31}_{15}\text{P}$ в основном состоянии заполнены под-оболочки $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, и имеется протонная дырка во внешней $2s_{1/2}$ -подоболочке. В соответствии с общими правилами определения спинов и четностей дырочных состояний (1.8.32) и (1.8.33) получаем $J^P(^{31}_{15}\text{P}) = 1/2^+$.

2.7.7. Предсказать спины и четности основных состояний ядер ${}^{39}_{19}\text{K}$ и ${}^{41}_{20}\text{Ca}$.

Первое из этих ядер в основном состоянии содержит протонную дырку в дважды магическом коре ${}^{40}_{20}\text{Ca}$. Поскольку эта дырка в подоболочке $1d_{3/2}$, то у ядра ${}^{39}_{19}\text{K}$ в основном состоянии $J^P = 3/2^+$. У ядра ${}^{41}_{20}\text{Ca}$ в основном состоянии имеется нейтрон в подоболочке $1f_{7/2}$ над дважды магическим кором ${}^{40}_{20}\text{Ca}$. Поэтому у ядра ${}^{41}_{20}\text{Ca}$ в основном состоянии $J^P = 7/2^-$. Эксперимент подтверждает эти предсказания.

2.7.8. Предсказать спин и четность ядра ${}^6_3\text{Li}$ в основном состоянии.

Это ядро нечетно-нечетное. В основном состоянии оно имеет заполненную оболочку $1s_{1/2}$ и по одному нейтрону и протону в следующей подоболочке $1p_{3/2}$. Характеристики основного состояния ${}^6_3\text{Li}$ определяются характеристиками внешних нуклонов в подоболочке $1p_{3/2}$. Очевидно четность основного состояния ${}^6_3\text{Li}$ должна быть положительной, так как равна произведению одинаковых четностей пары внешних нуклонов. Что касается спина ядра ${}^6_3\text{Li}$ в основном состоянии, то одночастичная модель оболочек не позволяет однозначно предсказать его. Можно лишь перечислить возможные значения векторной суммы спинов внешних нуклонов:

$$\vec{J} = \frac{\vec{3}}{2} + \frac{\vec{3}}{2} = \vec{0}, \vec{1}, \vec{2}, \vec{3}.$$

Таким образом, возможные значения спина и четности основного состояния ядра ${}^6_3\text{Li}$ следующие: 0^+ , 1^+ , 2^+ , 3^+ . Эксперимент дает 1^+ .

2.7.9. Определить из сферической одночастичной модели оболочек спин, четность и электрический квадрупольный момент основного состояния дейтрона (ядра ${}^2_1\text{H}$).

В основном состоянии дейтрона в рамках рассматриваемой модели нейтрон и протон находятся на низшей оболочке $1s_{1/2}$, т. е. имеют нулевые орбитальные моменты $l_n = l_p = 0$. Полный момент количества движения дейтрона (его спин) с учетом спинов нуклонов $s_n = s_p = 1/2$ и дается выражением

$$\vec{J} = \vec{l}_n + \vec{l}_p + \vec{s}_n + \vec{s}_p = \vec{0} + \vec{0} + \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{0} \text{ или } \vec{1}.$$

Четность дейтрона с учетом собственной (внутренней) четности нуклонов $p_n = p_p = +1$ определяется выражением

$$P = p_n \cdot p_p \cdot (-1)^{l_n+l_p} = (+1)(+1)(-1)^{0+0} = +1.$$

Таким образом, предсказываемые моделью оболочек спин и четность дейтрона в основном состоянии 0^+ или 1^+ . Эксперимент дает второе из этих значений.

Электрический квадрупольный момент Q_0 дейтрона в сферической модели оболочек нулевой, так как нуклоны дейтрона находятся в сферически симметричном $1s_{1/2}$ -состоянии.

2.7.10. Найдите спины и четности, которые следует приписать однодырочным основным состояниям ядер ${}^{15}_8\text{O}$, ${}^{15}_7\text{N}$, ${}^{41}_{19}\text{K}$, ${}^{115}_{49}\text{In}$ и ${}^{207}_{82}\text{Pb}$. Сравните предсказания с экспериментальными данными.

Используя схему одночастичных уровней (рис. 1.8.2) и правила нахождения характеристик дырочных состояний (1.8.32) и (1.8.33), получаем:

| Ядро | $^{15}_8\text{O}$ | $^{15}_7\text{N}$ | $^{41}_{19}\text{K}$ | $^{115}_{49}\text{In}$ | $^{207}_{82}\text{Pb}$ |
|---------------------|-------------------|-------------------|----------------------|------------------------|------------------------|
| J^P предсказание | $1/2^-$ | $1/2^-$ | $3/2^+$ | $9/2^+$ | $13/2^+$ |
| J^P (эксперимент) | $1/2^-$ | $1/2^-$ | $3/2^+$ | $9/2^+$ | $1/2^-$ |

Согласно схеме рис. 1.8.2, для ядер $^{15}_8\text{O}$ и $^{15}_7\text{N}$ спин-четность основного состояния определяется «нуклонной дыркой» в оболочке $1p_{1/2}$, для ядра $^{41}_{19}\text{K}$ — «протонной дыркой» в оболочке $1d_{3/2}$, для ядра $^{115}_{49}\text{In}$ — «протонной дыркой» в оболочке $1g_{9/2}$, для ядра $^{207}_{82}\text{Pb}$ — «нейтронной дыркой» в оболочке $1i_{13/2}$. За исключением ядра $^{207}_{82}\text{Pb}$ это подтверждается экспериментом. В случае $^{207}_{82}\text{Pb}$ нейтронная оболочка $3p_{1/2}$ расположена выше нейтронной оболочки $1i_{13/2}$ (см. рис. 1.8.6). Поэтому «нейтронная дырка» в основном состоянии этого ядра оказывается в оболочке $3p_{1/2}$, что и определяет спин-четность $1/2^-$ ядра $^{207}_{82}\text{Pb}$ в основном состоянии.

2.7.11. Дать объяснение природе нижних уровней отрицательной четности в спектре возбужденных состояний ядра $^{17}_8\text{O}$ (см. рис. 1.8.4).

Нижние уровни отрицательной четности в спектре ядра $^{17}_8\text{O}$ ($1/2^-$ с энергией 3,06 МэВ и $3/2^-$ с энергией 4,55 МэВ) можно интерпретировать как результаты перехода нейтрона соответственно из оболочек $1p_{1/2}$ и $1p_{3/2}$ в следующую оболочку $1d_{5/2}$. Например, при переходе нейтрона из оболочек $1p_{1/2}$ в следующую оболочку на уровень $1d_{5/2}$, где уже находится один нейтрон, возникает состояние, в котором два нейтрона за счет сил спаривания имеют суммарный момент и четность 0^+ , и спин-четность состояния определяется моментом и четностью «дырки» и составляют $J^P = 1/2^-$. Уровни отрицательной четности с более высоким спином могут возникать при таких одночастичных переходах $1p_{1/2} \rightarrow 1d_{5/2}$ и $1p_{3/2} \rightarrow 1d_{5/2}$, когда два нуклона на оболочке $1d_{5/2}$ не спарены, т.е. не связаны в нулевой суммарный момент количества движения.

2.7.12. Предсказать, опираясь на одночастичную модель оболочек, спины и четности низколежащих возбужденных состояний ядра $^{15}_8\text{O}$.

Используем рис. 1.8.2. У ядра $^{15}_8\text{O}$ в основном состоянии заполнены оболочки $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$ и имеется один неспаренный нейтрон во внешней $1p_{1/2}$ -оболочке. Низколежащие возбужденные состояния получаются перемещением неспаренного нейтрона в следующую ($1d2s$) оболочку на одночастичные уровни $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ и $1d_{3/2}$. Соответственно возбужденные состояния будут иметь $J^P = 5/2^+$, $1/2^+$ и $3/2^+$. Другая ветвь низколежащих состояний будет возникать при перемещении одного из нейтронов низколежащих заполненных оболочек $1s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$ в оболочку $1p_{1/2}$ с замыканием этой оболочек. Соответствующие возбужденные состояния будут определяться характеристиками нейтронных дырок в оболочках $1s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$, т.е. будут иметь характеристики $J^P = 1/2^+$ и $3/2^-$.

2.7.13. В табл. 2.1 представлены экспериментально определенные спины и четности основных и первых возбужденных состояний некото-

рых ядер. Найдите для этих ядер конфигурации протонов и нейтронов в незаполненной подоболочке в одночастичной модели оболочек для основных и первых возбужденных состояний. Сравните полученные результаты с данными табл. 2.1.

Таблица 2.1

| | ${}^7_3\text{Li}$ | ${}^{23}_{11}\text{Na}$ | ${}^{33}_{16}\text{S}$ | ${}^{41}_{21}\text{Sc}$ | ${}^{83}_{36}\text{Kr}$ | ${}^{93}_{41}\text{Nb}$ |
|---------|-------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| J_0^P | $3/2^-$ | $3/2^+$ | $3/2^+$ | $7/2^-$ | $9/2^+$ | $9/2^+$ |
| J_1^P | $1/2^-$ | $5/2^+$ | $1/2^+$ | $3/2^+$ | $7/2^+$ | $1/2^-$ |

Все рассматриваемые ядра являются нечетными, т.е. имеют по одному неспаренному нуклону (нейтрону или протону), характеристики которого (спин-четность) и определяют спин-четность J_0^P ядра в основном состоянии. Первое возбужденное состояние таких ядер в одночастичной модели оболочек формируется либо за счет перехода неспаренного нуклона в следующую подоболочку (случай 1), либо за счет спаривания этого нуклона с другим нуклоном, который переходит из более низколежащей подоболочки (случай 2). Используя схему подоболочек одночастичной модели (рис. 1.8.2), получаем следующие предсказания для конфигураций внешней оболочки в основном и первом возбужденном состоянии (табл. 2.2) и их спины-четности J_0^P и J_1^P (таблица 2.3):

Таблица 2.2

| | ${}^7_3\text{Li}$ | ${}^{23}_{11}\text{Na}$ | ${}^{33}_{16}\text{S}$ | ${}^{41}_{21}\text{Sc}$ | ${}^{83}_{36}\text{Kr}$ | ${}^{93}_{41}\text{Nb}$ |
|-------------------------|-------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Основное состояние | $1p_{3/2}^1$ | $1d_{5/2}^3$ | $1d_{3/2}^1$ | $1f_{7/2}^1$ | $1g_{9/2}^{-3}$ | $1g_{9/2}^1$ |
| Возбужденное (случай 1) | $1p_{1/2}^1$ | $2s_{1/2}^1$ | $1f_{7/2}^1$ | $2p_{3/2}^1$ | $1g_{7/2}^1$ | $1g_{7/2}^1$ |
| Возбужденное (случай 2) | $1s_{1/2}^{-1}$ | $1p_{1/2}^{-1}$ | $2s_{1/2}^{-1}$ | $1d_{3/2}^{-1}$ | $2p_{1/2}^{-1}$ | $2p_{1/2}^{-1}$ |

Таблица 2.3

| | ${}^7_3\text{Li}$ | ${}^{23}_{11}\text{Na}$ | ${}^{33}_{16}\text{S}$ | ${}^{41}_{21}\text{Sc}$ | ${}^{83}_{36}\text{Kr}$ | ${}^{93}_{41}\text{Nb}$ |
|--------------------|-------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| J_0^P (модель) | $3/2^-$ | $(5/2^+)$ | $3/2^+$ | $7/2^-$ | $9/2^+$ | $9/2^+$ |
| J_1^P (случай 1) | $1/2^-$ | $(1/2^+)$ | $(7/2^-)$ | $(3/2^-)$ | $7/2^+$ | $(7/2^+)$ |
| J_1^P (случай 2) | $(1/2^+)$ | $(1/2^-)$ | $1/2^+$ | $3/2^+$ | $(1/2^-)$ | $1/2^-$ |

В скобки заключены значения спинов-четностей, противоречащие экспериментальным значениям. Как следует из таблиц, наиболее успешно одночастичная модель оболочек предсказывает характеристики ядер, имеющих 1 нуклон в незаполненной подоболочке.

2.7.14. Определить спин-четность ядра антигелия-5 (${}^5\overline{\text{He}}$) в основном состоянии. Сравнить предсказание со спин-четностью обычного гелия-5 (${}^5\text{He}$) в основном состоянии.

Оба вышеупомянутых ядра в основном состоянии имеют заполненную оболочку $1s_{1/2}$, содержащую четыре частицы, и одну частицу (нейтрон или антинейтрон) в следующей подоболочке $1p_{3/2}$. Именно этой последней частицей (ее спином и четностью) и определяются спин-четность гелия-5 (антигелия-5) в основном состоянии. Таким образом, спин обоих ядер в основном состоянии равен $3/2$. Четность ${}^5_2\text{He}$ в основном состоянии положительна:

$$P({}^5_2\text{He})_{\text{основное состояние}} = p_n \cdot (-1)^{l_n} = (+1) \cdot (-1)^{l_n=1} = -1.$$

Здесь p_n — собственная четность нуклона (+1), а $l_n = 1$ — орбитальный момент внешнего ($1p_{3/2}$) нейтрона.

Четность антигелия-5 в основном состоянии определяется аналогичным образом, но с учетом того, что собственная (внутренняя) четность антинуклона (в данном случае антинейтрона) противоположна собственной четности нуклона, т. е. отрицательна. Итак, имеем

$$P({}^5\overline{2}\text{He})_{\text{основное состояние}} = p_{\overline{n}} \cdot (-1)^{l_{\overline{n}}} = (-1) \cdot (-1)^{l_{\overline{n}}=1} = +1.$$

2.7.15. Определить значения спинов, четностей и изоспинов основных состояний гипер-ядер ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ и ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$.

Гипер-ядрами называют ядра, у которых один или два нуклона заменены на Λ -гипероны. Спин-четность Λ -гиперонов, как и у нуклонов, $1/2^+$, время жизни $2,6 \cdot 10^{-10}$ с, т. е. по ядерным меркам велико, и следовательно по своим свойствам гипер-ядра могут рассматриваться как обычные ядра. Гипер-ядро ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ можно представить как ядро ${}^4_2\text{He}$ (изоспин $\vec{I}({}^4_2\text{He}) = \vec{0}$, спин и четность $J^P({}^4_2\text{He}) = 0^+$) с добавлением Λ -гиперона в состоянии $1s_{1/2}$. Спин и четность гиперона в этом состоянии $J^P(\Lambda) = 1/2^+$, а изоспин Λ -гиперона $\vec{I}(\Lambda) = \vec{0}$. Получаем, что изоспин гипер-ядра $\vec{I}({}^5_{\Lambda}\text{He}) = \vec{I}({}^4_2\text{He}) + \vec{I}(\Lambda) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$, спин $\vec{J}({}^5_{\Lambda}\text{He}) = \vec{J}({}^4_2\text{He}) + \vec{J}(\Lambda) = \vec{0} + 1/2 = 1/2$ и его четность $P({}^5_{\Lambda}\text{He}) = P({}^4_2\text{He}) \cdot P(\Lambda) = (+1) \cdot (+1) = +1$. Таким образом, $J^P, I({}^5_{\Lambda}\text{He}) = 1/2^+, 0$.

Гипер-ядро ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ также можно представить как ядро ${}^4_2\text{He}$, но уже с двумя Λ -гиперонами в состоянии $1s_{1/2}$. В этом случае гипероны полностью заполняют оболочку $1s_{1/2}$, и поэтому их спин и четность будут $J^P(\Lambda\Lambda) = 0^+$. Получаем, что изоспин гипер-ядра $\vec{I}({}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}) = \vec{I}({}^4_2\text{He}) + \vec{I}(\Lambda\Lambda) = \vec{0} + \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$, спин $\vec{J}({}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}) = \vec{J}({}^4_2\text{He}) + \vec{J}(\Lambda\Lambda) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$ и его четность $P({}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}) = P({}^4_2\text{He}) \cdot P(\Lambda\Lambda) = (+1) \cdot (+1) = +1$. Таким образом, $J^P, I({}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}) = 0^+, 0$.

2.7.16. Предсказать в рамках сферически симметричной модели оболочек магнитный момент дейтрона.

В рамках рассматриваемой модели (см. задачу 2.7.9) нейтрон и протон дейтрона находятся на низшей оболочке $1s_{1/2}$, т. е. имеют нулевые орбитальные моменты $l_n = l_p = 0$. При этом возможны две конфигурации: спины нуклонов параллельны ($\uparrow\uparrow$), спины нуклонов антипараллельны ($\uparrow\downarrow$). В первом случае полный момент (спин) дейтрона равен 1, во втором 0. Обе конфигурации имеют положительную четность. Магнитные моменты нейтрон-протонной пары в этих двух конфигурациях различны и определяются исключительно спи-

новыми состояниями нуклонов, поскольку орбитальный магнетизм нуклонов в данном случае отсутствует. Таким образом, вектор магнитного момента np -пары в s -состоянии дается выражением (см. соотношение (1.7.30))

$$\vec{\mu}_{np} = \frac{e\hbar}{2m_p c} (g_s^p \vec{s}_p + g_s^n \vec{s}_n) = \mu_N (g_s^p \vec{s}_p + g_s^n \vec{s}_n),$$

где $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c}$ — ядерный магнетон (e и m_p заряд и масса протона), а g_s^p и g_s^n — спиновые гиромагнитные факторы протона и нейтрона, соответственно равные 5,586 и $-3,826$.

В зависимости от взаимной ориентации спинов нейтрона и протона будем иметь различные результирующие магнитные моменты np -пары в s -состоянии. Получим их.

Спины нуклонов параллельны ($\uparrow\uparrow$):

В этом случае магнитный момент нейтрон-протонной пары просто получается суммированием магнитных моментов протона $\mu_p = g_s^p s_p \mu_N \approx +2,79\mu_N$ и нейтрона $\mu_n = g_s^n s_n \mu_N \approx -1,91\mu_N$:

$$\mu_{np}(\uparrow\uparrow) = \mu_N (g_s^p s_p + g_s^n s_n) = \mu_p + \mu_n \approx +2,79\mu_N - 1,91\mu_N = +0,88\mu_N.$$

Спины нуклонов антипараллельны ($\uparrow\downarrow$):

В этом случае магнитный момент нейтрон-протонной является разностью магнитных моментов протона и нейтрона:

$$\mu_{np}(\uparrow\downarrow) = \mu_N (g_s^p s_p - g_s^n s_n) = \mu_p - \mu_n \approx +2,79\mu_N - (-1,91)\mu_N = +4,70\mu_N.$$

Реальный дейтрон соответствует нейтрон-протонной паре с параллельными ($\uparrow\uparrow$) спинами и имеет магнитный момент $+0,857\mu_N$, весьма близкий к полученной нами величине $+0,88\mu_N$. Небольшое отличие экспериментального значения от вычисленного объясняется тем, что в реальном дейтроне небольшую часть времени ($\approx 4\%$) np -пара проводит в d -состоянии (состоянии с относительным орбитальным моментом нуклонов $l = 2$).

2.7.17. Рассчитать в рамках одночастичной модели оболочек магнитные моменты ядер ${}^3_1\text{H}$ (третий) и ${}^3_2\text{He}$ (гелий-3).

В простой одночастичной модели вклад в магнитный момент ядра дает только последний нечетный (неспаренный) нуклон. Таким образом, магнитные моменты рассматриваемых ядер должны быть равны собственным магнитным моментам неспаренных нуклонов, т. е. в ядерных магнетонах (μ_N) должно быть

$$\mu \text{ (третий)} = \mu_p = +2,79\mu_N \text{ (не спарен протон).}$$

$$\mu \text{ (гелий-3)} = \mu_n = -1,91\mu_N \text{ (не спарен нейтрон).}$$

Действительно, в рассматриваемых ядрах в основном состоянии имеем два спаренных нуклона одного типа в $1s_{1/2}$ -оболочке и один неспаренный нуклон другого типа на этой же оболочке. У спаренных нуклонов спины антипараллельны. Поэтому их собственные магнитные моменты взаимно уничтожают друг друга. Орбитальный магнетизм не имеющих электрического заряда нейтронов заведомо отсутствует. У протона его тоже нет, так как орбитальный момент протона $l_p = 0$. Поэтому магнитный момент трития равен собственному магнитному моменту единственного и неспаренного протона. Магнитный момент гелия-3 равен собственному магнитному моменту единственного и неспаренного нейтрона.

Экспериментальные значения магнитных моментов трития $+2,98\mu_N$, гелия-3 $-2,13\mu_N$, что близко к полученным выше оценкам. Имеющееся различие

можно объяснить отклонением от простой модели оболочек за счет остаточных (т. е. не учтенных этой моделью) нуклон-нуклонных сил.

Отметим, что вышеприведенное решение основано на классическом определении магнитного момента нуклона, даваемом формулой (1.7.30). Ядерный (т. е. квантово-механический) магнитный момент неспаренного нуклона определяется с помощью выражения (1.7.32), т. е. в состоянии с максимальной проекцией спина ядра J на выделенное направление (ось z). В данном случае квантово-механическое решение совпадает с классическим.

2.7.18. Определить магнитный момент ядра $^{17}_8\text{O}$ в основном состоянии, опираясь на сферическую одночастичную модель оболочек.

Магнитный момент рассматриваемого ядра в основном состоянии определяется единственным нейтроном (в подоболочке $1d_{5/2}$) сверх остова замкнутых подоболочек $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$ и $1p_{1/2}$, не создающих магнитного момента. Поскольку нейтрон не обладает орбитальным магнетизмом, то результирующий магнитный момент ядра $^{17}_8\text{O}$ в основном состоянии должен определяться собственным магнитным моментом нейтрона. Напомним, что магнитный момент свободного нейтрона равен $-1,91\mu_N$. Поэтому величина (модуль) магнитного момента ядра $^{17}_8\text{O}$ в основном состоянии должна совпадать с величиной (модулем) собственного магнитного момента нейтрона. Остается вопрос о знаке этого момента. Чтобы ответить на этот вопрос, нужно знать, как ориентирован спин нейтрона в состоянии $1d_{5/2}$ относительно его полного момента $\vec{j} = 5/2$. В $1d_{5/2}$ -состоянии орбитальный момент нуклона $\vec{l} = \vec{2}$ параллелен (сонаправлен) его спину $\vec{s} = \vec{1}/2$ (имеет место ситуация $j = l + 1/2$). Поэтому и спин нейтрона параллелен (сонаправлен) его полному моменту. Следовательно знак магнитного момента нейтрона в $1d_{5/2}$ -состоянии должен быть сохранен таким же как и знак магнитного момента свободного нейтрона. Итак, для магнитного момента ядра $^{17}_8\text{O}$ в основном состоянии предсказываем значение $-1,91\mu_N$. Эксперимент для этого ядра дает значение $-1,89\mu_N$.

Отметим, что, как и в предыдущей задаче, мы используем классическое определение (1.7.30) магнитного момента неспаренного нуклона в ядре. В строгом квантово-механическом решении нужно вычислять магнитный момент неспаренного $1d_{5/2}$ -нейтрона в состоянии с максимальной проекцией спина $\vec{J} = 5/2$ рассматриваемого ядра $^{17}_8\text{O}$ на выделенное направление, т. е. нужно использовать выражение (1.7.32). Оказывается, что и в данном случае квантово-механическое решение совпадает с классическим.

2.7.19. Предсказать магнитный момент ядра $^{41}_{21}\text{Sc}$ в основном состоянии, опираясь на одночастичную модель оболочек.

Это ядро в основном состоянии представляет собой совокупность дважды магического кора $^{40}_{20}\text{Ca}$ + протон на подоболочке $1f_{7/2}$. Дважды магический кор в рамках представлений сферической одночастичной модели оболочек не обладает магнитным моментом. Поэтому магнитный момент ядра $^{41}_{21}\text{Sc}$ полностью определяется магнитным моментом протона в состоянии $1f_{7/2}$. Собственный магнитный момент протона равен $+2,79\mu_N$. Протон обладает электрическим зарядом и в состоянии $1f_{7/2}$ наделен орбитальным моментом $l = 3$. Поэтому в этом состоянии у него имеется также орбитальный магнетизм. Результирующий магнитный момент рассматриваемого ядра получается правильным

суммированием собственного и орбитального магнитных моментов протона. Вновь воспользуемся классической формулой (1.7.30):

$$\vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2mc} (g_s \vec{s} + g_l \vec{l}),$$

где $\frac{e\hbar}{2mc} \equiv \mu_N$ — ядерный магнетон (e и m — заряд и масса протона), \vec{s} и \vec{l} — векторы спина и орбитального момента протона, а g_s и g_l — соответственно его спиновый и орбитальный гиромагнитные факторы, приведенные в § 1.7 в табл. 1.6. Для получения численного значения магнитного момента протона с помощью вышеприведенной формулы необходимо правильно выполнить операцию векторного сложения спинового и орбитального магнетизмов. Это требует знания того, как взаимно ориентированы векторы \vec{s} и \vec{l} относительно вектора полного момента протона \vec{j} . В состоянии $1f_{7/2}$ имеет место ситуация, когда $j = l + 1/2$ или $7/2 = 3 + 1/2$ (все три вектора \vec{j} , \vec{s} и \vec{l} сонаправлены). Поэтому для искомого магнитного момента ядра ${}_{21}^{41}\text{Sc}$ в основном состоянии получаем в ядерных магнетонах

$$\mu({}_{21}^{41}\text{Sc}) = +5,586 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 1 \cdot 3 = +2,793 + 3 \approx +5,79.$$

Полученный «классический» магнитный момент ядра ${}_{21}^{41}\text{Sc}$ также совпадает с результатом более строгого квантово-механического расчета (можно показать, что это имеет место для любых нечетных нуклонов с $j = l + 1/2$). Экспериментальное значение в μ_N равно $+5,43$.

2.7.20. Предсказать магнитный момент ядра ${}_{19}^{39}\text{K}$ в основном состоянии, опираясь на одночастичную модель оболочек.

Это ядро в основном состоянии можно получить, удалив один протон из внешней подоболочки $1d_{3/2}$ дважды магического ядра ${}_{20}^{40}\text{Ca}$. Иными словами, ядро ${}_{19}^{39}\text{K}$ это ядро с одним неспаренным $1d_{3/2}$ -протоном. Учтем, что в $1d_{3/2}$ -состоянии спин протона противоположен его орбитальному моменту (имеет место ситуация $j = l - 1/2$ или $3/2 = 2 - 1/2$) и вновь используем классическую формулу (1.7.30). Имеем в ядерных магнетонах

$$\mu({}_{19}^{39}\text{K}) = +5,586 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \cdot 2 = -2,793 + 2 \approx -0,79.$$

Квантовомеханический расчет дает в этом случае значение $+0,124\mu_N$. Таким образом, в данном случае классическое значение магнитного момента сильно расходится с квантово-механическим (это характерно для любых нечетных нуклонов с $j = l - 1/2$). Экспериментальная величина $+0,39\mu_N$.

2.7.21. Показать, что одночастичная сферическая модель оболочек предсказывает нулевые собственные электрические квадрупольные моменты Q_0 в основном состоянии следующих ядер: ${}^2_1\text{H}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{17}_8\text{O}$, ${}^{31}_{15}\text{P}$.

$Q_0 = 0$ для дважды магического ядра ${}^{16}_8\text{O}$. Это следует из того, что в основном состоянии магические ядра (имеющие полностью заполненные подболочки и оболочки) сферически симметричны.

У ядра ${}^{17}_8\text{O}$ сверх замкнутых подоболочек $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$ и $1p_{1/2}$ имеется один нейтрон в следующей ($1d_{5/2}$) подоболочке, который из-за своей электрической нейтральности не может создавать электрический квадрупольный момент.

У ядра ${}^{31}_{15}\text{P}$ в основном состоянии заполнены подболочки $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$ и $1d_{5/2}$ и имеется один протон в следующей подоболочке $2s_{1/2}$. Поскольку

этот нечетный протон находится в состоянии с нулевым орбитальным моментом (т.е. в сферически симметричном состоянии), то он не может создавать электрический квадрупольный момент.

У ядра ${}^2_1\text{H}$ оба нуклона (нейтрон и протон) находятся в сферически симметричном состоянии с нулевым орбитальным моментом (в состоянии $1s_{1/2}$).

2.7.22. Какие из ядер ${}^3_2\text{He}$, ${}^{17}_9\text{F}$, ${}^{33}_{16}\text{S}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{41}_{21}\text{Sc}$ согласно сферической одночастичной модели оболочек имеют в основном состоянии отличные от нуля собственные электрические квадрупольные моменты Q_0 ?

$Q_0 \neq 0$ для ядер ${}^{17}_9\text{F}$ и ${}^{41}_{21}\text{Sc}$. У них один протон сверх сферически симметричного дважды магического кора (соответственно ${}^{16}_8\text{O}$ и ${}^{40}_{20}\text{Ca}$) находится в состоянии с орбитальным моментом $l \neq 0$ (соответственно $1d_{5/2}$ и $1f_{7/2}$), т.е. в сферически несимметричном состоянии.

$Q_0 = 0$ для остальных ядер. У ядра ${}^3_2\text{He}$ все три нуклона находятся в сферически симметричном $1s_{1/2}$ -состоянии. Ядро ${}^{33}_{16}\text{S}$ представляет собой совокупность сферически симметричного кора замкнутых оболочек $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ и одного не имеющего электрического заряда нейтрона в следующем сферически несимметричном $1d_{3/2}$ — состоянии. Ядро ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ — дважды магическое, а значит, и сферически симметричное.

2.7.23. Найдите расстояние Δ между нейтронными подоболочками $1p_{1/2}$ и $1d_{5/2}$ для ядер с числом нуклонов $A \approx 16$ из энергий связи следующих ядер: ${}^{15}_8\text{O}$ ($W = 111,956$ МэВ), ${}^{16}_8\text{O}$ ($W = 127,619$ МэВ) и ${}^{17}_8\text{O}$ ($W = 131,763$ МэВ). Как полученный результат согласуется с энергией, спином и четностью первых возбужденных состояний ядра ${}^{16}_8\text{O}$?

Искомое расстояние Δ между нейтронными подоболочками $1p_{1/2}$ и $1d_{5/2}$ находится из соотношения

$$\Delta(1p_{1/2} - 1d_{5/2}) = B_n({}^{16}\text{O}) - B_n({}^{17}\text{O}),$$

где B_n — энергия отделения нейтрона в соответствующем ядре. Так как (см. (1.7.12))

$$B_n({}^{16}\text{O}) = W({}^{16}\text{O}) - W({}^{15}\text{O}) \text{ и } B_n({}^{17}\text{O}) = W({}^{17}\text{O}) - W({}^{16}\text{O}),$$

то окончательно получаем

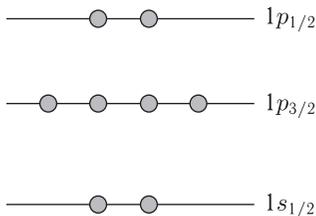
$$\begin{aligned} \Delta(1p_{1/2} - 1d_{5/2}) &= 2W({}^{16}\text{O}) - W({}^{15}\text{O}) - W({}^{17}\text{O}) = \\ &= (2 \cdot 127,619 - 111,956 - 131,763) \text{ МэВ} = 11,5 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Возбужденное состояние ядра ${}^{16}_8\text{O}$, которое можно трактовать как переход нуклона $1p_{1/2} \rightarrow 1d_{5/2}$ должно иметь спин-четность $J^P = (2, 3)^-$. Этим условием удовлетворяет второе возбужденное состояние 3^- с энергией 6,13 МэВ. Эта энергия существенно ниже предсказываемого одночастичной моделью оболочек значения 11,5 МэВ, что говорит об ограниченности этой модели в описании возбужденных состояний атомных ядер.

2.7.24. Исходя из модели оболочек оценить отношение сечений реакций подхвата нейтрона налетающим протоном ${}^{16}_8\text{O}(p, d){}^{15}_8\text{O}$ с образованием конечного ядра в основном состоянии и в состоянии ($J^P = 3/2^-$). Предполагается прямой механизм реакции.

Нейтронная конфигурация основного состояния ядра ${}^{16}_8\text{O} - (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2$. Она показана на рисунке. Реакция подхвата нейтрона протоном при-

водит к образованию нейтронной дырки в разных состояниях ядра $^{16}_8\text{O}$. Это состояния $(1p_{1/2})^{-1}$, $(1p_{3/2})^{-1}$ и $(1s_{1/2})^{-1}$. Первое из них соответствует основному состоянию конечного ядра с $J^P = 1/2^-$, два остальных — возбужденным с $J^P = 3/2^-$ и $J^P = 1/2^+$ соответственно.



Итак, имеем:

$$^{16}_8\text{O}(p, d) \rightarrow ^{15}_8\text{O}_{\text{осн.}}(1/2^-) - \text{конечная нейтронная конфигурация} \\ (1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^1;$$

$$^{16}_8\text{O}(p, d) \rightarrow ^{15}_8\text{O}_{\text{возб.}}(3/2^-) - \text{конечная нейтронная конфигурация} \\ (1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^3 (1p_{1/2})^2.$$

Сечения указанных процессов пропорциональны вероятностям подхвата нейтрона из соответствующих подоболочек, и в первом приближении определяются числами нейтронов $\nu_n = 2j + 1$ на этих подоболочках (см. (1.8.28)). Здесь j — полный момент нуклона на подоболочке. Таким образом, для отношения искомых эффективных сечений (вероятностей) получаем

$$\frac{\sigma_{3/2^-}}{\sigma_{\text{осн.}}} \approx \frac{\nu_n(1p_{3/2})}{\nu_n(1p_{1/2})} = \frac{4}{2} = 2.$$

2.7.25. Ядро $^{40}_{20}\text{Ca}$ поглощает электрический дипольный (E1) γ -квант. Какие одночастичные переходы возможны?

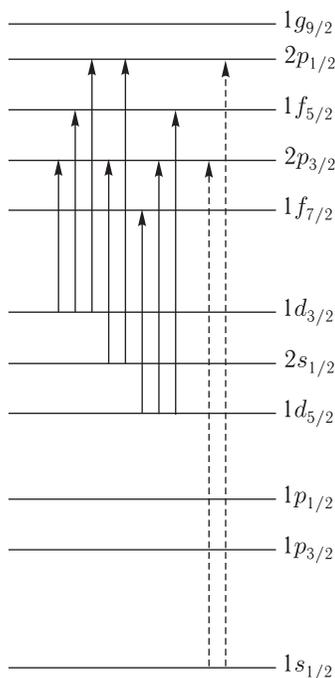
Согласно одночастичной модели спин и четность основного состояния ядра $^{40}_{20}\text{Ca} - 0^+$. В ядре $^{40}_{20}\text{Ca}$ полностью заполнены оболочки $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}-1p_{1/2}$, $1d_{5/2}-2s_{1/2}-1d_{3/2}$. Оболочка $1f_{7/2}-2p_{3/2}-1f_{5/2}-2p_{1/2}-1g_{9/2}$ вакантна. При поглощении E1-фотона законы сохранения момента и четности допускают для возбужденных состояний ядра лишь спин-четность 1^- . Наиболее низколежащим возбужденным состоянием будут соответствовать одночастичные переходы нуклонов из третьей оболочки в четвертую, вакантную оболочку. При этом будут образовываться состояния типа «одна частица — одна дырка» (*1 particle — 1 hole*). Спин таких состояний

$$\vec{J} = \vec{j}_p + \vec{j}_h = \vec{1},$$

где \vec{j}_p и \vec{j}_h — полные моменты частицы и дырки соответственно. Этому условию соответствуют следующие переходы (сплошные стрелки на рисунке):

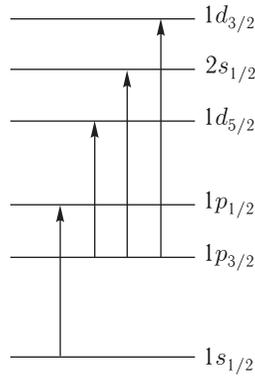
$$\begin{aligned} 1d_{3/2} &\rightarrow 2p_{3/2}, & 1d_{3/2} &\rightarrow 1f_{5/2}, & 1d_{3/2} &\rightarrow 2p_{1/2}, \\ 2s_{1/2} &\rightarrow 2p_{3/2}, & 2s_{1/2} &\rightarrow 2p_{1/2}, \\ 1d_{5/2} &\rightarrow 1f_{7/2}, & 1d_{5/2} &\rightarrow 2p_{3/2}, & 1d_{5/2} &\rightarrow 1f_{5/2}. \end{aligned}$$

При этом закон сохранения четности также выполняется, так как переходы происходят в состояния с противоположной четностью. При поглощении E1-фотонов достаточно большой энергии возможно возбуждение и других частично-дырочных состояний. Например, при переходе нуклонов из первой оболочки в четвертую, это переходы $1s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$ и $1s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ (пунктирные стрелки на рисунке).



2.7.26. Ядро $^{12}_6\text{C}$ поглощает электрический дипольный (E1) γ -квант. Какие одночастичные переходы возможны?

Основное состояние ядра $^{12}_6\text{C}$ имеет спин и четность 0^+ , у него полностью заполнены первая оболочка ($1s_{1/2}$) и подоболочка $1p_{3/2}$ второй оболочки. При поглощении E1-фотонов возможны переходы нуклонов из второй оболочки в третью ($1d2s$) и из первой оболочки в вакантные состояния второй оболочки, при которых суммарный момент частицы и дырки в образовавшемся состоянии типа частица-дырка равен 1. При этом закон сохранения четности будет выполнен, так как четность состояний при переходе из первой во вторую и из второй в третью оболочки меняется, и четность таких состояний будет отрицательной, как и должно быть при поглощении E1-фотона. Это переходы $1s_{1/2} \rightarrow 1p_{1/2}$, $1p_{3/2} \rightarrow 1d_{5/2}$, $1p_{3/2} \rightarrow 2s_{1/2}$, $1p_{3/2} \rightarrow 1d_{3/2}$ (см. рисунок):



2.7.27. Ядро $^{12}_6\text{C}$ в основном состоянии поглощает M1- и E2-фотоны. Какие однонуклонные переходы возможны?

У ядра $^{12}_6\text{C}$ в основном состоянии заполнена оболочка $1s_{1/2}$ и подоболочка $1p_{3/2}$. Используя правила отбора (1.10.26) и (1.10.28) для электромагнитных переходов, получаем возможные однонуклонные M1- и E2-переходы, указанные на рис. 2.7.1.

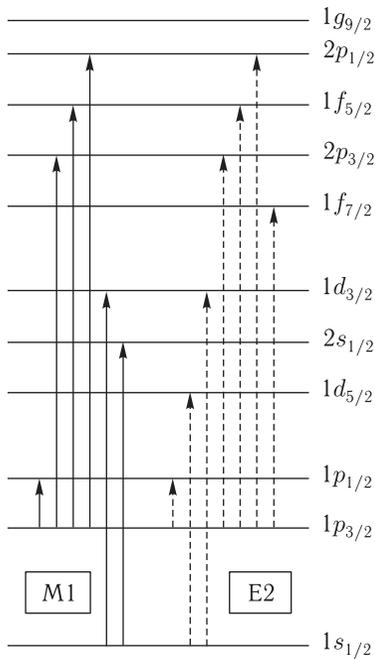


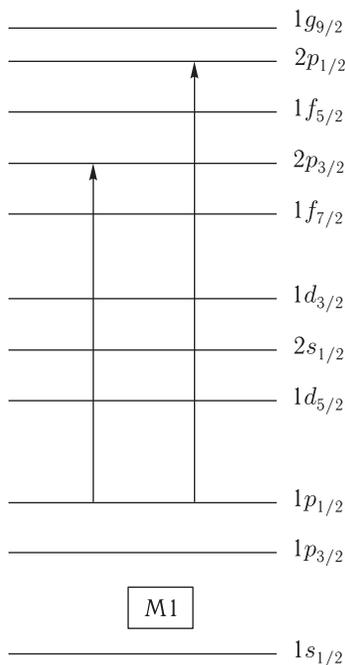
Рис. 2.7.1. M1- и E2-переходы однонуклонные переходы в ядре ^{12}C

2.7.28. Один из $1p_{3/2}$ -нуклонов ядра $^{12}_6\text{C}$ в результате поглощения фотона перешел в состояние $1p_{1/2}$. Определить тип (электрический или магнитный) и мультипольность (полный момент количества движения) поглощенного фотона.

При решении этой задачи воспользуемся решением задачи 1.8.19. Основное состояние ядра $^{12}_6\text{C}$ имеет спин-четность 0^+ . При нуклонном переходе $1p_{3/2} \rightarrow 1p_{1/2}$ возбужденное состояние может иметь спин-четность 1^+ или 2^+ . Соответственно первое из возможных состояний возбуждается M1-фотоном, а второе — E2-фотоном.

2.7.29. Ядро $^{16}_8\text{O}$, находящееся в основном состоянии, поглощает M1-фотон, в результате чего один из нуклонов его внешней подоболочки переходит в более высокорасположенную подоболочку. Что это за подоболочка?

У ядра $^{16}_8\text{O}$ в основном состоянии заполнена оболочка $1s_{1/2}$, подоболочки $1p_{3/2}$ и $1p_{1/2}$. Последняя подоболочка внешняя. Используя правила отбора (1.10.26) и (1.10.28) для электромагнитных переходов, получаем возможные однонуклонные M1-переходы из внешней подоболочки, указанные на рисунке. Внешний нуклон ядра $^{16}_8\text{O}$ в результате M1-перехода окажется либо на подоболочке $2p_{1/2}$, либо на подоболочке $2p_{3/2}$.



2.7.30. Показать, что с точки зрения квантовой механики не может быть вращения ядра вокруг оси симметрии и, как частный случай,

вращения сферического ядра вокруг любой оси, проходящей через его центр.

Рассмотрим вначале сферически симметричное ядро. В таком ядре ядерный потенциал, действующий на нуклоны, при повороте вокруг любой оси, проходящей через его центр, не меняется и, следовательно, не возникает сил, заставляющих нуклоны такого ядра согласованно участвовать во вращательном движении.

Более формальное рассуждение сводится к следующему. Волновая функция ψ сферически симметричного ядра не зависит от углов θ и φ сферической системы координат. Поэтому

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = 0.$$

Так как оператор \widehat{L}^2 квадрата полного орбитального момента количества движения в сферических координатах имеет вид

$$\widehat{L}^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right],$$

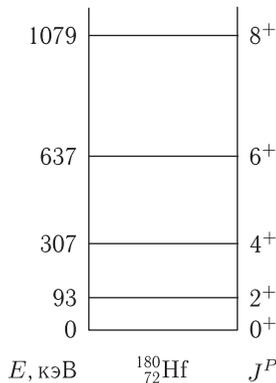
то отсюда следует, что для сферически симметричного ядра

$$\widehat{L}^2 \psi = \hbar^2 L(L+1)\psi = 0.$$

Это означает, что орбитальный момент количества движения сферического ядра равен нулю. Таким образом, у такого ядра нет состояний, отвечающих вращению.

Аналогично этому не имеет смысла говорить о вращении деформированного ядра, имеющего форму аксиально-симметричного эллипсоида (рис. 1.9.2), вокруг оси симметрии z , поскольку момент количества движения относительно этой оси также равен нулю. Вращения могут происходить вокруг осей x и y , перпендикулярных оси симметрии.

2.7.31. Показать, что спектр возбужденных состояний деформированного ядра ${}^{180}_{72}\text{Hf}$ представляет собой «вращательную полосу».



Для четно-четных деформированных ядер согласно (1.9.1) энергия вращательных состояний $E_{\text{вр}} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\Theta}$, где J — спин состояния, который

принимает лишь четные значения $J = 0, 2, 4, \dots$, а Θ — момент инерции ядра. Таким образом, отношение энергий вращательных уровней должно быть следующим:

$$\begin{aligned} E_{2+} : E_{4+} : E_{6+} : E_{8+} &= \\ &= J_{2+} (J_{2+} + 1) : J_{4+} (J_{4+} + 1) : J_{6+} (J_{6+} + 1) : J_{8+} (J_{8+} + 1) = \\ &= 2(2+1) : 4(4+1) : 6(6+1) : 8(8+1) = 3 : 10 : 21 : 36. \end{aligned}$$

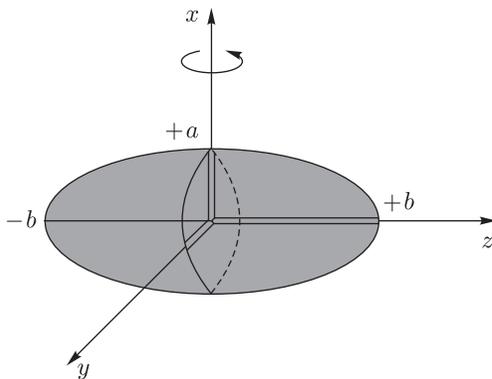
Подставим приведенные на рисунке значения энергий и получим:

$$\begin{aligned} E_{2+} : E_{4+} : E_{6+} : E_{8+} = 93 : 307 : 637 : 1079 &= \frac{93}{31} : \frac{307}{31} : \frac{637}{31} : \frac{1079}{31} = \\ &= 3 : 9,90 : 20,55 : 34,81. \end{aligned}$$

Полученные отношения, а также отсутствие в спектре уровней с $J = 1, 3, 5, \dots$, указывают, что это «вращательная полоса» ядра.

2.7.32. У ядра ${}_{66}^{152}\text{Dy}$ наблюдается очень длинная вращательная (ротационная) полоса уровней со спин-четностью $J^P = 2^+, 4^+, 6^+, \dots, 60^+$. Она отвечает вращению эллипсоида с соотношением полуосей $b : a : a = 2 : 1 : 1$. Какова скорость v движения нуклонов в процессе вращения в состоянии с $J^P = 60^+$ в самых отдаленных точках ядерного эллипсоида (т. е. на его концах), если считать, что ядро вращается как твердое тело?

Ядро ${}_{66}^{152}\text{Dy}$ представляет собой аксиально-симметричный вытянутый (вдоль оси z) эллипсоид — см. рисунок. Ядерный эллипсоид вращается вокруг оси (в данном случае это ось x), перпендикулярной его оси симметрии (оси z). При этом наибольшую скорость вращения имеют нуклоны, находящиеся на оси симметрии эллипсоида в точках максимального удаления от его центра симметрии, т. е. в точках $x = y = 0$ и $z = \pm b$.



Искомая угловая скорость вращения твердого эллипсоида вокруг оси x дается выражением $\omega = \frac{|\vec{L}|}{\Theta_{\text{тверд}}}$, где $|\vec{L}| = 60\hbar$, а $\Theta_{\text{тверд}}$ — момент инерции твер-

дого аксиального эллипсоида, который можно оценить с помощью соотношения (см. формулу (1.9.3))

$$\Theta_{\text{тверд}} = \frac{2}{5} m \bar{R}^2 = \frac{2}{5} A M_N \left(\frac{1}{2}\right)^2 (b+a)^2,$$

Здесь использовано то, что $\bar{R} = \frac{1}{2}(b+a)$, а масса ядра $m = A \cdot M_N$, где M_N — масса нуклона.

Если эллипсоид и сфера радиуса R имеют равные объемы, то можем записать $\frac{4}{3}\pi b a^2 = \frac{4}{3}\pi R^3$. Так как в данном случае $b = 2a$, то $b = \sqrt[3]{4} \cdot R$. Используя для R оценку $R = (1,0-1,1)A^{1/3} \text{ Фм} \approx 1,05A^{1/3} \text{ Фм}$, где $A = 152$, получаем

$$b = \sqrt[3]{4} \cdot R = \sqrt[3]{4} \cdot 1,05 \cdot 152^{1/3} \text{ Фм} \approx 8,9 \text{ Фм},$$

$$a \approx 4,4 \text{ Фм}.$$

Итак, имеем

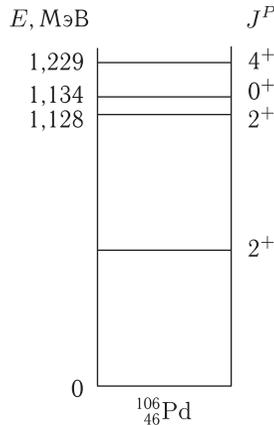
$$\omega = \frac{|\vec{L}|}{\Theta_{\text{тверд}}} = \frac{60\hbar \cdot c^2}{\frac{2}{5} A M_N c^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 (b+a)^2} =$$

$$= \frac{60 \cdot 6,58 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot c \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с})^2 \cdot 10}{152 \cdot 939 \text{ МэВ} \cdot (8,9 + 4,4)^2 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2} = 1,4 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1}.$$

Поскольку $b = 8,9 \text{ Фм}$, для максимальной линейной скорости v движения нуклонов в процессе вращения ядра получаем

$$v = b \cdot \omega = 8,9 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot 1,4 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1} \approx 1,25 \cdot 10^9 \text{ см/с} \approx 0,042 c.$$

2.7.33. На схеме показан спектр возбужденных состояний ядра $^{106}_{46}\text{Pd}$. Оценить энергию первого возбужденного состояния 2^+ .



Это типичный спектр квадрупольных колебаний сферически симметричного ядра, имеющего в основном состоянии $J^P = 0^+$. Квадрупольные колебания атомных ядер характеризуются фоном $J^P = 2^+$. Положение энергетических уровней определяется числом фононов n : $E_n = (n + 5/2)\hbar\omega$,

где $\hbar\omega$ — энергия квадрупольного фонона. На рисунке есть только два уровня с $J^P = 2^+$, нижний (искомый) уровень имеет $n = 1$, а второй $n = 2$. Тогда $E_0 = \frac{5}{2}\hbar\omega$, $E_1 = \frac{7}{2}\hbar\omega$, $E_2 = \frac{9}{2}\hbar\omega$. Энергия второго 2^+ -состояния $E_2 - E_0 = \left(\frac{9}{2} - \frac{5}{2}\right)\hbar\omega = 2\hbar\omega = 1,128$ МэВ. Энергия первого (искомого) 2^+ -состояния $E_1 - E_0 = \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2}\right)\hbar\omega = \hbar\omega = \frac{1,128 \text{ МэВ}}{2} = 0,564$ МэВ. Эксперимент дает для искомого уровня энергию 0,512 МэВ.

Еще раз подчеркнем, что для спектра квадрупольных колебаний четно-четных ядер, имеющих в основном состоянии $J^P = 0^+$, характерными особенностями являются следующие:

1. Первое возбужденное состояние имеет $J^P = 2^+$.
2. При энергиях возбуждения, вдвое превышающих энергию первого возбужденного состояния, должны находиться три состояния с примерно одинаковой энергией и имеющих квантовые характеристики $J^P = 0^+, 2^+, 4^+$, что соответствует сумме двух квадрупольных фононов 2^+ .

2.7.34. Показать, что момент количества движения J двух квадрупольных фононов 2^+ может принимать значения 0, 2 и 4. Значения $J = 1$ и 3 исключаются. Этот результат важен для понимания квантовых характеристик нижних вибрационных возбуждений четно-четных сферических ядер (§ 1.9.2 и задача 2.7.33).

Воспроизведем идеальный спектр нижних вибрационных состояний таких ядер (рис. 2.7.2):

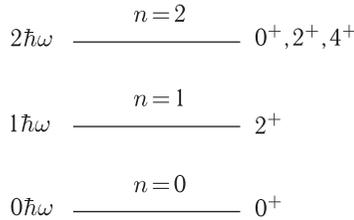


Рис. 2.7.2. Идеальный спектр нижних вибрационных (квадрупольных) состояний четно-четных сферических ядер

Формально выполненное векторное сложение моментов двух ($n = 2$) квадрупольных фононов дает следующие значения результирующего момента

$$J(n=2) = \left| \vec{2} + \vec{2} \right| = 0, 1, 2, 3, 4.$$

Уточнение набора этих значений проще всего осуществить с помощью так называемой *таблицы Слэтера* (табл. 2.4).

В этой таблице буквами m_1 и m_2 обозначены проекции углового момента на ось z каждого из двух квадрупольных фононов. Очевидно, что эти проекции могут принимать значения $0, \pm 1$ и ± 2 . При векторном сложении моментов их проекции суммируются. Составим таблицу (таблицу Слэтера), указывая в ней все возможные значения суммарной проекции $M = m_1 + m_2$.

Таблица 2.4

Таблица Слэтера для двух квадрупольных фононов

| $m_1 \backslash m_2$ | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 |
|----------------------|----|----|----|----|----|
| -2 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |
| -1 | -3 | -2 | -1 | 0 | +1 |
| 0 | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 |
| +1 | -1 | 0 | +1 | +2 | +3 |
| +2 | 0 | +1 | +2 | +3 | +4 |

Учтем, что рассматриваемые частицы тождественны (неразличимы). Ввиду этого два состояния, отличающиеся обменом m_1 и m_2 , являются одним и тем же состоянием, и необходимо исключить значения M , располагающиеся ниже диагонали. Значения на самой диагонали отвечают двум квадрупольным фононам, находящимся в одном и том же состоянии. Такие состояния разрешены, так как фононы подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Итак, после исключения значений M , расположенных ниже диагонали, получим следующий набор M , представленный в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Откорректированная таблица Слэтера для двух квадрупольных фононов

| $m_1 \backslash m_2$ | -2 | -1 | 0 | +1 | +2 |
|----------------------|----|----|----|----|----|
| -2 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |
| -1 | | -2 | -1 | 0 | +1 |
| 0 | | | 0 | +1 | +2 |
| +1 | | | | +2 | +3 |
| +2 | | | | | +4 |

Очевидно, $M_{\max} = 4$ соответствует $J = 4$. Но при $J = 4$ квантовое число M может принимать значения $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$. Перенесем их из табл. 2.5 на рис. 2.7.3 и исключим из дальнейшего рассмотрения. Для остающихся состояний максимальное M равно 2, что может соответствовать лишь $J = 2$. Если теперь исключить из рассмотрения все пять значений M , отвечающих $J = 2$ ($M = -2, -1, 0, +1, +2$), перенеся их на рис. 2.7.3, то в табл. 2.5 останется единственное состояние с $M = 0$, которое, очевидно, отвечает $J = 0$. Это единственное значение 0 также перенесем на рис. 2.7.3. Таким образом, на рис. 2.7.3 собраны все значения $M = m_1 + m_2$, отвечающие $J = 0, 2$ и 4.

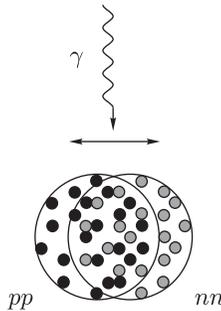
Итак, мы получили, что для двух квадрупольных фононов возможны лишь состояния с четными J :

$$J(2\hbar\omega) = 0, 2 \text{ и } 4.$$

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |
| | -2 | -1 | 0 | +1 |
| | | 0 | +1 | +2 |
| | | | +2 | +3 |
| | | | | +4 |

Рис. 2.7.3. Итоговый набор значений $M = m_1 + m_2$, разрешенных для двух квадрупольных фононов и объединенных в группы с $J = 0, 2$ и 4

2.7.35. При энергиях возбуждения атомных ядер > 10 МэВ в них возникают *поляризационные* коллективные электрические дипольные (E1) возбуждения (в четно-четном ядре это отвечает переходу $0^+ \rightarrow 1^-$), в процессе которых происходит динамическое пространственное разделение протонов и нейтронов ядра (см. нижеследующий рисунок). Показаны крайние положения протонной и нейтронной составляющих ядра в процессе этих колебаний (они меняются местами через половину периода). Частота подобных колебаний в ядрах $10^{21} - 10^{22}$ Гц. Максимум резонанса этих колебаний (называемого *гигантским дипольным резонансом*), хорошо видного в сечениях поглощения ядрами фотонов, располагается при энергиях $\hbar\omega = 13 - 25$ МэВ. Зависимость от массового числа A резонансной энергии этих колебаний имеет вид $\hbar\omega \approx \frac{75}{A^{1/3}}$ МэВ. Как велико среднее отклонение центров масс протонов и нейтронов в гигантском дипольном резонансе ядер с $Z = N = A/2$? Каково максимальное (амплитудное) отклонение? Получить численные оценки для ядра ${}^{40}_{20}\text{Ca}$.



При рассмотрении коллективных колебаний Z протонов относительно N нейтронов можно использовать формализм квантового гармонического осциллятора. Гамильтониан осциллятора может быть записан в следующем виде:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2,$$

где $\hbar\omega \approx \frac{75}{A^{1/3}}$ МэВ и $m = M_N \frac{\frac{A}{2} \cdot \frac{A}{2}}{\frac{A}{2} + \frac{A}{2}} = \frac{A}{4} M_N$ — приведенная масса ядра

по отношению к рассматриваемым колебаниям (M_N — масса нуклона). Схема уровней гармонического осциллятора приведена на рис. 1.8.2 слева. Осциллятор имеет эквидистантную систему уровней. Возбуждению гигантского дипольного резонанса отвечает переход системы из основного состояния в первое возбужденное ($0 \rightarrow \hbar\omega$). Для волновых функций нижайших осцилляторных состояний (основного и первого возбужденного) решение уравнения Шредингера дает (см. учебники по квантовой механике):

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi} \sqrt{x_0}} \cdot e^{-(x/x_0)^2/2}, \quad \psi_1 = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi} \sqrt{x_0}} \cdot \sqrt{2} \left(\frac{x}{x_0} \right) e^{-(x/x_0)^2/2},$$

где $x_0 = \sqrt{\hbar/m\omega}$.

Среднее отклонение $\langle x_1 \rangle$ в процессе колебаний протонов относительно нейтронов вычисляется с помощью диагонального матричного элемента $\langle \psi_1 | x | \psi_1 \rangle$:

$$\langle x_1 \rangle = \langle \psi_1 | x | \psi_1 \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} x_0 \int_0^{\infty} \left(\frac{x}{x_0} \right)^3 e^{-(x/x_0)^2} d\frac{x}{x_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} x_0.$$

Для ${}_{20}^{40}\text{Ca}$ имеем $\langle x_1 \rangle \approx 0,49$ Фм. Учитывая, что амплитуда x_1^{\max} колебаний в $\pi/2$ раз больше среднего значения $\langle x_1 \rangle$, получаем $x_1^{\max} = \frac{\pi}{2} \cdot \langle x_1 \rangle = 0,77$ Фм.

2.7.36. Рассмотрите возбуждение гигантского дипольного резонанса в несферическом ядре ${}_{66}^{152}\text{Dy}$ (параметры его несферичности приведены в задаче 2.7.32). Определите спектр энергий (характерных частот) электрических дипольных колебаний в этом ядре и соотношение вероятностей возбуждения колебаний с различными частотами.

Ядро ${}_{66}^{152}\text{Dy}$ аксиально-симметричное вытянутое (см. рис. к задаче 2.7.32). Длинная (вдоль оси z) полуось $b \approx 8,9$ Фм, короткие (вдоль осей x и y) полуоси $a \approx 4,4$ Фм. Резонансная частота (энергия) электрических дипольных колебаний (см. задачу 2.7.35) дается выражением $\hbar\omega \approx \frac{75}{A^{1/3}}$ МэВ. Если использовать формулу для радиуса ядра $R = r_0 \cdot A^{1/3}$, где $r_0 = (1,0 \div 1,1)$ Фм, то можно записать $\hbar\omega \approx 75 \frac{r_0}{R}$ МэВ $\approx \frac{80}{R}$ МэВ. Несферическое аксиальное ядро имеет две резонансные частоты электрических дипольных колебаний — вдоль и перпендикулярно оси симметрии. Их энергии для ядра ${}_{66}^{152}\text{Dy}$ соответственно

$$\hbar\omega_b = \frac{80}{b} \text{ МэВ} = \frac{80}{8,9} \text{ МэВ} \approx 9 \text{ МэВ},$$

$$\hbar\omega_a = \frac{80}{4,4} \text{ МэВ} \approx 18 \text{ МэВ}.$$

Для получения соотношения вероятностей возбуждения электрических дипольных колебаний вдоль различных осей ядерного эллипсоида используем чисто статистические соображения. Учитывая, что у ядерного эллипсоида, отвечающего ядру ${}_{66}^{152}\text{Dy}$, имеется две коротких (a) и одна длинная полуось (b), т.е. две «короткие» колебательные степени свободы и одна «длинная» колебательная степень свободы, вероятность возбуждения колебаний с энергией $\hbar\omega_a \approx 18$ МэВ будет в два раза больше, чем вероятность возбуждения колебаний с энергией $\hbar\omega_b \approx 9$ МэВ.

§2.8. Распады ядер. Радиоактивность

2.8.1. Активность препарата ${}_{15}^{32}\text{P}$ равна 2 мКи (микрочюри). Сколько весит такой препарат?

Закон радиоактивного распада: $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, где N_0 — количество радиоактивных ядер в произвольно выбранный начальный момент времени $t = 0$, $N(t)$ — количество радиоактивных ядер, не распавшихся к моменту времени t , λ — постоянная распада (вероятность распада ядра в единицу времени).

λN — активность радиоактивного препарата (число распадов в единицу времени). Она обычно измеряется в Ки (кюри), 1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ распадов/с.

$t_{1/2}$ — период полураспада (время, в течение которого количество радиоактивных ядер уменьшается в два раза). Для ${}_{15}^{32}\text{P}$ этот период равен 14,5 суток. Период полураспада $t_{1/2}$ связан с постоянной распада λ соотношением

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Количество ядер в образце массой m граммов дается соотношением $N = \frac{mN_A}{A}$, где N_A — число Авогадро, A — массовое число. Поскольку начальная активность препарата $\lambda N_0 = \frac{mN_A}{A} \cdot \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 2$ мКи, то его массу m дает следующий расчет:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\lambda N_0 \cdot t_{1/2} A}{N_A \cdot \ln 2} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ Ки} \cdot (3,7 \cdot 10^{10} \text{ распадов/с} \cdot \text{Ки}) \cdot 14,5 \text{ суток} \cdot 86\,400 \text{ с/сутки} \cdot 32}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot 0,693} = \\ &= 7,1 \cdot 10^{-12} \text{ г}. \end{aligned}$$

2.8.2. Во сколько раз число распадов ядер радиоактивного иода ${}_{53}^{131}\text{I}$ в течение первых суток больше числа распадов в течение вторых суток? Период полураспада изотопа ${}_{53}^{131}\text{I}$ равен 193 часам.

Из закона радиоактивного распада $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ следует, что в течение первых суток (первых 24 часов) распалось $N_1 = N_0 \int_0^{24} e^{-\lambda t} dt = \frac{N_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda \cdot 24})$ ядер, где λ здесь и дальше выражено в часах. В течение вторых суток распалось $N_2 = N_0 \int_{24}^{48} e^{-\lambda t} dt = \frac{N_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda \cdot 24}) e^{-\lambda \cdot 24}$ ядер. Отношение числа распадов за первые сутки к числу распадов за вторые сутки $\frac{N_1}{N_2} = e^{\lambda \cdot 24} = e^{\frac{24}{T_{1/2}} \ln 2}$, где $t_{1/2}$ — период полураспада ${}_{53}^{131}\text{I}$ в часах, связанный с λ соотношением $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$. Окончательно

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{24 \cdot 0,693}{t_{1/2}}} = e^{\frac{24 \cdot 0,693}{193}} = 1,09 \text{ раз.}$$

2.8.3. Определить энергию E , выделяемую 1 мг препарата ${}^{210}_{84}\text{Po}$ за времена, равные периоду полураспада $t_{1/2} = 138,4$ суток и среднему времени жизни τ , если при одном акте распада освобождается энергия $Q_\alpha = 5,4$ МэВ.

За время равное периоду полураспада распадается половина ядер ${}^{210}_{84}\text{Po}$, число которых определяется выражением $N = m \frac{N_A}{A}$, где m — масса препарата, N_A — число Авогадро, A — массовое число. Учитывая условия задачи, получаем:

$$N({}^{210}_{84}\text{Po}) = m \frac{N_A}{A} = 10^{-3} \text{ г} \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{210 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}} \approx 2,9 \cdot 10^{18} \text{ ядер полония.}$$

Выделяющаяся за время периода полураспада энергия дается выражением $E(t_{1/2}) = \frac{N}{2} \cdot Q_\alpha$. Таким образом, для данной задачи имеем

$$\begin{aligned} E(t_{1/2}) &= \frac{N}{2} \cdot Q_\alpha = \frac{2,9 \cdot 10^{18}}{2} \cdot 5,4 \text{ МэВ} = 0,78 \cdot 10^{19} \text{ МэВ} = \\ &= 0,78 \cdot 10^{19} \text{ МэВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж/МэВ} \approx 1,26 \cdot 10^6 \text{ Дж.} \end{aligned}$$

Количество ядер радиоактивного препарата за период времени, равный среднему времени жизни $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$, уменьшается в $e \approx 2,7$ раз. Поэтому имеем

$$E(\tau) = \left(N - \frac{N}{e}\right) \cdot Q_\alpha \approx 2,9 \cdot 10^{18} \cdot \left(1 - \frac{1}{2,7}\right) \cdot 5,4 \text{ МэВ} \approx 1,6 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

2.8.4. В результате α -распада радий ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ превращается в радон ${}^{222}_{86}\text{Rn}$. Какой объем радона при нормальных условиях будет находиться в равновесии с 1 г радия? Период полураспада ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ равен 1600 лет, период полураспада ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ — 3,82 дня.

В данной последовательности распадов устанавливается вековое равновесие (см. § 1.10.1). При установлении векового равновесия количество радиоактивных ядер обоих изотопов и их постоянные распада связаны уравнением $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$ (см. соотношение (1.10.5)), откуда $N_{\text{Rn}} = N_{\text{Ra}} \frac{\lambda_{\text{Ra}}}{\lambda_{\text{Rn}}} = N_1 \frac{t_{1/2}^{\text{Rn}}}{t_{1/2}^{\text{Ra}}}$, где $t_{1/2}^{\text{Ra}}$ и $t_{1/2}^{\text{Rn}}$ — периоды полураспада ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ и ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ соответственно. Количество ядер ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ дается соотношением $N_{\text{Ra}} = \frac{m N_A}{M_M}$, где m — масса источника, M_M — молярная масса ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ (численно равная массовому числу A ядер источника) и N_A — число Авогадро. Искомый объем $V = \frac{V_M N_{\text{Rn}}}{N_A}$, где V_M — молярный объем газа (22,4 л/моль). Окончательно получаем

$$\begin{aligned} V &= \frac{V_M \cdot m \cdot t_{1/2}^{\text{Rn}}}{M_M \cdot t_{1/2}^{\text{Ra}}} = \frac{22,4 \text{ л/моль} \cdot 1 \text{ г} \cdot 3,82 \text{ дня}}{226 \text{ г/моль} \cdot 1600 \text{ лет} \cdot 365 \text{ дней/год}} = \\ &= 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ л} = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3. \end{aligned}$$

2.8.5. В естественной смеси изотопов урана — 99,27 % урана-238 и 0,27 % урана-235. Оба изотопа подвержены α -распаду. Попробуйте

ответить на два вопроса: 1) Каков возраст вещества Солнечной системы, если предположить, что при ее образовании оба изотопа урана присутствовали в этом веществе в равных количествах? 2) Как много ${}^{238}_{92}\text{U}$ распалось с момента образования земной коры ($t_k \approx 2,5 \cdot 10^9$ лет)?

1) Используем формулу $N = N_0 e^{-\lambda t}$. Тогда возраст t_c Солнечной системы находится из соотношения

$$\frac{e^{-\lambda_{238} t_c}}{e^{-\lambda_{235} t_c}} = \frac{99,27}{0,72},$$

где индексы 238 и 235 отмечают соответствующие изотопы урана. Учтывая, что λ и период полураспада $t_{1/2}$ связаны соотношением $\lambda = \ln 2/t_{1/2} \approx 0,693/t_{1/2}$ и то, что $t_{1/2}(238) = 4,468 \cdot 10^9$ лет, а $t_{1/2}(235) = 7,04 \cdot 10^8$ лет, получаем

$$\begin{aligned} t_c &= \frac{t_{1/2}(238) \cdot t_{1/2}(235)}{t_{1/2}(238) - t_{1/2}(235)} \cdot \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{e^{-\lambda_{238} t_c}}{e^{-\lambda_{235} t_c}} = \\ &= \frac{44,68 \cdot 7,04}{44,68 - 7,04} \cdot \frac{1}{0,693} \ln \frac{99,27}{0,72} = 5,93 \cdot 10^9 \text{ лет.} \end{aligned}$$

Изотопный анализ метеоритов приводит к возрасту Солнечной системы $t_c \approx 4,6 \cdot 10^9$ лет.

2) В течение $t_k \approx 2,5 \cdot 10^9$ лет доля распавшихся ядер ${}^{238}_{92}\text{U}$ составила $1 - e^{-\lambda_{238} t_k}$. Для этой доли получаем

$$1 - e^{-\lambda_{238} t_k} = 1 - e^{-\left(\frac{0,693}{4,468 \cdot 10^9 \text{ лет}}\right) 2,5 \cdot 10^9 \text{ лет}} = 0,32.$$

2.8.6. Используя формулу Вайцзеккера (1.8.7) и энергию связи α -частицы ($W_\alpha = 28,3$ МэВ), оценить, начиная с какого массового числа A становится энергетически возможным α -распад.

α -распаду отвечает процесс $(A, Z) \rightarrow (A - 4, Z - 2) + \alpha$. Этот процесс энергетически возможен, если он идет с выделением энергии, т. е. если энергия α -распада $Q_\alpha > 0$. Выразим Q_α через массы M и энергии связи W участвующих ядер:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= [M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - m_\alpha] c^2 = \\ &= W_\alpha - [W(A, Z) - W(A - 4, Z - 2)] = W_\alpha - \Delta W, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Delta W &= W(A, Z) - W(A - 4, Z - 2) = \Delta Z \frac{\partial W(A, Z)}{\partial Z} + \Delta A \frac{\partial W(A, Z)}{\partial A} = \\ &= 2 \frac{\partial W(A, Z)}{\partial Z} + 4 \frac{\partial W(A, Z)}{\partial A}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$Q_\alpha = W_\alpha - 2 \frac{\partial W(A, Z)}{\partial Z} - 4 \frac{\partial W(A, Z)}{\partial A}.$$

Далее преобразуем это выражение, используя для энергии связи ядра формулу Вайцзеккера (1.8.7), в которой пренебрегаем последним слагаемым (энергией

спаривания). Получаем:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= W_\alpha - 2 \frac{\partial W(A, Z)}{\partial Z} - 4 \frac{\partial W(A, Z)}{\partial A} = \\ &= W_\alpha - 4a_v + \frac{8}{3} a_s \frac{1}{A^{1/3}} + 4a_c A^{2/3} \frac{Z}{A} - 4a_{\text{sym}} \left(1 - 2 \frac{Z}{A}\right)^2 = \\ &= \left[-34,1 + \frac{45,9}{A^{1/3}} + 2,88 A^{2/3} \frac{Z}{A} - 94,4 \left(1 - 2 \frac{Z}{A}\right)^2 \right] \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

В качестве $\frac{Z}{A}$ в этом соотношении используем условие для линии стабильности (1.8.10):

$$\frac{Z}{A} = \frac{1}{0,015 A^{2/3} + 2}.$$

Совместное использование двух вышенаписанных соотношений приводит к выводу о том, что $Q_\alpha > 0$ при $A > 150$. Решение проще всего получить подбором, двигаясь вдоль линии стабильности (1.8.10).

2.8.7. Определить кинетические энергии α -частицы и конечного ядра при α -распаде ${}_{83}^{212}\text{Bi} \rightarrow {}_{81}^{208}\text{Tl} + \alpha$. Энергии связи ${}_{83}^{212}\text{Bi}$, ${}_{81}^{208}\text{Tl}$ и ${}_{2}^4\text{He}$ следующие: $W({}_{83}^{212}\text{Bi}) = 1654,37$ МэВ, $W({}_{81}^{208}\text{Tl}) = 1632,28$ МэВ и $W_\alpha = 28,30$ МэВ.

Воспользуемся формулами (1.10.3)

$$\begin{aligned} T_\alpha &\approx Q_\alpha \frac{A-4}{A}, \\ T_{A-4} &\approx Q_\alpha \frac{4}{A}, \end{aligned}$$

где T_α и T_{A-4} — кинетические энергии α -частицы и конечного ядра, A — массовое число начального ядра, а Q_α — энергия α -распада, определяемая через массы и энергии связи W участвующих объектов с помощью соотношений

$$Q_\alpha = [M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - m_\alpha]c^2 = W(A-4, Z-2) + W_\alpha - W(A, Z).$$

Получаем

$$Q_\alpha = (1632,28 + 28,30 - 1654,37) \text{ МэВ} = 6,21 \text{ МэВ},$$

$$T_\alpha \approx Q_\alpha \frac{A-4}{A} = 6,21 \frac{212-4}{212} \text{ МэВ} = 6,09 \text{ МэВ},$$

$$T_{A-4} \approx Q_\alpha \frac{4}{A} = 6,21 \frac{4}{212} \text{ МэВ} = 0,12 \text{ МэВ}.$$

2.8.8. Определить энергии α -частиц, возникающих при распаде покоящегося ядра ${}_{4}^8\text{Be}$. Воспользоваться энергиями связи W ядер ${}_{4}^8\text{Be}$ и ${}_{2}^4\text{He}$ равными соответственно 56,5 и 28,3 МэВ.

В рассматриваемом распаде ${}_{4}^8\text{Be} \rightarrow \alpha + \alpha$ альфа-частицы летят в противоположные стороны с одинаковыми кинетическими энергиями T_α . Находим энергию α -распада:

$$Q_\alpha = 2W_\alpha - W_{\text{Be}} = 2 \cdot 28,3 \text{ МэВ} - 56,5 \text{ МэВ} = 0,1 \text{ МэВ}.$$

Эта энергия поровну делится между двумя α -частицами. Таким образом, $T_\alpha = Q_\alpha/2 = 0,05 \text{ МэВ} = 50 \text{ кэВ}$.

2.8.9. Энергия α -частиц в распаде ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$ равна 5,2 МэВ. Определить кинетическую энергию конечного ядра. Начальное ядро перед распадом покоилось.

Воспользуемся формулами (1.10.3)

$$T_\alpha \approx Q_\alpha \frac{A-4}{A},$$

$$T_{A-4} \approx Q_\alpha \frac{4}{A},$$

где T_α и T_{A-4} — кинетические энергии α -частицы и конечного ядра, A — массовое число начального ядра, а Q_α — энергия α -распада. Имеем

$$T_{\text{Pb}} \approx Q_\alpha \frac{4}{210}, \quad Q_\alpha \approx T_\alpha \frac{210}{206}.$$

Следовательно

$$T_{\text{Pb}} \approx Q_\alpha \frac{4}{210} = T_\alpha \frac{210}{206} \cdot \frac{4}{210} = T_\alpha \frac{4}{206} = 5,2 \frac{4}{206} \text{ МэВ} \approx 0,1 \text{ МэВ}.$$

2.8.10. В α -спектре ядра ${}^{212}_{83}\text{Bi}$, распадающегося из основного состояния, помимо основной группы α -частиц с энергиями 6,09 МэВ (см. задачу 2.8.7) обнаружены две менее интенсивные группы α -частиц с энергиями 5,60 и 5,48 МэВ. Определить энергии уровней конечного ядра.

α -распад происходит по схеме ${}^{212}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^{208}_{81}\text{Tl} + \alpha$. Структура спектра α -частиц ядра ${}^{212}_{83}\text{Bi}$ обусловлена распадами в различные состояния конечного ядра ${}^{208}_{81}\text{Tl}$. Наиболее энергичная группа α -частиц ($T_{\alpha_0} = 6,09 \text{ МэВ}$) отвечает распаду с образованием конечного ядра в основном состоянии. α -частицы с меньшими энергиями ($T_{\alpha_1} = 5,60 \text{ МэВ}$ и $T_{\alpha_2} = 5,48 \text{ МэВ}$) возникают при образовании конечного ядра в возбужденных состояниях. Для нахождения энергий уровней конечного ядра достаточно знать энергии α -распада Q_{α_0} , Q_{α_1} и Q_{α_2} , отвечающие соответствующим группам α -частиц с T_{α_0} , T_{α_1} и T_{α_2} . Между энергиями α -распада Q_{α_i} и кинетическими энергиями соответствующих α -частиц T_{α_i} имеет место следующая связь (см. формулы (1.10.3)):

$$Q_{\alpha_i} \approx T_{\alpha_i} \frac{A}{A-4}.$$

При этом энергии уровней конечного ядра определяются соотношениями $E_i = Q_{\alpha_0} - Q_{\alpha_i}$. Проведем необходимые вычисления, используя то, что $Q_{\alpha_0} = 6,21 \text{ МэВ}$ (см. задачу 2.8.7)

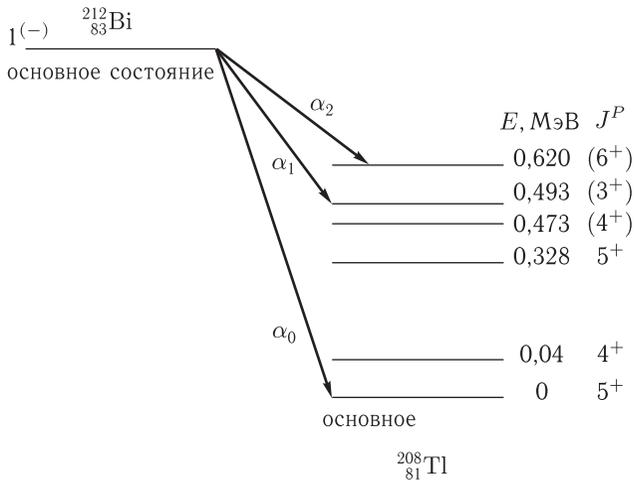
$$Q_{\alpha_1} \approx T_{\alpha_1} \frac{A}{A-4} = 5,60 \frac{212}{208} \text{ МэВ} = 5,71 \text{ МэВ},$$

$$Q_{\alpha_2} \approx T_{\alpha_2} \frac{A}{A-4} = 5,48 \frac{212}{208} \text{ МэВ} = 5,59 \text{ МэВ}.$$

$$E_1 = Q_{\alpha_0} - Q_{\alpha_1} = (6,21 - 5,71) \text{ МэВ} = 0,50 \text{ МэВ}.$$

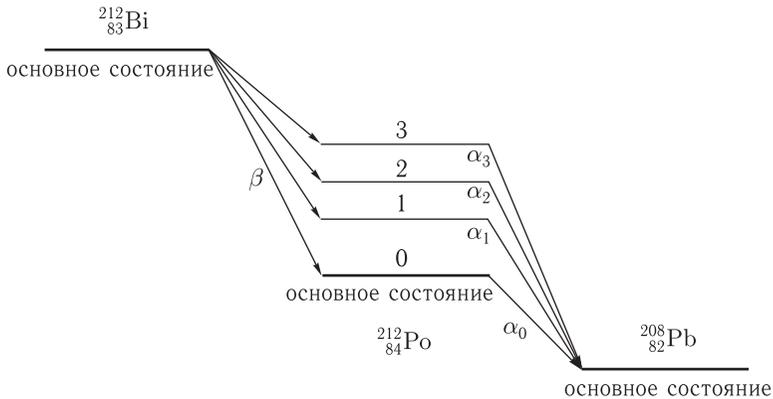
$$E_2 = Q_{\alpha_0} - Q_{\alpha_2} = (6,21 - 5,59) \text{ МэВ} = 0,62 \text{ МэВ}.$$

Ниже приведена диаграмма α -распада ядра ${}^{212}_{83}\text{Bi}$ с указанием характеристик уровней конечного ядра.



2.8.11. При изучении α -распада ядра $^{212}_{84}\text{Po}$ наряду с основной группой α -частиц с энергией $T_{\alpha_0} = 8,94$ МэВ наблюдались три группы частиц α_1 , α_2 и α_3 с энергиями 9,49 МэВ, 10,42 МэВ и 10,53 МэВ. Определить энергии уровней ядра $^{212}_{84}\text{Po}$, считая, что во всех случаях α -распада дочернее ядро образуется в основном состоянии.

α -распаду ядра $^{212}_{84}\text{Po}$ предшествует β -распад ядра $^{212}_{83}\text{Bi}$ из основного состояния. Цепочка распадов имеет вид $^{212}_{83}\text{Bi} \xrightarrow{\beta^-} ^{212}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{208}_{82}\text{Pb} + \alpha$. Схема распада приведена на рисунке.



Решение получаем в два этапа. Вначале (см. предыдущую задачу), используя соотношение

$$Q_{\alpha_i} \approx T_{\alpha_i} \frac{A}{A-4},$$

получаем энергии α -распада Q_{α_i} для различных групп α -частиц:

$$Q_{\alpha_0} \approx T_{\alpha_0} \frac{A}{A-4} = 8,94 \frac{212}{208} \text{ МэВ} = 9,11 \text{ МэВ},$$

$$Q_{\alpha_1} \approx T_{\alpha_1} \frac{212}{208} = 9,49 \frac{212}{208} \text{ МэВ} = 9,67 \text{ МэВ},$$

$$Q_{\alpha_2} \approx T_{\alpha_2} \frac{212}{208} = 10,42 \frac{212}{208} \text{ МэВ} = 10,62 \text{ МэВ},$$

$$Q_{\alpha_3} \approx T_{\alpha_3} \frac{212}{208} = 10,53 \frac{212}{208} \text{ МэВ} = 10,73 \text{ МэВ}.$$

Затем с помощью формулы $E_i = Q_{\alpha_0} - Q_{\alpha_i}$ определяем энергии возбуждения уровней 1, 2, 3 ядра ${}_{84}^{212}\text{Po}$, с которых происходит α -распад (см. рисунок). Итак, получаем $E_0 = 0$ (основное состояние), $E_1 = 0,56 \text{ МэВ}$, $E_2 = 1,51 \text{ МэВ}$, $E_3 = 1,62 \text{ МэВ}$.

2.8.12. Определить разность масс в атомных единицах массы ядра ${}_{94}^{236}\text{Pu}$, испытывающего α -распад, и конечного ядра, если известно, что испускание α -частицы с энергией $T_{\alpha} = 5,77 \text{ МэВ}$ приводит к образованию конечного ядра в основном состоянии.

Рассматривается процесс $(Z, A) \rightarrow (Z-2, A-4) + \alpha$. Имеем (см. соотношения (1.10.3)):

$$T_{\alpha} \approx Q_{\alpha} \frac{A-4}{A},$$

где Q_{α} — энергия α -распада, которая выражается через массы участвующих объектов с помощью соотношения

$$Q_{\alpha} = [M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - m_{\alpha}]c^2.$$

Отсюда для искомой разности масс начального и конечного ядра получаем

$$\begin{aligned} \Delta M c^2 &= [M(A, Z) - M(A-4, Z-2)]c^2 \approx T_{\alpha} \frac{A}{A-4} + m_{\alpha} c^2 = \\ &= T_{\alpha} \frac{A}{A-4} + (2m_p c^2 + 2m_n c^2 - W_{\alpha}). \end{aligned}$$

Здесь использовано $m_{\alpha} c^2 = 2m_p c^2 + 2m_n c^2 - W_{\alpha}$, где W_{α} — энергия связи α -частицы (28,3 МэВ).

В нашем случае мы имеем дело с распадом ${}_{94}^{236}\text{Pu} \rightarrow {}_{92}^{232}\text{U} + \alpha$. Таким образом,

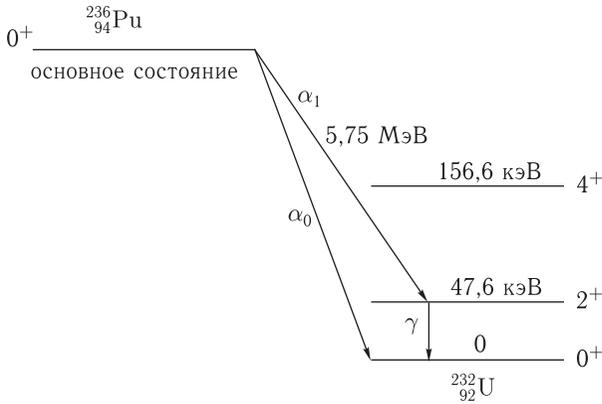
$$\begin{aligned} \Delta M c^2 &\approx [M({}_{94}^{236}\text{Pu}) - M({}_{92}^{232}\text{U})]c^2 \approx \\ &\approx 5,77 \frac{236}{232} \text{ МэВ} + (2 \cdot 938,3 + 2 \cdot 939,6 - 28,3) \text{ МэВ} = 3733,4 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Следовательно $\Delta M_{\text{Pu-U}} = 3733,4 \frac{\text{МэВ}}{c^2}$. Учитывая, что 1 а.е.м. $\approx 931,494 \frac{\text{МэВ}}{c^2}$, окончательно получаем

$$\Delta M_{\text{Pu-U}} (\text{а.е.м.}) \approx \frac{3733,4}{931,494} \text{ а.е.м.} = 4,008 \text{ а.е.м.}$$

2.8.13. Найдите максимальную энергию α -распада ядра ${}_{94}^{236}\text{Pu}$, если известно, что в спектре есть группа α -частиц с энергией $T_{\alpha_1} = 5,75 \text{ МэВ}$, испускание которых приводит к образованию конечного ядра в первом возбужденном состоянии 2^+ с энергией 47,6 кэВ, причем при переходе этого состояния в основное излучается фотон.

Распад идет по схеме ${}^{236}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{232}_{92}\text{U}^* + \alpha$, где ${}^{232}_{92}\text{U}^*$ — ядро урана в первом возбужденном состоянии, которое затем переходит в основное состояние, испуская фотон: ${}^{232}_{92}\text{U}^* \rightarrow {}^{232}_{92}\text{U} + \gamma$. Схема распада показана на рисунке.



Отдачей ядра при испускании фотона можно пренебречь в силу ее крайней малости. В то же время отдача ядра при испускании α -частицы должна быть учтена. Поэтому энергия α -частиц, оставляющих ядро ${}^{232}_{92}\text{U}$ в основном состоянии, с большой точностью дается соотношением

$$T_{\alpha_0} = T_{\alpha_1} + E_{\gamma} = (5,75 + 0,0475) \text{ МэВ} \approx 5,80 \text{ МэВ}.$$

Далее, максимальную энергию α -распада Q_{α_0} , отвечающую заселению основного состояния ядра ${}^{232}_{92}\text{U}$ (распад α_0 на рисунке) находим с помощью формулы $Q_{\alpha_0} \approx T_{\alpha_0} \frac{A}{A-4}$ (см. формулы (1.10.3) и задачу 2.8.10). Имеем

$$Q_{\alpha_0} \approx T_{\alpha_0} \frac{A}{A-4} = 5,80 \cdot \frac{236}{236-4} \text{ МэВ} = 5,9 \text{ МэВ}.$$

Правильность ответа проверяем независимым вычислением, использующим энергии связи W участвующих ядер (см. задачу 2.8.7):

$$\begin{aligned} Q_{\alpha} &= [M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - m_{\alpha}]c^2 = \\ &= W(A-4, Z-2) + W_{\alpha} - W(A, Z) = \\ &= (1766,0 + 28,3 - 1788,4) \text{ МэВ} = 5,9 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.8.14. Четно-четное ядро в основном состоянии распадается, испуская α -частицу. Какие спин и четность J^P возможны для дочернего ядра?

Четно-четное ядро в основном состоянии, как и α -частица, имеет характеристики 0^+ . Поэтому законы сохранения полного момента количества движения и четности для данного случая имеют вид

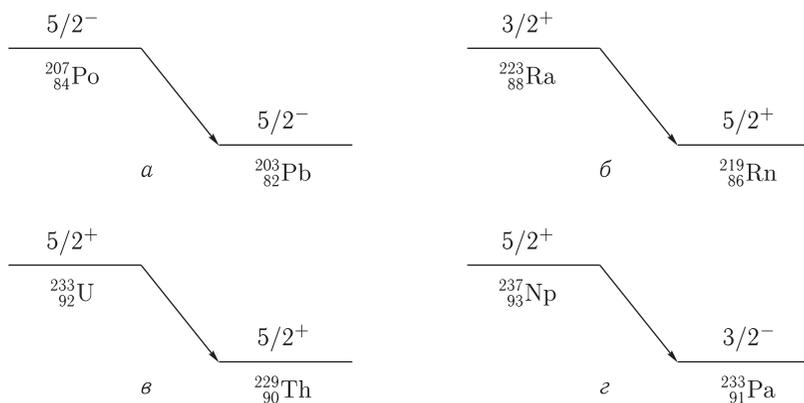
$$\vec{0} = \vec{J} + \vec{L}.$$

Четность начального ядра =

$$= (\text{четность } \alpha\text{-частицы}) \cdot P \cdot (-1)^L \text{ или } P = (-1)^L,$$

где $0, J, L$ — соответственно спины начального ядра, конечного ядра и относительный орбитальный момента конечного ядра и α -частицы, а P — четность конечного ядра. Из приведенных соотношений получаем следующий набор возможных спинов и четностей конечного ядра: $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, \dots$

2.8.15. Определить орбитальный момент l , уносимый α -частицей в следующих распадах:



α -частица имеет собственный момент (спин) $s_\alpha = 0$. Поэтому полный момент J , уносимый α -частицей, будет определяться ее орбитальным моментом $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}_\alpha = \vec{l}$ или $J = l$. Спин и четность начального (J_i, p_i) и конечного (J_f, p_f) состояний ядра связаны с орбитальным моментом l , уносимым α -частицей, соотношениями $|J_i - J_f| \leq l \leq J_i + J_f$, $\frac{p_i}{p_f} = (-1)^l$. Таким обра-

зом, в случае «а» четность не меняется и поэтому $l = 0, 2, 4$; в случае «б» четность не меняется и $l = 2, 4$; в случае «в» четность не меняется и $l = 0, 2, 4$; и в случае «г» четность меняется и $l = 1, 3$.

2.8.16. Получить выражения для энергий трех видов β -распада (β^- , β^+ и e -захвата) через энергии связи W участвующих ядер.

Из (1.10.7) получаем

$$\begin{aligned}
 Q_{\beta^-} &= [M(A, Z) - M(A, Z + 1) - m_e]c^2 = \\
 &= W(A, Z + 1) - W(A, Z) + (m_n - m_p)c^2 - m_e c^2 = \\
 &= W(A, Z + 1) - W(A, Z) + 1,29 \text{ МэВ} - 0,51 \text{ МэВ} = \\
 &= W(A, Z + 1) - W(A, Z) + 0,78 \text{ МэВ}, \\
 Q_{\beta^+} &= [M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_e]c^2 = \\
 &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) + (m_p - m_n)c^2 - m_e c^2 = \\
 &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 1,29 \text{ МэВ} - 0,51 \text{ МэВ} = \\
 &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 1,80 \text{ МэВ}, \\
 Q_e &= [M(A, Z) - M(A, Z - 1) + m_e]c^2 = Q_{\beta^+} + 2m_e c^2 = \\
 &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 0,78 \text{ МэВ}.
 \end{aligned}$$

2.8.17. Энергии связи ядер $^{114}_{48}\text{Cd}$, $^{114}_{49}\text{In}$ и $^{114}_{50}\text{Sn}$ равны соответственно 972,63 МэВ, 970,42 МэВ и 971,61 МэВ. Определить возможные виды β -распада ядра $^{114}_{49}\text{In}$.

Необходимо проанализировать возможность следующих распадов ядра $^{114}_{49}\text{In}$:

$$\beta^- \text{-распад: } ^{114}_{49}\text{In} \rightarrow ^{114}_{50}\text{Sn} + e^- + \bar{\nu}_e,$$

$$\beta^+ \text{-распад: } ^{114}_{49}\text{In} \rightarrow ^{114}_{48}\text{Cd} + e^+ + \nu_e,$$

$$e \text{-захват: } ^{114}_{49}\text{In} + e^- \rightarrow ^{114}_{48}\text{Cd} + \nu_e.$$

Если энергия распада положительна, то ядро неустойчиво к распаду этого типа. Рассчитаем энергии распадов Q_{β^-} , Q_{β^+} и Q_e . Имеем (см. формулы в задаче 2.8.16)

$$\begin{aligned} \beta^- \text{-распад: } Q_{\beta^-} &= W(^{114}_{50}\text{Sn}) - W(^{114}_{49}\text{In}) + 0,78 \text{ МэВ} = \\ &= (971,61 - 970,42 + 0,78) \text{ МэВ} = 1,97 \text{ МэВ} > 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta^+ \text{-распад: } Q_{\beta^+} &= W(^{114}_{48}\text{Cd}) - W(^{114}_{49}\text{In}) - 1,80 \text{ МэВ} = \\ &= (972,63 - 970,42 - 1,80) \text{ МэВ} = 0,41 \text{ МэВ} > 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e \text{-захват: } Q_e &= W(^{114}_{48}\text{Cd}) - W(^{114}_{49}\text{In}) - 0,78 \text{ МэВ} = \\ &= (972,63 - 970,42 - 0,78) \text{ МэВ} = 1,43 \text{ МэВ} > 0. \end{aligned}$$

Таким образом, ядро $^{114}_{49}\text{In}$ испытывает все три вида β -распада.

2.8.18. По энергиям связи $W(A, Z)$ ядер $^{16}_6\text{C}$, $^{16}_7\text{N}$ и $^{16}_8\text{O}$ (соответственно 110,8, 118,0 и 127,6 МэВ) установить возможные типы β -распада ядра $^{16}_7\text{N}$. Для возможных распадов определить освобождающуюся энергию.

Используем формулы, полученные в задаче 2.8.16:

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= W(A, Z + 1) - W(A, Z) + 0,78 \text{ МэВ} = \\ &= W(^{16}_8\text{O}) - W(^{16}_7\text{N}) + 0,78 \text{ МэВ} = \\ &= (127,6 - 118,0 + 0,78) \text{ МэВ} \approx 10,4 \text{ МэВ} > 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 1,80 \text{ МэВ} = \\ &= W(^{16}_6\text{C}) - W(^{16}_7\text{N}) - 1,80 \text{ МэВ} = \\ &= (110,8 - 118,0 - 1,80) \text{ МэВ} \approx -9,0 \text{ МэВ} < 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_e &= W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 0,78 \text{ МэВ} = \\ &= W(^{16}_6\text{C}) - W(^{16}_7\text{N}) - 0,78 \text{ МэВ} = \\ &= (110,8 - 118,0 - 0,78) \text{ МэВ} \approx -8,0 \text{ МэВ} < 0. \end{aligned}$$

Распад возможен, если энергия распада $Q > 0$. Таким образом, возможен лишь β^- -распад: $^{16}_7\text{N} \rightarrow ^{16}_8\text{O} + e^- + \bar{\nu}_e$. При этом освобождается энергия $Q_{\beta^-} \approx 10,4$ МэВ.

2.8.19. Используя значения масс атомов, определить верхнюю границу спектра позитронов, испускаемых при β^+ -распаде ядра $^{27}_{14}\text{Si}$.

Энергия β^+ -распада $(A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e$, выраженная через массы атомов, определяется следующим соотношением (см. (1.10.13)):

$$Q_{\beta^+} = [{}^{\text{ат}}M(A, Z) - {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1) - 2m_e]c^2.$$

Масса атома ${}_{14}^{27}\text{Si}$ равна $25137,954 \text{ МэВ}/c^2$, а ${}_{13}^{27}\text{Al}$ — $25133,143 \text{ МэВ}/c^2$. Верхняя граница $T_{e^+}^{\max}$ спектра позитронов равна энергии распада Q_{β^+} . Таким образом, имеем

$$T_{e^+}^{\max} = Q_{\beta^+} = 25137,954 \text{ МэВ} - 25133,143 \text{ МэВ} - 2 \cdot 0,511 \text{ МэВ} = 3,789 \text{ МэВ}.$$

2.8.20. По массам атомов ${}_{6}^{16}\text{C}$, ${}_{7}^{16}\text{N}$ и ${}_{8}^{16}\text{O}$ (соответственно 16,0147; 16,0061 и 15,9949 атомных единиц массы (а.е.м.)) установить возможные типы β -распада ядра ${}_{7}^{16}\text{N}$. Для возможных распадов найти выделяющуюся энергию.

Используем условия (1.10.13) β -распада, выраженные через массы атомов:

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [{}^{\text{ат}}M(A, Z) - {}^{\text{ат}}M(A, Z + 1)]c^2 = [{}^{\text{ат}}M({}_{7}^{16}\text{N}) - {}^{\text{ат}}M({}_{8}^{16}\text{O})]c^2 = \\ &= (16,0061 \text{ а.е.м.} - 15,9949 \text{ а.е.м.})c^2 = \\ &= (0,0112 \text{ а.е.м.})c^2 = 0,0112 \cdot 931,494 \frac{\text{МэВ}}{c^2}c^2 = 10,43 \text{ МэВ} > 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= [{}^{\text{ат}}M(A, Z) - {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1) - 2m_e]c^2 = \\ &= [{}^{\text{ат}}M({}_{7}^{16}\text{N}) - {}^{\text{ат}}M({}_{6}^{16}\text{C})]c^2 - 2m_e c^2 = \\ &= [16,0061 \text{ а.е.м.} - 16,0147 \text{ а.е.м.}]c^2 - 2m_e c^2 = \\ &= -0,0086 \cdot 931,494 \frac{\text{МэВ}}{c^2}c^2 - 1,022 \text{ МэВ} = -9,03 \text{ МэВ} < 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_e &= [{}^{\text{ат}}M(A, Z) - {}^{\text{ат}}M(A, Z - 1)]c^2 = [{}^{\text{ат}}M({}_{7}^{16}\text{N}) - {}^{\text{ат}}M({}_{6}^{16}\text{C})]c^2 = \\ &= [16,0061 \text{ а.е.м.} - 16,0147 \text{ а.е.м.}]c^2 = \\ &= -0,0086 \cdot 931,494 \frac{\text{МэВ}}{c^2}c^2 = -8,01 \text{ МэВ} < 0. \end{aligned}$$

2.8.21. Решить предыдущую задачу, используя вместо масс атомов дефекты масс ядер: $\Delta({}_{6}^{16}\text{C}) = 13,694 \text{ МэВ}$, $\Delta({}_{7}^{16}\text{N}) = 5,684 \text{ МэВ}$, $\Delta({}_{8}^{16}\text{O}) = -4,737 \text{ МэВ}$.

Воспользуемся соотношениями (1.10.13):

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z + 1) = \Delta({}_{7}^{16}\text{N}) - \Delta({}_{8}^{16}\text{O}) = \\ &= (5,684 - (-4,737)) \text{ МэВ} = 10,42 \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\beta^+} &= \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z - 1) - 2m_e c^2 = \Delta({}_{7}^{16}\text{N}) - \Delta({}_{6}^{16}\text{C}) - 2m_e c^2 = \\ &= (5,684 - 13,694 - 1,022) \text{ МэВ} = -9,03 \text{ МэВ} < 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_e &= \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z - 1) = \Delta({}_{7}^{16}\text{N}) - \Delta({}_{6}^{16}\text{C}) = \\ &= (5,684 - 13,694) \text{ МэВ} = -8,01 \text{ МэВ} < 0. \end{aligned}$$

Приходим к тем же результатам, что и в задачах 2.8.18 и 2.8.20: возможен лишь β^- -распад ядра ${}_{7}^{16}\text{N}$. При этом выделяющаяся энергия $\approx 10,4 \text{ МэВ}$.

2.8.22. По энергиям связи ядер, участвующих в e -захвате ${}_{4}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}_{3}^7\text{Li} + \nu_e$, оценить энергию отдачи ядра ${}_{3}^7\text{Li}$. Энергии связи ядер следующие: $W({}_{4}^7\text{Be}) = 37,6 \text{ МэВ}$, $W({}_{3}^7\text{Li}) = 39,3 \text{ МэВ}$.

Сначала определяем энергию e -захвата Q_e (см. (1.10.7) и задачу 2.8.16):

$$Q_e = W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 0,78 \text{ МэВ} = W({}_3^7\text{Li}) - W({}_4^7\text{Be}) - 0,78 \text{ МэВ} = (39,3 - 37,6 - 0,78) \text{ МэВ} \approx 0,9 \text{ МэВ}.$$

Теперь по формуле (1.10.19) оцениваем энергию отдачи $T_{\text{я}}$ ядра ${}_3^7\text{Li}$:

$$T_{\text{я}}(\text{Li}) \approx \frac{Q_e^2}{2M_{\text{Li}}c^2} = \frac{Q_e^2}{2(3 \cdot m_p c^2 + 4 \cdot m_n c^2 - W(\text{Li}))} = \frac{(0,9 \text{ МэВ})^2}{2(3 \cdot 938,3 + 4 \cdot 939,6 - 39,3) \text{ МэВ}} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ МэВ} = 60 \text{ эВ}.$$

2.8.23. Оцените кинетическую энергию и скорость первоначально покоившегося ядра с массовым числом $A = 50$ после e -захвата, если известно, что выделяющаяся энергия $Q_e = 1 \text{ МэВ}$.

Используем формулу (1.10.19) для кинетической энергии отдачи ядра при e -захвате:

$$T_{\text{я}} \approx \frac{Q_e^2}{2M_{\text{я}}c^2} \approx \frac{(1 \text{ МэВ})^2}{2 \cdot 50 \cdot 939 \text{ МэВ}} \approx 10^{-5} \text{ МэВ} = 10 \text{ эВ}.$$

Здесь использовано то, что хорошим приближением для массы ядра в энергетических единицах является соотношение $M_{\text{я}}c^2 \approx A \cdot m_N c^2$, где $m_N c^2 = 939 \text{ МэВ}$ — энергия покоя нуклона.

Определяем скорость $v_{\text{я}}$ ядра. Имеем:

$$v_{\text{я}} = c \sqrt{\frac{2T_{\text{я}}}{M_{\text{я}}c^2}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-5} \text{ МэВ}}{50 \cdot 939 \text{ МэВ}}} \approx 6 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

2.8.24. Определить кинетическую энергию конечного ядра при β^- -распаде ${}_{29}^{64}\text{Cu} \xrightarrow{\beta^-} {}_{30}^{64}\text{Zn} + e^- + \bar{\nu}_e$ при: 1) $E_{\bar{\nu}} = 0$, 2) $T_e = 0$. Энергия связи W ядра ${}_{29}^{64}\text{Cu}$ равна $559,32 \text{ МэВ}$, ядра ${}_{30}^{64}\text{Zn}$ — $559,12 \text{ МэВ}$.

Энергия β^- -распада $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$ через энергии связи W участвующих ядер определяется по следующей формуле (см. задачу 2.8.16):

$$Q_{\beta^-} = W(A, Z + 1) - W(A, Z) + 0,78 \text{ МэВ} = (559,12 - 559,32 + 0,78) \text{ МэВ} = 0,58 \text{ МэВ}.$$

Кинетическая энергия конечного ядра (энергия его отдачи) определяется условиями задачи. Рассматриваются два случая:

1) $E_{\bar{\nu}} = 0$. Имеем систему уравнений

$$\begin{cases} Q_{\beta^-} = T_{\text{я}} + T_{\bar{\nu}} + T_e = T_{\text{я}} + T_e, \text{ так как } T_{\bar{\nu}} \equiv E_{\bar{\nu}} = 0; \\ p_{\text{я}} = p_e; \end{cases}$$

Импульс конечного ядра p_{Zn} и его кинетическая энергия T_{Zn} связаны нерелятивистским соотношением $p_{\text{Zn}} = \frac{1}{c} \sqrt{2M_{\text{Zn}}c^2 \cdot T_{\text{Zn}}}$, где M_{Zn} — масса ядра ${}_{30}^{64}\text{Zn}$. В то же время, импульс электрона p_e нужно выражать через его кинетическую энергию T_e с помощью релятивистской формулы $p_e = \frac{1}{c} \sqrt{T_e^2 + 2T_e m_e c^2}$, где

m_e — масса электрона. Итак, получаем $p_{Zn} = p_e$ или $p_{Zn} = \frac{1}{c} \sqrt{T_e^2 + 2T_e m_e c^2}$. Из закона сохранения импульса

$$2M_{Zn}c^2 \cdot T_{Zn} = T_e^2 + 2T_e m_e c^2 = T_e (T_e + 2m_e c^2) = (Q_{\beta^-} - T_{Zn}) (Q_{\beta^-} - T_{Zn} + 2m_e c^2).$$

Здесь мы учли, что $T_e = Q_{\beta^-} - T_{Zn}$.

Далее, так как $m_e \ll M_{Zn}$, то $T_{Zn} \ll Q_{\beta^-}$ и $2M_{Zn}c^2 \cdot T_{Zn} \approx Q_{\beta^-} (Q_{\beta^-} + 2m_e c^2)$. Таким образом,

$$T_{Zn} \approx \frac{Q_{\beta^-} (Q_{\beta^-} + 2m_e c^2)}{2M_{Zn}c^2} = \frac{0,58 (0,58 + 2 \cdot 0,51) \text{ МэВ}^2}{2 \cdot (30m_p c^2 + 34m_n c^2 - W(^{64}_{30}\text{Zn}))} = \frac{0,58 \cdot 1,60 \text{ МэВ}^2}{2 \cdot [30 \cdot 938,27 + 34 \cdot 939,57 - 559,12] \text{ МэВ}} \approx 7,8 \text{ эВ}.$$

2) $T_e = 0$. В этом случае, как и в задаче 2.8.22, можем воспользоваться формулой $T_n = \frac{Q_e^2}{2M_n c^2}$, которая для данной задачи дает

$$T_{Zn} = \frac{Q_{\beta^-}^2}{2M_{Zn}c^2} = \frac{(W(^{64}_{30}\text{Zn}) - W(^{64}_{29}\text{Cu}) + 0,78 \text{ МэВ})^2}{2 [30m_p c^2 + 34m_n c^2 - W(^{64}_{30}\text{Zn})]} = \frac{(0,58 \text{ МэВ})^2}{2 \cdot [30 \cdot 938,27 \text{ МэВ} + 34 \cdot 939,57 \text{ МэВ} - 559,12 \text{ МэВ}]} \approx 2,8 \text{ эВ}.$$

2.8.25. Показать, что в случае β -распада $^{42}_{21}\text{Sc}$ имеет место разрешенный переход типа Ферми, а в случае β -распада $^{32}_{15}\text{P}$ — разрешенный переход типа Гамова–Теллера.

К разрешенным β -переходам относятся переходы, при которых суммарный орбитальный момент l , уносимый электроном и нейтрино, равен нулю (см. § 1.10.3). Разрешенные переходы делятся на переходы типа Ферми, при которых спины электрона и нейтрино антипараллельны, и типа Гамова–Теллера, при которых спины электрона и нейтрино параллельны. Для разрешенных β -переходов справедливы соотношения для спинов и четностей начального (i) и конечного (f) состояний ядер:

$$\vec{J}_i + \vec{J}_f = \vec{0}, \quad P_i = P_f \text{ для переходов Ферми,}$$

$$\vec{J}_i + \vec{J}_f = \vec{0}, \quad \vec{I} \text{ (кроме переходов } 0 \rightarrow 0), \quad P_i = P_f \text{ для переходов Гамова–Теллера.}$$

Рассмотрим переход $^{42}_{21}\text{Sc} (0^+) + e^- \rightarrow ^{42}_{20}\text{Ca} (0^+) + \nu_e$: для него $P_i = P_f$ и $\vec{J}_i + \vec{J}_f = \vec{0}$, т. е. выполнены все условия для перехода типа Ферми.

Рассмотрим переход $^{32}_{15}\text{P} (1^+) \rightarrow ^{32}_{16}\text{S} (0^+) + e^- + \bar{\nu}_e$: для него $P_i = P_f$ и $\vec{J}_i + \vec{J}_f = \vec{1}$, т. е. все условия для перехода типа Гамова–Теллера выполнены.

2.8.26. Доказать, что β -распад ядра $^{14}_6\text{C}$ является гамов-теллеровским β -переходом.

Рассмотрим закон сохранения момента количества движения для β -распада ядра ${}^{14}_6\text{C}$:

$$\begin{aligned} {}^{14}_6\text{C} &\rightarrow {}^{14}_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e \\ \vec{J}({}^{14}_6\text{C}) &= \vec{J}({}^{14}_7\text{N}) + \vec{s}_e + \vec{s}_{\bar{\nu}} + \vec{l}_{e+\bar{\nu}}, \\ 0 &= \vec{I} + \frac{\vec{I}}{2} + \frac{\vec{I}}{2} + \vec{l}. \end{aligned}$$

Для разрешенного перехода с суммарным орбитальным моментом лептонов $l = 0$ из уравнения для моментов получаем, что сумма спинов электрона и антинейтрино должна быть равна 1. При этом вектор суммарного спинового момента лептонов противоположен спиновому вектору ядра ${}^{14}_7\text{N}$.

2.8.27. Определить порядок запрета следующих β -переходов:

- 1) ${}^{89}_{38}\text{Sr} (5/2^+) \rightarrow {}^{89}_{39}\text{Y} (1/2^-)$;
- 2) ${}^{36}_{17}\text{Cl} (2^+) \rightarrow {}^{36}_{18}\text{Ar} (0^+)$;
- 3) ${}^{137}_{55}\text{Cs} (7/2^+) \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} (3/2^+)$.

Запрещенные переходы (см. § 1.10.3) подразделяются по порядку запрета, который определяется суммарным орбитальным моментом l , уносимым электроном и нейтрино. Если $l = 1$, то это запрещенный переход первого порядка, если $l = 2$ — второго порядка и так далее. Справедливы следующие соотношения:

$$|l| = \begin{cases} |\Delta J| \pm 1 & \text{при } P_i = (-1)^{|\Delta J| \pm 1} P_f \\ |\Delta J| & \text{при } P_i = (-1)^{|\Delta J|} P_f, \end{cases}$$

где ΔJ — изменение спина ядра при β -распаде: $\Delta \vec{J} = \vec{J}_i - \vec{J}_f = \vec{l} + \vec{s}_e + \vec{s}_{\nu}$. Анализ приведенных в условии задачи трех β -распадов дает:

1) ${}^{89}_{38}\text{Sr} (5/2^+) \rightarrow {}^{89}_{39}\text{Y} (1/2^-)$. Правила отбора оставляют следующие два варианта: $\Delta J = 2$; $l = 1$; $P_i = (-1)^1 \cdot P_f = -P_f$ (т.е. это переход первого порядка запрета) и $\Delta J = 3$; $l = 3$; $P_i = (-1)^3 \cdot P_f = -P_f$ (переход третьего порядка запрета). Так как вероятность β -переходов сильно падает при увеличении порядка запрета, то в данном случае будет преобладать β -переход первого порядка запрета.

2) ${}^{36}_{17}\text{Cl} (2^+) \rightarrow {}^{36}_{18}\text{Ar} (0^+)$. В этом случае возможен всего один вариант: $\Delta J = 2$; $l = 2$; $P_i = (-1)^2 \cdot P_f = P_f$. Таким образом, это β -переход второго порядка запрета.

3) ${}^{137}_{55}\text{Cs} (7/2^+) \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} (3/2^+)$. Возможны два варианта: $\Delta J = 2, 3$; $l = 2$; $P_i = (-1)^2 \cdot P_f = P_f$ (это переход второго порядка запрета) и $\Delta J = 4, 5$; $l = 4$; $P_i = (-1)^4 \cdot P_f = P_f$ (это переход четвертого порядка запрета). Очевидно, преобладающим будет β -переход второго порядка запрета.

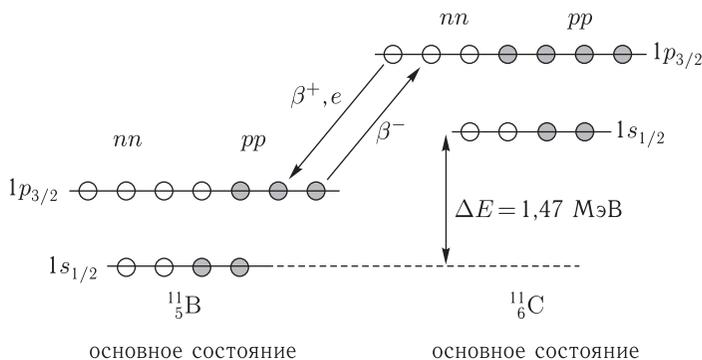
2.8.28. Пара ядер-изобар ${}^{11}_6\text{C}$ и ${}^{11}_5\text{B}$ имеет в основном состоянии спин-четность $J^P = 3/2^-$ и образует изоспиновый дублет. Этот изодублет можно связать следующей парой зарядовоспряженных β -переходов:

$$\begin{aligned} {}^{11}_6\text{C} (3/2^-) &\xrightarrow{\beta^+} {}^{11}_5\text{B} (3/2^-) + e^+ + \nu_e, \\ {}^{11}_5\text{B} (3/2^-) &\xrightarrow{\beta^-} {}^{11}_6\text{C} (3/2^-) + e^- + \bar{\nu}_e. \end{aligned}$$

Используя представления модели оболочек, объясните, что должно происходить в вышеуказанных ядрах при этих β -переходах. Возможны

ли эти переходы в действительности? Если возможны, оцените энергии переходов Q_β , не прибегая к таблицам масс атомных ядер (или их избытков масс) и сравните полученные результаты с точными расчетами, используя данные этих последних таблиц.

β -распад в ядре это внутринуклонный переход одного из ядерных нуклонов с изменением его типа ($p \leftrightarrow n$): либо $p \xrightarrow{\beta^+} n + e^+ + \nu_e$ (или $p + e^- \xrightarrow{\beta^-} n + \nu_e$), либо $n \xrightarrow{\beta^-} p + e^- + \bar{\nu}_e$. В обсуждаемых переходах ядра $^{11}_6\text{C}$ и $^{11}_5\text{B}$ остаются в основных состояниях. Оболочечная структура основных состояний ядер $^{11}_6\text{C}$ и $^{11}_5\text{B}$ показана на рисунке.



С точки зрения простейшей оболочечной модели β -переходы $p \leftrightarrow n$, связывающие основные состояния участвующих ядер, должны затрагивать самый внешний нуклон. В данном случае это $1p_{3/2}$ -нуклон. При этом изменение типа нуклона не меняет оболочечной структуры обсуждаемых ядер. Нуклон, испытавший переход, остается на той же подоболочке $1p_{3/2}$. Если бы не было кулоновского взаимодействия и разницы масс протона и нейтрона, то переходы $p(1p_{3/2}) \leftrightarrow n(1p_{3/2})$ происходили бы без изменения энергии ядер, т.е. были бы попросту невозможны (запрещены по энергии). Однако кулоновское отталкивание протонов, более сильное в $^{11}_6\text{C}$, сдвигает вверх систему одночастичных уровней $^{11}_6\text{C}$ по сравнению с системой аналогичных уровней $^{11}_5\text{B}$ на некую величину $\Delta E_{\text{кул}}$. В то же время энергия ядра $^{11}_6\text{C}$ снижается за счет разности масс нейтрона и протона, т.е. на величину $(m_n - m_p)c^2$. Следовательно, результирующий сдвиг ΔE уровней ядра $^{11}_6\text{C}$ относительно уровней ядра $^{11}_5\text{B}$ можно оценить с помощью приближенного соотношением $\Delta E \approx \Delta E_{\text{кул}} - (m_n - m_p)c^2$. Сделаем эту оценку. Для $\Delta E_{\text{кул}}$ используем формулу (1.7.10):

$$\Delta E_{\text{кул}} \approx \frac{6}{5} e^2 \frac{Z}{R} = \frac{6}{5} \frac{e^2}{\hbar c} \hbar c \frac{Z}{1,2 \cdot A^{1/3} \Phi_{\text{М}}} = \frac{6}{5} \frac{1}{137} 197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}} \frac{5}{1,2 \cdot 11^{1/3} \Phi_{\text{М}}} \approx 3,2 \text{ МэВ}.$$

Здесь радиус ядер-изобар $^{11}_6\text{C}$ и $^{11}_5\text{B}$ рассчитан с помощью соотношения (1.7.3). Итак, для ΔE получаем:

$$\Delta E(^{11}_6\text{C} - ^{11}_5\text{B}) \approx \Delta E_{\text{кул}} - (m_n - m_p)c^2 = 3,2 \text{ МэВ} - (939,6 - 938,3) \text{ МэВ} \approx 1,9 \text{ МэВ} > 0.$$

Таким образом, система одночастичных уровней ядра ${}^{11}_6\text{C}$ выше на 1,9 МэВ системы аналогичных уровней ядра ${}^{11}_5\text{B}$, что исключает β^- -распад ${}^{11}_5\text{B}(3/2^-) \xrightarrow{\beta^-} {}^{11}_6\text{C}(3/2^-) + e^- + \bar{\nu}_e$ и делает возможным β^+ -переход ${}^{11}_6\text{C}(3/2^-) \xrightarrow{\beta^+} {}^{11}_5\text{B}(3/2^-) + e^+ + \nu_e$ и тем более e -захват ${}^{11}_6\text{C}(3/2^-) + e^- \xrightarrow{e} {}^{11}_5\text{B}(3/2^-) + \nu_e$ из основного состояния ядра ${}^{11}_6\text{C}(3/2^-)$. Действительно, энергия β^+ -перехода Q_{β^+} равна $\Delta E({}^{11}_6\text{C} - {}^{11}_5\text{B}) - m_e c^2$, т. е., в соответствии с вышеприведенной оценкой, $\approx (1,9 - 0,5) \text{ МэВ} \approx 1,4 \text{ МэВ}$.

Для контроля рассчитаем точное значение $Q_{\beta^+}({}^{11}_6\text{C})$, пользуясь избытками масс Δ атомных ядер (1.10.13):

$$Q_{\beta^+}({}^{11}_6\text{C}) = \Delta({}^{11}_6\text{C}) - \Delta({}^{11}_5\text{B}) - 2m_e c^2 = \\ = (10,650 - 8,668 - 1,022) \text{ МэВ} = 0,96 \text{ МэВ} > 0.$$

Эта величина также > 0 , хотя в 1,5 раза ниже полученной выше оценки на основе соотношения $\Delta E({}^{11}_6\text{C} - {}^{11}_5\text{B}) \approx \Delta E_{\text{кул}} - (m_n - m_p) c^2$. Но именно величина $Q_{\beta^+}({}^{11}_6\text{C}) = 0,96 \text{ МэВ}$ является наиболее точной. Табличное значение $\Delta E({}^{11}_6\text{C} - {}^{11}_5\text{B}) = 1,47 \text{ МэВ}$. Именно оно приведено на рисунке.

2.8.29. Рассмотрим ядра из трех нуклонов ${}^3_1\text{H}$ и ${}^3_2\text{He}$. Пусть разница в энергиях связи этих ядер целиком определяется энергией отталкивания протонов в ${}^3_2\text{He}$. Оцените расстояние R между протонами в ${}^3_2\text{He}$. Учтите, что максимальная кинетическая энергия $T_e^{\text{макс}}$ электронов в β -распаде ${}^3_1\text{H}$ равна 18,6 кэВ.

Энергия кулоновского отталкивания двух протонов $V_{\text{кулон}} = \frac{e^2}{R}$. С другой стороны,

$$V_{\text{кулон}} = W({}^3_1\text{H}) - W({}^3_2\text{He}) = [M({}^3_2\text{He}) - M({}^3_1\text{H})]c^2 + (m_n - m_p)c^2 = \\ = -Q_{\beta^-} + (m_n - m_p)c^2 - m_e c^2.$$

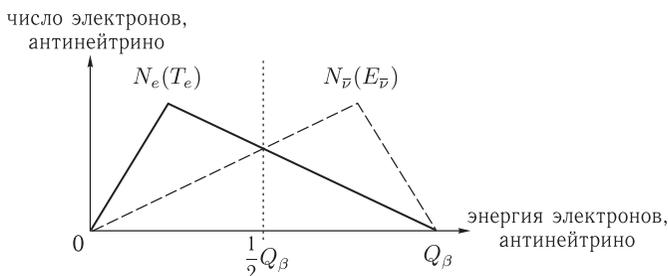
Здесь использовано соотношение (1.10.7), из которого следует, что энергия β^- -распада $Q_{\beta^-} = [M(A, Z) - M(A, Z + 1) - m_e]c^2$. Учитывая далее, что $Q_{\beta^-} \equiv T_e^{\text{макс}}$, $(m_n - m_p)c^2 = 1,29 \text{ МэВ}$ и $m_e c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$, из вышеприведенного выражения для $V_{\text{кулон}}$ получаем

$$V_{\text{кулон}} = -Q_{\beta^-} + (m_n - m_p)c^2 - m_e c^2 = (-0,0186 + 1,29 - 0,51) \text{ МэВ} \approx 0,76 \text{ МэВ}.$$

$$R = \frac{e^2}{V_{\text{кулон}}} = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{\hbar c}{V_{\text{кулон}}} = \frac{1}{137} \cdot \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{0,76 \text{ МэВ}} = 1,89 \text{ Фм}.$$

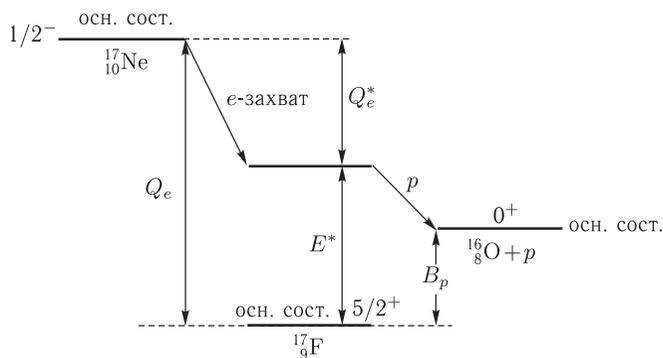
2.8.30. Гипотетический спектр электронов при β -распаде показан на рисунке сплошной линией. Изобразите спектр антинейтрино, образующихся при этом распаде.

Электроны и антинейтрино образуются в β^- -распаде $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$. Выделяющаяся энергия Q_{β^-} , исключая незначительную энергию отдачи ядра $T_{\text{я}}$, делится между кинетической энергией электрона T_e и энергией антинейтрино $E_{\bar{\nu}}$, т. е. $Q_{\beta^-} \approx T_e + E_{\bar{\nu}}$. При этом количество $N_e(T_e)$ электронов с энергией T_e равно количеству $N_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}})$ антинейтрино с энергией $E_{\bar{\nu}} = Q_{\beta^-} - T_e$. Поэтому энергетические спектры электронов $N_e(T_e)$ и антинейтрино $N_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}})$ связаны равенством $N_e(T_e) = N_{\bar{\nu}}(Q_{\beta^-} - T_e)$. Проще всего спектр $N_{\bar{\nu}}(Q_{\beta^-} - T_e)$ получается зеркальным отражением спектра $N_e(T_e)$ относительно энергии $T_e = \frac{Q_{\beta^-}}{2}$. Спектр $N_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}})$ показан на рисунке пунктиром.



2.8.31. Для ядра ${}^{17}_{10}\text{Ne}$ определить максимальную энергию запаздывающих протонов, вылетающих из ядра ${}^{17}_9\text{F}$, образующегося в результате e -захвата в ядре ${}^{17}_{10}\text{Ne}$. Энергии связи W ядер ${}^{17}_{10}\text{Ne}$, ${}^{17}_9\text{F}$ и ${}^{16}_8\text{O}$ следующие: $W({}^{17}_{10}\text{Ne}) = 112,91$ МэВ, $W({}^{17}_9\text{F}) = 128,23$ МэВ, $W({}^{16}_8\text{O}) = 127,62$ МэВ.

Рассматривается следующий процесс (см. рисунок): ${}^{17}_{10}\text{Ne} + e^- \rightarrow {}^{17}_9\text{F}^* + \nu_e \rightarrow {}^{16}_8\text{O} + p$, где верхний индекс * у символа ${}^{17}_9\text{F}^*$ означает возможность пребывания ядра ${}^{17}_9\text{F}$ в возбужденном состоянии. Q_e — это наибольшая энергия e -захвата, отвечающая ситуации, когда конечное ядро ${}^{17}_9\text{F}$ образуется в основном состоянии. Если конечное ядро ${}^{17}_9\text{F}$ образуется в состоянии с энергией возбуждения E^* , то энергия e -захвата уменьшается до величины $Q_e^* = Q_e - E^*$. Очевидно, максимальная энергия возбуждения ядра ${}^{17}_9\text{F}$ равна Q_e , т. е. $E_{\max}^* = Q_e$.



Итак,

$$E_{\max}^* = Q_e = W({}^{17}\text{F}) - W({}^{17}\text{Ne}) - 0,78 \text{ МэВ} = 128,23 \text{ МэВ} - 112,91 \text{ МэВ} - 0,78 \text{ МэВ} = 14,54 \text{ МэВ}.$$

Здесь использовано выражение $Q_e = W(A, Z - 1) - W(A, Z) - 0,78$ МэВ для энергии e -захвата через энергии связи участвующих ядер, полученное в задаче 2.8.16.

Вычислим теперь энергию B_p отделения протона из ядра ${}^{17}_9\text{F}$ (см. (1.7.13)):

$$B_p = W(A, Z) - W(A - 1, Z - 1) = W({}^{17}\text{F}) - W({}^{16}\text{O}) = 128,23 \text{ МэВ} - 127,62 \text{ МэВ} = 0,61 \text{ МэВ}.$$

Максимальная кинетическая энергия запаздывающих протонов T_p^{\max} рассчитывается с учетом отдачи конечного ядра $^{16}_8\text{O}$:

$$\begin{aligned} T_p^{\max} &= (E_{\max}^* (^{17}\text{F}) - B_p) \frac{M(^{16}\text{O})}{M(^{16}\text{O}) + m_p} = \\ &= \frac{(E_{\max}^* (^{17}\text{F}) - B_p) (8m_p c^2 + 8m_n c^2 - W(^{16}\text{O}))}{8m_p c^2 + 8m_n c^2 - W(^{16}\text{O}) + m_p c^2} = \\ &= \frac{(14,54 \text{ МэВ} - 0,61 \text{ МэВ}) (8 \cdot 938,27 \text{ МэВ} + 8 \cdot 939,57 \text{ МэВ} - 127,62 \text{ МэВ})}{8 \cdot 938,27 \text{ МэВ} + 8 \cdot 939,57 \text{ МэВ} - 127,62 \text{ МэВ} + 938,27 \text{ МэВ}} = \\ &= 13,10 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

2.8.32. Определить типы и мультипольности γ -переходов: 1) $1^- \rightarrow 0^+$, 2) $1^+ \rightarrow 0^+$, 3) $2^- \rightarrow 0^+$, 4) $2^+ \rightarrow 3^-$, 5) $2^+ \rightarrow 3^+$, 6) $2^+ \rightarrow 2^+$.

Изменения состояний атомных ядер, сопровождающиеся испусканием или поглощением квантов электромагнитного поля, называются γ -переходами (§ 1.10.4). Полный момент количества движения фотона J_γ называется его мультипольностью и может принимать только целочисленные значения (кроме нуля). Минимальное значение мультипольности $(J_\gamma)_{\min} = 1$ совпадает со спином фотона.

Различают переходы электрические (EJ) и магнитные (MJ). Для электрических фотонов четность $P = (-1)^J$. Для магнитных фотонов $P = (-1)^{J+1}$. Для определения типа и мультипольности γ -перехода используем законы сохранения полного момента (1.10.26) и четности (1.10.28). Получаем

- 1) $1^- \rightarrow 0^+$: $J_\gamma = 1$; $P_\gamma = -1$, т.е. это фотоны E1;
- 2) $1^+ \rightarrow 0^+$: $J_\gamma = 1$; $P_\gamma = +1$; это фотоны M1;
- 3) $2^- \rightarrow 0^+$: $J_\gamma = 2$; $P_\gamma = -1$; это фотоны M2;
- 4) $2^+ \rightarrow 3^-$: $J_\gamma = 1, 2, 3, 4, 5$; $P_\gamma = -1$; это фотоны E1, M2, E3, M4, E5.

При этом преобладают фотоны E1;

- 5) $2^+ \rightarrow 3^+$: $J_\gamma = 1, 2, 3, 4, 5$; $P_\gamma = +1$; это фотоны M1, E2, M3, E4, M5.

При этом преобладают фотоны M1 и E2;

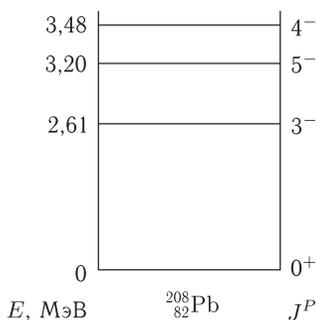
- 6) $2^+ \rightarrow 2^+$: $J_\gamma = 1, 2, 3, 4$; $P_\gamma = +1$; это фотоны M1, E2, M3, E4. При этом преобладают фотоны M1 и E2.

2.8.33. По схеме низших возбужденных состояний ядра $^{208}_{82}\text{Pb}$ определить наиболее вероятный путь распада возбужденного состояния 4^- с энергией 3,48 МэВ. Указать мультипольности переходов.

Если приведенная длина волны излучения λ и размер (радиус R) системы связаны условием $\lambda \gg R$ (условием длинноволнового приближения), то вероятность γ -перехода w и его период полураспада $t_{1/2}$ следующим образом зависят от мультипольности перехода J , λ и R (см. соотношения (1.10.29)):

$$w(EJ) \sim \frac{1}{t_{1/2}} \sim \frac{1}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2J} \quad \text{— электрические переходы (EJ);}$$

$$w(MJ) \sim \frac{1}{t_{1/2}} \sim \frac{1}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2J+2} \quad \text{— магнитные переходы (MJ).}$$



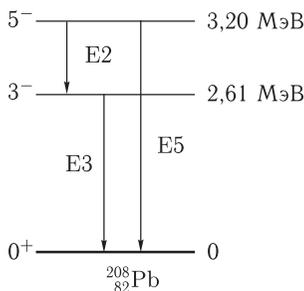
Рассмотрим возможные переходы с уровня $E(J^P = 4^-) = 3,48 \text{ МэВ}$:

- Для перехода $3,48 \rightarrow 3,20$ ($4^- \rightarrow 5^-$) имеем $J = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ и $P_i = P_f$, т. е. получаем смесь переходов $M1 + E2 + M3 + E4 + M5 + E6 + M7 + E8 + M9$ и распад происходит в основном с излучением фотонов $M1 + E2$.
- Для перехода $3,48 \rightarrow 2,61$ ($4^- \rightarrow 3^-$) имеем $J = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ и $P_i = P_f$, т. е. получаем смесь переходов $M1 + E2 + M3 + E4 + M5 + E6 + M7$ и распад происходит в основном с излучением фотонов $M1 + E2$.
- Для перехода $3,48 \rightarrow 0$ ($4^- \rightarrow 0^+$) имеем $J = 4$; $P_i = -P_f$, т. е. распад происходит с излучением фотона $M4$.

Наибольшую вероятность имеют переходы с наименьшей мультипольностью, в данном случае это $3,48 \rightarrow 3,20$ ($4^- \rightarrow 5^-$) и $3,48 \rightarrow 2,61$ ($4^- \rightarrow 3^-$). Из этих двух переходов большую вероятность имеет второй переход ($4^- \rightarrow 3^-$), так как его энергия $E(4^- \rightarrow 3^-) = 3,48 \text{ МэВ} - 2,61 \text{ МэВ} = 0,87 \text{ МэВ}$ больше энергии первого перехода $E(4^- \rightarrow 5^-) = 3,48 \text{ МэВ} - 3,20 \text{ МэВ} = 0,28 \text{ МэВ}$, и, соответственно, длина волны λ излучения, входящая в знаменатель выражения для вероятности перехода, меньше.

Таким образом, распад возбужденного состояния ядра $^{208}_{82}\text{Pb}$ с $E(J^P = 4^-) = 3,48 \text{ МэВ}$ происходит в основном каскадом переходов из двух фотонов: $4^- \xrightarrow{M1+E2} 3^- \xrightarrow{E3} 0^+$.

2.8.34. По схеме низших состояний ядра $^{208}_{82}\text{Pb}$ определить наиболее вероятный путь гамма-распада второго возбужденного состояния с $J^P = 5^-$ и энергией $3,20 \text{ МэВ}$. Основное состояние 0^+ . Первое возбужденное — $3^-(2,61 \text{ МэВ})$.



Используя правила отбора (1.10.26) и (1.10.28) для электромагнитных переходов, получаем, что переходы $3^- \rightarrow 0^+$ и $5^- \rightarrow 0^+$ осуществляются соответственно фотонами E3 и E5. Для перехода $5^- \rightarrow 3^-$ возможен набор фотонов E2, M3, E4, M5, E6, M7 и E8. Учитывая, что приведенная длина волны фотонов $\lambda = \hbar c/E_\gamma$ для всех рассматриваемых γ -переходов лежит в интервале 61–330 Фм, т. е. во много раз превосходит радиус R ядра ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ (≈ 6 Фм), то правомерно использование длинноволнового приближения, т. е. соотношений (1.10.29). Отсюда следует, что переход $5^- \rightarrow 3^-$ реализуется практически только фотонами E2. Таким образом, для дальнейшего анализа мы можем учитывать лишь фотоны, указанные на рисунке. Чтобы ответить на вопрос о том, каков путь γ -распада состояния 5^- — непосредственным переходом $5^- \rightarrow 0^+$ или каскадом $5^- \rightarrow 3^- \rightarrow 0^+$, проведем количественные оценки. Расчет проводим аналогично представленному в задаче 1.10.12. Имеем

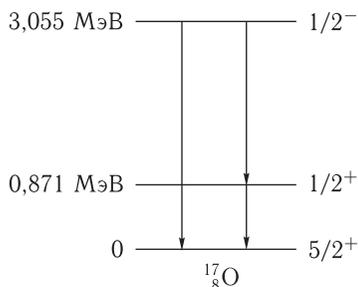
$$\begin{aligned} \frac{w(3^- \rightarrow 0^+)}{w(5^- \rightarrow 0^+)} &= \frac{w(E3)}{w(E5)} = \frac{E_{2,6 \rightarrow 0}}{E_{3,2 \rightarrow 0}} \left(\frac{R}{\lambda_{2,6 \rightarrow 0}} \right)^4 \left(\frac{R}{\lambda_{3,2 \rightarrow 0}} \right)^{-8} \approx 4,3 \cdot 10^3, \\ \frac{w(5^- \rightarrow 3^-)}{w(5^- \rightarrow 0^+)} &= \frac{w(E2)}{w(E5)} = \frac{E_{3,2 \rightarrow 2,6}}{E_{3,2 \rightarrow 0}} \left(\frac{R}{\lambda_{3,2 \rightarrow 2,6}} \right)^2 \left(\frac{R}{\lambda_{3,2 \rightarrow 0}} \right)^{-8} \approx 0,5 \cdot 10^4, \\ \frac{w(5^- \rightarrow 3^-)}{w(3^- \rightarrow 0^+)} &= \frac{w(E2)}{w(E3)} = \frac{E_{3,2 \rightarrow 2,6}}{E_{2,6 \rightarrow 0}} \left(\frac{R}{\lambda_{3,2 \rightarrow 2,6}} \right)^2 \left(\frac{R}{\lambda_{2,6 \rightarrow 0}} \right)^{-4} \approx 2,0. \end{aligned}$$

Здесь R — радиус ядра ${}_{82}^{208}\text{Pb}$, определяемый соотношением $R = (1,0 \div 1,1) A^{-1/3}$ Фм = $(1,0 \div 1,1) 208^{-1/3}$ Фм = 6,1 Фм; $E_{2,6 \rightarrow 0} = 2,6$ МэВ, $E_{3,2 \rightarrow 0} = 3,2$ МэВ, $E_{3,2 \rightarrow 2,6} = 0,6$ МэВ; $\lambda_{2,6 \rightarrow 0} = 76$ Фм, $\lambda_{3,2 \rightarrow 0} = 62$ Фм, $\lambda_{3,2 \rightarrow 2,6} = 328$ Фм.

Из вышеприведенных оценок следует, что прямой переход $5^- \rightarrow 0^+$ сильно подавлен по сравнению каскадом $5^- \rightarrow 3^- \rightarrow 0^+$. Причина этого в сравнительно высокой (E5) мультипольности прямого перехода по сравнению с мультипольностями переходов (E2 и E3), формирующих каскад.

2.8.35. Фотоны какого типа и мультипольности испускаются при γ -переходах с уровня $1/2^-$ ядра ${}_{8}^{17}\text{O}$ (см. схему распада)? Каков наиболее вероятный путь достижения ядром основного состояния $5/2^+$: одним γ -переходом $1/2^- \rightarrow 5/2^+$ или каскадом из двух γ -переходов $1/2^- \rightarrow 1/2^+ \rightarrow 5/2^+$?

Используем правила отбора для электромагнитных переходов (1.10.26), (1.10.28), и выводы (1.10.29), следующие из длинноволнового приближения, т. е. когда приведенная длина волны λ излучения много больше размера (радиуса) R излучающей (поглощающей) системы: $\lambda \gg R$. Длинноволновое приближение в данной задаче можно использовать, так как даже наименьшая длина волны λ_{\min} излученного фотона (она отвечает максимальной энергии излучения $3,055(1/2^-) \xrightarrow{\gamma} 0(5/2^+)$) оказывается равной ≈ 64 Фм, т. е. значительно превышает радиус ядра ${}_{8}^{17}\text{O}$, для которого формула (1.7.2) дает значение $\approx 2,7$ Фм.

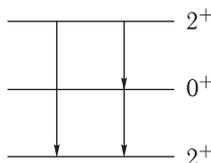


Использование правил (1.10.26), (1.10.28) дает следующие типы и мультипольности излучений:

$$\begin{aligned}
 &3,055(1/2^-) \xrightarrow{M2,E3} 0(5/2^+), \\
 &3,055(1/2^-) \xrightarrow{E1} 0,871(1/2^+), \\
 &0,871(1/2^+) \xrightarrow{E2,M3} 0(5/2^+).
 \end{aligned}$$

Из (1.10.29) следует, что при реализации условий длинноволнового приближения доминирует излучение наименьшей мультипольности преимущественно электрического типа. Таким образом, приходим к выводу, что каскад γ -переходов $3,055 \text{ МэВ}(1/2^-) \xrightarrow{E1} 0,871 \text{ МэВ}(1/2^+) \xrightarrow{E2} 0(5/2^+)$ наиболее вероятен.

2.8.36. Фотоны какого типа и мультипольности испускаются при γ -переходах с уровня 2^+ некоторого ядра (см. схему распада)? Каков наиболее вероятный путь достижения ядром основного состояния 2^+ — одним γ -переходом $2^+ \rightarrow 2^+$ или каскадом из двух γ -переходов: $2^+ \rightarrow 0^+ \rightarrow 2^+$?



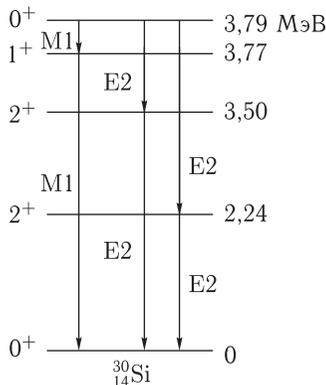
Используя правила отбора (1.10.26) и (1.10.28) для электромагнитных переходов, получаем следующие возможные типы и мультипольности излучений

$$\begin{aligned}
 &2^+ \xrightarrow{M1,E2,M3,E4} 0(2^+), \\
 &2^+ \xrightarrow{E2} 0^+, \\
 &0^+ \xrightarrow{E2} 2^+.
 \end{aligned}$$

Поскольку в длинноволновом приближении, характерном для γ -переходов в атомных ядрах, доминируют и примерно равновероятны M1- и E2-переходы, то с этой точки зрения прямой переход $2^+ \rightarrow 2^+$ и переходы, формирующие каскад $2^+ \rightarrow 0^+ \rightarrow 2^+$, должны происходить примерно с одинаковой частотой (вероятностью). Однако более высокая энергия прямого перехода делает этот

переход более вероятным (см. формулы (1.10.29), из которых видно, что вероятность γ -перехода тем больше, чем выше его энергия).

2.8.37. Приведена схема пяти нижних уровней ядра ${}^{30}_{14}\text{Si}$. Пусть ядро оказалось на верхнем уровне. Найдите наиболее вероятную последовательность γ -переходов, в результате которых ядро окажется в основном состоянии. Укажите типы и мультипольности этих γ -переходов.



Для анализа используем правила отбора для электромагнитных переходов (1.10.26), (1.10.28) и выводы (1.10.29), следующие из длинноволнового приближения, т.е. когда приведенная длина волны λ излучения много больше размера (радиуса) R излучающей (поглощающей) системы: $\lambda \gg R$. Убедимся, что длинноволновое приближение в данном случае действительно имеет место. Минимальную длину волны (максимальную энергию) имеет (см. рисунок) γ -переход $3,77(1^+) \rightarrow 0(0^+)$. Для него получаем $\lambda = \frac{\hbar c}{E} = \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{3,77 \text{ МэВ}} = 52,3 \text{ Фм}$. В то же время для радиуса ядра ${}^{30}_{14}\text{Si}$, используя формулу (1.7.2), имеем $R_{\text{Si}} = (1,0 \div 1,1)30^{-1/3} \text{ Фм} \approx 3,3 \text{ Фм}$. Таким образом для оценок вероятностей различных γ -переходов в ядре ${}^{30}_{14}\text{Si}$ можем использовать основные выводы (1.10.29) длинноволнового приближения. Поскольку прямой переход $3,79(0^+) \rightarrow 0(0^+)$ невозможен (фотона с нулевым моментом количества движения не существует), то достижение основного состояния возможно лишь каскадом γ -переходов. Так как вероятность γ -излучения при прочих равных условиях тем выше, чем больше энергия фотона, то наиболее вероятны каскады с наименьшим числом фотонов, т.е. каскады с двумя фотонами. Схема уровней ядра ${}^{30}_{14}\text{Si}$ допускает три таких каскада (они показаны на рисунке):

$$3,79(0^+) \xrightarrow{M1} 3,77(1^+) \xrightarrow{M1} 0(0^+),$$

$$3,79(0^+) \xrightarrow{E2} 3,50(2^+) \xrightarrow{E2} 0(0^+),$$

$$3,79(0^+) \xrightarrow{E2} 2,24(2^+) \xrightarrow{E2} 0(0^+).$$

В первом приближении вероятности этих трех двухфотонных каскадов сравнимы.

2.8.38. Определить мультипольность и четность γ -кванта, излучаемого при переходе ядра ${}^{12}_6\text{C}$ из первого возбужденного состояния с квантовыми числами $J^P = 2^+$ и энергией $E = 4,43$ МэВ в основное состояние 0^+ . Оценить кинетическую энергию отдачи ядра.

Законы сохранения полного момента J (1.10.26) и четности P (1.10.28) для электромагнитных переходов дают для излученного фотона мультипольность 2 и четность $+1$. Таким образом, излучается электрический квадрупольный (E2) фотон. Для энергии отдачи ядра ${}^{12}_6\text{C}$ используем формулу (1.10.21):

$$T_{\text{я}} \approx \frac{E^2}{2M_{\text{я}}c^2},$$

где E — энергия излучающего состояния, а $M_{\text{я}}$ — масса ядра. Пренебрегая энергией связи, массу ядра в энергетических единицах оцениваем как сумму масс A свободных нуклонов, входящих в состав ядра: $M_{\text{я}}c^2 \approx A \cdot m_{\text{н.р}}c^2$ (вклад энергии связи в энергию ядра не превышает 1%). Таким образом, для рассматриваемого γ -распада ядра ${}^{12}_6\text{C}$ имеем

$$T_{\text{я}}({}^{12}_6\text{C}) \approx \frac{E^2}{2M_{\text{я}}c^2} \approx \frac{(4,43)^2}{2 \cdot 12 \cdot 939} \text{ МэВ} = 0,87 \text{ кэВ}.$$

2.8.39. Определить мультипольность и тип γ -кванта, излучаемого при переходе ядра ${}^{12}_6\text{C}$ из возбужденного состояния с квантовыми числами $J^P = 1^+$, $I(\text{изоспин}) = 1$, $E = 15,11$ МэВ в основное состояние. Какой изоспин уносит γ -квант в этом переходе? Сравнить с изоспином, уносимым γ -квантом при переходе с первого возбужденного состояния ядра ${}^{12}_6\text{C}$ (см. предыдущую задачу).

Из законов сохранения момента количества движения (1.10.26) и четности (1.10.28) мультипольность γ -кванта, излучаемого при переходе ядра из состояния 1^+ в состояние 0^+ равна 1, а четность его положительна. Таким образом, это магнитный дипольный (M1) квант.

Поскольку изоспин основного состояния ядра ${}^{12}_6\text{C}$ нулевой, то в рассматриваемом переходе излучение γ -кванта меняет изоспин ядра на 1. При переходе из первого возбужденного состояния в основное состояние ${}^{12}_6\text{C}$ изоспин ядра не меняется (первое возбужденное состояние ядра ${}^{12}_6\text{C}$, как и основное, имеет нулевой изоспин). Таким образом, в рассматриваемых двух γ -переходах фотон ведет себя либо как частица с изоспином 0 (переход $4,43 \text{ МэВ} \rightarrow 0$), либо как частица с изоспином 1 (переход $15,11 \text{ МэВ} \rightarrow 0$). Поэтому формально фотону можно приписать эти два значения изоспина: $I_{\gamma} = 0$ или 1.

2.8.40. Согласно классической электродинамике, электрический диполь размера l в единицу времени излучает энергию, определяемую соотношением $I = \frac{dE}{dt} = \frac{\omega^4 (Zel)^2}{3c^3}$, где ω — циклическая частота колебаний диполя, Ze и l — заряд и размер диполя. Используя это соотношение, оценить среднее время электрических дипольных переходов γ -квантов с энергией 1 МэВ в ядре с массовым числом $A \approx 70$.

Предположим, что для ядра с массовым числом $A = 70$ число протонов $Z = 30$ и будем считать радиус диполя равным радиусу ядра, т. е. $R = r_0 A^{1/3}$,

где величина $r_0 = 1,2$ Фм. Число N гамма-квантов с энергией $E_\gamma = \hbar\omega$, испускаемых в единицу времени, дается соотношением

$$N = \frac{I}{E_\gamma} = \frac{(ZeR)^2 \omega^3}{3c^3 \hbar} = \frac{(ZeR)^2 E_\gamma^3}{3c^3 \hbar^4},$$

а среднее время жизни излучателя $\tau = 1/N$. Поэтому имеем

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{N} = \frac{3c^3 \hbar^4}{(ZeR)^2 E_\gamma^3} = \frac{3c^3 \hbar^4}{(Zer_0 A^{1/3})^2 E_\gamma^3} \approx \\ &\approx \frac{3 \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с})^3 \cdot (1,05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с})^4}{\left(30 \cdot 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед.СГСЭ} \cdot 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot 70^{1/3}\right)^2 \left(1 \text{ МэВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}\right)^3} = \\ &= 4 \cdot 10^{-19} \text{ с.} \end{aligned}$$

2.8.41. Найти кинетическую энергию и скорость первоначально покоившегося ядра $^{119}_{50}\text{Sn}$ после перехода этого ядра из первого возбужденного состояния с энергией $E = 23,9$ кэВ в основное.

Кинетическая энергия ядра (энергия отдачи после испускания γ -кванта) рассчитывается по формуле (1.10.21):

$$T_{\text{я}} \approx \frac{E^2}{2M_{\text{я}}c^2},$$

где E — энергия излучающего состояния, а $M_{\text{я}}$ — масса ядра. Для ядра $^{119}_{50}\text{Sn}$ получаем

$$T_{\text{я}}(23,9 \text{ кэВ}) = \frac{(23,9 \cdot 10^3 \text{ эВ})^2}{2 \cdot 119 \text{ а.е.м.} \cdot 931,5 \cdot 10^6 \text{ эВ/а.е.м.}} \approx 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ эВ.}$$

Для скорости $v_{\text{я}}$ ядра $^{119}_{50}\text{Sn}$ имеем:

$$v_{\text{я}} = c \sqrt{\frac{2T_{\text{я}}}{M_{\text{я}}c^2}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{\frac{2 \cdot 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}}{119 \text{ а.е.м.} \cdot 931,5 \cdot 10^6 \text{ эВ/а.е.м.}}} \approx 65 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2.8.42. Оцените энергию возбуждения ядра с числом нуклонов $A = 50$ при захвате им γ -кванта с энергией $E_\gamma = 1$ МэВ.

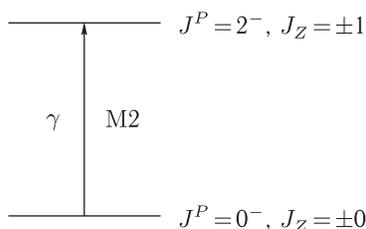
Энергия возбуждения E изначально покоившегося ядра при поглощении им γ -кванта с энергией E_γ дается выражением $E = E_\gamma - T_{\text{я}}$, где $T_{\text{я}}$ — энергия отдачи ядра, даваемая соотношением $T_{\text{я}} = \frac{E_\gamma^2}{2M_{\text{я}}c^2} \approx \frac{E_\gamma^2}{2M_{\text{я}}c^2}$, где $M_{\text{я}}$ — масса ядра (см. формулу (1.10.21)). Поэтому получаем

$$\begin{aligned} E &= E_\gamma - T_{\text{я}} = E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2M_{\text{я}}c^2} \approx E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2 \cdot A \cdot m_N c^2} \approx 1 \text{ МэВ} - \frac{(1 \text{ МэВ})^2}{2 \cdot 50 \cdot 939 \text{ МэВ}} \approx \\ &\approx (1 - 10^{-5}) \text{ МэВ} = 0,99999 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

Здесь использовано то, что хорошим приближением для массы ядра в энергетических единицах является соотношение $M_{\text{я}}c^2 \approx A \cdot m_N c^2$, где $m_N c^2 = 939$ МэВ — энергия покоя нуклона.

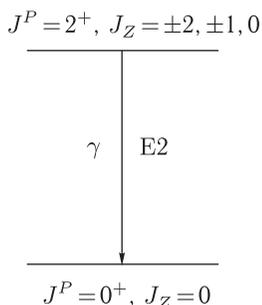
2.8.43. М2-фотон распространяется вдоль оси z и поглощается четно-четным ядром в основном состоянии. Каковы спин J и четность P возбужденного состояния и каково значение J_z этого состояния?

Четно-четное ядро в основном состоянии имеет спин-четность 0^+ . М2-фотон имеет спин-четность 2^- . Из законов сохранения полного момента J (1.10.26) и четности P (1.10.28) для электромагнитных переходов следует, что возбужденное состояние также имеет спин-четность 2^- . Что касается J_z возбужденного состояния, то его находим из условия $J_z = (J_z)_{\gamma}$, где $(J_z)_{\gamma}$ — проекция полного момента фотона на ось z . Учтем, что проекция полного момента фотона на направление его движения (в данном случае оно совпадает с осью z) может быть только ± 1 . Таким образом, $J_z = (J_z)_{\gamma} = \pm 1$. Поскольку энергия ядерного состояния в отсутствие внешних полей не зависит от J_z , то обе эти возможности ($J_z = \pm 1$) отвечают одной и той же энергии (см. рисунок).

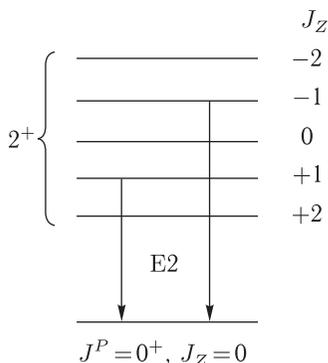


2.8.44. Четно-четное ядро находится в магнитном поле в возбужденном состоянии со спин-четностью $J^P = 2^+$ и переходит в основное состояние, испуская фотоны вдоль оси z . Определить тип и мультипольность фотонов. На схеме уровней показать все возможные γ -переходы.

нет внешних полей



ядро в магнитном поле



Ядро, находясь в 2^+ -состоянии, может иметь пять значений J_z : $\pm 2, \pm 1, 0$. В отсутствие внешних полей энергии ядерных состояний не зависят от J_z ,

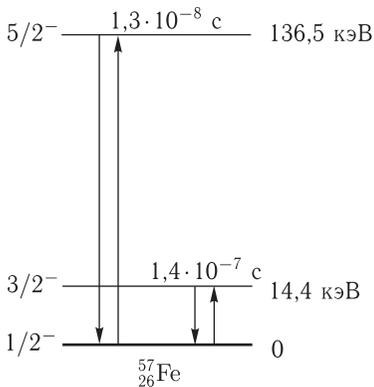
т. е. в данном случае имеем дело с пятикратным вырождением. Магнитное поле снимает это вырождение, расщепляя уровни по J_z (см. рисунок). Учтем, что основное состояние четно-четного ядра имеет спин-четность 0^+ . Поэтому испускаются фотоны 2^+ , т. е. E2-фотоны. При этом $(J_z)_\gamma$ должно совпадать с изменением J_z при переходе $2^+ \rightarrow 0^+$. Поскольку фотон, излучаемый вдоль оси z , имеет $(J_z)_\gamma = \pm 1$, то из пяти формально возможных переходов $J_z \rightarrow 0$ ($\pm 2 \rightarrow 0$, $\pm 1 \rightarrow 0$ и $0 \rightarrow 0$) остаются лишь два: $\pm 1 \rightarrow 0$.

2.8.45. Найти ширины Γ первого и второго возбужденных состояний ядра ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ (см. рисунок), если их средние времена жизни $\tau(3/2^-) = 1,4 \cdot 10^{-7}$ с и $\tau(5/2^-) = 1,3 \cdot 10^{-8}$ с. Показать невозможность поглощения γ -квантов, испускаемых при распаде этих состояний, покоящимися невозбужденными ядрами ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ (так называемое резонансное поглощение гамма-квантов или резонансная флуоресценция).

Оценим ширины возбужденных состояний на основе соотношения $\Gamma \cdot \tau = \hbar$. Получаем

$$\Gamma(5/2) = \frac{\hbar}{\tau(5/2)} = \frac{6,58 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}}{1,3 \cdot 10^{-8} \text{ с}} = 5,1 \cdot 10^{-8} \text{ эВ},$$

$$\Gamma(3/2) = \frac{\hbar}{\tau(3/2)} = \frac{6,58 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с}}{1,4 \cdot 10^{-7} \text{ с}} = 4,7 \cdot 10^{-9} \text{ эВ}.$$



Энергия T_γ отдачи ядра при излучении γ -кванта дается выражением (1.10.21): $T_\gamma \approx \frac{E^2}{2M_\gamma c^2}$, где E — энергия излучающего состояния, а M_γ — масса ядра. Для ядра ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ получаем

$$T_\gamma(5/2) = \frac{(136,5 \cdot 10^3 \text{ эВ})^2}{2 \cdot 57 \text{ а.е.м.} \cdot 931,5 \cdot 10^6 \text{ эВ/а.е.м.}} \approx 0,18 \text{ эВ},$$

$$T_\gamma(3/2) = \frac{(14,4 \cdot 10^3 \text{ эВ})^2}{2 \cdot 57 \text{ а.е.м.} \cdot 931,5 \cdot 10^6 \text{ эВ/а.е.м.}} \approx 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}.$$

Таким образом, энергия отдачи ядра во много раз превышает ширину уровней. Потери энергии на отдачу настолько велики, что резонансное поглощение γ -квантов невозможно.

2.8.46. Проводится эксперимент по резонансному поглощению γ -квантов образцом из невозбужденных покоящихся ядер ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ (поглотитель) с образованием этих ядер в первом возбужденном состоянии с энергией 14,4 кэВ (см. предыдущую задачу и рисунок к ней). Источником γ -квантов является другой образец из покоящихся ядер ${}^{57}_{26}\text{Fe}$, находящихся в первом возбужденном состоянии. С какой скоростью необходимо сближать источник и поглотитель, чтобы последний стал поглощать γ -кванты?

Как следует из предыдущей задачи, при испускании γ -кванта из первого возбужденного (14,4 кэВ) состояния покоящегося ядра ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ ядро получает отдачу, энергия которой $T_{\text{я}} \approx 2,0 \cdot 10^{-3}$ эВ много больше ширины излучающего уровня ($\Gamma(3/2) \approx 4,7 \cdot 10^{-9}$ эВ). Излученный фотон имеет энергию $E_{\gamma} = E(3/2) - T_{\text{я}}$, которая оказывается меньше той, которая необходима для того, чтобы быть вновь поглощенным покоящимся невозбужденным ядром ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ с образованием последнего в первом возбужденном состоянии даже с учетом энергетической ширины $\Gamma(3/2)$ этого состояния. Таким образом, резонансное поглощение рассматриваемого γ -кванта невозможно. Однако потерянную на ядерную отдачу энергию излученного фотона можно компенсировать за счет эффекта Доплера, сближая с необходимой скоростью ядро-источник и ядро-поглотитель. При этом нужно компенсировать две энергии отдачи ядра ($2T_{\text{я}}$), так как отдача ядра будет иметь место и при поглощении им фотона. Воспользуемся известным соотношением, следующим из формализма эффекта Доплера:

$$\frac{\Delta E_{\gamma}}{E_{\gamma}} = \frac{v}{c},$$

где ΔE_{γ} — потерянная при отдаче ядра энергия фотона, которую нужно компенсировать, v — скорость сближения источника и поглотителя, c — скорость света. С учетом того, что $\Delta E_{\gamma} = 2T_{\text{я}}$, получаем

$$v = \frac{\Delta E_{\gamma}}{E_{\gamma}} c = \frac{2T_{\text{я}}}{E_{\gamma}} c \approx \frac{2T_{\text{я}}}{E(3/2)} c = \frac{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}}{14,4 \cdot 10^3 \text{ эВ}} 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 83 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2.8.47. Рассмотреть эффект уширения спектральной γ -линии за счет теплового движения атомов излучателя. Получить выражение для формы спектральной линии в предположении незначительной собственной ширины линии.

Спектральная линия уширяется за счет эффекта Доплера. Если ядро в покое испускает γ -квант с энергией E_0 , то, участвуя в тепловом движении и двигаясь в некотором направлении со скоростью v , γ -квант будет иметь энергию E , определяемую выражением

$$E = E_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx E_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right). \quad (2.8.1)$$

Если скорости ядер излучателя имеют максвелловское распределение, то вероятность $w(v)$ у ядра иметь в некотором направлении скорость в интервале от v до $v + dv$ дается соотношением

$$w(v)dv = \sqrt{\frac{M}{2\pi kT}} e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} dv, \quad (2.8.2)$$

где M — масса ядра, T — абсолютная температура излучателя, а k — постоянная Больцмана ($8,62 \cdot 10^{-11}$ МэВ/К). Комбинируя (2.8.1) и (2.8.2), получаем для распределения фотонов по энергии E гауссову зависимость

$$w(E)dE = \frac{1}{\Delta\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{E-E_0}{\Delta}\right)^2} dE, \quad (2.8.3)$$

где E — энергия фотона, излучаемая холодным (при $T = 0$) ядром, а Δ — величина, определяемая выражением

$$\Delta = E_0 \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}}. \quad (2.8.4)$$

При этом ширина Γ_d на половине высоты гауссового распределения (2.8.3), которую называют доплеровской шириной, дается соотношением

$$\Gamma_d = 2\Delta\sqrt{\ln 2} = 2E_0\sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}} \ln 2. \quad (2.8.5)$$

В заключение представим гауссову зависимость резонансной кривой (2.8.3) в виде резонанса в эффективном сечении

$$\sigma(E) = \sigma_0 \cdot e^{-\left(\frac{E-E_0}{\Delta}\right)^2} \quad (2.8.6)$$

и сопоставим эту зависимость с брейт-вигнеровским резонансным сечением (1.10.30), характерным для естественного γ -распада:

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}. \quad (2.8.7)$$

2.8.48. Оценить уширение спектральной гамма-линии с энергией $E_\gamma = 1$ МэВ при комнатной температуре за счет теплового движения атомов излучателя. Собственной (естественной) шириной линии пренебречь.

Используем выражение (2.8.5) для доплеровской ширины γ -линии. Для оценок положим массовое число ядра-излучателя $A = 50$, а комнатной будем считать абсолютную температуру $T = 300$ К. Получаем

$$\Gamma_d = 2E_\gamma \sqrt{\frac{2kT}{Mc^2}} \ln 2 \approx 2 \cdot 1 \text{ МэВ} \sqrt{\frac{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ/К} \cdot 300 \text{ К}}{50 \cdot 939 \text{ МэВ}}} \approx 1,7 \text{ эВ}.$$

2.8.49. Рассмотреть образец, состоящий из находящихся при комнатной температуре ядер ${}^{57}_{26}\text{Fe}$ во втором возбужденном состоянии $5/2^-$ с энергией 136,5 кэВ. Какова форма γ -линии такого образца? Какова ширина линии?

Форма и ширина γ -линии определяется двумя эффектами: естественным гамма-распадом и тепловым (доплеровским) уширением. В отсутствие последнего форма γ -линии брейт-вигнеровская (1.10.30)

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

с шириной Γ на половине высоты, связанной со средним временем жизни ядерного уровня τ соотношением $\Gamma \cdot \tau = \hbar$.

Доплеровское уширение стремится придать γ -линии форму гауссианы (см. формулу (2.8.6) в задаче 2.8.47)

$$\sigma(E) = \sigma_0 \cdot e^{-\left(\frac{E-E_0}{\Delta}\right)^2}$$

с шириной на половине высоты $\Gamma_D = 2\Delta\sqrt{\ln 2} = 2E_0\sqrt{\frac{2kT}{Mc^2} \ln 2}$. Сопоставим естественную ширину Γ второго возбужденного уровня $^{57}_{26}\text{Fe}$ (136,5 кэВ, $5/2^-$) с доплеровской шириной Γ_D этого уровня. Используя данные задачи 2.8.45 и полагая для комнатной температуры $T = 300$ К, имеем

$$\begin{aligned} \Gamma(5/2) &\approx 5,1 \cdot 10^{-8} \text{ эВ}, \\ \Gamma_D(5/2) &= 2E_0\sqrt{\frac{2kT}{Mc^2} \ln 2} \approx \\ &\approx 2 \cdot 136,5 \text{ кэВ} \sqrt{\frac{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ/К} \cdot 300 \text{ К}}{57 \cdot 939 \text{ МэВ}}} \approx 0,27 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Таким образом, $\Gamma_D(5/2) \gg \Gamma(5/2)$. Это означает, что эффект доплеровского уширения в формировании γ -линии будет доминировать. Результирующая форма линии будет гауссовой (2.8.6), и ширина линии на половине высоты практически совпадет с доплеровской шириной $\Gamma_D(5/2) \approx 0,27$ эВ.

2.8.50. Какова форма гамма-линии от образца, состоящего из ядер с массовым числом $A = 200$, находящихся в первом возбужденном состоянии с энергией $E_0 = 10$ кэВ. Время жизни ядра $\tau = 10^{-16}$ с. Образец находится при абсолютной температуре $T = 100$ К.

Форма γ -линии определяется двумя эффектами: естественным гамма-распадом и тепловым (доплеровским) уширением. В отсутствие последнего форма γ -линии брейт-вигнеровская (1.10.30) с шириной Γ на половине высоты, связанной со средним временем жизни ядерного уровня τ соотношением $\Gamma \cdot \tau = \hbar$. Доплеровское уширение стремится придать γ -линии форму гауссианы (см. формулу (2.8.6) в задаче 2.8.47) с шириной на половине высоты $\Gamma_D = 2\Delta\sqrt{\ln 2} = 2E_0\sqrt{\frac{2kT}{Mc^2} \ln 2}$. Результирующий эффект зависит от соотношения ширин Γ и Γ_D . Сопоставим эти ширины. Имеем

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar c}{\tau \cdot c} = \frac{197 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{10^{-16} \text{ с} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 6,6 \text{ эВ}, \\ \Gamma_D &= 2E_0\sqrt{\frac{2kT}{Mc^2} \ln 2} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ эВ} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ/К} \cdot 100 \text{ К}}{200 \cdot 939 \text{ МэВ}}} \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Таким образом, $\Gamma \gg \Gamma_d$, т. е. эффектом доплеровского уширения можно пренебречь. Форма линии будет брейт-вигнеровской с шириной на половине высоты $\Gamma \approx 6,6$ эВ.

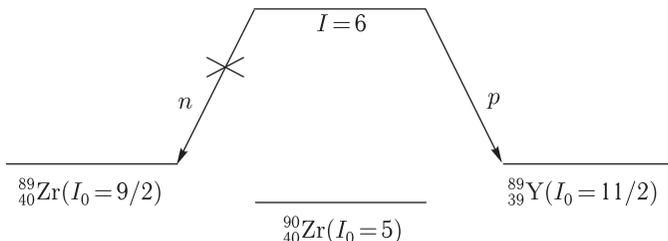
2.8.51. В ядре ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ возбуждается состояние, имеющее изоспин $I = 6$. Показать, что распад этого состояния в основное состояние ядра ${}^{89}_{40}\text{Zr}$ с испусканием нейтрона невозможен.

Изоспин I_0 основного состояния ядра, состоящего из Z протонов и N нейтронов, дается (см. соотношение (1.4.5)) выражением $I_0 = \left| \frac{Z - N}{2} \right|$. Вычислим изоспины основных состояний ядер ${}^{89}_{39}\text{Y}$ и ${}^{89}_{40}\text{Zr}$:

$$I_0({}^{89}_{39}\text{Y}) = \left| \frac{39 - 50}{2} \right| = \frac{11}{2},$$

$$I_0({}^{89}_{40}\text{Zr}) = \left| \frac{40 - 49}{2} \right| = \frac{9}{2}.$$

Величины изоспинов протона и нейтрона $I(p) = I(n) = \frac{1}{2}$.



Распады состояний ядра ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ с испусканием протона и нейтрона происходят в результате сильного взаимодействия. Из закона сохранения изоспина в сильных взаимодействиях следует невозможность распада состояния $I = 6$ ядра ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ с испусканием нейтрона и образованием конечного ядра ${}^{89}_{40}\text{Zr}$ в основном состоянии с $I_0 = 9/2$. Действительно, сохранение изоспина в нейтронном распаде ядра ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ с заселением основного состояния ядра ${}^{89}_{40}\text{Zr}$ отвечает векторному равенству

$$\vec{I}({}^{90}_{40}\text{Zr}) = \vec{I}_0({}^{89}_{40}\text{Zr}) + \vec{I}(n), \text{ т. е. } \vec{I}({}^{90}_{40}\text{Zr}) = \frac{\vec{9}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{4} \text{ или } \vec{5}.$$

Таким образом, $\vec{I}({}^{90}_{40}\text{Zr}) = \vec{6}$ невозможно.

В то же время распад состояний с $I = 6$ ядра ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ с испусканием протона в основное состояние конечного ядра ${}^{89}_{39}\text{Y}$ с изоспином $I_0 = 11/2$ не противоречит закону сохранения изоспина:

$$\vec{I}({}^{90}_{40}\text{Zr}) = \vec{I}_0({}^{89}_{39}\text{Y}) + \vec{I}(p), \text{ т. е. } \vec{I}({}^{90}_{40}\text{Zr}) = \frac{\vec{11}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{5} \text{ или } \vec{6}.$$

2.8.52. Оценить вероятность для шарика массой $M = 1$ г преодолеть порог высотой $H = 0,1$ мм и такой же толщины d (чуть выступающее лезвие безопасной бритвы).

Область пространства, где потенциальная энергия $V(r)$ частицы (или тела) выше ее кинетической энергии T , образует для этой частицы потенциальный барьер, который с точки зрения классической физики непреодолим для этой частицы. Квантовая механика допускает прохождение частицы через потенциальный барьер, причем вероятность P такого прохождения может быть оценена с помощью приближенного соотношения

$$P = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_R^{R_0} \sqrt{2M[V(r) - T]} dr\right),$$

где пределами интегрирования являются границы барьера, т. е. той области, в которой кинетическая энергия частицы $T < V(r)$. Это соотношение применимо, в частности, для вычисления вероятности ядерного α -распада, в котором α -частица, покидающая ядро, преодолевает кулоновский барьер.

Применим это соотношение к нашей макроскопической задаче. Поскольку в данном случае $V(r) = MgH$ и $T \approx 0$, то для показателя экспоненты в вышеприведенном выражении получаем значение

$$-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2M^2 g H} d = \frac{2}{1,05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с}} \sqrt{2 \cdot (1 \text{ г})^2 \cdot 9,8 \cdot 10^2 \frac{\text{см}}{\text{с}^2} \cdot 10^{-2} \text{ см} \cdot 10^{-2} \text{ см}} \approx -10^{26},$$

так что вероятность P для шарика преодолеть порог оказывается равной невообразимо малой величине $e^{-10^{26}}$.

2.8.53. Оценить высоту и ширину кулоновского барьера для α -частицы, вылетающей из ядра ${}_{83}^{212}\text{Bi}$. Энергия α -частицы 6,09 МэВ (см. задачу 2.8.7).

Изобразим потенциал, в котором движется α -частица (см. рисунок). Внутри ядра ($r < R$) α -частица движется в близком к прямоугольному отрицательному потенциале глубиной V_0 , т. е. имеет кинетическую энергию $T_\alpha + V_0$. Вне ядра ($r > R$) α -частица имеет кинетическую энергию T_α и находится в кулоновском потенциале ядра-остатка, имеющем вид

$$V_{\text{кул}} = \frac{z_\alpha Z_\alpha e^2}{r},$$

где $z_\alpha = 2$, а Z_α — заряд ядра остатка ($Z_\alpha = Z - 2$), e — величина элементарного заряда.

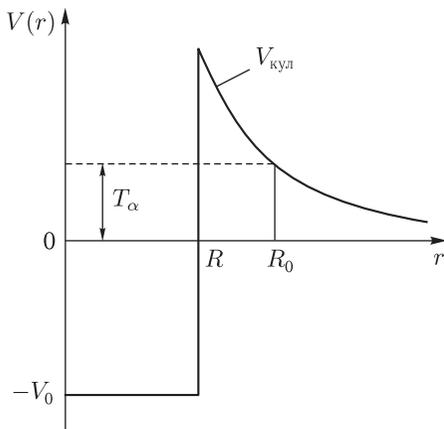
При $R < r < R_0$ кинетическая энергия α -частицы ниже потенциальной, т. е. α -частица находится «под потенциальным барьером», преодолев который она окончательно покидает ядро. Высотой этого барьера будем считать величину $V_{\text{кул}}(R) - T_\alpha$. Шириной барьера будем полагать расстояние $R_0 - R$. Итак, для рассматриваемого α -распада ядра ${}_{83}^{212}\text{Bi}$ (для него $R \approx 6,1$ Фм) имеем

$$V_{\text{кул}}(R) = \frac{z_\alpha Z_\alpha e^2}{R} = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{z_\alpha Z_\alpha \hbar c}{R} = \frac{1}{137} \cdot \frac{2 \cdot 81 \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{6,1 \text{ Фм}} \approx 38 \text{ МэВ}.$$

Высота барьера: $V_{\text{кул}}(R) - T_\alpha = 38 \text{ МэВ} - 6,09 \text{ МэВ} \approx 32 \text{ МэВ}$.

$$R_0 = \frac{z_\alpha Z_\alpha e^2}{T_\alpha} = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{z_\alpha Z_\alpha \hbar c}{T_\alpha} = \frac{1}{137} \cdot \frac{2 \cdot 81 \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{6,09 \text{ МэВ}} \approx 38 \text{ Фм}.$$

Ширина барьера: $R_0 - R = 38 \text{ Фм} - 6,1 \text{ Фм} \approx 32 \text{ Фм}$.



2.8.54. Оценить высоту центробежного барьера для α -частицы с орбитальным моментом $l = 3$, вылетающей из тяжелого ядра.

Высота центробежного барьера равна квантово-механической энергии вращения α -частицы $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_\alpha R^2}$ на границе ядра. С учетом радиуса тяжелого ядра $R \approx 6$ Фм и массы α -частицы $m_\alpha c^2 \approx 4 \cdot 939$ МэВ (энергией связи α -частицы, составляющей менее 1% ее массы, пренебрегаем), получаем

$$E_{\text{вр}}(\text{кв.мех}) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_\alpha R^2} = \frac{\hbar^2 c^2 l(l+1)}{2m_\alpha c^2 R^2} = \frac{(197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм})^2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 4 \cdot 939 \text{ МэВ} \cdot (6 \text{ Фм})^2} \approx 1,7 \text{ МэВ}.$$

§2.9. Ядерные реакции

2.9.1. Протон с кинетической энергией $T = 2$ МэВ налетает на неподвижное ядро $^{197}_{79}\text{Au}$. Определить дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ упругого кулоновского рассеяния на угол $\theta = 60^\circ$. Как изменится величина этого сечения, если в качестве рассеивающего ядра выбрать $^{27}_{13}\text{Al}$?

Дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния на угол θ определяется формулой Резерфорда $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$ (см. также (1.2.25)), где $Z_1 e$ — заряд налетающей частицы, $Z_2 e$ — заряд ядра. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{1 \cdot 79 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед.СГСЭ})^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}} \right)^2 \cdot \frac{1}{(1/2)^4} = \\ &= 3,2 \cdot 10^{-23} \text{ см}^2/\text{стерад} = 32 \text{ барн/стерад}. \end{aligned}$$

Из формулы Резерфорда следует, что отношение дифференциальных сечений рассеяния при замене ядра $^{197}_{79}\text{Au}$ на $^{27}_{13}\text{Al}$ будет определяться отношением

квадратов зарядов этих ядер: $R = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{Au}} / \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{Al}} = \frac{Z_{\text{Au}}^2}{Z_{\text{Al}}^2} = \frac{79^2}{13^2} = 37$, то есть при одинаковых условиях сечение рассеяния на золоте будет в 37 раз больше, чем на алюминии.

2.9.2. Вычислить сечение рассеяния α -частицы с кинетической энергией $T = 5$ МэВ кулоновским полем ядра ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ под углами больше 90° .

Искомое сечение получим интегрированием формулы Резерфорда (см. предыдущую задачу и формулу (1.2.25))

$$\sigma(\theta > \theta_0) = \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_{\theta_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{\sin\theta \, d\theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}.$$

Заменяя переменные — $\theta = 2\theta'$, $d\theta = 2d\theta'$, получаем

$$\begin{aligned} \sigma(\theta > \theta_0) &= 2\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \int_{\theta_0/2}^{\pi/2} 2 \cdot \frac{\sin 2\theta' \, d\theta'}{\sin^4 \theta'} = \\ &= 4\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \int_{\theta_0/2}^{\pi/2} \frac{2 \sin \theta' \cos \theta' \, d\theta'}{\sin^4 \theta'} = \\ &= 8\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \int_{\theta_0/2}^{\pi/2} \frac{\cos \theta' \, d\theta'}{\sin^3 \theta'} = 8\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \left(-\frac{1}{2 \sin^2 \theta'} \right) \Big|_{\theta_0/2}^{\pi/2} = \\ &= 8\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \left(\frac{1}{2 \sin^2 \theta_0/2} - \frac{1}{2 \sin^2 \pi/2} \right) = \\ &= \pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \pi/4} - \frac{1}{\sin^2 \pi/2} \right) = \\ &= \pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \right)^2 \left(\frac{1}{(\sqrt{2}/2)^2} - \frac{1}{1^2} \right) = \\ &= \pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \right)^2 = 3,14 \left(\frac{2 \cdot 82 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ эд.СГСЭ})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}} \right)^2 \approx \\ &\approx 18 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 = 18 \text{ барн}. \end{aligned}$$

2.9.3. Вычислить сечение рассеяния α -частицы с энергией 3 МэВ в кулоновском поле ядра ${}^{238}_{92}\text{U}$ в интервале углов от 150° до 170° .

Дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния на угол θ определяется формулой Резерфорда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{C}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

(см. также (1.2.25)), где Z_1e — заряд налетающей частицы, Z_2e — заряд ядра, а T — кинетическая энергия налетающей частицы. Сечение рассеяния α -частицы в интервале углов от θ_1 до θ_2 :

$$\begin{aligned}\sigma &= \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = C \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi = \\ &= -2\pi C \frac{2}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = -4\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_2}{2}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) = \\ &= 4\pi \left(\frac{92 \cdot 2 \cdot 1,44}{4 \cdot 3} \right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 75^\circ} - \frac{1}{\sin^2 85^\circ} \right) \Phi\text{М}^2 = 3,93 \text{ барн}.\end{aligned}$$

2.9.4. Дифференциальное сечение реакции $d\sigma/d\Omega$ под углом $\theta = 90^\circ$ составляет 10 мб/ср. Рассчитать величину интегрального сечения, если угловая зависимость дифференциального сечения имеет вид $1 + 2 \sin \theta$.

$$\begin{aligned}\sigma &= \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = a \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (1 + 2 \sin \theta) \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi = \\ &= 2\pi a \left(\int_0^\pi \sin \theta \cdot d\theta + 2 \int_0^\pi \sin^2 \theta \cdot d\theta \right) = 2\pi a(2 + \pi).\end{aligned}$$

Найдем константу a из условия $a(1 + 2 \sin 90^\circ) = 10$ мб/ср. Имеем $a = \frac{10 \text{ мб}}{3 \text{ ср}}$. В результате получаем $\sigma = \frac{10}{3} 2\pi(2 + \pi) \text{ мб} \approx 108 \text{ мб}$.

2.9.5. α -частицы с кинетической энергией $T = 6$ МэВ от радиоактивного источника рассеиваются ядрами $^{197}_{79}\text{Au}$. При каком угле рассеяния θ можно ожидать отклонение от формулы Резерфорда (1.2.25)?

Найдем расстояние r_{\min} минимального сближения α -частицы с ядром $^{197}_{79}\text{Au}$. Оно отвечает рассеянию на угол $\theta = 180^\circ$ (лобовому столкновению α -частицы с ядром). Используем формулу (1.7.5):

$$r_{\min} = \frac{z_\alpha Z_{\text{Au}} e^2}{T} = \frac{z_\alpha Z_{\text{Au}} e^2}{T} \frac{e^2}{\hbar c} \hbar c \approx 38 \text{ ФМ}.$$

Это расстояние существенно превышает радиус ядра $^{197}_{79}\text{Au}$ (см. формулу (1.7.2)):

$$R_{\text{Au}} = (1,0 \div 1,1) \cdot A_{\text{Au}}^{1/3} \text{ ФМ} \approx 1,05 \cdot 197^{1/3} \text{ ФМ} = 6,1 \text{ ФМ}.$$

Таким образом, даже при лобовом столкновении α -частицы с ядром $^{197}_{79}\text{Au}$ ядерная реакция невозможна. При всех других вариантах рассеяния $\theta < 180^\circ$, и дистанция сближения α -частицы с ядром $^{197}_{79}\text{Au}$ превышает r_{\min} и, следовательно, при всех возможных углах рассеяния его дифференциальное сечение будет описываться формулой Резерфорда.

2.9.6. Как изменится дифференциальное сечение рассеяния релятивистских электронов на ядре ${}^{16}_8\text{O}$, если предположить, что весь заряд этого ядра сосредоточен в одной точке?

Во-первых, сечение потеряет осциллирующий (дифракционный) характер, так как интерференции на одиночном точечном заряде не будет. Сечение будет полностью описываться формулой Мотта (1.2.31), где $Z = 8$. Это сечение представим в виде $Z^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M^e$, где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M^e$ — моттовское сечение на элементарном заряде ($Z = 1$). Отсюда виден и второй эффект — сильное возрастание величины сечения, поскольку для реального ядра моттовское сечение (не учитывающее интерференции) равно сумме моттовских сечений на единичных зарядах, т. е. $Z \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M^e$. Итак, за счет рассматриваемого эффекта сечение вырастет в $Z = 8$ раз.

2.9.7. Написать выражение для дифференциального сечения гравитационного рассеяния нерелятивистской частицы массы m на рассеивающем центре массы M (гравитационный аналог формулы Резерфорда). Считать $m \ll M$, т. е. отдачу рассеивающего центра не учитывать.

Для того, чтобы от формулы Резерфорда перейти к требуемой формуле гравитационного рассеяния, достаточно заменить выражение для r_{\min} . При рассеянии в кулоновском поле $r_{\min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{T_1}$. При рассеянии в гравитационном поле нужно использовать $r_{\min} = G \frac{mM}{T}$, где G — гравитационная константа Ньютона, а T — кинетическая энергия налетающей частицы. При этом искомое дифференциальное сечение будет иметь вид

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{гравит}} = \left(G \frac{mM}{4T}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}.$$

2.9.8. Золотая пластинка толщиной $l = 0,1$ мм облучается пучком α -частиц с плотностью потока $j = 10^3$ частиц/см 2 · с. Кинетическая энергия α -частиц $T = 5$ МэВ. Сколько α -частиц на единицу телесного угла падает в секунду на детектор, расположенный под углом $\theta = 170^\circ$ к оси пучка? Площадь пятна пучка на мишени $S = 1$ см 2 .

Число частиц, рассеянных в единицу времени в единичный телесный угол, равно $N = j \cdot S \cdot n_s \frac{d\sigma}{d\Omega}$, где n_s — число ядер на единицу площади поверхности мишени, а $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ — дифференциальное сечение упругого рассеяния, в качестве которого ниже будет использовано сечение резерфордовского рассеяния (1.2.25).

Число ядер на единицу площади поверхности мишени $n_s = \frac{\rho \cdot l \cdot N_A}{m_M}$, где ρ — плотность вещества мишени, l — ее толщина, m_M — молярная масса вещества мишени, численно равная массовому числу A ее ядер и N_A — число Авогадро.

Поток частиц через детектор

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{j \cdot S \cdot \rho \cdot l \cdot N_A}{m_M} \left(\frac{Z_1 Z_2 e}{4T} \right) \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \\
 &= \frac{10^3 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1} \cdot 1 \text{ см}^2 \cdot 19,3 \text{ г/см}^3 \cdot 0,01 \text{ см} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}}{197 \text{ г/моль}} \times \\
 &\quad \times \left(\frac{2 \cdot 79 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед.СГСЭ})^2}{4 \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}} \right)^2 \cdot 1,015 = 0,78 \text{ с}^{-1}.
 \end{aligned}$$

2.9.9. Рассчитать дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega$ упругого рассеяния протонов на ядрах золота $^{197}_{79}\text{Au}$ под углом $\theta = 15^\circ$, если известно, что за сеанс облучения мишени с массовой толщиной $d = 7 \text{ мг/см}^2$ протонами с суммарным зарядом $Q = 1 \text{ нКл}$ на детектор площадью $S = 0,5 \text{ см}^2$, расположенный на расстоянии $l = 30 \text{ см}$ от мишени, попало $\Delta N = 1,97 \cdot 10^5$ упруго рассеянных протонов. Сравнить экспериментально измеренное сечение с Резерфордским.

Дифференциальным сечением аксиально симметричной реакции $a + A \rightarrow B + b$ называется величина $\frac{d\sigma_{ab}(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{\nu N} \cdot \frac{\Delta N}{\Delta\Omega}$, где ν — количество ядер мишени на единицу поперечной по отношению к направлению движения падающих частиц площади, N — количество попавших на мишень частиц a , ΔN — количество частиц b продуктов данной реакции, вылетевших в элемент телесного угла $\Delta\Omega$ в направлении, характеризуемом углом θ . Дифференциальное сечение обычно измеряется в барнах на стерадиан. Итак, имеем

$$\frac{d\sigma_{ab}(\theta)}{d\Omega} = \frac{1}{\nu N} \frac{\Delta N}{\Delta\Omega}, \quad \Delta\Omega = \frac{S}{l^2}, \quad N = \frac{Q}{e_p}, \quad \nu = \frac{d \cdot N_A}{m_M},$$

где e_p — заряд протона, N_A — число Авогадро и m_M — молярная масса ядра $^{197}_{79}\text{Au}$. Для искомого дифференциального сечения получаем

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma_{ab}(\theta)}{d\Omega} &= \frac{m_M e_p}{d \cdot N_A Q} \cdot \frac{\Delta N \cdot l^2}{S} = \\
 &= \frac{197 \text{ г/моль} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1,97 \cdot 10^5 \cdot (30 \text{ см})^2}{7 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / \text{моль} \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \cdot 0,5 \text{ см}^2} = \\
 &= 2,65 \cdot 10^3 \text{ барн/ср.}
 \end{aligned}$$

Найдем теперь дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния, используя формулу Резерфорда для протонов с кинетической энергией $T = 3 \text{ МэВ}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{Z_{\text{Au}} Z_p e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \\
 &= \left(\frac{79 \cdot 1 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед.СГСЭ})^2}{4 \cdot 3 \text{ МэВ} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \left(\frac{15^\circ}{2} \right)} = 3,1 \cdot 10^3 \text{ барн/ср.}
 \end{aligned}$$

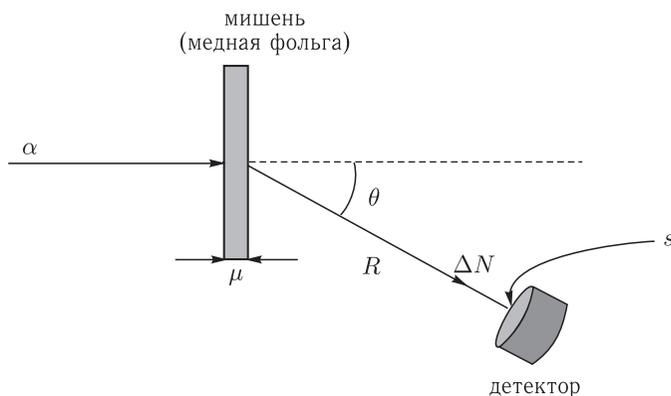
Полученная величина близка к экспериментально измеренному сечению.

2.9.10. Коллимированный пучок α -частиц с энергией $T_\alpha = 10$ МэВ падает перпендикулярно на медную фольгу с массовой толщиной $\mu = 1$ мг/см². α -частицы, рассеянные под углом $\theta = 30^\circ$, регистрируются детектором площадью $s = 1$ см², расположенным на расстоянии $R = 20$ см от мишени. Какая доля δ от полного числа упавших на медную фольгу α -частиц будет зарегистрирована детектором?

Используем формулу (1.2.23): $\frac{dN(\theta)}{d\Omega} = jM \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}$, где $dN(\theta)$ — число частиц, вылетевших под углом θ в единицу времени (в секунду) в телесном угле $d\Omega$. j — плотность потока частиц (число частиц, упавших в единицу времени на единицу поперечной площади мишени). M — полное число ядер мишени, находящихся в пучке ($M = n \cdot S \cdot L$, где n — число ядер мишени в единице объема; S — облучаемая площадь мишени; L — толщина мишени). Итак, число α -частиц ΔN , пересекающих детектор в секунду, дается выражением

$$\Delta N = jM \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \Delta\Omega,$$

где $\Delta\Omega$ — телесный угол, вырезаемый детектором по отношению к мишени.



Имеем $M = nSL$; $\Delta\Omega = \frac{s}{R^2}$. Учтем также то, что nL — число атомов меди на 1 см² поперечной площади облучаемой части мишени. Величину nL нужно связать с массовой толщиной μ медной фольги. Эта связь имеет вид: $\mu = nL \times$ (вес одного атома меди). Так как вес в граммах одного атома химического элемента с массовым числом A равен $\frac{A}{N_A}$ (N_A — число Авогадро), то получаем $nL = \mu \frac{N_A}{A}$. Итак, имеем

$$\Delta N = jS \cdot nL \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \Delta\Omega = jS \cdot \mu \frac{N_A}{A} \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \frac{s}{R^2}.$$

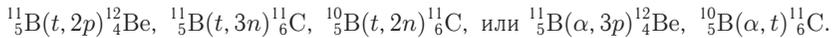
Поскольку число падающих в секунду на мишень α -частиц равно jS и рассеяние α -частиц является резерфордским (см. для $d\sigma(\theta)/d\Omega$ формулу (1.2.25)),

то искомая доля δ регистрируемых детектором α -частиц дается следующим расчетом:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{jS} &= \mu \frac{N_A}{A} \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \frac{s}{R^2} = \mu \frac{N_A}{A} (\hbar c)^2 = \left(\frac{Z_\alpha Z_{\text{Cu}} e^2}{4T_\alpha \hbar c} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}} \cdot \frac{s}{R^2} = \\ &= 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{см}^2} (197 \text{ МэВ} \cdot 10^{-13} \text{ см})^2 \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{63 \text{ г}} \times \\ &\quad \times \left(\frac{2 \cdot 29}{4 \cdot 10 \text{ МэВ}} \frac{1}{137} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{30^\circ}{2}} \cdot \frac{1 \text{ см}^2}{(20 \text{ см})^2} \approx 2,3 \cdot 10^{-7}. \end{aligned}$$

2.9.11. При облучении мишени из натурального бора наблюдалось появление радиоактивных изотопов с периодами полураспада 20,334 мин и 0,0202 с. Какие образовались изотопы? Какие реакции могли привести к образованию этих изотопов?

Периоды полураспада 20,334 мин и 0,0202 с соответствуют ядрам $^{11}_6\text{C}$ и $^{12}_4\text{Be}$. Натуральный бор состоит из двух изотопов: $^{11}_5\text{B}$ (80,2%) и $^{10}_5\text{B}$ (19,8%). Чтобы в мишени из натурального бора образовались ядра $^{11}_6\text{C}$ и $^{12}_4\text{Be}$, необходимо подвергнуть ее облучению либо частицами трития ($t \equiv {}^3_1\text{H}$), либо α -частицами:



2.9.12. Мишень из натурального бора бомбардируется протонами. После окончания облучения детектор β -частиц зарегистрировал активность 100 Бк. Через $t = 40$ мин активность образца снизилась до ≈ 25 Бк. Каков источник активности? Какая ядерная реакция могла происходить?

Активность $J = \lambda N$ меняется со временем по закону $J = J_0 e^{-\lambda t}$, где $\lambda = \ln 2 / t_{1/2}$, а $t_{1/2}$ — период полураспада. Отсюда находим период полураспада:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{t \ln 2}{\ln(J_0/J)} = \frac{40 \ln 2}{\ln(100/25)} = \frac{40 \cdot 0,693}{1,3863} \approx 20 \text{ мин}.$$

Такой период полураспада (20,334 мин) имеет ядро $^{11}_6\text{C}$. Простейшие реакции, в которых может образоваться это ядро, следующие: $^{11}_5\text{B}(p, n)^{11}_6\text{C}$, $^{10}_5\text{B}(p, \gamma)^{11}_6\text{C}$, $^{10}_5\text{B}(d, n)^{11}_6\text{C}$. Более сложные реакции может предложить читатель.

2.9.13. Определить сечение σ реакции $^{31}_{15}\text{P}(n, p)^{31}_{14}\text{Si}$, если известно, что после облучения мишени $^{31}_{15}\text{P}$ массой $m = 1$ г в потоке нейтронов плотностью $j = 2 \cdot 10^{10}$ нейтронов/с \cdot см² в течение времени $T = 4$ часа ее β -активность J , измеренная через время $\Delta t = 1$ час после окончания облучения, оказалась $J(T + \Delta t) = 3,9 \cdot 10^6$ распадов/с. Для ядра $^{31}_{14}\text{Si}$ период полураспада $t_{1/2} = 157,3$ мин.

Активность образца зависит от времени и определяется выражением $J(t) = \lambda \cdot N(t)$, где $N(t)$ — число радиоактивных ядер образца в момент времени t , а $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (см. § 1.11.2). $N(t)$ определяется конкуренцией двух процессов: образования радиоактивных ядер (в данном случае ядер $^{31}_{14}\text{Si}$

в реакции ${}_{15}^{31}\text{P}(n, p){}_{14}^{31}\text{Si}$ и распада этих ядер. С учетом этих двух процессов активность в момент времени t определяется формулой (1.11.11): $J(t) = \lambda \cdot N(t) = jM\sigma(1 - e^{-\lambda t})$, где σ — эффективное сечение реакции, в которой образуются радиоактивные ядра, а M — число ядер в облучаемом образце, которое выражается через массу m образца в граммах с помощью соотношения $M = \frac{mN_A}{A}$, где N_A — число Авогадро, а A — массовое число ядер образца в граммах.

Облучение длилось в течение времени T и затем было прекращено. Активность образца в этот момент определялась выражением $J(T) = jM\sigma(1 - e^{-\lambda T})$. Через интервал времени Δt она за счет распада уменьшилась в $e^{-\lambda \cdot \Delta t}$ раз. Поэтому активность в момент времени $T + \Delta t$ дается соотношением $J(T + \Delta t) = jM\sigma(1 - e^{-\lambda T}) \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t}$. Таким образом, искомое эффективное сечение находим с помощью следующего расчета:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{J(T + \Delta t)}{jM(1 - e^{-\lambda T}) \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t}} = \frac{J(T + \Delta t) \cdot A}{j \cdot m \cdot N_A (1 - e^{-\lambda T}) \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta t}} = \\ &= \frac{3,9 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \cdot 31 \text{ г}}{2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2} \cdot 1 \text{ г} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \left(1 - e^{-\frac{0,693}{157,3} 240}\right) \cdot e^{-\frac{0,693}{157,3} 60}} = \\ &= 2 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2 = 20 \text{ мб}. \end{aligned}$$

2.9.14. Рассчитать интенсивность пучка нейтронов I , которым облучали пластинку ${}_{25}^{55}\text{Mn}$ толщиной $d = 0,1$ см в течение $T = 15$ мин, если спустя $\Delta t = 150$ мин после окончания облучения ее активность J составила 2100 Бк. Период полураспада $t_{1/2}$ образующегося после облучения ядра ${}_{25}^{56}\text{Mn}$ составляет 2,58 часа (154,8 мин), сечение активации $\sigma = 0,48$ б, плотность вещества пластины $\rho = 7,42$ г/см³.

Для активности пластины можно записать $J = In_s\sigma(1 - e^{-\lambda T})e^{-\lambda \cdot \Delta t}$, где n_s — число ядер мишени на единицу ее площади: $n_s = \frac{\rho \cdot d \cdot N_A}{A}$ (N_A — число Авогадро, A — массовое число ядер мишени). Отсюда

$$\begin{aligned} I &= \frac{J \cdot A \cdot e^{\lambda \cdot \Delta t}}{\rho \cdot d \cdot N_A \cdot \sigma \cdot (1 - e^{-\lambda T})} = \\ &= \frac{2100 \cdot 55 \cdot e^{\ln 2 \cdot (150/154,8)}}{7,42 \cdot 0,1 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,48 \cdot 10^{-24} \cdot (1 - e^{-\ln 2 \cdot (15/154,8)})} = \\ &= 1,62 \cdot 10^7 \text{ нейтр/с}. \end{aligned}$$

2.9.15. Какую минимальную кинетическую энергию в лабораторной системе координат $(T_n)_{\min}$ должен иметь нейтрон, чтобы стала возможной реакция ${}_{8}^{16}\text{O}(n, \alpha){}_6^{13}\text{C}$? Избытки масс нейтрона и ядер следующие: $\Delta(n) = 8,071$ МэВ, $\Delta({}_8^{16}\text{O}) = -4,737$ МэВ, $\Delta({}_2^4\text{He}) = 2,425$ МэВ, $\Delta({}_6^{13}\text{C}) = 3,125$ МэВ.

Речь идет о нахождении пороговой энергии реакции $E_{\text{порог}} = (T_n)_{\text{min}}$. Используем формулу (1.11.2):

$$\begin{aligned} E_{\text{порог}} = (T_n)_{\text{min}} &\approx |Q| \left(1 + \frac{m_n}{M_{16\text{O}}} \right) = \\ &= 2,216 \left(1 + \frac{939,57}{8 \cdot 939,57 + 8 \cdot 938,27 - 28,30} \right) \text{ МэВ} \approx \\ &\approx 2,216 (1 + 0,063) \text{ МэВ} \approx 2,36 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Здесь использовано то, что энергия реакции, выраженная через избытки масс (см. (1.11.3)), имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} Q &= \Delta(n) + \Delta({}^{16}_8\text{O}) - \Delta({}^4_2\text{He}) - \Delta({}^{13}_6\text{C}) = \\ &= (8,071 - 4,737 - 2,425 - 3,125) \text{ МэВ} = -2,216 \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

и масса ядра ${}^{16}_8\text{O}$ в энергетических единицах:

$$\begin{aligned} M_{16\text{O}} \cdot c^2 &= 8m_n c^2 + 8m_p c^2 - W_{16\text{O}} = \\ &= (8 \cdot 939,57 + 8 \cdot 938,27 - 28,30) \text{ МэВ} = 14\,994,42 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.9.16. Определить пороговое значение энергии α -частицы в реакции $\alpha + \alpha \rightarrow {}^6_3\text{Li} + d$, если одна из α -частиц покоится. Энергии связи α -частицы, дейтрона и ядра ${}^6_3\text{Li}$ соответственно 28,3 МэВ, 2,2 МэВ и 32,0 МэВ.

Используем формулу (1.11.2): $E_{\text{порог}} = (T_A)_{\text{min}} \approx |Q| \left(1 + \frac{M_A}{M_B} \right)$, где Q — энергия реакции. Через энергии связи W участвующих ядер $Q = W({}^6_3\text{Li}) + W(d) - 2W(\alpha) = (32,0 + 2,2 - 2 \cdot 28,3) \text{ МэВ} = -22,4 \text{ МэВ}$. Получаем

$$E_{\text{порог}} \approx |Q| \left(1 + \frac{M_A}{M_B} \right) = |Q| \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\alpha} \right) = 22,4 \cdot 2 \text{ МэВ} = 44,8 \text{ МэВ}.$$

2.9.17. Определить пороговое значение энергии электрона в реакции электрорасщепления дейтрона: $e^- + d \rightarrow e^- + p + n$.

Дейтрон это ядро ${}^2_1\text{H}$. Для нахождения пороговой энергии воспользуемся формулой (1.11.1):

$$E_{\text{порог}} = (T_e)_{\text{min}} = |Q| \left(1 + \frac{m_e}{M_d} + \frac{|Q|}{2M_d c^2} \right).$$

Рассчитываем энергию реакции Q :

$$Q = (m_e + M_d - m_e - m_p - m_n)c^2 = -W_d = -2,224 \text{ МэВ}.$$

Здесь мы воспользовались тем, что $M_d c^2 = (m_p + m_n)c^2 - W_d$, а $W_d = 2,224 \text{ МэВ}$ (см. таблицу 1.5 в § 1.7.3). Итак, получаем

$$\begin{aligned} E_{\text{порог}} = (T_e)_{\text{min}} &= |Q| \left(1 + \frac{m_e c^2}{m_p c^2 + m_n c^2 - W_d} + \frac{|Q|}{2(m_p c^2 + m_n c^2 - W_d)} \right) = \\ &= 2,224 \left(1 + \frac{0,511}{938,272 + 939,565 - 2,224} + \frac{2,224}{2(938,272 + 939,565 - 2,224)} \right) \text{ МэВ} = \\ &= 2,227 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.9.18. Определить порог реакции фоторасщепления ядра $^{14}_6\text{C}$ с вылетом двух нейтронов: $\gamma + ^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{12}_6\text{C} + n + n$. При решении использовать избытки масс «участников» реакции: $\Delta(^{14}_6\text{C}) = 3,020$ МэВ, $\Delta(^{12}_6\text{C}) = 0$, $\Delta(n) = 8,071$ МэВ.

Применим формулу (1.11.1):

$$\begin{aligned} E_{\text{порог}} = (E_\gamma)_{\text{min}} &= |Q| \left(1 + \frac{m_\gamma}{m_{^{14}\text{C}}} + \frac{|Q|}{2m_{^{14}\text{C}}c^2} \right) = \\ &= |Q| \left(1 + \frac{|Q|}{2m_{^{14}\text{C}}c^2} \right) \approx |Q| = 13,122 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Здесь учтено то, что энергия реакции (см. формулу (1.11.3))

$$Q = \Delta(^{14}_6\text{C}) - \Delta(^{12}_6\text{C}) - 2 \cdot \Delta(n) = (3,020 - 0 - 2 \cdot 8,071) \text{ МэВ} = -13,122 \text{ МэВ}$$

и $\frac{|Q|}{2m_{^{14}\text{C}}c^2} \ll 1$.

2.9.19. Определить, какую минимальную энергию должен иметь протон, чтобы стала возможной реакция $p + d \rightarrow p + p + n$. Использовать в расчете избытки масс «участников» реакции в МэВ: $\Delta(^1_1\text{H}) = 7,289$; $\Delta(^2_1\text{H}) = 13,136$; $\Delta(n) = 8,071$.

Необходимо найти порог реакции. Поскольку $|Q| \ll 2m_p c^2$ воспользуемся выражение (1.11.2):

$$\begin{aligned} E_{\text{порог}} &\approx |Q| \left(1 + \frac{m_p}{m_d} \right) = 2,224 \text{ МэВ} \left(1 + \frac{938,27}{938,27 + 939,57 - 2,224} \right) \approx \\ &\approx 2,224 \text{ МэВ}(1 + 0,5) = 3,336 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Здесь энергия реакции Q и масса дейтрона получены с помощью следующих вычислений:

$$\begin{aligned} Q &= \Delta(^1_1\text{H}) + \Delta(^2_1\text{H}) - \Delta(^1_1\text{H}) - \Delta(n) = \\ &= (7,289 + 13,136 - 2 \cdot 7,289 - 8,071) \text{ МэВ} = -2,224 \text{ МэВ}, \\ m_d c^2 &= m_p c^2 + m_n c^2 - W_d = (938,27 + 939,57 - 2,224) \text{ МэВ} \approx 1875,6 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.9.20. Является ли реакция $^6_3\text{Li}(d, \alpha)^4_2\text{He}$ эндотермической или экзотермической? Даны удельные энергии связи ядер в МэВ: $\varepsilon(d) = 1,11$; $\varepsilon(\alpha) = 7,08$; $\varepsilon(^6_3\text{Li}) = 5,33$.

Тип реакции (эндотермическая или экзотермическая) зависит от того, отрицательная энергия реакции $Q = \left(\sum m_i c^2 - \sum m_f c^2 \right)$ или положительная. Здесь $\sum m_i c^2$ — сумма энергий покоя частиц (ядер) до реакции, а $\sum m_f c^2$ — сумма энергий покоя частиц (ядер) после реакции. При $Q < 0$ реакция эндотермическая, при $Q > 0$ — экзотермическая. Проведем вычисления. Прежде всего, определим массы (энергии покоя) $m c^2$ всех участвующих объектов (A, Z), используя соотношение

$$m(A, Z)c^2 = Z \cdot m_p c^2 + (A - Z) \cdot m_n c^2 - \varepsilon(A, Z) \cdot A.$$

Получаем

$$m(d)c^2 = (1 \cdot 938,27 + (2 - 1) \cdot 939,57 - 1,11 \cdot 2) \text{ МэВ} = 1875,6 \text{ МэВ},$$

$$m(\alpha)c^2 = (2 \cdot 938,27 + (4 - 2) \cdot 939,57 - 7,08 \cdot 4) \text{ МэВ} = 3727,4 \text{ МэВ},$$

$$m({}_3^6\text{Li})c^2 = (3 \cdot 938,27 + (6 - 3) \cdot 939,57 - 5,33 \cdot 6) \text{ МэВ} = 5601,5 \text{ МэВ}.$$

Рассчитаем энергию реакции Q :

$$Q = m({}_3^6\text{Li})c^2 + m(d)c^2 - 2 \cdot m(\alpha)c^2 = \\ = (5601,5 + 1875,6 - 2 \cdot 3727,4) \text{ МэВ} = 22,3 \text{ МэВ}.$$

Реакция является экзотермической.

2.9.21. Определить энергии протонов, при которых возможны следующие реакции: ${}_3^7\text{Li}(p, \alpha){}_2^4\text{He}$ и ${}_3^7\text{Li}(p, \gamma){}_4^8\text{Be}$. Используйте массы «участников» реакции в энергетических единицах: $m_p c^2 = 938,27 \text{ МэВ}$; $m_{{}_3^7\text{Li}} c^2 = 6533,83 \text{ МэВ}$; $m_{\alpha} c^2 = 3727,38 \text{ МэВ}$; $m_{{}_4^8\text{Be}} c^2 = 7454,85 \text{ МэВ}$.

Применяя формулу для энергии реакции $Q = c^2 \sum_i m_i - c^2 \sum_f m_f$, где первая сумма (i) относится к частицам (ядрам) до реакции, а вторая сумма (f) — к частицам (ядрам) после реакции, получаем для рассматриваемых реакций:

$$1) \quad {}_3^7\text{Li}(p, \alpha){}_2^4\text{He} : \quad Q = +17,34 \text{ МэВ};$$

$$2) \quad {}_3^7\text{Li}(p, \gamma){}_4^8\text{Be} : \quad Q = +17,25 \text{ МэВ}.$$

Таким образом, обе реакции экзотермические, т. е. идут при любых энергиях протонов.

2.9.22. Возможны ли реакции $\alpha + {}_3^7\text{Li} \rightarrow {}_5^{10}\text{B} + n$ и $\alpha + {}_6^{12}\text{C} \rightarrow {}_7^{14}\text{N} + d$ под действием α -частиц с кинетической энергией $T_{\alpha} = 10 \text{ МэВ}$? При решении использовать избытки масс «участников» реакций в МэВ: $\Delta(\alpha) = 2,425$; $\Delta({}_3^7\text{Li}) = 14,908$; $\Delta({}_5^{10}\text{B}) = 12,051$; $\Delta(n) = 8,071$; $\Delta({}_6^{12}\text{C}) = 0$, $\Delta({}_7^{14}\text{N}) = 2,863$; $\Delta(d) = 13,136$.

Обе реакции эндотермические, т. е. имеют порог $E_{\text{порог}} = (T_{\alpha})_{\text{мин}}$. Реакция возможна, если $T_{\alpha} > (T_{\alpha})_{\text{мин}}$ и невозможна, если $T_{\alpha} < (T_{\alpha})_{\text{мин}}$. Пороговые энергии находим, используя формулу (1.11.2), в которой энергия реакции Q рассчитывается через избытки масс с помощью соотношения (1.11.3). Итак, получаем:

1) Реакция $\alpha + {}_3^7\text{Li} \rightarrow {}_5^{10}\text{B} + n$:

$$E_{\text{порог}} = (T_{\alpha})_{\text{мин}} = |Q| \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{Li}}} \right) \approx 2,789 \left(1 + \frac{4}{7} \right) \text{ МэВ} = 4,38 \text{ МэВ}.$$

Здесь $Q = \Delta(\alpha) + \Delta({}_3^7\text{Li}) - \Delta({}_5^{10}\text{B}) - \Delta(n) = (2,425 + 14,908 - 12,051 - 8,071) \text{ МэВ} = -2,789 \text{ МэВ}$ и массы ядер заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью до 0,15%. Следовательно, $T_{\alpha} = 10 \text{ МэВ} > (T_{\alpha})_{\text{мин}} = 4,38 \text{ МэВ}$ и реакция возможна.

2) Реакция $\alpha + {}_6^{12}\text{C} \rightarrow {}_7^{14}\text{N} + d$:

$$E_{\text{порог}} = (T_{\alpha})_{\text{мин}} = |Q| \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\text{C}}} \right) \approx 13,574 \left(1 + \frac{4}{12} \right) \text{ МэВ} = 18,1 \text{ МэВ}.$$

Здесь $Q = \Delta(\alpha) + \Delta({}^{12}_6\text{C}) - \Delta({}^{14}_7\text{N}) - \Delta(d) = (2,425 + 0 - 2,863 - 13,136) \text{ МэВ} = -13,574 \text{ МэВ}$ и массы ядер заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью до 0,07%. Следовательно, $T_\alpha = 10 \text{ МэВ} < (T_\alpha)_{\min} = 18,1 \text{ МэВ}$ и реакция невозможна.

2.9.23. Вычислить порог реакции: $\alpha + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + p$ в лабораторной системе координат в двух случаях: 1) налетающей частицей является α -частица, 2) налетающей частицей является ядро ${}^{14}_7\text{N}$. Энергия реакции $Q = -1,19 \text{ МэВ}$. Прокомментировать результат.

Используем формулу (1.11.2).

1) Налетающей частицей является α -частица:

$$E_{\text{порог}} = (T_\alpha)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_N} \right) \approx 1,19 \left(1 + \frac{4}{14} \right) \text{ МэВ} = 1,53 \text{ МэВ}.$$

Здесь массы ядер заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью до 0,05%.

2) Налетающей частицей является ядро ${}^{14}_7\text{N}$:

$$E_{\text{порог}} = (T_N)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{m_N}{m_\alpha} \right) \approx 1,19 \left(1 + \frac{14}{4} \right) \text{ МэВ} = 5,36 \text{ МэВ}.$$

Здесь массы ядер заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью до 0,012%.

В первом случае на бесполезное для реакции движение центра инерции системы тратится $\frac{4}{14}|Q|$ энергии налетающей частицы, во втором $\frac{14}{4}|Q|$. Поэтому порог реакции во втором случае существенно (в 3,5 раза) выше.

2.9.24. Вычислить энергии Q следующих реакций:

- | | |
|---|--|
| 1) $d(p, \gamma){}_2^3\text{He}$; | 5) ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, p){}_{15}^{31}\text{P}$; |
| 2) $d(d, {}_2^3\text{He})n$; | 6) ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, n){}_{16}^{31}\text{S}$; |
| 3) ${}^7_3\text{Li}(p, n){}_4^7\text{Be}$; | 7) ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, \alpha){}_{14}^{28}\text{Si}$; |
| 4) ${}^3_2\text{He}(\alpha, \gamma){}_4^7\text{Be}$; | 8) ${}^4_2\text{He}(\alpha, p){}_3^7\text{Li}$. |

Для эндотермических реакций найти пороги реакций $E_{\text{порог}}$.

Энергии реакций Q рассчитываем с помощью формулы (1.11.3) по избыткам масс Δ участников реакций: $Q = \sum_i \Delta_i - \sum_f \Delta_f$. Здесь индекс i относится к частицам (ядрам) до реакции, а индекс f — к частицам (ядрам) после реакции. Пороговые энергии $E_{\text{порог}}$ эндотермических ($Q < 0$) реакций $a + A \rightarrow B + b$ определяем с помощью формулы (1.11.2):

$$E_{\text{порог}} = (T_a)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{m_a}{M_A} \right),$$

в которой массы частиц (ядер) заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью не хуже десятых долей процента. Все результаты решения задачи суммированы в нижеследующей таблице.

| Реакция | Q (МэВ) | $E_{\text{порог}}$ (МэВ) |
|---|-----------|--|
| $d(p, \gamma)_2^3\text{He}$ | +5,494 | реакция экзотермическая |
| $d(d, {}_2^3\text{He})n$ | +3,27 | реакция экзотермическая |
| ${}^7_3\text{Li}(p, n){}_4^7\text{Be}$ | -1,644 | $E_{\text{порог}} = 1,88$ МэВ |
| ${}_2^3\text{He}(\alpha, \gamma){}_4^7\text{Be}$ | +1,586 | реакция экзотермическая |
| ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, p){}^{31}_{15}\text{P}$ | -8,864 | $E_{\text{порог}} \approx Q $ (так как $m_\gamma = 0$) |
| ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, n){}^{31}_{16}\text{S}$ | -15,042 | $E_{\text{порог}} \approx Q $ |
| ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, \alpha){}^{28}_{14}\text{Si}$ | -6,948 | $E_{\text{порог}} \approx Q $ |
| ${}_2^4\text{He}(\alpha, p){}_3^7\text{Li}$ | -17,347 | $E_{\text{порог}} \approx 34,694$ МэВ |

2.9.25. Какие ядра могут образовываться в результате реакций под действием: 1) протонов с энергией 10 МэВ на мишени из ${}^7_3\text{Li}$; 2) ядер ${}^7_3\text{Li}$ с энергией 10 МэВ на водородной мишени?

Используя законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов, выпишем в нижеприведенной таблице всевозможные реакции взаимодействия протонов с ядрами ${}^7_3\text{Li}$.

| | Реакция | Q (МэВ) | $E_{\text{порог}}$ (МэВ) | |
|----|---|-----------|--------------------------|-----------------------|
| | | | $p + {}^7_3\text{Li}$ | ${}^7_3\text{Li} + p$ |
| 1 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + \alpha$ | 17,347 | | |
| 2 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + \gamma$ | 17,255 | | |
| 3 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + n$ | -1,644 | 1,88 | 13,15 |
| 4 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + t + p$ | -2,467 | 2,82 | 19,74 |
| 5 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_2\text{He} + n$ | -3,230 | 3,69 | 25,84 |
| 6 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^5_2\text{He} + {}^3_2\text{He}$ | -4,124 | 4,71 | 32,99 |
| 7 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^5_3\text{Li} + t$ | -4,433 | 5,07 | 35,46 |
| 8 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^6_3\text{Li} + d$ | -5,026 | 5,74 | 40,21 |
| 9 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + d + d$ | -6,5 | 7,43 | 52 |
| 10 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^6_3\text{Li} + p + n$ | -7,25 | 8,29 | 58 |
| 11 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + d + p + n$ | -8,724 | 9,97 | 69,79 |
| 12 | $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^5_2\text{He} + d + p$ | -9,618 | 10,99 | 76,94 |

В этой же таблице приведены энергии реакций Q , рассчитанные с помощью формулы (1.11.3) по избыткам масс Δ участников реакций: $Q = \sum_i \Delta_i - \sum_f \Delta_f$. Здесь индекс i относится к частицам (ядрам) до реакции, а индекс f — к частицам (ядрам) после реакции. Для эндотермических ($Q < 0$) реакций

$a + A \rightarrow B + b$ приведены пороговые энергии $E_{\text{порог}}$, определенные с помощью формулы (1.11.2):

$$E_{\text{порог}} = (T_a)_{\text{min}} = |Q| \left(1 + \frac{m_a}{M_A} \right) \text{ или } |Q| \left(1 + \frac{M_A}{m_a} \right),$$

в которой массы частиц (ядер) заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью не хуже десятых долей процента.

Под действием протонов с энергией 10 МэВ возможны реакции 1)–11), т. е. образуются ядра ${}^1_1\text{H}$ (протон), ${}^2_1\text{H}$ (дейтрон), ${}^3_1\text{H}$ (тритий), ${}^3_2\text{He}$, ${}^4_2\text{He}$, ${}^5_3\text{Li}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^7_4\text{Be}$, ${}^8_4\text{Be}$. Под действием ядер ${}^7_3\text{Li}$ с энергией 10 МэВ возможны только реакции 1)–2), т. е. образуются только ядра ${}^4_2\text{He}$ и ${}^8_4\text{Be}$.

2.9.26. Идентифицировать частицу X и рассчитать энергии реакции Q в следующих случаях:

- 1) ${}^{35}_{17}\text{Cl} + X \rightarrow {}^{32}_{16}\text{S} + \alpha$; 4) ${}^{23}_{11}\text{Na} + p \rightarrow {}^{20}_{10}\text{Ne} + X$;
- 2) ${}^{10}_5\text{B} + X \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \alpha$; 5) ${}^{23}_{11}\text{Na} + d \rightarrow {}^{24}_{12}\text{Mg} + X$;
- 3) ${}^7_3\text{Li} + X \rightarrow {}^7_4\text{Be} + n$; 6) ${}^{23}_{11}\text{Na} + d \rightarrow {}^{24}_{11}\text{Na} + X$.

Для того чтобы идентифицировать частицу X , нужно использовать законы сохранения заряда и числа нуклонов. Данные такой идентификации и результаты расчета Q с помощью избытков масс Δ участвующих объектов (см. формулу (1.11.3)) суммированы в таблице на с. 320. Для эндотермической реакции рассчитана пороговая энергия $E_{\text{порог}}$ с помощью формулы (1.11.2), в которой массы заменены массовыми числами, что справедливо с точностью 0,5%.

2.9.27. Предложить несколько ядерных реакций, в которых может образоваться ядро ${}^8_4\text{Be}$.

Используя закон сохранения заряда и закон сохранения числа нуклонов, можно предложить следующие реакции:

1. $\alpha + \alpha \rightarrow {}^8_4\text{Be} + \gamma$, 5. $\gamma + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + d$,
2. $d + {}^6_3\text{Li} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + \gamma$, 6. $p + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + {}^3_2\text{He}$,
3. $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + \gamma$, 7. $d + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + \alpha$,
4. $\gamma + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + n$, 8. $p + {}^{11}_5\text{B} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + \alpha$.

2.9.28. Ядро ${}^6_3\text{Li}$ захватывает медленный нейтрон и испускает γ -квант. Чему равна энергия γ -кванта E_γ ?

Рассматривается реакция $n + {}^6_3\text{Li} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \gamma$. Определим вначале энергию Q этой реакции, используя избытки масс Δ частиц (ядер): $Q = \Delta(n) + \Delta({}^6_3\text{Li}) - \Delta({}^7_3\text{Li}) = (8,071 + 14,087 - 14,908) \text{ МэВ} = 7,25 \text{ МэВ}$. Таким образом, в этой реакции выделяется энергия на много порядков больше кинетической энергии медленного нейтрона. Поэтому движение центра масс системы можно не учитывать (он на фоне столь больших Q практически неподвижен). Освобождающаяся энергия распределяется между конечным ядром ${}^7_3\text{Li}$ и γ -квантом, летящими в противоположные стороны с равными импульсами. Имеем следующую систему уравнений (сохранение энергии и импульса):

$$\begin{cases} T_{\text{Li}} + E_\gamma = Q, \\ p_{\text{Li}} = p_\gamma. \end{cases}$$

Таблица к задаче 2.9.26

| | |
|--|---|
| 1) ${}_{17}^{35}\text{Cl} + X \rightarrow {}_{16}^{32}\text{S} + \alpha$ | $Q = -29,014 + 7,289 - (-26,016 + 2,425) = 1,87 \text{ МэВ}$ |
| $Z \quad 17 \quad 1 \quad 16 \quad 2$ | Реакция экзотермическая |
| $A \quad 35 \quad 1 \quad 32 \quad 4$ | |
| $X = p$ | |
| 2) ${}_{5}^{10}\text{B} + X \rightarrow {}_{3}^{7}\text{Li} + \alpha$ | $Q = 12,051 + 8,071 - (14,908 + 2,425) = 2,79 \text{ МэВ}$ |
| $Z \quad 5 \quad 0 \quad 3 \quad 2$ | Реакция экзотермическая |
| $A \quad 10 \quad 1 \quad 7 \quad 4$ | |
| $X = n$ | |
| 3) ${}_{3}^{7}\text{Li} + X \rightarrow {}_{4}^{7}\text{Be} + n$ | $Q = 14,908 + 7,289 - (15,770 + 8,071) = -1,644 \text{ МэВ}$ |
| $Z \quad 3 \quad 1 \quad 4 \quad 0$ | Реакция эндотермическая |
| $A \quad 7 \quad 1 \quad 7 \quad 1$ | $(E_{\text{порог}} = 1,644 \cdot (1 + 1/7) \text{ МэВ} = 1,88 \text{ МэВ})$ |
| $X = p$ | |
| 4) ${}_{11}^{23}\text{Na} + p \rightarrow {}_{10}^{20}\text{Ne} + X$ | $Q = -9,530 + 7,289 - (-7,042 + 2,425) = 2,38 \text{ МэВ}$ |
| $Z \quad 11 \quad 1 \quad 10 \quad 2$ | Реакция экзотермическая |
| $A \quad 23 \quad 1 \quad 20 \quad 4$ | |
| $X = \alpha$ | |
| 5) ${}_{11}^{23}\text{Na} + d \rightarrow {}_{12}^{24}\text{Mg} + X$ | $Q = -9,530 + 13,136 - (-13,934 + 8,071) = 9,47 \text{ МэВ}$ |
| $Z \quad 11 \quad 1 \quad 12 \quad 0$ | Реакция экзотермическая |
| $A \quad 23 \quad 2 \quad 24 \quad 1$ | |
| $X = n$ | |
| 6) ${}_{11}^{23}\text{Na} + d \rightarrow {}_{11}^{24}\text{Na} + X$ | $Q = -9,530 + 13,136 - (-8,418 + 7,289) = 4,74 \text{ МэВ}$ |
| $Z \quad 11 \quad 1 \quad 11 \quad 1$ | Реакция экзотермическая |
| $A \quad 23 \quad 2 \quad 24 \quad 1$ | |
| $X = p$ | |

Очевидно, безмассовый фотон уносит подавляющую часть энергии реакции Q , т. е. $E_{\gamma} \approx Q = 7,25 \text{ МэВ}$. Получим численный ответ. Для кинетической энергии ${}_{3}^{7}\text{Li}$ используем формулу (1.10.21), в которой E меняем на Q :

$$T_{\text{Li}} \approx \frac{Q^2}{2M_{\text{Li}} \cdot c^2} \approx \frac{(7,25)^2}{2 \cdot 7 \cdot 931,5} \text{ МэВ} = 0,004 \text{ МэВ}.$$

Здесь масса ядра ${}_{3}^{7}\text{Li}$ оценивается как число нуклонов ядра, умноженное на атомную единицу массы ($\approx 931,5 \text{ МэВ}$), что с точностью 0,2% совпадает с истинной величиной этой массы. Таким образом, энергия γ -кванта E_{γ} действительно почти не отличается от Q :

$$E_{\gamma} = Q - T_{\text{Li}} = (7,25 - 0,004) \text{ МэВ} \approx Q = 7,25 \text{ МэВ}.$$

2.9.29. Реакция $\alpha + \alpha \rightarrow {}^7_3\text{Li} + p$ протекает в районе порога. Определить скорости образующихся в этой реакции протона и ядра ${}^7_3\text{Li}$ в лабораторной системе координат.

В районе порога наделенные массой продукты реакции двигаются неразделенными с одинаковой скоростью, равной скорости центра масс. Для нахождения пороговой энергии в лабораторной системе координат используем формулу (1.11.1):

$$E_{\text{порог}} = (T_{\alpha})_{\text{min}} = |Q| \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\alpha}} + \frac{|Q|}{2m_{\alpha}c^2} \right).$$

Доля $E_{\text{порог}}$, идущая на движение центра масс, в данном случае равна

$$\frac{\left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\alpha}} + \frac{|Q|}{2m_{\alpha}c^2} \right)}{\left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\alpha}} + \frac{|Q|}{2m_{\alpha}c^2} \right)} \approx \frac{1}{2},$$

так как $\frac{|Q|}{2m_{\alpha}c^2} \ll 1$. Действительно, $|Q| = 17,35$ МэВ (см. задачу 1.11.1 в § 1.11.1) и $\frac{|Q|}{2m_{\alpha}c^2} \approx 0,002$. Таким образом, кинетическая энергия центра масс

$$\begin{aligned} T_{\text{ц.м.}} &= \frac{1}{2}E_{\text{порог}} = \frac{1}{2}|Q| \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\alpha}} + \frac{|Q|}{2m_{\alpha}c^2} \right) \approx \\ &\approx \frac{1}{2}17,35 \text{ МэВ} (1 + 1 + 0,002) \approx 17,4 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

И искомая скорость

$$v_{\text{Li}} = v_p = v_{\text{ц.м.}} = c \sqrt{\frac{2T_{\text{ц.м.}}}{m_{\text{Li}+p}c^2}} \approx 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{с}} \sqrt{\frac{2 \cdot 17,4 \text{ МэВ}}{8 \cdot 939 \text{ МэВ}}} \approx 2 \cdot 10^9 \frac{\text{см}}{\text{с}}.$$

2.9.30. Ядерная реакция $n + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + {}^4_2\text{He}$ может идти на покоящемся ядре ${}^{10}_5\text{B}$ практически при нулевой кинетической энергии нейтрона ($T_n \approx 0$). Пусть в результате такой реакции α -частица (ядро ${}^4_2\text{He}$) получила скорость $v_{\text{He}} = 9,3 \cdot 10^6$ м/с. Определить кинетическую энергию ядра лития и энергию реакции Q .

Так как нейтрон и ядро ${}^{10}_5\text{B}$ имеют нулевые кинетические энергии, то полный импульс до реакции также нулевой. Нулевым должен быть и полный импульс после реакции. Поэтому

$$M_{\text{Li}}v_{\text{Li}} = M_{\text{He}}v_{\text{He}}.$$

Откуда кинетическая энергия ядра ${}^7_3\text{Li}$ дается выражением

$$T_{\text{Li}} = \frac{1}{2}M_{\text{Li}}v_{\text{Li}}^2 = \frac{1}{2}M_{\text{Li}} \left(\frac{M_{\text{He}}v_{\text{He}}}{M_{\text{Li}}} \right)^2.$$

Для численного расчета используем массы ядер ${}^4_2\text{He}$ и ${}^7_3\text{Li}$ в атомных единицах массы (1 а.е.м. $\approx 931,5$ МэВ/ c^2): $M_{\text{He}} = 4,0015$, $M_{\text{Li}} = 7,0143$. Имеем

$$T_{\text{Li}} \approx \frac{(4,0015)^2 \cdot (9,3 \cdot 10^6 \text{ м/с})^2}{2(7,0143)} 931,5 \text{ МэВ}/c^2 = 1,02 \text{ МэВ}.$$

Определим также кинетическую энергию ядра ${}^4_2\text{He}$:

$$T_{\text{He}} = \frac{1}{2} M_{\text{He}} v_{\text{He}}^2 = \frac{(4,0015) \cdot (9,3 \cdot 10^6 \text{ м/с})^2}{2} 931,5 \text{ МэВ}/c^2 = 1,79 \text{ МэВ}.$$

Для расчета энергии реакции Q выразим эту энергию не через массы «участников» реакции ($Q = (\sum m_i c^2 - \sum m_f c^2)$), а через их кинетические энергии ($Q = (\sum T_f - \sum T_i)$). Здесь индексы i и f относятся соответственно к начальной и конечной стадиям реакции. Правомерность использования альтернативного выражения для Q очевидна из сохранения полной энергии в реакции:

$$\sum m_i c^2 + \sum T_i = \sum m_f c^2 + \sum T_f.$$

Итак, получаем

$$Q = T_{\text{Li}} + T_{\text{He}} - T_n - T_B = 1,02 \text{ МэВ} + 1,79 \text{ МэВ} - 0 - 0 = 2,81 \text{ МэВ}.$$

2.9.31. Определить в лабораторной системе координат кинетическую энергию ядра ${}^9_4\text{Be}$, образующегося при пороговом значении энергии нейтрона в реакции ${}^{12}_6\text{C}(n, \alpha){}^9_4\text{Be}$.

Рассмотрим задачу в общем виде. Анализируется реакция типа $a + A \rightarrow B + b$. В районе порога наделенные массой продукты реакции двигаются неразделенными с одинаковой скоростью, равной скорости центра масс. При этом кинетическая энергия центра масс $T_{\text{ц.м.}}$ делится между продуктами реакции пропорционально их массам. Поэтому кинетические энергии образовавшихся объектов B и b даются выражениями

$$T_B = T_{\text{ц.м.}} \frac{M_B}{M_B + m_b}; \quad T_b = T_{\text{ц.м.}} \frac{m_b}{M_B + m_b}.$$

С другой стороны, при пороговом значении энергии налетающей частицы a , т. е. при $E_{\text{порог}} = (T_a)_{\text{мин}} = |Q| \left(1 + \frac{m_a}{M_A}\right)$, доля $E_{\text{порог}}$, идущая на движение центра масс системы, дается вторым слагаемым в скобках (см. обсуждение формул (1.11.1) и (1.11.2)). Следовательно,

$$T_{\text{ц.м.}} = |Q| \frac{m_a}{M_A}.$$

Совмещая это соотношение с вышеприведенными соотношениями для T_B и T_b , получаем

$$T_B = |Q| \frac{m_a}{M_A} \cdot \frac{M_B}{M_B + m_b}; \quad T_b = |Q| \frac{m_a}{M_A} \cdot \frac{m_b}{M_B + m_b}.$$

Используем теперь полученные формулы для решения данной задачи. Во-первых, вычисляем энергию реакции $n + {}^{12}_6\text{C} \rightarrow {}^9_4\text{Be} + \alpha$, используя соотношение (1.11.3):

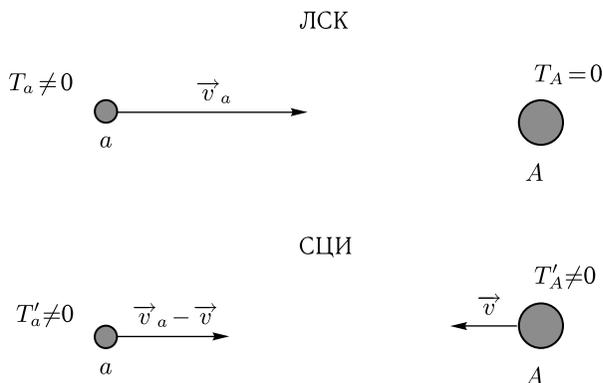
$$\begin{aligned} Q &= \Delta(n) + \Delta({}^{12}_6\text{C}) - \Delta({}^9_4\text{Be}) - \Delta(\alpha) = \\ &= (8,071 + 0 - 11,348 - 2,425) \text{ МэВ} = -5,702 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Далее получаем окончательный ответ:

$$T_{\text{Be}} = |Q| \frac{m_n}{M_C} \cdot \frac{M_{\text{Be}}}{M_{\text{Be}} + m_\alpha} = 5,702 \frac{1}{12} \cdot \frac{9}{9+4} \text{ МэВ} = 5,702 \frac{3}{52} \text{ МэВ} = 0,33 \text{ МэВ}.$$

Здесь массы частиц (ядер) заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью не хуже 1%.

2.9.32. Рассмотреть реакцию $a + A \rightarrow B + b$, в которой известны все массы начальных и конечных объектов (m_a, m_A, m_b, m_B) и кинетическая энергия T_a налетающей частицы a в лабораторной системе координат. Получить в нерелятивистском приближении формулы для нахождения кинетических энергий и импульсов конечных продуктов реакции в системе центра инерции.



В лабораторной системе координат (ЛСК) один из начальных объектов исполняет роль мишени и покоится (в данном случае это объект A), а другой (объект a) исполняет роль снаряда и движется на мишень. В ЛСК центр инерции объектов движется вправо с некоторой скоростью. В системе центра инерции (СЦИ) центр инерции объектов покоится, и оба начальных объекта двигаются навстречу друг другу с равными импульсами, исполняя одновременно роль снаряда и мишени. Перейдем из ЛСК в СЦИ. Для этого нужно найти скорость v движения центра инерции системы в ЛСК и добавить эту скорость каждому из начальных объектов a и A , направив ее влево (направление вправо считаем положительным, влево — отрицательным). При этом центр инерции объектов будет остановлен. Скорость v находится из условия равенства нулю суммарного импульса начальных объектов: $m_a(\vec{v}_a - \vec{v}) - m_A\vec{v} = 0$ или, учитывая, что все скорости направлены вдоль горизонтали $m_a(v_a - v) = m_A v$. Откуда $v = v_a \frac{m_a}{m_a + m_A}$.

Запишем закон сохранения энергии в рассматриваемой реакции в СЦИ: $T'_a + T'_A + m_a c^2 + m_A c^2 = T'_b + T'_B + m_b c^2 + m_B c^2$ или $T'_a + T'_A + Q = T'_b + T'_B$, где T'_b и T'_B — кинетические энергии конечных объектов в СЦИ, а $Q = (m_a + m_A - m_b - m_B)c^2$ — энергия реакции. Используя нерелятивистское приближение, вычислим $T'_a + T'_A$:

$$\begin{aligned} T'_a + T'_A &= \frac{1}{2} m_a (v_a - v)^2 + \frac{1}{2} m_A v^2 = \\ &= \frac{1}{2} m_a \left(v_a - v_a \frac{m_a}{m_a + m_A} \right)^2 + \frac{1}{2} m_A \left(v_a \frac{m_a}{m_a + m_A} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} m_a v_a^2 \left(\frac{m_A}{m_a + m_A} \right)^2 + \frac{1}{2} m_A v_a^2 \frac{m_a m_A}{(m_a + m_A)^2} = T_a \frac{m_A}{m_a + m_A}. \end{aligned}$$

Итак, для суммарной кинетической энергии конечных объектов (продуктов реакции) имеем

$$T'_b + T'_B = T'_a + T'_A + Q = T_a \frac{m_A}{m_a + m_A} + Q.$$

Учитывая, что в СЦИ конечные объекты имеют равные по величине импульсы $p'_b = p'_B$ (они противоположно направлены), и в нерелятивистском приближении $p_b'^2 = 2T'_b m_b$, $p_B'^2 = 2T'_B m_B$, т. е. $T'_b m_b = T'_B m_B$, получаем после несложных вычислений

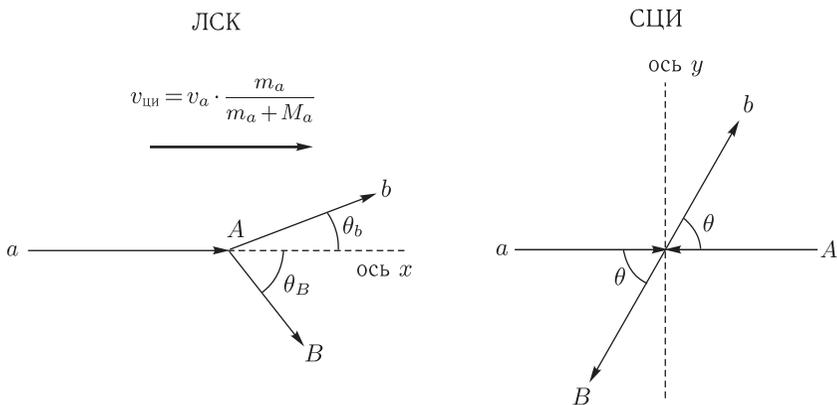
$$T'_b = \frac{m_B}{m_b + m_B} \left(T_a \frac{m_A}{m_a + m_A} + Q \right) = \frac{p_b'^2}{2m_b},$$

$$T'_B = \frac{m_b}{m_b + m_B} \left(T_a \frac{m_A}{m_a + m_A} + Q \right) = \frac{p_B'^2}{2m_B}.$$

Как и должно быть, в системе центра инерции $p'_b = p'_B$.

2.9.33. Реакция $a + A \rightarrow B + b$ протекает в лабораторной системе координат (ЛСК). Известны все массы начальных и конечных объектов (m_a, m_A, m_b, m_B) и кинетическая энергия T_a налетающей частицы a . Кроме того, известно, что в системе центра инерции (СЦИ) продукты реакции разлетаются вдоль прямой линии, образующей угол θ с направлением движения частицы a . Найти кинетические энергии и импульсы продуктов реакции в ЛСК, а также углы, под которыми они разлетаются относительно направления движения частицы a .

Условие задачи отвечает нулевому относительно орбитальному моменту сталкивающихся объектов, т. е. их лобовому столкновению. Лишь в этом случае в системе центра инерции в двухчастичной реакции типа $a + A \rightarrow B + b$ продукты реакции в силу сохранения нулевого относительного орбитального момента двигаются в противоположные стороны вдоль линии, образующей относительно направления сближения исходных частиц (ядер), т. е. направления движения частицы a , некий угол θ (см. правую часть рисунка).



Рассмотрение проводим, используя формулы нерелятивистской кинематики, которые применимы для большинства ядерных реакций. Кинетические энергии T'_b и T'_B продуктов реакции и их импульсы p'_b и p'_B в СЦИ даются

заключительными формулами предыдущей задачи. Для получения требуемых условием задачи кинематических характеристик продуктов реакции в ЛСК совершим переход из СЦИ в ЛСК. При этом изменятся скорости продуктов реакции, их импульсы, кинетические энергии и углы разлета. Импульсы, кинетические энергии и скорости продуктов реакции в ЛСК будем писать без штрихов: $p_b, p_B, T_b, T_B, v_b, v_B$. В СЦИ все эти величины будут штрихованными: $p'_b, p'_B, T'_b, T'_B, v'_b, v'_B$. Переход СЦИ \rightarrow ЛСК осуществляется сообщением каждому объекту реакции дополнительной скорости, равной скорости движения центра инерции системы в ЛСК, т.е. скорости $\vec{v}_{ци} = \vec{v}_a \frac{m_a}{m_a + m_A}$.

Эта скорость направлена вправо (вдоль оси x) и меняет лишь составляющие скорости v_x каждого объекта вдоль этой оси. Составляющие скорости v_y вдоль вертикали (оси y) остаются неизменными. Итак, в СЦИ имеем

$$p'_b = m_b v'_b = \sqrt{2m_b T'_b} \quad \text{и} \quad v'_b = \sqrt{\frac{2T'_b}{m_b}};$$

$$p'_B = m_B v'_B = \sqrt{2m_B T'_B} \quad \text{и} \quad v'_B = \sqrt{\frac{2T'_B}{m_B}}.$$

Далее: $(v'_b)_x = v'_b \cdot \cos \theta$, $(v'_b)_y = v'_b \cdot \sin \theta$; $(v'_B)_x = v'_B \cdot \cos \theta$, $(v'_B)_y = v'_B \cdot \sin \theta$.
При переходе в ЛСК имеем

$$(v_b)_x = (v'_b)_x + v_{ци}, \quad (v_b)_y = (v'_b)_y; \quad (v_B)_x = v_{ци} - (v'_B)_x, \quad (v_B)_y = (v'_B)_y.$$

Величины скоростей продуктов реакции в ЛСК следующие:

$$v_b = \sqrt{(v_b)_x^2 + (v_b)_y^2} = \sqrt{[(v'_b) \cos \theta + v_{ци}]^2 + (v'_b)^2 \sin^2 \theta},$$

$$v_B = \sqrt{(v_B)_x^2 + (v_B)_y^2} = \sqrt{[v_{ци} - (v'_B) \cos \theta]^2 + (v'_B)^2 \sin^2 \theta}.$$

Знание скоростей v_b и v_B продуктов реакции в ЛСК эквивалентно знанию их импульсов и кинетических энергий в этой системе координат:

$$p_b = m_b v_b, \quad p_B = m_B v_B, \quad T_b = \frac{1}{2} m_b v_b^2, \quad T_B = \frac{1}{2} m_B v_B^2.$$

Углы разлета θ_b и θ_B продуктов реакции относительно горизонтальной оси (оси x) в ЛСК даются следующими очевидными соотношениями:

$$\operatorname{tg} \theta_b = \frac{(v_b)_y}{(v_b)_x} = \frac{v'_b \sin \theta}{v'_b \cos \theta + v_{ци}}; \quad \operatorname{tg} \theta_B = \frac{(v_B)_y}{(v_B)_x} = \frac{v'_B \sin \theta}{v_{ци} - v'_B \cos \theta}.$$

При этом, если $\operatorname{tg} \theta_B > 0$, то объект B летит в переднюю полусферу, т.е. $\theta_B < 90^\circ$. Если же $\operatorname{tg} \theta_B < 0$, то объект B летит в заднюю полусферу, т.е. $90^\circ < \theta_B < 180^\circ$.

Отметим, что задачи 2.9.32 и 2.9.33 решены в нерелятивистском приближении. В этом случае в расчетах вместо масс частиц (ядер) можно и удобно использовать массовые числа, т.е. имеет место приближенное равенство $m_a + m_A \approx m_b + m_B$, выполняющееся с точностью десятых долей процента.

2.9.34. α -частицы с энергией $T_\alpha = 5$ МэВ взаимодействуют с неподвижным ядром ${}^7_3\text{Li}$. Определить величины импульсов в системе центра инерции образующихся в результате реакции ${}^7_3\text{Li}(\alpha, n){}^{10}_5\text{B}$ нейтрона и ядра ${}^{10}_5\text{B}$. Избытки масс «участников» реакции в МэВ следующие: $\Delta({}^7_3\text{Li}) = 14,908$; $\Delta(\alpha) = 2,425$; $\Delta({}^{10}_5\text{B}) = 12,051$; $\Delta(n) = 8,071$.

Воспользуемся формулами, полученными в задаче 2.9.32:

$$T'_n = \frac{m_B}{m_n + m_B} \left(T_\alpha \frac{m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} + Q \right) = \frac{p_n'^2}{2m_n},$$

$$T'_B = \frac{m_n}{m_n + m_B} \left(T_\alpha \frac{m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} + Q \right) = \frac{p_B'^2}{2m_B}.$$

Очевидно, достаточно вычислить p'_n , поскольку в системе центра инерции $p'_B = p'_n$. Импульс нейтрона рассчитаем с помощью соотношения $p'_n = \sqrt{2m_n \cdot T'_n}$, в котором используем кинетическую энергию нейтрона T'_n , вычисленную с использованием верхней из вышенаписанных формул. Находим Q :

$$Q = \Delta(\alpha) + \Delta({}_3^7\text{Li}) - \Delta({}_5^{10}\text{B}) - \Delta(n) =$$

$$= (2,425 + 14,908 - 12,051 - 8,071) \text{ МэВ} = -2,789 \text{ МэВ}.$$

Определяем T'_n :

$$T'_n = \frac{m_B}{m_n + m_B} \left(T_\alpha \frac{m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} + Q \right) \approx \frac{10}{1 + 10} \left(5 \frac{7}{4 + 7} - 2,789 \right) \text{ МэВ} = 0,357 \text{ МэВ}.$$

Здесь массы частиц (ядер) заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью 0,5%. Теперь рассчитываем импульс нейтрона p_n и ядра ${}_{5}^{10}\text{B}$:

$$p'_n = p'_B = \sqrt{2m_n \cdot T'_n} = \frac{1}{c} \sqrt{2m_n c^2 \cdot T'_n} = \frac{1}{c} \sqrt{2 \cdot 939,57 \cdot 0,357} \text{ МэВ} = 25,9 \frac{\text{МэВ}}{c}.$$

2.9.35. Как и в предыдущей задаче 2.9.34, рассматривается реакция ${}_3^7\text{Li}(\alpha, n){}_5^{10}\text{B}$, вызванная α -частицами с энергией $T_\alpha = 5$ МэВ, испытывающими лобовое столкновение с неподвижным ядром ${}_3^7\text{Li}$. Известно, что в системе центра инерции (СЦИ) нейтрон летит под углом $\theta = 60^\circ$ относительно направления движения α -частицы. Определить кинетические энергии T_n и T_B продуктов реакции и углы их разлета θ_n и θ_B в лабораторной системе координат (ЛСК). Использовать массы участников реакции в энергетических единицах: $m_\alpha c^2 = 3727,38$ МэВ; $m_{Li} c^2 = 6533,83$ МэВ; $m_n c^2 = 939,57$ МэВ; $m_B c^2 = 9324,44$ МэВ.

Условие лобового столкновения означает, что конечные и начальные частицы (ядра) имеют нулевые относительные орбитальные моменты. Решение основано на результатах задачи 2.9.34 и формулах, полученных в задаче 2.9.33. Вначале определяем кинетические энергии продуктов реакции в СЦИ

$$T'_n = \frac{m_B}{m_n + m_B} \left(T_\alpha \frac{m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} + Q \right) \approx$$

$$\approx \frac{10}{1 + 10} \left(5 \frac{7}{4 + 7} - 2,789 \right) \text{ МэВ} = 0,357 \text{ МэВ},$$

$$T'_B = \frac{m_n}{m_n + m_B} \left(T_\alpha \frac{m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} + Q \right) \approx$$

$$\approx \frac{1}{1 + 10} \left(5 \frac{7}{4 + 7} - 2,789 \right) \text{ МэВ} = 0,0357 \text{ МэВ}.$$

Здесь массы частиц (ядер) заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью до десятых долей процента. Далее определяем скорости

продуктов реакции в СЦИ:

$$v'_n = c\sqrt{\frac{2T'_n}{m_n c^2}} = c\sqrt{\frac{2 \cdot 0,357 \text{ МэВ}}{939,57 \text{ МэВ}}} = 0,0274c,$$

$$v'_B = c\sqrt{\frac{2T'_B}{m_B c^2}} = c\sqrt{\frac{2 \cdot 0,0357 \text{ МэВ}}{9324,44 \text{ МэВ}}} = 0,002766c.$$

Рассчитываем квадраты скоростей продуктов реакции в ЛСК (см. задачу 2.9.33):

$$v_n^2 = [(v'_n) \cdot \cos \theta + v_{\text{ци}}]^2 + (v'_n)^2 \cdot \sin^2 \theta = v_{\text{ци}}^2 + (v'_n)^2 + 2v'_n \cdot v_{\text{ци}} \cdot \cos \theta = \\ = [0,000355 + (0,0274)^2 + 2 \cdot 0,0274 \cdot 0,01884 \cdot 0,5]c^2 = 0,001622c^2.$$

$$v_B^2 = [v_{\text{ци}} - (v'_B) \cdot \cos \theta]^2 + (v'_B)^2 \cdot \sin^2 \theta = v_{\text{ци}}^2 + (v'_B)^2 - 2v'_B \cdot v_{\text{ци}} \cdot \cos \theta = \\ = [0,000355 + (0,002766)^2 - 2 \cdot 0,002766 \cdot 0,01884 \cdot 0,5]c^2 = 0,000311c^2.$$

Здесь использовано то, что скорость центра инерции

$$v_{\text{ци}} = v_\alpha \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_{\text{Li}}} = 0,0518c \cdot \frac{4}{4+7} = 0,01884c,$$

где в свою очередь скорость α -частицы $v_\alpha = c\sqrt{\frac{2T_\alpha}{m_\alpha c^2}} = c\sqrt{\frac{2 \cdot 5 \text{ МэВ}}{3727,38 \text{ МэВ}}} = 0,0518c$ и массы m_α и m_{Li} заменены массовыми числами.

Теперь рассчитываем кинетические энергии продуктов реакции в ЛСК:

$$T_n = \frac{1}{2}m_n v_n^2 = \frac{1}{2}939,57 \frac{\text{МэВ}}{c^2} \cdot 0,001622c^2 = 0,762 \text{ МэВ};$$

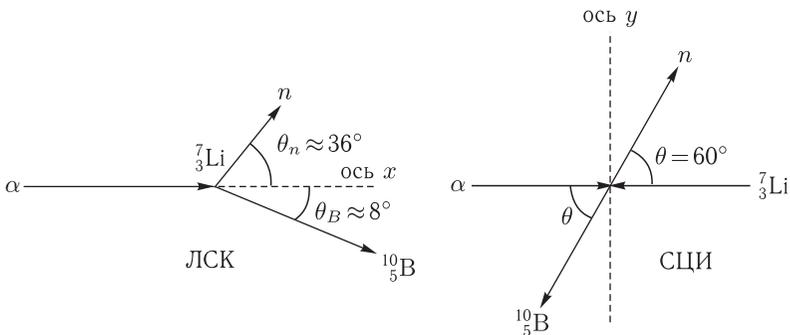
$$T_B = \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}9324,44 \frac{\text{МэВ}}{c^2} \cdot 0,000311c^2 = 1,450 \text{ МэВ}.$$

Вычисляем углы разлета продуктов реакции в ЛСК относительно направления движения α -частицы (см. заключительные формулы задачи 2.9.33):

$$\text{tg } \theta_n = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + \frac{v_{\text{ци}}}{v'_n}} = \frac{0,8660}{0,5 + \frac{0,01884c}{0,0274c}} = 0,729; \quad \theta_n \approx 36^\circ.$$

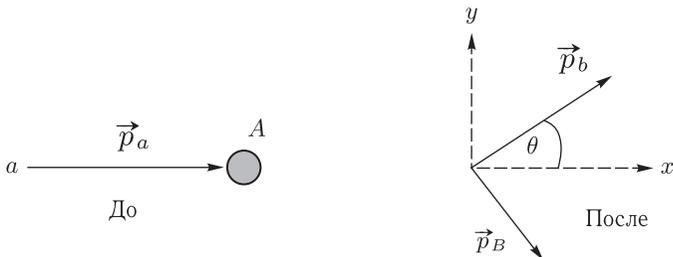
$$\text{tg } \theta_B = \frac{\sin \theta}{\frac{v_{\text{ци}}}{v'_B} - \cos \theta} = \frac{0,8660}{\frac{0,01884c}{0,002766c} - 0,5} = 0,137; \quad \theta_B \approx 8^\circ.$$

Схема разлета продуктов реакции в ЛСК и СЦИ показана на рисунке.



2.9.36. При исследовании реакции $a + A \rightarrow B + b$ под действием частиц a с кинетической энергией T_a (ядро A покоится) в спектре частиц b , измеренном под углом θ , наблюдается пик при кинетической энергии T_b . Получить формулы для определения энергии возбуждения E_i^* конечного ядра B , отвечающего появлению этого пика.

Энергия возбуждения ядра определяется соотношением $E_i^* = Q_0 - Q_i$, где Q_0 и Q_i — энергии реакций с образованием ядра в основном и в i -ом возбужденном состоянии соответственно. Чтобы воспользоваться этим соотношением, нужно получить формулу для расчета Q_i . Сделаем это. Воспользуемся следующим рисунком.



Запишем закон сохранения энергии в лабораторной системе координат при возбуждении конечного ядра B до энергии E_i^* :

$$T_a + m_a c^2 + m_A c^2 = T_b + T_B + m_b c^2 + m_B c^2 + E_i^* \text{ или } Q_i = T_b + T_B - T_a,$$

где T_a, T_b, T_B — кинетические энергии объектов, а $Q_i = (m_a + m_A)c^2 - m_b c^2 - (m_B + E_i^*)c^2$ — энергия реакции при возбужденном конечном ядре. Сохранение импульса приводит к следующим соотношениям:

$$p_a = (p_B)_x + (p_b)_x, \quad (p_B)_y = (p_b)_y, \\ (p_b)_x = p_b \cdot \cos \theta, \quad (p_b)_y = p_b \cdot \sin \theta.$$

Далее

$$(p_B)_x = p_a - (p_b)_x,$$

$$p_B^2 = (p_B)_x^2 + (p_B)_y^2 = [p_a - (p_b)_x]^2 + (p_b)_y^2 = p_a^2 + p_b^2 - 2p_a \cdot p_b \cdot \cos \theta.$$

Подстановка в соотношение $Q_i = T_b + T_B - T_a$ вместо кинетической энергии T_B ее нерелятивистского выражения, содержащего импульс, т. е.

$$\frac{p_B^2}{2m_B} = \frac{p_a^2 + p_b^2 - 2p_a \cdot p_b \cdot \cos \theta}{2m_B},$$

дает искомую формулу для Q_i :

$$Q_i = T_b \frac{m_b + m_B}{m_B} - T_a \frac{m_B - m_a}{m_B} - \frac{2\sqrt{m_a m_b}}{m_B} \sqrt{T_a T_b} \cos \theta_b.$$

2.9.37. При исследовании реакции ${}_{13}^{27}\text{Al}(p, d){}_{13}^{26}\text{Al}$ под действием протонов с энергией $T_p = 62$ МэВ в спектре дейтронов, измеренном под углом $\theta_d = 90^\circ$ с помощью детектора с телесным углом $\Delta\Omega = 2 \cdot 10^{-4}$ стерадиан, наблюдались пики при энергиях $T_d = 45,3; 44,32$ и $40,91$ МэВ. При суммарном заряде протонов $q = 2,19$ мКл,

упавших на мишень с массовой толщиной $\mu = 5 \text{ мг/см}^2$, количество отсчетов в этих пиках ΔN составило 5180, 1100 и 4570 соответственно. Определить энергии уровней ядра $^{26}_{13}\text{Al}$, возбуждения которых наблюдалось в этой реакции. Рассчитать дифференциальные сечения $d\sigma/d\Omega$ этих процессов. Даны избытки масс участников реакции в МэВ: $\Delta(^{27}_{13}\text{Al}) = -17,197$; $\Delta(^{26}_{13}\text{Al}) = -12,210$; $\Delta(p) = 7,289$; $\Delta(d) = 13,136$.

Энергия возбуждения ядра определяется соотношением $E_i^* = Q_0 - Q_i$, где Q_0 и Q_i — энергии реакций с образованием ядра в основном и в i -ом возбужденном состоянии соответственно. Энергию реакции $^{27}_{13}\text{Al}(p, d)^{26}_{13}\text{Al}$ с образованием ядра $^{26}_{13}\text{Al}$ в основном состоянии получим, используя данные по избыткам масс ядер:

$$Q_0 = (-17,197 + 7,289 - 13,136 + 12,210) \text{ МэВ} = -10,834 \text{ МэВ}.$$

Энергию реакции рассчитываем с помощью заключительной формулы задачи 2.9.36:

$$Q_i = T_d \frac{m_d + m_{^{26}_{13}\text{Al}}}{m_{^{26}_{13}\text{Al}}} - T_p \frac{m_{^{26}_{13}\text{Al}} - m_p}{m_{^{26}_{13}\text{Al}}} - \frac{2\sqrt{m_p m_d}}{m_{^{26}_{13}\text{Al}}} \sqrt{T_p T_d} \cos \theta_d.$$

Подставляя в эту формулу соответствующие величины (массы заменяем на массовые числа), получим для трех дейтронных пиков ($T_d = 45,3$; 44,32 и 40,91 МэВ) соответственно $Q(45,3) = -10,83 \text{ МэВ}$, $Q(44,32) = -11,89 \text{ МэВ}$ и $Q(40,91) = -15,56 \text{ МэВ}$. Таким образом, первый пик соответствует образованию ядра $^{26}_{13}\text{Al}$ в основном состоянии ($Q(45,3) \equiv Q_0$), второй — возбуждению состояния с энергией $E^* = 1,06 \text{ МэВ}$ (это третье возбужденное состояние ядра $^{26}_{13}\text{Al}$), а третий — возбуждению состояния с энергией $E^* = 4,73 \text{ МэВ}$ (это 35-е возбужденное состояние ядра $^{26}_{13}\text{Al}$).

Переходим к расчету дифференциальных сечений $d\sigma/d\Omega$. Используем соотношение (1.2.23):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{\frac{\Delta N}{\Delta\Omega}(\theta)}{j \cdot M},$$

где j в данном случае число протонов, упавших на единицу поперечной площади мишени за все время эксперимента (не в единицу времени), поскольку в числителе ΔN — число отсчетов в дейтронных пиках за весь опыт (не их число в единицу времени). M — полное число ядер мишени, находящихся в пучке ($M = n \cdot S \cdot L$, где n — число ядер мишени в единице объема; S — облучаемая площадь мишени; L — толщина мишени). Учтем также то, что nL — число ядер $^{27}_{13}\text{Al}$ на 1 см^2 поперечной площади облучаемой части мишени. Величину nL нужно связать с массовой толщиной μ медной фольги. Эта связь имеет вид: $\mu = nL \cdot$ (вес одного атома меди). Так как вес в граммах одного атома химического элемента с массовым числом A равен $\frac{A}{N_A}$ (N_A — число

Авогадро), то получаем $nL = \mu \frac{N_A}{A}$. Итак, имеем

$$j \cdot M = jS \cdot nL = jS \cdot \mu \frac{N_A}{A}.$$

Здесь jS — полное число протонов, упавших на мишень за все время эксперимента. Это число задается суммарным зарядом этих протонов $q = 2,19 \text{ мКл}$:

$$jS = \frac{q}{e} = \frac{2,19 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} \approx 1,37 \cdot 10^{16}.$$

Итак, рабочая формула для определения дифференциального сечения следующая:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta N}{\Delta\Omega} \cdot \frac{1}{jS} \cdot \frac{A}{\mu \cdot N_A} = \frac{\Delta N}{\Delta\Omega} \cdot \frac{e}{q} \cdot \frac{A}{\mu \cdot N_A}.$$

Пользуясь этой формулой, получаем:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{T_d=45,3 \text{ МэВ}} &= \frac{\Delta N}{\Delta\Omega} \cdot \frac{e}{q} \cdot \frac{A}{\mu \cdot N_A} = \\ &= \frac{5180}{2 \cdot 10^{-4} \text{ стерад}} \cdot \frac{1}{1,37 \cdot 10^{16}} \cdot \frac{27 \text{ г}}{5 \text{ мг/см}^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = \\ &= 1,7 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2 = 17 \frac{\text{мкб}}{\text{стерад}}, \end{aligned}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{T_d=44,32 \text{ МэВ}} = 3,6 \frac{\text{мкб}}{\text{стерад}},$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{T_d=40,91 \text{ МэВ}} = 15 \frac{\text{мкб}}{\text{стерад}}.$$

2.9.38. Эффективное сечение реакции ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, p){}^{31}_{15}\text{P}$ с образованием конечного ядра ${}^{31}_{15}\text{P}$ в основном состоянии при энергии падающих γ -квантов, равной 18 МэВ, составляет 4 мб. Оценить величину интегрального сечения обратной реакции ${}^{31}_{15}\text{P}(p, \gamma){}^{32}_{16}\text{S}$, отвечающей той же энергии возбуждения ядра ${}^{32}_{16}\text{S}$, что и в прямой реакции ${}^{32}_{16}\text{S}(\gamma, p){}^{31}_{15}\text{P}$. Учесть, что это возбуждение снимается за счет γ -перехода в основное состояние. Даны избытки масс участников реакции в МэВ: $\Delta({}^{32}_{16}\text{S}) = -26,016$; $\Delta({}^{31}_{15}\text{P}) = -24,441$; $\Delta(p) = 7,289$.

Воспользуемся принципом *детального равновесия (баланса)*, который связывает эффективные сечения прямой и обратной реакций и является прямым следствием инвариантности квантовой системы относительно обратности движения (см., например, Ю. М. Широков, Н. П. Юдин «Ядерная физика», М., Наука, 1980, с. 127–129):

$$\frac{\sigma_{\gamma, p}}{\sigma_{p, \gamma}} = \frac{(2s_p + 1)(2J_{31\text{P}} + 1)}{2(2J_{32\text{S}} + 1)} \cdot \frac{\vec{p}_p^2}{\vec{p}_\gamma^2}.$$

Здесь $s_p = 1/2$, $J_{31\text{P}} = 1/2$ и $J_{32\text{S}} = 0$ — спины протона и ядер ${}^{31}_{15}\text{P}$, ${}^{32}_{16}\text{S}$, а число 2 в знаменателе — не что иное как число проекций (± 1) спина фотона $\vec{s}_\gamma = \vec{1}$ на направление его импульса (безмассовые частицы имеют не более двух ориентаций спина: параллельную и антипараллельную ее импульсу, безотносительно к величине спина). Имеем также $p_\gamma^2 = \frac{E_\gamma^2}{c^2}$, $p_p^2 = 2\mu \cdot T_p \approx 2m_p T_p$ ($\mu = \frac{m_p m_{31\text{P}}}{m_p m_{31\text{P}}}$ — приведенная масса продуктов реакции, T_p — кинетическая энергия протона).

Энергии фотона E_γ и вылетающего протона T_p связаны соотношением $E_\gamma + Q \approx T_p$, где энергия реакции $Q = c^2 \sum_i m_i - c^2 \sum_f m_f$.

$$\begin{aligned} Q &= \Delta({}^{32}_{16}\text{S}) - \Delta({}^{31}_{15}\text{P}) - \Delta(p) = (-26,016 + 24,441 - 7,289) \text{ МэВ} = -8,864 \text{ МэВ}, \\ T_p &\approx (18 - 8,864) \text{ МэВ} = 9,136 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Итак, соотношение детального баланса приобретает вид:

$$\frac{\sigma_{\gamma,p}}{\sigma_{p,\gamma}} = \frac{(2 \cdot \frac{1}{2} + 1)(2 \cdot \frac{1}{2} + 1)}{2 \cdot (2 \cdot 0 + 1)} \times \frac{2 \cdot 2 \cdot 938,27 \text{ МэВ} \cdot 9,136 \text{ МэВ}}{(18 \text{ МэВ})^2} = 105,8.$$

Следовательно,

$$\sigma_{p,\gamma} = \frac{4}{105,8} \text{ мб} = 37,8 \text{ мкб}.$$

2.9.39. Какая максимальная энергия возбуждения ядра ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ достижима в реакции ${}^{54}_{24}\text{Cr}(\alpha, 2n){}^{56}_{26}\text{Fe}$ под действием α -частиц с кинетической энергией $T_\alpha = 17 \text{ МэВ}$? При решении использовать массы участвующих объектов в атомных единицах массы: $m_n = 1,008665 \text{ а.е.м.}$, $M({}^4_2\text{He}) = 4,00151 \text{ а.е.м.}$, $M({}^{54}_{24}\text{Cr}) = 53,92572 \text{ а.е.м.}$, $M({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 55,92067 \text{ а.е.м.}$

Считаем, что реакция протекает в лабораторной системе координат (ЛСК), в которой α -частица движется, а ядро ${}^{54}_{24}\text{Cr}$ покоится. Найдем порог реакции с помощью формулы (1.11.2):

$$E_{\text{порог}} = (T_\alpha)_{\text{min}} \approx |Q| \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{\text{Cr}}} \right) = 10,03 \left(1 + \frac{4,00151}{53,92572} \right) \text{ МэВ} \approx 10,78 \text{ МэВ}. \quad (2.9.1)$$

Здесь использовано то, что энергия реакции

$$Q = [M({}^4_2\text{He}) + M({}^{54}_{24}\text{Cr})]c^2 - [M({}^{56}_{26}\text{Fe}) + 2m_n]c^2 = \\ = (4,00151 + 53,92572 - 55,92067 - 2 \cdot 1,008665)c^2 \cdot 931,494 \frac{\text{МэВ}}{c^2} = -10,03 \text{ МэВ}$$

и $1 \text{ а.е.м.} \approx 931,494 \text{ МэВ}/c^2$.

В районе порога, т.е. при $(T_\alpha)_{\text{min}} = 10,78 \text{ МэВ}$, конечное ядро ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ в основном состоянии и два нейтрона двигаются неразделенными (с одинаковой скоростью). При $T_\alpha > (T_\alpha)_{\text{min}}$ максимальная энергия возбуждения E_{max}^* конечного ядра ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ будет отвечать ситуации, когда уже это возбужденное ядро ${}^{56}_{26}\text{Fe}^*$ и два нейтрона двигаются неразделенными. Поэтому энергия E_{max}^* при заданном $T_\alpha > (T_\alpha)_{\text{min}}$ может быть найдена из соотношения (2.9.1), в котором $(T_\alpha)_{\text{min}}$ заменена на T_α , а Q заменена на

$$Q^* = [M({}^4_2\text{He}) + M({}^{54}_{24}\text{Cr})]c^2 - [M({}^{56}_{26}\text{Fe}^*) + 2m_n]c^2 = \\ = Q - E_{\text{max}}^* = -10,03 \text{ МэВ} - E_{\text{max}}^*.$$

В последнем соотношении использовано $M({}^{56}_{26}\text{Fe}^*) \cdot c^2 = M({}^{56}_{26}\text{Fe}) \cdot c^2 + E_{\text{max}}^*$.

Итак, имеем

$$T_\alpha \approx |Q^*| \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{\text{Cr}}} \right) = (E_{\text{max}}^* - Q) \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{\text{Cr}}} \right). \quad (2.9.2)$$

Откуда

$$E_{\text{max}}^* \approx T_\alpha \frac{M_{\text{Cr}}}{M_{\text{Cr}} + M_\alpha} + Q = \\ = 17 \text{ МэВ} \frac{53,92572}{53,92572 + 4,00151} - 10,03 \text{ МэВ} \approx 5,8 \text{ МэВ}. \quad (2.9.3)$$

2.9.40. В реакции неупругого рассеяния нейтронов на ядре ${}^{14}_7\text{N}$ наблюдается резонанс при энергии нейтронов $T_n = 1,8$ МэВ. Определить, какой энергии возбуждения составной системы соответствует этот резонанс. Рассчитать энергии α -частиц и протонов, необходимые для возбуждения этого состояния в реакциях ${}^{11}_5\text{B}(\alpha, n){}^{14}_7\text{N}$ и ${}^{14}_6\text{C}(p, n){}^{14}_7\text{N}$. Массы в а.е.м. — нейтрона $m_n = 1,008665$, протона $m_p = 1,0072765$, ядер: $M({}^4_2\text{He}) = 4,00151$, $M({}^{11}_5\text{B}) = 11,00657$, $M({}^{14}_6\text{C}) = 13,99995$, $M({}^{14}_7\text{N}) = 13,99923$, $M({}^{15}_7\text{N}) = 14,99626$.

Рассмотрим в общем виде реакцию $a + A \rightarrow C^*$ образования составного ядра C в столкновении частицы a с ядром A (верхний индекс * у символа ядра C означает, что это ядро находится в возбужденном состоянии). Получим формулы, связывающие энергию возбуждения E_C^* ядра C с кинетической энергией T_a частицы a . Расчет проводим в лабораторной системе координат, в которой ядро-мишень A покоится. Запишем законы сохранения энергии и импульса для рассматриваемой реакции:

$$\begin{cases} T_a + m_a c^2 + M_A c^2 = T_C + M_C c^2 + E_C^*, \\ p_a = p_C. \end{cases}$$

Поскольку ядерные реакции, как правило, отвечают нерелятивистской кинематике, то можно записать $p_a = \frac{1}{c} \sqrt{2T_a \cdot m_a c^2}$ и $p_C = \frac{1}{c} \sqrt{2T_C \cdot M_C c^2}$, и вышенаписанная система уравнений может быть представлена в виде

$$\begin{cases} T_a + Q = T_C + E_C^*, \\ T_a \cdot m_a = T_C \cdot M_C, \end{cases}$$

где $Q = m_a c^2 + M_A c^2 - M_C c^2$ — это энергия реакции. Из представленной системы уравнений следует два соотношения, связывающие T_a и E_C^* :

$$E_C^* = T_a \left(1 - \frac{m_a}{M_C} \right) + Q, \quad T_a = \frac{E_C^* - Q}{\left(1 - \frac{m_a}{M_C} \right)}. \quad (2.9.4)$$

Перейдем теперь к непосредственному решению задачи:

1) Реакция $n + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{15}_7\text{N}^*$. Первое из соотношений (2.9.4) дает

$$\begin{aligned} E_C^* &= T_n \left(1 - \frac{m_n}{M_{15\text{N}}} \right) + Q = \\ &= 1,8 \text{ МэВ} \left(1 - \frac{1,008665}{14,99626} \right) + 10,838 \text{ МэВ} = 12,52 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Здесь использовано $Q = (m_n^2 + M_{14\text{N}} - M_{15\text{N}})c^2 = (1,008665 + 13,99923 - 14,99626)$ а.е.м. $\cdot 931,494$ МэВ/а.е.м. = 10,838 МэВ.

2) Реакция $\alpha + {}^{11}_5\text{B} \rightarrow {}^{15}_7\text{N}^* \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + n$. Второе из соотношений (2.9.4) дает

$$T_\alpha = \frac{E_C^* - Q}{\left(1 - \frac{m_\alpha}{M_{15\text{N}}} \right)} = \frac{12,52 - 11,01}{\left(1 - \frac{4,00151}{14,99626} \right)} \text{ МэВ} = 2,06 \text{ МэВ}.$$

Здесь использовано $Q = (m_\alpha + M_{11\text{B}} - M_{15\text{N}})c^2 = (4,00151 + 11,00657 - 14,99626)$ а.е.м. $\cdot 931,494$ МэВ/а.е.м. = 11,01 МэВ.

3) Реакция $p + {}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{15}_7\text{N}^* \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + n$. Второе из соотношений (2.9.4) дает

$$T_p = \frac{E_C^* - Q}{\left(1 - \frac{m_p}{M_{15\text{N}}}\right)} = \frac{12,52 - 10,215}{\left(1 - \frac{1,0072765}{14,99626}\right)} \text{ МэВ} = 2,47 \text{ МэВ}.$$

Здесь использовано $Q = (m_p + M_{14\text{C}} - M_{15\text{N}})c^2 = (1,0072765 + 13,99995 - 14,99626) \text{ а.е.м.} \cdot 931,494 \text{ МэВ/а.е.м.} = 10,215 \text{ МэВ}$.

Задача решена. Нужно отметить, что данная задача может быть решена и с помощью формул (2.9.2) и (2.9.3) предыдущей задачи. Покажем это для последней из рассмотренных реакции $p + {}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{15}_7\text{N}^* \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + n$. Используем формулу (2.9.2):

$$\begin{aligned} T_p &\approx |Q^*| \left(1 + \frac{m_p}{M_{14\text{C}}}\right) = (E_C^* - Q) \cdot \left(1 + \frac{m_p}{M_{14\text{C}}}\right) = \\ &= (12,52 - 10,215) \text{ МэВ} \cdot \left(1 + \frac{1,0072765}{13,99995}\right) = 2,47 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

2.9.41. Пучок α -частиц имеет кинетическую энергию $T_\alpha = 30 \text{ МэВ}$. Какой должна быть кинетическая энергия протонов T_p , чтобы в реакции $p + {}^{63}_{29}\text{Cu}$ составное ядро ${}^{64}_{30}\text{Zn}$ образовывалось с той же энергией возбуждения E_{Zn}^* , что и в реакции $\alpha + {}^{60}_{28}\text{Ni}$? Определить энергию возбуждения составного ядра. Массы протона и ядер в атомных единицах массы (а.е.м.): $m_p = 1,0072765$, $M({}^4_2\text{He}) = 4,00151$, $M({}^{60}_{28}\text{Ni}) = 59,91543$, $M({}^{63}_{29}\text{Cu}) = 62,913685$, $M({}^{64}_{30}\text{Zn}) = 63,91268$.

Рассматриваются две реакции образования составного ядра ${}^{64}_{30}\text{Zn}$: $\alpha + {}^{60}_{28}\text{Ni} \rightarrow {}^{64}_{30}\text{Zn}^*$ и $p + {}^{63}_{29}\text{Cu} \rightarrow {}^{64}_{30}\text{Zn}^*$.

Для решения используем формулы (2.9.4) задачи 2.9.40. Прежде всего, находим энергию возбуждения E_{Zn}^* ядра ${}^{64}_{30}\text{Zn}$ в реакции $\alpha + {}^{60}_{28}\text{Ni} \rightarrow {}^{64}_{30}\text{Zn}^*$:

$$E_{\text{Zn}}^* = T_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha}{M_{\text{Zn}}}\right) + Q = 30 \left(1 - \frac{4,00151}{63,91268}\right) \text{ МэВ} + 3,97 \text{ МэВ} = 32,09 \text{ МэВ}.$$

Здесь использовано $Q = (m_\alpha + M_{\text{Ni}} - M_{\text{Zn}})c^2 = (4,00151 + 59,91543 - 63,91268) \text{ а.е.м.} \cdot 931,494 \text{ МэВ/а.е.м.} = 3,97 \text{ МэВ}$.

Находим теперь кинетическую энергию протона T_p в реакции $p + {}^{63}_{29}\text{Cu} \rightarrow {}^{64}_{30}\text{Zn}^*$, необходимую для возбуждения ядра ${}^{64}_{30}\text{Zn}$ до энергии и $E_{\text{Zn}}^* = 32,09 \text{ МэВ}$:

$$T_p = \frac{E_{\text{Zn}}^* - Q}{\left(1 - \frac{m_p}{M_{\text{Zn}}}\right)} = \frac{32,09 - 7,71}{\left(1 - \frac{1,0072765}{63,91268}\right)} \text{ МэВ} = 24,8 \text{ МэВ}.$$

Здесь использовано $Q = (m_p + M_{\text{Cu}} - M_{\text{Zn}})c^2 = (1,0072765 + 62,913685 - 63,91268) \text{ а.е.м.} \cdot 931,494 \text{ МэВ/а.е.м.} = 7,71 \text{ МэВ}$.

2.9.42. Какую минимальную энергию $(T_d)_{\min}$ должен иметь дейтрон, чтобы в результате неупругого рассеяния на ядре ${}^{10}_5\text{B}$ возбудить в этом ядре состояние с энергией $E^* = 1,75 \text{ МэВ}$?

Рассматривается реакция $d + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^{10}_5\text{B}^* + d$. При неупругом рассеянии энергия реакции $Q = -E^*$, а минимальная энергия дейтрона находится с по-

мощью формулы (1.11.2) для пороговой энергии $E_{\text{порог}} = (T_d)_{\text{min}}$. Поэтому

$$\begin{aligned} (T_d)_{\text{min}} = E_{\text{порог}} &= |Q| \left(1 + \frac{M_d}{M_B} \right) = |-E^*| \left(1 + \frac{M_d}{M_B} \right) \approx \\ &\approx 1,75 \left(1 + \frac{2}{10} \right) \text{ МэВ} = 2,1 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Здесь массы ядер заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью до 0,25 %.

2.9.43. С помощью реакции ${}^{32}_{16}\text{S}(\alpha, p){}^{35}_{17}\text{Cl}$ исследуются низколежащие возбужденные состояния ядра ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ с энергиями 1,219; 1,763; 2,646; 2,694; 3,003 и 3,163 МэВ. Какие из этих состояний будут возбуждаться пучком α -частиц с энергией 5,0 МэВ? Избытки масс «участников» реакции в МэВ следующие: $\Delta({}^{32}_{16}\text{S}) = -26,016$; $\Delta(\alpha) = 2,425$; $\Delta({}^{35}_{17}\text{Cl}) = -29,014$; $\Delta(p) = 7,289$.

Воспользуемся формулой (2.9.3) задачи 2.9.39, которая показывает, какова максимальная энергия возбуждения $E_{\text{max}}^*(B)$ ядра B в реакции $a + A \rightarrow B + b$:

$$E_{\text{max}}^*(B) \approx T_a \frac{M_A}{M_A + M_a} + Q,$$

где энергия реакции $Q = \Delta(a) + \Delta(A) - \Delta(B) - \Delta(b)$. Используем эту формулу для решения нашей задачи.

$$\begin{aligned} Q &= \Delta(\alpha) + \Delta({}^{32}_{16}\text{S}) - \Delta({}^{35}_{17}\text{Cl}) - \Delta(p) = \\ &= (2,425 - 26,016 + 29,014 - 7,289) \text{ МэВ} = -1,866 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

$$E_{\text{max}}^*({}^{35}_{17}\text{Cl}) \approx T_\alpha \frac{M_S}{M_S + M_\alpha} + Q = 5 \cdot \frac{32}{32 + 4} \text{ МэВ} - 1,866 \text{ МэВ} = 2,58 \text{ МэВ}.$$

Здесь массы частиц (ядер) заменены их массовыми числами, что справедливо с точностью 0,03 %. Таким образом, при энергии налетающих α -частиц 5 МэВ могут возбуждаться только состояния с энергиями 1,219 и 1,763 МэВ.

2.9.44. Определить энергию возбуждения составного ядра, образующегося при захвате α -частицы с энергией $T_\alpha = 7$ МэВ неподвижным ядром ${}^{10}_5\text{B}$. Использовать избытки масс участников реакции в МэВ: $\Delta(\alpha) = 2,425$; $\Delta({}^{10}_5\text{B}) = 12,051$; $\Delta({}^{14}_7\text{N}) = 2,863$.

Рассматривается реакция $\alpha + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^{14}_7\text{N}^*$. Используем формулу (2.9.4) задачи 2.9.40:

$$E_{\text{N}}^* = T_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha}{M_{\text{N}}} \right) + Q,$$

где Q — энергия реакции $\alpha + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^{14}_7\text{N}$ образования составного ядра ${}^{14}_7\text{N}$ в основном состоянии: $Q = (m_\alpha + M_{\text{B}} - M_{\text{N}}) c^2 = \Delta(\alpha) + \Delta({}^{10}_5\text{B}) - \Delta({}^{14}_7\text{N}) = (2,425 + 12,051 - 2,863) \text{ МэВ} \approx 11,61 \text{ МэВ}$. Итак, имеем:

$$E_{\text{N}}^* = T_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha}{M_{\text{N}}} \right) + Q \approx 5 \text{ МэВ} \cdot \left(1 - \frac{4}{14} \right) + 11,61 \text{ МэВ} = 15,18 \text{ МэВ}.$$

Здесь вместо масс α -частицы и ядра ${}^{14}_7\text{N}$ использованы их массовые числа (4 и 14), что обеспечивает итоговую точность расчета 0,04 %.

2.9.45. В сечении реакции ${}^{27}_{13}\text{Al}(\alpha, p){}^{30}_{14}\text{Si}$ наблюдаются максимумы при энергиях α -частиц $T_\alpha = 3,95$; 4,84 и 6,57 МэВ. Определить энер-

гии возбуждения составного ядра, соответствующие этим максимумам в сечении. Даны избытки масс участников реакции в МэВ: $\Delta(\alpha) = 2,425$; $\Delta({}_{13}^{27}\text{Al}) = -17,197$; $\Delta({}_{15}^{31}\text{P}) = -24,441$; $\Delta({}_{14}^{30}\text{Si}) = -24,433$.

Рассматривается реакция $\alpha + {}_{13}^{27}\text{Al} \rightarrow {}_{15}^{31}\text{P}^* \rightarrow {}_{14}^{30}\text{Si} + p$, в которой образуется составное ядро ${}_{15}^{31}\text{P}$. По аналогии с предыдущей задачей, сначала определяем энергию Q реакции $\alpha + {}_{13}^{27}\text{Al} \rightarrow {}_{15}^{31}\text{P}$ образования составного ядра ${}_{15}^{31}\text{P}$ в основном состоянии:

$$Q = (m_\alpha + M_{\text{Al}} - M_{\text{P}}) c^2 = \Delta(\alpha) + \Delta({}_{13}^{27}\text{Al}) - \Delta({}_{15}^{31}\text{P}) = \\ = (2,425 - 17,197 + 24,441) \text{ МэВ} \approx 9,67 \text{ МэВ}.$$

Далее:

$$E_{\text{P}}^* = T_\alpha \left(1 - \frac{m_\alpha}{M_{\text{P}}}\right) + Q \approx T_\alpha \left(1 - \frac{4}{31}\right) + 9,67 \text{ МэВ}.$$

Здесь вместо масс α -частицы и ядра ${}_{15}^{31}\text{P}$ использованы их массовые числа (4 и 31), что обеспечивает итоговую точность расчета не хуже десятых долей процента. Подставляя в вышенаписанное соотношение $T_\alpha = 3,95$; 4,84 и 6,57 МэВ, получаем $E_{\text{P}}^* = 13,11$; 13,89 и 15,39 МэВ соответственно.

2.9.46. Предсказать возможные орбитальные моменты нейтрона с энергиями 0,01; 0,1; 1, 10 и 100 МэВ, взаимодействующего с тяжелым ядром.

Относительные угловые моменты l , при которых в основном будет происходить реакция, зависят от импульса p налетающей частицы. Максимальное значение l_{max} этого момента, при котором частица «падает» в ядро, приблизительно равно pR/\hbar (см. соотношение (1.10.24) и обсуждение рис. 1.11.1), или

$$l_{\text{max}} \approx \frac{R}{\lambda}, \quad (2.9.5)$$

где $\lambda = \hbar/p$. Поэтому, если импульс частицы мал (соответственно велика ее приведенная длина волны λ), то в реакции могут участвовать лишь частицы с низким угловым моментом l . Преобразуем выражение (2.9.5) с помощью замены $\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2T \cdot mc^2}}$, где m и T — масса и кинетическая энергия частицы, которая считается нерелятивистской. Получаем

$$l_{\text{max}} = \frac{R}{\hbar c} \sqrt{2T \cdot mc^2}. \quad (2.9.6)$$

Таким образом, если энергия частицы достаточно велика, то в реакции могут участвовать частицы с большим набором орбитальных моментов.

Оценим с помощью вышеприведенного выражения для l_{max} возможные значения орбитального момента нейтрона с различными кинетическими энергиями T_N , взаимодействующего с тяжелым ядром ($R \approx 6,5$ Фм):

1. $T_N = 0,01$ МэВ.

$$l_{\text{max}} = \frac{R}{\hbar c} \sqrt{2T \cdot mc^2} = \frac{6,5 \text{ Фм}}{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}} \sqrt{2 \cdot 0,01 \text{ МэВ} \cdot 939,6 \text{ МэВ}} \approx 0,14.$$

Поскольку l может быть только целочисленным или нулем, то остается лишь вариант $l = 0$ (нейтронная s -волна).

2. $T_N = 0,1$ МэВ.

$$l_{\text{max}} = \frac{6,5 \text{ Фм}}{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}} \sqrt{2 \cdot 0,1 \text{ МэВ} \cdot 939,6 \text{ МэВ}} \approx 0,45,$$

т. е. вновь остается вариант $l = 0$ (нейтронная s -волна).

3. $T_N = 1$ МэВ.

$$l_{\max} = \frac{6,5 \Phi_M}{197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M} \sqrt{2 \cdot 1 \text{ МэВ} \cdot 939,6 \text{ МэВ}} \approx 1,4,$$

т. е. наряду с s -волной в реакции с заметной вероятностью начинает участвовать и p -волна ($l = 1$).

4. $T_N = 10$ МэВ.

$$l_{\max} = \frac{6,5 \Phi_M}{197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M} \sqrt{2 \cdot 10 \text{ МэВ} \cdot 939,6 \text{ МэВ}} \approx 4,5,$$

т. е. возможны $l = 0, 1, 2, 3, 4$.

5. $T_N = 100$ МэВ.

$$l_{\max} = \frac{6,5 \Phi_M}{197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M} \sqrt{2 \cdot 100 \text{ МэВ} \cdot 939,6 \text{ МэВ}} \approx 14,$$

т. е. возможны l от 0 до 14.

На самом деле полученные значения орбитальных моментов нейтрона являются наиболее вероятными. Квантовая механика не исключает во всех рассмотренных случаях взаимодействия с ядром нейтрона и с большими значениями l , т. е. с $l > l_{\max}$. Эти последние возможности реализуются с меньшими вероятностями.

2.9.47. Рассеяние медленных ($T_n \approx 1$ кэВ) нейтронов на ядре ${}_{92}^{238}\text{U}$ изотропно в системе центра инерции (СЦИ). Как можно объяснить этот факт?

При решении данной задачи воспользуемся решением задачи 2.9.46 (см. также обсуждение формулы (1.10.24) в § 1.10.3).

С классической точки зрения, максимальное значение орбитального момента нерелятивистского нейтрона $(l_n)_{\max}$, имеющего кинетическую энергию T_n и взаимодействующего с ядром радиусом R , дается выражением (2.9.6) задачи 2.9.46. Поэтому получаем

$$\begin{aligned} (l_n)_{\max} &= \frac{R}{\hbar c} \sqrt{2T_n \cdot m_n c^2} \approx \\ &\approx \frac{6,5 \Phi_M}{197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M} \sqrt{2 \cdot 10^{-3} \text{ МэВ} \cdot 939,57 \text{ МэВ}} \approx 0,04 \ll 1. \end{aligned}$$

Для определения радиуса ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$ (6,5 Φ_M) здесь использована формула (1.7.2). Поскольку квантово-механическое значение l может быть только нулем или целым положительным числом, то в качестве единственного возможного значения l_n получаем $l_n = 0$. При этом волновая функция относительного движения нейтрона и ядра в СЦИ сферически симметрична. Следовательно, вероятность рассеяния нейтрона в СЦИ не зависит от угла рассеяния, т. е. угловое распределение нейтронов в СЦИ изотропно.

Отметим, что полученный вывод справедлив в «классическом» пределе, когда рассеяние нейтронов с ненулевым орбитальным моментом вообще запрещено. Квантовая механика оставляет возможность (хотя и незначительную) для рассеяния нейтронов с $l_n \neq 0$.

2.9.48. С каким орбитальным моментом могут рассеиваться протоны с кинетической энергией $T_p = 2$ МэВ на ядре ${}_{50}^{112}\text{Sn}$?

Решение использует подход и формулы задач 2.9.46 и 2.9.47. Максимальное значение орбитального момента протона $(l_p)_{\max}$, имеющего кинетическую

энергию T_p и взаимодействующего с ядром радиусом R , дается выражением (2.9.6) задачи 2.9.46. Поэтому получаем

$$(l_p)_{\max} = \frac{R}{\hbar c} \sqrt{2T_p \cdot m_p c^2} \approx \frac{5,1 \text{ Фм}}{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}} \sqrt{2 \cdot 2 \text{ МэВ} \cdot 938,27 \text{ МэВ}} \approx 1,6.$$

Для определения радиуса ядра ${}_{50}^{112}\text{Sn}$ (5,1 Фм) здесь использована формула (1.7.2). Поскольку квантово-механическое значение l может быть только нулем или целым положительным числом, то в качестве возможных значений l_p получаем $l_p = 0$ или 1.

Вновь отметим, что полученный результат справедлив в «классическом» пределе, когда рассеяние протонов с $l_p > 1$ запрещено. С точки зрения квантовой механики рассеяние протонов с $l_p > 1$ также возможно, но существенно менее вероятно. Оно при увеличении l_p все сильнее подавляется так называемым центробежным барьером.

2.9.49. Определить орбитальный момент l_t трития (изотопа водорода ${}^3_1\text{H}$), образующегося в реакции ${}_{13}^{27}\text{Al}(\alpha, t)_{13}^{27}\text{Si}$, если орбитальный момент налетающей α -частицы $l_\alpha = 0$ и конечное ядро образуется в основном состоянии.

Полагаем, что реакция протекает в лабораторной системе координат. α -частица движется (исполняет роль снаряда), а ядро ${}_{13}^{27}\text{Al}$ покоится (исполняет роль мишени). Для нахождения l_t используем законы сохранения полного момента количества движения \vec{J} и четности P . Момент количества движения и четность системы в начальном (i -м) состоянии, т.е. до реакции, должны быть равны этому моменту и четности в конечном (f -м) состоянии: $\vec{J}_i = \vec{J}_f$, $P_i = P_f$. Спин-четности «участников» реакции $J_\alpha^P = 0^+$, $J_{\text{Al}}^P = 5/2^+$, $J_{\text{Si}}^P = 0^+$, $J_t^P = 1/2^+$. Имеем: $\vec{J}_i = \vec{J}_\alpha + \vec{l}_\alpha + \vec{J}_{\text{Al}}$, $\vec{J}_f = \vec{J}_{\text{Si}} + \vec{J}_t + \vec{l}_t$, $P_i = p_\alpha \cdot p_{\text{Al}} \times (-1)^{l_\alpha} = 0$, $P_f = p_t \cdot p_{\text{Si}} \cdot (-1)^{l_t}$. Таким образом, получаем два уравнения:

$$\vec{J}_\alpha + \vec{l}_\alpha + \vec{J}_{\text{Al}} = \vec{J}_{\text{Si}} + \vec{J}_t + \vec{l}_t, \text{ или } \vec{0} + \vec{0} + \frac{5}{2} = \vec{0} + \frac{1}{2} + \vec{l}_t,$$

$p_\alpha \cdot p_{\text{Al}} \cdot (-1)^{l_\alpha} = p_t \cdot p_{\text{Si}} \cdot (-1)^{l_t}$, или $(+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^0 = (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_t}$. Из первого уравнения следует, что $l_t = 2, 3$. Из второго уравнения следует, что l_t должно быть четным, т.е. окончательно имеем $l_t = 2$. Отметим, что закон сохранения четности в двухчастичной реакции мы записываем в виде (1.11.5).

2.9.50. При каких орбитальных моментах количества движения протона возможна ядерная реакция $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^8_4\text{Be}^* \rightarrow \alpha + \alpha$?

Полагаем, что реакция протекает в лабораторной системе координат. Протон движется (исполняет роль снаряда), а ядро ${}^7_3\text{Li}$ покоится (исполняет роль мишени). Для нахождения орбитального момента протона l_p используем закон сохранения четности P (рассматриваемая реакция может протекать за счет сильного и электромагнитного взаимодействий, в которых четность системы сохраняется). Четность системы в начальном (i -м) состоянии $P_i = p_p \cdot p_{\text{Li}} \times (-1)^{l_p}$. Четность системы в конечном (f -м) состоянии $P_f = p_\alpha \cdot p_\alpha \cdot (-1)^{l_{\alpha\alpha}}$. Имеем $P_i = P_f$ или

$$p_p \cdot p_{\text{Li}} \cdot (-1)^{l_p} = p_\alpha \cdot p_\alpha \cdot (-1)^{l_{\alpha\alpha}}.$$

В задаче 2.4.17 показано, что система двух α -частиц может быть только в состояниях с положительной четностью ($J_{\alpha\alpha}^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$). При этом от-

носительный орбитальный момент α -частиц $l_{\alpha\alpha} = 0, 2, 4, \dots$. Таким образом, с учетом того, что $p_p = +1$ и J_{Li}^P (основное состояние) $= 3/2^-$, вышенаписанное равенство сводится к

$$(+1) \cdot (-1) \cdot (-1)^{l_p} = (+1).$$

Откуда l_p нечетно, т. е. $l_p = 1, 3, \dots$

2.9.51. Определить орбитальный момент дейтрона l_d в реакции подхвата протона нейтроном ${}^{15}_7\text{N}(n, d){}^{14}_6\text{C}$, если орбитальный момент нейтрона $l_n = 0$, а начальное и конечное ядра находятся в основном состоянии.

Полагаем, что реакция протекает в лабораторной системе координат. Нейтрон, подхватывающий протон ядра ${}^{15}_7\text{N}$, движется (исполняет роль снаряда), а ядро ${}^{15}_7\text{N}$ покоится (исполняет роль мишени). Используем законы сохранения полного момента количества движения \vec{J} и четности P . Момент количества движения и четность системы в начальном (i -м) состоянии, т. е. до реакции, должны быть равны этому моменту и четности в конечном (f -м) состоянии: $\vec{J}_i = \vec{J}_f$, $P_i = P_f$. В основном состоянии ядер ${}^{15}_7\text{N}$ и ${}^{14}_6\text{C}$: $J^P({}^{15}_7\text{N}) = 1/2^-$, $J^P({}^{14}_6\text{C}) = 0^+$. Спин-четность нейтрона $J_n^P = 1/2^+$. Имеем: $\vec{J}_i = \vec{J}_N + \vec{J}_n + \vec{l}_n$, $\vec{J}_f = \vec{J}_C + \vec{J}_d + \vec{l}_d$. Таким образом, получаем два уравнения:

$$\vec{J}_N + \vec{J}_n + \vec{l}_n = \vec{J}_C + \vec{J}_d + \vec{l}_d, \text{ или } \vec{1} + \vec{1} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{1} + \vec{l}_d,$$

$$p_n \cdot p_N \cdot (-1)^{l_n=0} = p_d \cdot p_C \cdot (-1)^{l_d}, \text{ или } (+1) \cdot (-1) \cdot (+1) = (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_d}.$$

Из первого уравнения следует, что $l_d = 0, 1, 2$. Из второго уравнения следует, что l_d должно быть нечетным. Таким образом, окончательно получаем $l_d = 1$.

2.9.52. Для реакции срыва ${}^{35}_{17}\text{Cl}(d, p){}^{36}_{17}\text{Cl}$ найти возможные значения орбитального момента l_n захваченного ядром нейтрона, если конечное ядро образуется в основном состоянии. Какое значение l_n предсказывает в этом случае модель ядерных оболочек?

Рассматриваемая реакция $d + {}^{35}_{17}\text{Cl} \rightarrow {}^{36}_{17}\text{Cl} + p$ сводится к передаче дейтроном нейтрона ядру ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ (нейтрон «срывается» с дейтрона ядром-мишенью), т. е. к процессу $n + {}^{35}_{17}\text{Cl} \rightarrow {}^{36}_{17}\text{Cl}$. Для нахождения орбитального момента l_n захваченного ядром ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ нейтрона используем законы сохранения момента количества движения \vec{J} и четности P . Момент количества движения и четность системы в начальном состоянии $n + {}^{35}_{17}\text{Cl}$, т. е. до реакции, должны быть равны этому моменту и четности в конечном состоянии ${}^{36}_{17}\text{Cl}$. Учитывая, что спины и четности ядер ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ и ${}^{36}_{17}\text{Cl}$ в основном состоянии равны соответственно $3/2^+$ и 2^+ , а спин нейтрона $J_n = 1/2$ и четность его $p_n = +1$, можем записать следующие два уравнения:

$$\vec{l}_n + \vec{J}_n + \vec{J}({}^{35}_{17}\text{Cl}) = \vec{J}({}^{36}_{17}\text{Cl}), \text{ или } \vec{l}_n + \vec{1} + \vec{3} = \vec{2},$$

$$p_n \cdot p_{35\text{Cl}} \cdot (-1)^{l_n} = p_{36\text{Cl}}, \text{ или } (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_n} = (+1).$$

Из первого уравнения следует, что $l_n = 0, 1, 2, 3, 4$. Из второго уравнения следует, что l_n должно быть четным, т. е. имеем $l_n = 0, 2, 4$.

Ядро ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ в оболочечной модели в основном состоянии имеет нейтронную конфигурацию $(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6(2s_{1/2})^2(1d_{3/2})^2$, т. е. имеет

две нейтронные вакансии в самой верхней $1d_{3/2}$ -подоболочке. Чтобы конечное ядро ${}^{36}_{17}\text{Cl}$ образовалось в основном состоянии, нужно чтобы захваченный нейтрон занял одну из этих вакансий, т. е. оказался в состоянии с $l_n = 2$. Это значение переданного момента нейтрона и реализуется в реакции ${}^{35}_{17}\text{Cl}(d, p){}^{36}_{17}\text{Cl}$ с образованием конечного ядра в основном состоянии.

2.9.53. Найти возможные значения спина ядра ${}^{15}_7\text{N}$ и орбитального момента подхватываемого протона в реакции ${}^{16}_8\text{O}(n, d){}^{15}_7\text{N}$.

Нейтрон «подхватывает» один из протонов ядра-мишени образуя дейтрон. Подхват протона может идти с подоболочек $1p_{1/2}$, $1p_{3/2}$ и $1s_{1/2}$ ядра-мишени ${}^{16}_8\text{O}$. При этом спин ядра ${}^{15}_7\text{N}$ будет равен спину дырки в этих подоболочках, т. е. соответственно $1/2$, $3/2$ и $1/2$. Орбитальные моменты подхватываемых протонов l_p будут равны их орбитальным моментам на соответствующих подоболочках, т. е. $l_p = 1, 1, 0$.

2.9.54. С какими орбитальными моментами l_p могут вылететь протоны в реакции ${}^{12}_6\text{C}(\gamma, p){}^{11}_5\text{B}$, если: 1) конечное ядро образуется в основном состоянии, а поглотился E2-фотон; 2) конечное ядро образуется в состоянии $1/2^+$, а поглотился M1-фотон; 3) конечное ядро образуется в основном состоянии, а поглотился E1-фотон?

Для нахождения l_p используем законы сохранения полного момента количества движения \vec{J} и четности P . Момент количества движения и четность системы в начальном (i -м) состоянии, т. е. до реакции, должны быть равны этому моменту и четности в конечном (f -м) состоянии: $\vec{J}_i = \vec{J}_f$, $P_i = P_f$. В основном состоянии $J^P({}^{12}_6\text{C}) = 0^+$, $J^P({}^{11}_5\text{B}) = 3/2^-$. Спин-четность протона $J^P_p = 1/2^+$.

1) Ядро ${}^{11}_5\text{B}$ образуется в основном состоянии. В этом состоянии $J^P({}^{11}_5\text{B}) = 3/2^-$. Спин-четность E2-фотона $J^P_\gamma = 2^+$. Имеем: $\vec{J}_i = \vec{J}_\gamma + \vec{J}_C$, $\vec{J}_f = \vec{J}_B + \vec{J}_p + \vec{l}_p$. Таким образом, получаем два уравнения:

$$\vec{J}_\gamma + \vec{J}_C = \vec{J}_B + \vec{J}_p + \vec{l}_p, \text{ или } \vec{2} + \vec{0} = \frac{\vec{3}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_p,$$

$$p_\gamma \cdot p_C = p_B \cdot p_p \cdot (-1)^{l_p} \text{ или } (+1) \cdot (+1) = (+1) \cdot (-1) \cdot (-1)^{l_p}.$$

Из первого уравнения следует, что $l_p = 0, 1, 2, 3, 4$. Из второго уравнения следует, что l_p должно быть нечетным, т. е. окончательно имеем $l_p = 1, 3$.

2) Ядро ${}^{11}_5\text{B}$ образуется в состоянии $1/2^+$, а поглотился M1-фотон, имеющий спин-четность 1^+ . Получаем

$$\vec{1} + \vec{0} = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_p,$$

$$(+1) \cdot (+1) = (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_p}.$$

Отсюда из первого уравнения $l_p = 0, 1, 2$, но l_p должно быть четным, т. е. окончательно имеем $l_p = 0, 2$.

3) Ядро ${}^{11}_5\text{B}$ образуется в основном ($3/2^-$) состоянии, а поглотился E1-фотон, имеющий спин-четность 1^- . Получаем

$$\vec{1} + \vec{0} = \frac{\vec{3}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_p,$$

$$(-1) \cdot (+1) = (+1) \cdot (-1) \cdot (-1)^{l_p}.$$

Отсюда из первого уравнения $l_p = 0, 1, 2, 3$, но l_p должно быть четным, т. е. окончательно имеем $l_p = 0, 2$,

2.9.55. В результате поглощения ядром ${}^4_2\text{He}$ γ -кванта вылетает нейтрон с орбитальным моментом $l_n = 2$. Определить тип и мультипольность γ -кванта, если конечное ядро образуется в основном состоянии.

Рассматривается реакция ${}^4_2\text{He}(\gamma, n){}^3_2\text{He}$. Для нахождения типа (электрический или магнитный) и мультипольности (полного момента J_γ) фотона используем законы сохранения полного момента количества движения \vec{J} и четности P . Момент количества движения и четность системы в начальном (i -м) состоянии, т. е. до реакции, должны быть равны этому моменту и четности в конечном (f -м) состоянии: $\vec{J}_i = \vec{J}_f$, $P_i = P_f$. В основном состоянии изотопов гелия $J^P({}^4_2\text{He}) = 0^+$, $J^P({}^3_2\text{He}) = 1/2^+$. Спин-четность нейтрона $J^P_n = 1/2^+$. Имеем: $\vec{J}_i = \vec{J}_\gamma + \vec{J}_{4\text{He}}$, $\vec{J}_f = \vec{J}_{3\text{He}} + \vec{J}_n + \vec{l}_n$. Таким образом, получаем два уравнения:

$$\vec{J}_\gamma + \vec{J}_{4\text{He}} = \vec{J}_{3\text{He}} + \vec{J}_n + \vec{l}_n, \text{ или } \vec{J}_\gamma + \vec{0} = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{2},$$

$$p_\gamma \cdot p_{4\text{He}} = p_n \cdot p_{3\text{He}} \cdot (-1)^{l_n=2}, \text{ или } p_\gamma \cdot (+1) = (+1) \cdot (+1) \cdot (+1).$$

Из первого уравнения следует, что $J_\gamma = 1, 2, 3$. Из второго уравнения следует, что $p_\gamma = +1$. Этим характеристикам отвечают фотоны М1, Е2, М3.

2.9.56. Ядро ${}^8_4\text{Be}$ поглощает γ -квант, в результате чего вылетает протон с орбитальным моментом $l_p = 1$. Определить тип и мультипольность поглощенного γ -кванта, если конечное ядро образуется в основном состоянии?

Рассматривается реакция ${}^8_4\text{Be}(\gamma, p){}^7_3\text{Li}$. Для нахождения типа (электрический или магнитный) и мультипольности (полного момента J_γ) фотона используем законы сохранения полного момента количества движения \vec{J} и четности P . Момент количества движения и четность системы в начальном (i -м) состоянии, т. е. до реакции, должны быть равны этому моменту и четности в конечном (f -м) состоянии: $\vec{J}_i = \vec{J}_f$, $P_i = P_f$. В основном состоянии ядер ${}^8_4\text{Be}$ и ${}^7_3\text{Li}$: $J^P({}^8_4\text{Be}) = 0^+$, $J^P({}^7_3\text{Li}) = 3/2^-$. Спин-четность протона $J^P_p = 1/2^+$. Имеем: $\vec{J}_i = \vec{J}_\gamma + \vec{J}_{8\text{Be}}$, $\vec{J}_f = \vec{J}_{7\text{Li}} + \vec{J}_p + \vec{l}_p$. Таким образом, получаем два уравнения:

$$\vec{J}_\gamma + \vec{J}_{8\text{Be}} = \vec{J}_{7\text{Li}} + \vec{J}_p + \vec{l}_p, \text{ или } \vec{J}_\gamma + \vec{0} = \frac{\vec{3}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{1},$$

$$p_\gamma \cdot p_{8\text{Be}} = p_p \cdot p_{7\text{Li}} \cdot (-1)^{l_p=1}, \text{ или } p_\gamma \cdot (+1) = (+1) \cdot (-1) \cdot (-1).$$

Из первого уравнения следует, что $J_\gamma = 1, 2, 3$ (у реального фотона $J_\gamma \neq 0$). Из второго уравнения следует, что $p_\gamma = +1$. Этим характеристикам отвечают фотоны М1, Е2, М3.

2.9.57. Ядро ${}^4_2\text{He}$ поглощает Е2-фотон и затем испускает нейтрон. Каков его орбитальный момент, если конечное ядро остается в основном состоянии?

Рассматривается реакция $\gamma(\text{E2}) + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^3_2\text{He} + n$. Спины и четности всех участвующих объектов, кроме нейтрона, заданы: $J^P(\gamma) = 2^+$, $J^P({}^4_2\text{He}) = 0^+$,

$J^P(^3_2\text{He}) = 1/2^+$. Запишем закон сохранения полного момента количества движения:

$$\vec{J}(\gamma) + \vec{J}(^4_2\text{He}) \rightarrow \vec{J}(^3_2\text{He}) + \vec{J}_n + \vec{l}_n, \text{ или } \vec{2} + \vec{0} \rightarrow \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{l}_n,$$

откуда для l_n получаем следующий возможный набор значений: $l_n = 1, 2, 3$. Для уточнения l_n используем закон сохранения четности, в котором p_n — внутренняя четность нейтрона (+1), а $(-1)^{l_n}$ — его орбитальная четность:

$$p_\gamma \cdot P(^4_2\text{He}) = P(^3_2\text{He}) \cdot p_n \cdot (-1)^{l_n}, \text{ или } (+1) \cdot (+1) = (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_n},$$

откуда для l_n остается единственно возможное значение $l_n = 2$.

2.9.58. Реакция $^{16}_8\text{O}(\gamma, p)^{15}_7\text{N}$ идет за счет поглощения E1-фотона. Найдите орбитальный момент l_p протона, если ядро $^{15}_7\text{N}$ остается в основном состоянии.

Рассматривается реакция $\gamma(\text{E1}) + ^{16}_8\text{O} \rightarrow ^{15}_7\text{N} + p$. Спины и четности всех участвующих объектов, кроме протона, заданы: $J^P(\gamma) = 1^-$, $J^P(^{16}_8\text{O}) = 0^+$, $J^P(^{15}_7\text{N}) = 1/2^-$. Запишем закон сохранения полного момента количества движения:

$$\vec{J}(\gamma) + \vec{J}(^{16}_8\text{O}) \rightarrow \vec{J}(^{15}_7\text{N}) + \vec{J}_p + \vec{l}_p, \text{ или } \vec{1} + \vec{0} \rightarrow \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{l}_p,$$

откуда для l_p получаем следующий возможный набор значений: $l_p = 0, 1, 2$. Для уточнения l_p используем закон сохранения четности, в котором p_p — внутренняя четность протона (+1), а $(-1)^{l_p}$ — его орбитальная четность:

$$p_\gamma \cdot P(^{16}_8\text{O}) = P(^{15}_7\text{N}) \cdot p_p \cdot (-1)^{l_p} \text{ или } (-1) \cdot (+1) = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_p},$$

откуда для l_p остаются лишь значения $l_p = 0$ или 2.

2.9.59. Ядро $^{12}_6\text{C}$ в результате поглощения M1-фотона испускает нейтрон, причем конечное ядро образуется в основном состоянии. Найдите орбитальный момент нейтрона.

Рассматривается реакция $\gamma(\text{M1}) + ^{12}_6\text{C} \rightarrow ^{11}_6\text{C} + n$, причем начальное и конечное ядра находятся в основном состоянии. Спины и четности всех участвующих объектов, кроме нейтрона, заданы: $J^P(\gamma) = 1^+$, $J^P(^{12}_6\text{C}) = 0^+$, $J^P(^{11}_6\text{C}) = 3/2^-$. Запишем закон сохранения полного момента количества движения:

$$\vec{J}(\gamma) + \vec{J}(^{12}_6\text{C}) \rightarrow \vec{J}(^{11}_6\text{C}) + \vec{J}_n + \vec{l}_n, \text{ или } \vec{1} + \vec{0} \rightarrow \vec{\frac{3}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} + \vec{l}_n,$$

откуда для l_n получаем следующий возможный набор значений: $l_n = 0, 1, 2, 3$. Для уточнения l_n используем закон сохранения четности, в котором p_n — внутренняя четность нейтрона (+1), а $(-1)^{l_n}$ — его орбитальная четность:

$$p_\gamma \cdot P(^{12}_6\text{C}) = P(^{11}_6\text{C}) \cdot p_n \cdot (-1)^{l_n} \text{ или } (+1) \cdot (+1) = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_n},$$

откуда для l_n остаются лишь значения $l_n = 1$ или 3.

2.9.60. В реакции неупругого рассеяния протона на ядре $^{12}_6\text{C}$ его орбитальный момент увеличивается на единицу. Определите четность получившегося состояния ядра $^{12}_6\text{C}$.

Речь идет о реакции $p + ^{12}_6\text{C} \rightarrow ^{12}_6\text{C}^* + p$. Полагаем, что она идет по сильному или электромагнитному взаимодействию, и ядро $^{12}_6\text{C}$ до реакции находилось в основном состоянии. Имеет место закон сохранения четности,

т. е. полная четность P_i системы до реакции равна полной четности P_f системы после реакции: $P_i = P_f$, причем в данном случае $P_i = p_p \cdot P(^{12}_6\text{C}) \cdot (-1)^{l_p}$, а $P_f = p_p \cdot P(^{12}_6\text{C}^*) \cdot (-1)^{l_p+1}$, где p_p — внутренняя четность протона (+1), а $(-1)^{l_p}$ и $(-1)^{l_p+1}$ — его орбитальная четность до и после реакции. Итак,

$$p_p \cdot P(^{12}_6\text{C}) \cdot (-1)^{l_p} = p_p \cdot P(^{12}_6\text{C}^*) \cdot (-1)^{l_p+1} \text{ или} \\ (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_p} = (+1) \cdot P(^{12}_6\text{C}^*) \cdot (-1)^{l_p+1}.$$

Окончательно получаем

$$P(^{12}_6\text{C}^*) = -1.$$

2.9.61. Обычно ядерные реакции типа $a + A \rightarrow B + b$ исследуются в лабораторной системе координат, когда частица (или более легкое из начальных ядер) движется, исполняя роль снаряда, а более тяжелое ядро A неподвижно и исполняет роль мишени. Закон сохранения полного момента количества движения в подобных реакциях обычно записывают в виде

$$\vec{J}_a + \vec{J}_A + \vec{l}_a = \vec{J}_B + \vec{J}_b + \vec{l}_{Bb},$$

где J_a , J_A , J_B , J_b — спины участников реакции, l_a — орбитальный момент частицы или ядра-снаряда относительно ядра-мишени, а l_{Bb} — относительный орбитальный момент продуктов реакции. Этот последний орбитальный момент делится между продуктами реакции. В каком соотношении происходит это деление?

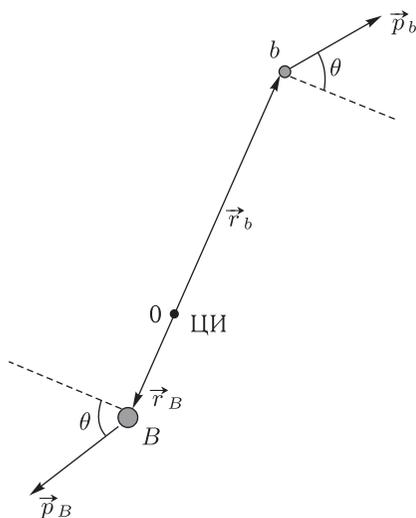
В результате ядерной реакции оба конечных продукта начинают двигаться. При этом вектор их относительного орбитального момента \vec{l}_{Bb} является векторной суммой орбитальных моментов \vec{l}_b и \vec{l}_B конечных продуктов относительно их центра инерции, т. е. $\vec{l}_{Bb} = \vec{l}_b + \vec{l}_B$. Поскольку относительно центра инерции сумма импульсов конечных частиц равна нулю, то вышенаписанное векторное равенство орбитальных моментов можно заменить алгебраическим: $l_{Bb} = l_b + l_B$. Ситуация поясняется рисунком.

Точку центра инерции помещаем в начало координат. При этом радиус-вектор центра инерции $\vec{R}_{\text{ци}} = 0$. С другой стороны, по определению радиуса-вектора центра инерции $\vec{R}_{\text{ци}} = \frac{m_b \vec{r}_b + m_B \vec{r}_B}{m_b + m_B}$ или, считая направление на частицу (ядро) b положительным, $R_{\text{ци}} = \frac{m_b r_b - m_B r_B}{m_b + m_B}$, т. е. $m_b r_b = m_B r_B$.

Конечные продукты B и b относительно центра инерции двигаются по параллельным траекториям в противоположные стороны. При этом $p_b = p_B$ и относительный орбитальный момент $l_{Bb} \neq 0$. Отметим, что при лобовом столкновении, когда относительные орбитальные моменты частиц (ядер) нулевые, продукты реакции двигаются относительно центра инерции с равными импульсами в противоположные стороны вдоль одной линии, проходящей через центр инерции (см. задачу 2.9.33).

Имеем $\vec{l}_{Bb} = \vec{l}_b + \vec{l}_B = \vec{p}_b \times \vec{r}_b + \vec{p}_B \times \vec{r}_B$ или, учитывая параллельность импульсов,

$$l_{Bb} = (m_b \cdot v_b \cdot r_b + m_B \cdot v_B \cdot r_B) \cos \theta = m_b \cdot r_b \cdot \cos \theta \cdot (v_b + v_B) = \\ = m_b \cdot v_b \cdot r_b \cdot \cos \theta \cdot \left(1 + \frac{m_b}{m_B}\right) = l_b \cdot \left(1 + \frac{m_b}{m_B}\right).$$



Здесь использовано то, что $m_b r_b = m_B r_B$, а также $p_b = p_B$, или через массы и скорости: $m_b v_b = m_B v_B$.

Таким образом, если один из конечных продуктов имеет массу много больше, чем другой (например, $m_B \gg m_b$), то их относительный орбитальный момент l_{Bb} обеспечивается главным образом более легким продуктом реакции, т. е. в нашем примере $l_{Bb} \approx l_b$.

2.9.62. Реакция $\gamma + {}^{20}_{10}\text{Ne} \rightarrow {}^{16}_8\text{O}^*(3^-) + \alpha$ вызвана E2-фотонем и идет с заселением второго возбужденного состояния ядра ${}^{16}_8\text{O}$ с энергией 6,13 МэВ и $J^P = 3^-$ (см., например, рисунок к задаче 2.9.63). Показать, что конечные продукты могут иметь относительный орбитальный момент $l_{O\alpha} = 5$. Определить, как этот момент делится между конечными продуктами.

Реакция возможна при одновременном выполнении законов сохранения полного момента количества движения \vec{J} и четности P . Момент количества движения и четность системы в начальном (i -м) состоянии, т. е. до реакции, должны быть равны этому моменту и четности в конечном (f -м) состоянии: $\vec{J}_i = \vec{J}_f$, $P_i = P_f$. E2-фотон имеет $J_\gamma^P = 2^+$. Ядро ${}^{20}_{10}\text{Ne}$ находится в основном, т. е. 0^+ -состоянии. $J_\alpha^P = 0^+$. По условию задачи $J_{16\text{O}}^P = 3^-$. Имеем: $\vec{J}_i = \vec{J}_{\text{Ne}} + \vec{J}_\gamma$, $\vec{J}_f = \vec{J}_{16\text{O}} + \vec{J}_\alpha + \vec{l}_{O\alpha}$. Таким образом, получаем два уравнения:

$$\vec{J}_{\text{Ne}} + \vec{J}_\gamma = \vec{J}_{16\text{O}} + \vec{J}_\alpha + \vec{l}_{O\alpha}, \text{ или } \vec{0} + \vec{2} = \vec{3} + \vec{0} + \vec{l}_{O\alpha},$$

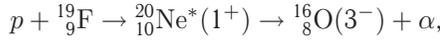
$$p_\gamma(\text{E2}) \cdot p_{\text{Ne}} = p_\alpha \cdot p_{16\text{O}} \cdot (-1)^{l_{O\alpha}}, \text{ или } (+1) \cdot (+1) = (+1) \cdot (-1) \cdot (-1)^{l_{O\alpha}}.$$

Из первого уравнения следует, что $l_{O\alpha} = 1, 2, 3, 4, 5$. Из второго уравнения следует, что $l_{O\alpha}$ должно быть нечетным, т. е. $l_{O\alpha} = 1, 3, 5$. Таким образом, $l_{O\alpha} = 5$ возможно. В соответствии с задачей 2.9.61 имеем

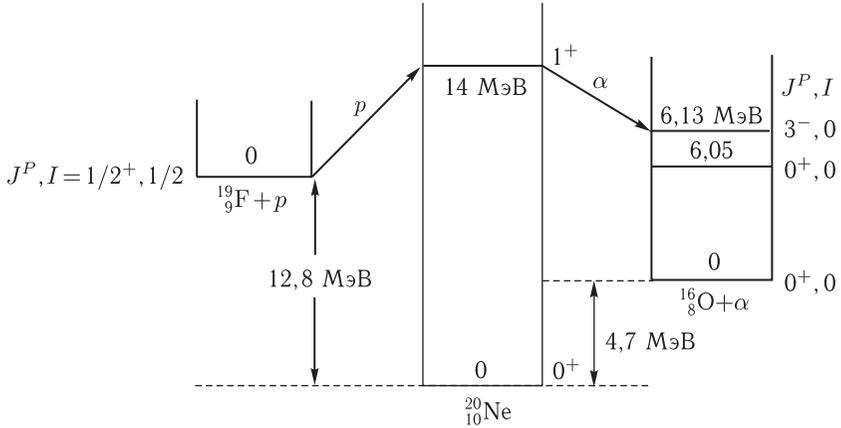
$$l_{O\alpha} = l_{16\text{O}} + l_\alpha = l_\alpha \cdot \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{16\text{O}}}\right) \approx l_\alpha \cdot \left(1 + \frac{4}{16}\right) = l_\alpha \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right).$$

Откуда следует, что относительный орбитальный момент $l_{O\alpha} = 5$ распределяется между α -частицей и ядром $^{16}_8\text{O}$ следующим образом: $l_\alpha = 4$, а $l_{^{16}\text{O}} = 1$.

2.9.63. Исходя из схемы протекания реакции



(см. рисунок) определить орбитальный момент захваченного протона и изоспин промежуточного состояния ${}^{20}_{10}\text{Ne}^*(1^+)$ с энергией возбуждения 14 МэВ.



Найдем орбитальный момент захваченного протона. Запишем закон сохранения полного момента количества движения в начальном канале рассматриваемой реакции $p + {}^{19}_9\text{F} \rightarrow {}^{20}_{10}\text{Ne}^*(1^+)$:

$$\vec{J}_p + \vec{l}_p + \vec{J}({}^{19}_9\text{F}) = \vec{J}({}^{20}_{10}\text{Ne}^*) \text{ или } \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_p + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{1}.$$

Здесь J_p — спин протона (1/2), а l_p — его искомый орбитальный момент. Отсюда получаем $l_p = 0, 1, 2$. Для уточнения l_p используем закон сохранения четности. Реакция идет по сильному взаимодействию, и закон сохранения четности имеет место. Итак, четность системы $p + {}^{19}_9\text{F}$ должна быть равна четности состояния ${}^{20}_{10}\text{Ne}^*(1^+)$:

$$p_p \cdot P({}^{19}_9\text{F}) \cdot (-1)^{l_p} = {}^{20}_{10}\text{Ne}^* \text{ или } (+1) \cdot (+1) \cdot (-1)^{l_p} = (+1).$$

Здесь $p_p = +1$ — внутренняя четность протона, а $(-1)^{l_p}$ — его орбитальная четность. Отсюда получаем, что возможны лишь четные значения l_p , т.е. из полученных выше значений $l_p = 0, 1, 2$ нужно оставить только 0 и 2. Итак, окончательно имеем: $l_p = 0, 2$.

Теперь находим изоспин промежуточного состояния ${}^{20}_{10}\text{Ne}^*(1^+)$. Для этого используем конечную стадию рассматриваемой реакции — стадию распада промежуточного состояния: ${}^{20}_{10}\text{Ne}^*(1^+) \rightarrow {}^{16}_8\text{O}(3^-) + \alpha$. Распад идет по сильному взаимодействию, в котором изоспин сохраняется. Поэтому имеем

$$\vec{I}({}^{20}_{10}\text{Ne}^*) = \vec{I}({}^{16}_8\text{O}^*) + \vec{I}_\alpha \text{ или } \vec{I}({}^{20}_{10}\text{Ne}^*) = \vec{0} + \vec{0}.$$

Откуда получаем $I(^{20}_{10}\text{Ne}^*) = 0$. Здесь учтено то, что изоспин α -частицы нулевой.

2.9.64. Возможно ли возбуждение уровня 0^+ с энергией 2,31 МэВ и изоспином $I = 1$ ядра $^{14}_7\text{N}$ в реакции неупругого рассеяния дейтрона на этом ядре, идущей за счет сильного взаимодействия? Этот уровень — первое возбужденное состояние ядра $^{14}_7\text{N}$.

Рассматривается реакция $d + ^{14}_7\text{N} \rightarrow ^{14}_7\text{N}^* + d$. Используем закон сохранения изоспина, выполняющийся в сильных взаимодействиях. Изоспин системы в начальном (i -м) состоянии, т.е. до реакции, должен быть равен изоспину системы в конечном (f -м) состоянии: $\vec{I}_i = \vec{I}_f$. В данном случае $\vec{I}_i = \vec{I}_d + \vec{I}_{^{14}\text{N}}$, $\vec{I}_f = \vec{I}_{^{14}\text{N}^*} + \vec{I}_d$. Изоспины дейтрона и ядра $^{14}_7\text{N}$ в основном состоянии нулевые: $I_d = I_{^{14}\text{N}} = 0$. Изоспин возбуждаемого состояния ядра $^{14}_7\text{N}$ единичный: $I_{^{14}\text{N}^*} = 1$. Для рассматриваемой реакции закон сохранения изоспина выглядит так:

$$\vec{I}_d + \vec{I}_{^{14}\text{N}} = \vec{I}_{^{14}\text{N}^*} + \vec{I}_d.$$

Очевидно, этот закон не выполняется, поскольку подстановка значений изоспинов в вышенаписанное равенство приводит к неравенству:

$$\vec{0} + \vec{0} \neq \vec{1} + \vec{0}.$$

Таким образом, возбуждение уровня 0^+ с энергией 2,31 МэВ ядра $^{14}_7\text{N}$ в реакции неупругого рассеяния дейтронов на этом ядре, идущей за счет сильного взаимодействия, невозможно. Отметим, что возбуждение данного уровня в данной реакции становится возможным, если реакция будет проходить по электромагнитному или слабому взаимодействию. Очевидно, вероятность таких реакций будет незначительной.

2.9.65. Возможно ли возбуждение уровня 1^+ с изоспином $I = 1$ ядра $^{12}_6\text{C}$ (его энергия 15,11 МэВ) в реакции неупругого рассеяния на нем α -частицы: $\alpha + ^{12}_6\text{C} \rightarrow (^{12}_6\text{C})^*_{1^+, I=1} + \alpha$, идущей за счет сильного взаимодействия?

Полагаем, что ядро $^{12}_6\text{C}$ до реакции находится в основном состоянии. В этом состоянии его спин-четность 0^+ и изоспин нулевой. Изоспин α -частицы также нулевой. В реакциях за счет сильного взаимодействия должен выполняться закон сохранения изоспина. Для двухчастичных реакций $A(a, b)B$ этот закон записывается в виде (см. (1.11.8)): $\vec{I}_a + \vec{I}_A = \vec{I}_b + \vec{I}_B$. В нашем случае при выполнении этого закона должно быть

$$\vec{I}_\alpha + \vec{I}(^{12}\text{C}) = \vec{I}_\alpha + \vec{I}(^{12}\text{C}^*).$$

В то же время после подстановки значений изоспиновых векторов участвующих объектов в данное равенство получаем

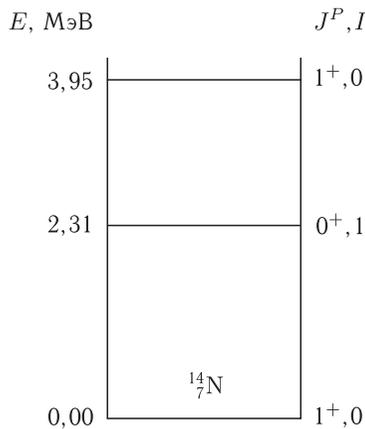
$$\vec{0} + \vec{0} \neq \vec{0} + \vec{1},$$

т.е. изоспин не сохраняется, а значит по сильному взаимодействию реакция невозможна. Заметим, что по электромагнитному или слабому взаимодействию, где сохранение изоспина не требуется, рассматриваемая реакция не запрещена, хотя ее вероятность сравнительно невысока.

2.9.66. Показать, что в реакции неупругого рассеяния дейтронов на ядре $^{10}_5\text{B}$, идущей за счет сильного взаимодействия, невозможно возбуждение уровней этого ядра с изоспином 1.

Реакция имеет вид $d + ^{10}_5\text{B} \rightarrow d + ^{10}_5\text{B}^*$. Дейтрон и $^{10}_5\text{B}$ это ядра с $N = Z$. Поэтому для них $I_3 = (Z - N)/2 = 0$ и изоспин основного состояния (ground state) I_{gs} , определяемый правилом $I_{gs} = |I_3|$, для каждого из этих ядер тоже равен нулю $I_{gs} = |I_3| = 0$. Отсюда получаем, что сохранение изоспина в рассматриваемом процессе возможно лишь, если изоспин конечного возбужденного ядра $^{10}_5\text{B}^*$ также равен нулю $I(^{10}_5\text{B}^*) = 0$.

2.9.67. Какие состояния ядра $^{14}_7\text{N}$ из приведенных на схеме уровней могут быть возбуждены в реакциях неупругого рассеяния (α, α'), (d, d'), (p, p'), если эти реакции происходят по каналу сильного взаимодействия, а ядро $^{14}_7\text{N}$ до реакции находится в основном состоянии?



α -частица это ядро ^4_2He в основном состоянии, дейтрон (d) это ядро ^2_1H . Обе частицы, как и ядро $^{14}_7\text{N}$, до реакции находящееся в основном состоянии, имеют нулевой изоспин ($I = 0$). В реакциях за счет сильного взаимодействия изоспин сохраняется. Действительно, должно быть

$$\vec{I}(^{14}_7\text{N}) + \vec{I}(^4_2\text{He}) = \vec{I}(^{14}_7\text{N}^*) + \vec{I}(^4_2\text{He}),$$

$$\vec{I}(^{14}_7\text{N}) + \vec{I}(^2_1\text{H}) = \vec{I}(^{14}_7\text{N}^*) + \vec{I}(^2_1\text{H}).$$

При этом $I(^{14}_7\text{N}) = I(^4_2\text{He}) = I(^2_1\text{H}) = 0$, а $I(^{14}_7\text{N}^*) = 0$ (для уровня 3,95 МэВ) или 1 (для уровня 2,31 МэВ). Таким образом, возбуждение уровня 2,31 МэВ с изоспином 1 ядра $^{14}_7\text{N}$ в реакциях неупругого рассеяния α -частицы и дейтрона на этом ядре исключено. В то же время в реакции $^{14}_7\text{N} + p \rightarrow ^{14}_7\text{N}^* + p$ возможно возбуждение как уровня 3,95 МэВ, так и уровня 2,31 МэВ, поскольку изоспин протона равен 1/2, и закон сохранения изоспина в обоих этих случаях выполняется:

$$\vec{I}(^{14}_7\text{N}) + \vec{I}(p) = \vec{I}(^{14}_7\text{N}^*) + \vec{I}(p),$$

$$\vec{0} + \vec{\frac{1}{2}} = \vec{0} \text{ или } \vec{1} + \vec{\frac{1}{2}}.$$

2.9.68. Какие из уровней ядра ${}^{14}_7\text{N}$ (см. схему уровней в предыдущей задаче) могут возбуждаться в реакции неупругого рассеяния электронов?

В реакции ${}^{14}_7\text{N} + e \rightarrow {}^{14}_7\text{N}^* + e'$ возбуждение ядра происходит почти исключительно за счет обменного электромагнитного взаимодействия. Квантом взаимодействия является γ -квант. Излучение (или поглощение) γ -кванта либо оставляет изоспин системы неизменным, либо меняет его на 1. Таким образом, в процессах электромагнитных взаимодействий изменение изоспина ядра $\Delta I = 0$ или 1. Для ядра ${}^{14}_7\text{N}$ это означает, что все указанные на схеме уровни могут возбуждаться в e, e' -реакции.

2.9.69. Получить из модели оболочек оценку отношений сечений реакций срыва нейтрона ${}^{16}_8\text{O}(d, p){}^{17}_8\text{O}$ с образованием конечного ядра в основном состоянии и в возбужденном состоянии с $J^P = 3/2^+$. Предполагается прямой механизм реакции.

В этой реакции нейтрон, входящий в состав дейтрона, срывается ядром ${}^{16}_8\text{O}$, находящимся в основном состоянии, и присоединяется к нему, образуя ядро ${}^{17}_8\text{O}$. Нейтронная конфигурация основного состояния ядра ${}^{16}_8\text{O} - (1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2$ — отвечает заполненным подоболочкам $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$ и $1p_{1/2}$. Реакция срыва нейтрона приводит к появлению этого нейтрона на одной из свободных подоболочек ядра ${}^{16}_8\text{O}$, нижайшими из которых являются подоболочки $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ и $1d_{3/2}$. Квантовыми числами присоединенного нейтрона на этих подоболочках будет определяться спин-четность образованного состояния ядра ${}^{17}_8\text{O}$. Если сорванный нейтрон садится на нижайшую свободную подоболочку $1d_{5/2}$, то получается ядро ${}^{17}_8\text{O}$ в основном состоянии с $J^P = 5/2^+$. Ядро ${}^{17}_8\text{O}$ будет иметь $J^P = 3/2^+$ в том случае, если нейтрон садится на более высокую подоболочку $1d_{3/2}$. Очевидно, полученное состояние ${}^{17}_8\text{O}$ будет возбужденным. Эффективные сечения двух рассматриваемых каналов реакции срыва ${}^{16}_8\text{O}(d, p) \rightarrow {}^{17}_8\text{O}_{\text{осн. сост.}}(5/2^+)$ и ${}^{16}_8\text{O}(d, p) \rightarrow {}^{17}_8\text{O}_{\text{возб. сост.}}(3/2^+)$ пропорциональны вероятностям нейтрона занять соответствующие подоболочки ($1d_{5/2}$ или $1d_{3/2}$). В первом приближении эти вероятности равны числам ν_n нейтронных вакансий на упомянутых подоболочках. Как известно, для ν_n справедливо выражение $\nu_n = 2j + 1$ (см. (1.8.28)), где j — полный момент нуклона на подоболочке. Таким образом, для отношения искомых эффективных сечений (вероятностей) получаем

$$\frac{\sigma_{\text{осн. сост.}}(5/2^+)}{\sigma_{\text{возб. сост.}}(3/2^+)} \approx \frac{\nu_n(1d_{5/2})}{\nu_n(1d_{3/2})} = \frac{(2 \cdot \frac{5}{2} + 1)}{(2 \cdot \frac{3}{2} + 1)} = \frac{6}{4} = 1,5.$$

2.9.70. Оценить сечение образования составного ядра при взаимодействии нейтронов с кинетической энергией $T_n = 0,5$ эВ с ядрами индия ${}^{115}_{49}\text{In}$.

Первый резонанс в реакции $n + {}^{115}_{49}\text{In} \rightarrow {}^{116}_{49}\text{In}^*$ расположен при $T_n = 1,44$ эВ. В области кинетических энергий нейтрона ниже этого резонанса нет других резонансов. С учетом того, что при рассматриваемых кинетических

энергиях нейтрона с ядром эффективно будут взаимодействовать нейтроны только с $l = 0$ (см. задачу 2.9.47), можно использовать формулу (1.11.18):

$$\sigma_{nC} \approx \pi(R + \lambda)^2 \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2},$$

где R — радиус ядра, λ — приведенная длина волны нейтрона, $k = \frac{\sqrt{2m_n c^2 \cdot T_n}}{\hbar c}$, $k_0 = \frac{\sqrt{2m_n c^2 \cdot (T_n + V_0)}}{\hbar c}$, а V_0 — глубина ядерного потенциала

(≈ 50 МэВ). Так как при $T_n = 0,5$ эВ имеем $\lambda \gg R$ и $k_0 \approx \frac{\sqrt{2m_n c^2 \cdot V_0}}{\hbar c} \gg k$, то вышеприведенное выражение для σ_{nC} сводится к соотношению (1.11.20): $\sigma_{nC} \approx \frac{4\pi}{kk_0}$. Откуда получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{nC} &\approx \frac{4\pi}{kk_0} \approx 2\pi \frac{(\hbar c)^2}{m_n c^2 \cdot \sqrt{T_n \cdot V_0}} \approx \\ &\approx 6,28 \frac{(197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм})^2}{939,57 \text{ МэВ} \cdot \sqrt{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ} \cdot 50 \text{ МэВ}}} \approx 520 \text{ барн.} \end{aligned}$$

Как мы уже отмечали в связи с обсуждением формулы (1.11.18), эта оценка является весьма грубой (по порядку величины), поскольку не учитывает индивидуальности ядра-мишени и квантовых чисел налетающей частицы и ядра. Действительное значение σ_{nC} для ядра ${}^{115}_{49}\text{In}$ в районе $T_n = 0,5$ эВ составляет около 100 барн.

2.9.71. Оценить масштаб сечения образования составного ядра при взаимодействии нейтронов с кинетической энергией $T_n = 30$ МэВ с ядрами индия ${}^{115}_{49}\text{In}$.

При столь высоких энергиях нейтронов сечение имеет плавную нерезонансную зависимость (см. § 1.11.2), и для оценок можно использовать формулу (1.11.18):

$$\sigma_{nC} = \sigma_0 \cdot P \cdot \xi,$$

где $\sigma_0 = \pi(R + \lambda)^2$, $P = \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2}$ и ξ — вероятность захвата нейтрона ядром-мишенью.

Так как в данном случае $\lambda \ll R$ и $k \approx k_0$, то в качестве приближенной рабочей формулы можно использовать даже классическое геометрическое сечение ядра (1.11.19): $\sigma_{nC} \approx \pi R^2$. Мы для оценок будем использовать формулу (1.11.18), полагая в ней $\xi = 1$:

$$\begin{aligned} \sigma_{nC} &= \sigma_0 \cdot P \cdot \xi \approx \pi(R + \lambda)^2 \cdot \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2} \approx \\ &\approx \pi(5,1 \text{ Фм} + 0,8 \text{ Фм})^2 \cdot 0,94 \approx 100 \text{ Фм}^2 = 1 \text{ барн.} \end{aligned}$$

Здесь использовано то, что $R({}^{115}_{49}\text{In}) \approx 5,1$ Фм (расчет по формуле (1.7.2)),

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\hbar c}{\sqrt{2m_n c^2 \cdot T_n}} \approx 0,8 \text{ Фм} \text{ и } \frac{4kk_0}{(k + k_0)^2} \approx 0,94. \text{ При этом } k = \frac{\sqrt{2m_n c^2 \cdot T_n}}{\hbar c}, \\ k_0 &= \frac{\sqrt{2m_n c^2 \cdot (T_n + V_0)}}{\hbar c}, \text{ а } V_0 \text{ — глубина ядерного потенциала } (\approx 50 \text{ МэВ}). \end{aligned}$$

Полученное значение $\sigma_{nC} = 1$ барн всего на 20% выше классического геометрического сечения πR^2 .

2.9.72. Оценить верхнюю границу эффективного сечения поглощения нейтронов с кинетическими энергиями $T_n \approx 1$ ГэВ ядрами свинца.

Верхняя граница эффективного сечения поглощения частицы ядром отвечает ситуации, когда каждая частица, налетающая на ядро, поглощается им, т. е. когда ядро ведет себя как абсолютно черная сфера. Для оценок используем формулу (1.11.18), в которой вероятность P проникновения частицы внутрь ядра и вероятность ξ быть захваченной им равны 1. Итак, для искомого сечения имеем выражение

$$\sigma \equiv \sigma_0 = \pi (R + \lambda)^2,$$

где приведенная длина волны нейтрона рассчитывается с помощью выражения

$$\lambda_n = \frac{\hbar}{p_n} = \frac{\hbar c}{\sqrt{T_n^2 + 2T_n \cdot m_n c^2}} = \frac{0,197 \text{ ГэВ} \cdot \text{Фм}}{\sqrt{T_n^2 + 2T_n \cdot 0,9396 \text{ ГэВ}}},$$

в котором кинетическая энергия нейтрона T_n выражается в гигаэлектрон-вольтах (ГэВ), а для импульса нейтрона p_n в силу его большой кинетической энергии $T_n \approx 1 \text{ ГэВ} \approx m_n c^2$ использовано релятивистское соотношение $p_n = \frac{1}{c} \sqrt{T_n^2 + 2T_n \cdot m_n c^2}$ (см. формулу (1.1.3)). Расчет с помощью вышеприведенного выражения дает для нейтрона с кинетической энергией 1 ГэВ приведенную длину волны $\lambda_n \approx 0,12 \text{ Фм}$.

Далее, учитывая, что для тяжелого ядра $R \approx 6,5 \text{ Фм}$, приходим к искомому эффективному сечению равному геометрической площади ядра:

$$\sigma_{\text{черн}} = \pi (R + \lambda_n)^2 \approx \pi R^2 \approx 3,14 \cdot (6,5 \text{ Фм})^2 \approx 133 \text{ Фм}^2 = 1,33 \text{ барн}.$$

2.9.73. Оценить сечение реакции ${}_{29}^{63}\text{Cu}(p, n){}_{30}^{63}\text{Zn}$, если известны сечения реакций, идущих с образованием того же составного ядра с той же энергией возбуждения: ${}_{28}^{60}\text{Ni}(\alpha, n){}_{30}^{63}\text{Zn} - 0,7$ барн; ${}_{29}^{63}\text{Cu}(p, pn){}_{29}^{62}\text{Cu} - 0,87$ барн; ${}_{28}^{60}\text{Ni}(\alpha, pn){}_{29}^{62}\text{Cu} - 0,97$ барн.

Вероятность вылета частицы b из составного ядра не зависит от способа его образования. Сечение σ_{ab} процесса $a + A \rightarrow C^* \rightarrow B + b$, идущего через составное ядро C , можно факторизовать (см. (1.11.15)): $\sigma_{ab} = \sigma_{\text{сост}} \frac{\Gamma_b}{\sum \Gamma_b}$,

где $\sigma_{\text{сост}}$ — сечение образования составного ядра, Γ_b — ширина (или вероятность) распада составного ядра по каналу b (распада $C^* \rightarrow B + b$).

Все четыре реакции идут через одно и то же составное ядро ${}_{30}^{64}\text{Zn}$:

- 1) ${}_{29}^{63}\text{Cu} + p \rightarrow {}_{30}^{64}\text{Zn}^* \rightarrow {}_{30}^{63}\text{Zn} + n$, 2) ${}_{28}^{60}\text{Ni} + {}_2^4\text{He} \rightarrow {}_{30}^{64}\text{Zn}^* \rightarrow {}_{30}^{63}\text{Zn} + n$,
- 3) ${}_{29}^{63}\text{Cu} + p \rightarrow {}_{30}^{64}\text{Zn}^* \rightarrow {}_{29}^{62}\text{Cu} + p + n$, 4) ${}_{28}^{60}\text{Ni} + {}_2^4\text{He} \rightarrow {}_{30}^{64}\text{Zn}^* \rightarrow {}_{29}^{62}\text{Cu} + p + n$,

Для этих реакций можно записать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_{p,n} &= \sigma_p ({}_{30}^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_n}{\Gamma}, & \sigma_2 = \sigma_{\alpha,n} &= \sigma_\alpha ({}_{30}^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_n}{\Gamma}, \\ \sigma_3 = \sigma_{p,pn} &= \sigma_p ({}_{30}^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_{pn}}{\Gamma}, & \sigma_4 = \sigma_{\alpha,pn} &= \sigma_\alpha ({}_{30}^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_{pn}}{\Gamma}, \end{aligned}$$

где Γ_n и Γ_{pn} — ширины (или вероятности) распада составного ядра ${}_{30}^{64}\text{Zn}$ по каналам с вылетом нейтрона и протона с нейтроном, Γ — полная ширина распада

составного ядра ${}_{30}^{64}\text{Zn}$. Тогда $\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\Gamma_n}{\Gamma_{pn}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_4}$ и $\sigma_1 = \sigma_3 \frac{\sigma_2}{\sigma_4} = \frac{0,87 \text{ б} \cdot 0,7 \text{ б}}{0,97 \text{ б}} = 0,63 \text{ барн}$.

2.9.74. Оценить увеличение эффективного сечения захвата нейтронов ядрами при уменьшении кинетической энергии нейтронов от $T_0 = 0,1 \text{ МэВ}$ до энергий теплового движения $E(\text{тепл}) \approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$.

Приближенно, если не происходит резонансного захвата нейтронов ядрами, эффективное сечение σ захвата ядрами нейтронов обратно пропорционально их скорости v , т. е. $\sigma \sim \frac{1}{v}$ (см. формулу (1.11.20)). Поскольку нейтрон при рассматриваемых энергиях является нерелятивистской частицей, то его скорость v пропорциональна \sqrt{T} и получаем

$$\frac{\sigma(\text{тепл})}{\sigma_0} = \frac{v_0}{v(\text{тепл})} = \frac{\sqrt{T_0}}{\sqrt{E(\text{тепл})}} = \frac{\sqrt{10^5 \text{ эВ}}}{\sqrt{0,04 \text{ эВ}}} \approx 1,6 \cdot 10^3.$$

Таким образом, замедление нейтронов от $0,1 \text{ МэВ}$ до энергий теплового движения приводит к увеличению эффективного сечения захвата нейтронов примерно в 1600 раз.

2.9.75. Оценить количество упругих соударений нейтрона с ядрами водорода, необходимое для снижения кинетической энергии нейтрона от 5 МэВ до тепловой энергии при комнатной температуре.

Задача решается аналогично задаче 1.11.9 (§ 1.11.3). Комнатной считаем абсолютную температуру $T = 300 \text{ К}$. Средняя кинетическая энергия теплового движения частицы при температуре T дается формулой $E = \frac{3}{2}kT$, где k — константа Больцмана ($k = 8,62 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ/К}$). Поэтому в данном случае для тепловой энергии имеем $E(\text{тепл}) = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \cdot 8,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{МэВ}}{\text{К}} \cdot 300 \text{ К} \approx 0,04 \text{ эВ}$.

В одном акте упругого рассеяния нейтрона на протоне теряется в среднем $1/2$ кинетической энергии нейтрона (§ 1.11.3). Поэтому среднее число актов рассеяния n , необходимое для замедления нейтронов с энергией $E_0 = 5 \text{ МэВ}$ до тепловой, равно либо 30, либо 31. Действительно,

$$\frac{E(\text{тепл})}{E_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{E_0}{E(\text{тепл})} = \frac{5 \cdot 10^6 \text{ эВ}}{4 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}} = 1,25 \cdot 10^8 = 2^n \Rightarrow n = 30 \div 31.$$

2.9.76. Дать качественную оценку сравнительных вероятностей ядерных реакции для α -частиц с энергией 20 МэВ , взаимодействующих с ядрами ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ и ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

В реакциях с заряженными частицами при относительно небольших энергиях основным фактором, определяющим величину сечения, является высота кулоновского барьера. Оценим высоту кулоновского барьера по формуле, приведенной в задаче 2.8.53:

$$V_{\text{кул}} = \frac{z_\alpha Z_\text{я} e^2}{r} = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{z_\alpha Z_\text{я} \hbar c}{R}.$$

Расчет по этой формуле для сравниваемых ядер дает

$$V_{\text{кул}} \left({}_{26}^{56}\text{Fe} \right) = \frac{1}{137} \cdot \frac{2 \cdot 26 \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{4,0 \Phi_{\text{М}}} \approx 18,7 \text{ МэВ},$$

$$V_{\text{кул}} \left({}_{79}^{197}\text{Au} \right) = \frac{1}{137} \cdot \frac{2 \cdot 79 \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{6,1 \Phi_{\text{М}}} \approx 37,2 \text{ МэВ}.$$

Здесь радиусы ядер рассчитывались по формуле (1.7.2).

Итак, в случае ядра ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ энергия α -частиц больше высоты кулоновского барьера, и этот барьер не препятствует реакции. В случае ядра ${}_{79}^{197}\text{Au}$ энергия α -частиц меньше высоты кулоновского барьера. Следовательно, рассматриваемая реакция будет сильно подавлена для ядра ${}_{79}^{197}\text{Au}$, и вероятность ее (эффективное сечение) для ядра ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ будет существенно выше, чем для ядра ${}_{79}^{197}\text{Au}$.

§2.10. Деление и синтез ядер

2.10.1. Рассчитать, исходя из данных рис. 1.7.4, какая энергия освобождается при делении 1 г урана.

Для ядра урана $A \approx 240$. При его делении на два осколка равной массы ($A_1 = A_2 \approx 120$) удельная энергия связи нуклона увеличивается от $\varepsilon_{240} \approx 7,6$ МэВ до $\varepsilon_{120} \approx 8,5$ МэВ, т.е. увеличение средней энергии связи на один нуклон составляет величину

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{120} - \varepsilon_{240} \approx (8,5 - 7,6) \text{ МэВ} = 0,9 \text{ МэВ}.$$

Число ядер N в образце массы m дается выражением $N = mN_A/A$, где N_A — число Авогадро, а A — массовое число. Освобождающаяся при делении 1 г урана энергия E :

$$E = N \cdot \Delta\varepsilon \cdot A = m \cdot N_A \cdot \Delta\varepsilon = 1 \text{ г} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ (г)}^{-1} \cdot 0,9 \text{ МэВ} =$$

$$= 5,4 \cdot 10^{23} \text{ МэВ} \approx 10^{11} \text{ Дж}.$$

2.10.2. Какое количество ядер должно делиться в 1 с для получения мощности в 1 Вт? Какая масса урана-235 делится в секунду в ядерном реакторе мощностью 1000 МВт?

В одном делении освобождается энергия около 200 МэВ = $3,2 \cdot 10^{-4}$ эрг = $3,2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Отсюда получаем $1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 3,1 \cdot 10^{10}$ делений в 1 с. Соответственно при мощности 1000 МВт число делений в 1 с должно быть $3,1 \cdot 10^{19}$, а масса делящегося урана $(3,1 \cdot 10^{19}) \cdot 235 \cdot 1 \text{ а.е.м.} = (3,1 \cdot 10^{19}) \times 235 \cdot 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г} \approx 12 \text{ мг}$. Отметим, что это соответствует делению 1 кг урана в сутки.

2.10.3. Оценить количество ${}_{92}^{235}\text{U}$, которое необходимо подвергнуть делению для того, чтобы ядерный реактор полезной мощностью 1000 МВт непрерывно работал в течение года. Считать, что лишь 1/3 полной мощности реактора оказывается полезной.

Чтобы генерировать полезную мощность 1000 МВт реактор должен вырабатывать полную мощность $3000 \text{ МВт} = 3 \cdot 10^9 \text{ Дж/с}$. Таким образом, полная энергия, освобождаемая в реакторе в течение 1 года ($\approx 3 \cdot 10^7 \text{ с}$) за счет деления, равна $(3 \cdot 10^9 \text{ Дж/с}) \cdot (3 \cdot 10^7 \text{ с}) \approx 10^{17} \text{ Дж}$. Далее учтем, что

в каждом акте деления освобождается около 200 МэВ. Поэтому требуемое для обеспечения вышеуказанной мощности число делений следующее:

$$\frac{10^{17} \text{ Дж}}{(200 \text{ МэВ}) \cdot (1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж/МэВ})} \approx 3 \cdot 10^{27}.$$

Масса одного атома урана-235 равна $(235 \text{ а.е.м.}) \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 4 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$, так что необходимая полная масса урана-235 равна $(4 \cdot 10^{-25} \text{ кг}) \times (3 \cdot 10^{27} \text{ делений}) \approx 1200 \text{ кг}$, т.е. более одной тонны. Поскольку доля урана-235 в естественном уране всего 0,72%, то требуемое для работы реактора количество естественного урана становится равным $\approx (1,2 \text{ т}) \times \frac{1}{0,0072} \approx 170 \text{ тонн}$. Непосредственно в реакторе используется обогащенный уран, доля урана-235 в котором может быть порядка 10%. Соответственно требуемое количество обогащенного урана сокращается примерно в 10–20 раз.

2.10.4. Показать, что основная часть энергии деления освобождается в виде кинетической энергии осколков.

Такой вывод следует из того, что кулоновская энергия двух соприкасающихся осколков приблизительно равна энергии деления. Под действием электрических сил отталкивания кулоновская энергия осколков переходит в их кинетическую энергию. Оценим величину кулоновской энергии соприкасающихся одинаковых осколков:

$$E_{\text{кул}} = \frac{(eZ)^2}{2R},$$

где Z и R — заряд и радиус осколков. При делении урана ($A \approx 240$, $2Z = 92$) на два одинаковых осколка (симметричное деление), оценивая радиус каждого из них с помощью выражения $R = 1,2A^{1/3} \text{ Фм}$, получаем

$$E_{\text{кул}} = \frac{(4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЕ} \cdot 46)^2}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-13} \text{ см} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}} \approx 250 \text{ МэВ}.$$

2.10.5. Наиболее вероятное деление ${}_{92}^{235}\text{U}$ тепловыми нейтронами приводит к появлению в качестве осколков ядер ${}_{54}^{139}\text{Xe}$ и ${}_{38}^{95}\text{Sr}$ с суммарной кинетической энергией $T \approx 170 \text{ МэВ}$. Определить, как распределяется эта энергия между ядрами ${}_{54}^{139}\text{Xe}$ и ${}_{38}^{95}\text{Sr}$ и каковы скорости их движения. Считать, что ядро делилось в состоянии покоя.

Для решения задачи можно использовать простейшую нерелятивистскую кинематику. Запишем уравнения баланса кинетических энергий и импульсов осколков:

$$\begin{cases} T_{\text{Xe}} + T_{\text{Sr}} = T, \\ p_{\text{Xe}} = p_{\text{Sr}} \text{ или } M_{\text{Xe}}T_{\text{Xe}} = M_{\text{Sr}}T_{\text{Sr}}. \end{cases}$$

Решение этой системы дает для искомых кинетических энергий осколков следующие выражения и величины:

$$T_{\text{Xe}} = T \frac{M_{\text{Sr}}}{M_{\text{Sr}} + M_{\text{Xe}}} = 170 \frac{95}{95 + 139} \text{ МэВ} = 69 \text{ МэВ},$$

$$T_{\text{Sr}} = T \frac{M_{\text{Xe}}}{M_{\text{Sr}} + M_{\text{Xe}}} = 170 \frac{139}{95 + 139} \text{ МэВ} = 101 \text{ МэВ}.$$

Вычисляем скорости осколков:

$$v_{Xe} = c \sqrt{\frac{2T_{Xe}}{M_{Xe}c^2}} = c \sqrt{\frac{2 \cdot 69 \text{ МэВ}}{139 \cdot 931,5 \text{ МэВ}}} = 0,0327c = 0,98 \cdot 10^9 \text{ см/с},$$

$$v_{Sr} = c \sqrt{\frac{2T_{Sr}}{M_{Sr}c^2}} = c \sqrt{\frac{2 \cdot 101 \text{ МэВ}}{95 \cdot 931,5 \text{ МэВ}}} = 0,048c = 1,43 \cdot 10^9 \text{ см/с}.$$

Здесь для массы осколков в энергетических единицах использовано $Mc^2 = A \cdot (1 \text{ а.е.м})$, где A — массовое число осколка, а $1 \text{ а.е.м} = 931,5 \text{ МэВ}$.

2.10.6. Получить выражение для энергии деления. Найти значение параметра деления Z^2/A , при котором деление энергетически выгодно (т. е. сопровождается выделением энергии).

Выразим энергию деления $E_{\text{дел}}$ через энергии связи начального и конечных ядер. Массу $M(A, Z)$ начального ядра, состоящего из Z протонов и N нейтронов, и имеющего энергию связи $W(A, Z)$, запишем в следующем виде:

$$M(A, Z)c^2 = (Zm_p c^2 + Nm_n c^2) - W(A, Z). \quad (2.10.1)$$

Если это ядро разделить на осколки с массами $M_1(A_1, Z_1)$, $M_2(A_2, Z_2)$ и энергиями связи $W_1(A_1, Z_1)$, $W_2(A_2, Z_2)$, то для энергии деления имеем выражение

$$E_{\text{дел}} = M(A, Z)c^2 - [M_1(A_1, Z_1)c^2 + M_2(A_2, Z_2)c^2] = \\ = W_1(A_1, Z_1) + W_2(A_2, Z_2) - W(A, Z), \quad (2.10.2)$$

причем $A = A_1 + A_2$, $Z = Z_1 + Z_2$.

Для анализа деления удобно рассматривать ядро в модели жидкой капли и использовать формулу Вайцзеккера (1.8.7) для энергии связи ядра. Для случая, когда ядро делится на два одинаковых осколка с $A_1 = A_2 = A/2$ и $Z_1 = Z_2 = Z/2$, пренебрегая незначительной энергией спаривания $\delta A^{-3/4}$ и полагая $Z(Z-1) \approx Z^2$, получаем (слагаемые объемной энергии и энергии симметрии сокращаются)

$$E_{\text{дел}} = 2W\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) - W(A, Z) \approx \\ \approx [E_{\text{пов}}(A, Z) + E_{\text{кул}}(A, Z)] - 2[E_{\text{пов}}\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) + E_{\text{кул}}\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right)] = \\ = \Delta E_{\text{пов}} + \Delta E_{\text{кул}} = a_s \left[A^{2/3} - 2\left(\frac{A}{2}\right)^{2/3} \right] + a_c \left[\frac{Z^2}{A^{1/3}} - 2\frac{\left(\frac{Z}{2}\right)^2}{\left(\frac{A}{2}\right)^{1/3}} \right] = \\ = a_s A^{2/3} (1 - \sqrt[3]{2}) + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \right) \approx -0,26 \cdot a_s A^{2/3} + 0,37 \cdot a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}. \quad (2.10.3)$$

Откуда следует, что деление энергетически выгодно ($E_{\text{дел}} > 0$) в том случае, когда $0,37 \cdot a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} > 0,26 \cdot a_s A^{2/3}$, т. е. когда

$$\frac{Z^2}{A} > \frac{0,26}{0,37} \cdot \frac{a_s}{a_c} = \frac{0,26}{0,37} \cdot \frac{17,2}{0,72} \approx 17. \quad (2.10.4)$$

$\frac{Z^2}{A} = 17$ для иттрия (${}^{89}_{39}\text{Y}$). Таким образом, деление энергетически выгодно для всех ядер тяжелее иттрия.

Подведем итоги. В выражение (2.10.1) для энергии ядра входит сумма поверхностной и кулоновской энергий $E_{\text{пов}} + E_{\text{кул}}$. При делении $E_{\text{пов}}$ возрастает, так как возрастает площадь ядерной поверхности (суммарная площадь поверхностей осколков больше площади поверхности начального ядра), а $E_{\text{кул}}$ уменьшается, так как увеличивается среднее расстояние между протонами. Для того чтобы при делении освобождалась энергия ($E_{\text{дел}} > 0$) необходимо, чтобы уменьшение в $E_{\text{кул}}$ превышало увеличение в $E_{\text{пов}}$, что имеет место при условии (2.10.4).

2.10.7. Используя значение параметра Z^2/A , определите статус следующих ядер относительно деления: ${}^{60}_{28}\text{Ni}$, ${}^{90}_{40}\text{Zr}$, ${}^{197}_{79}\text{Au}$, ${}^{238}_{92}\text{U}$, ${}^{282}_{112}\text{Cn}$ (коперниций) и гипотетическое ядро ${}^{300}_{125}\text{X}$

Значения параметра Z^2/A вместе с энергиями деления $E_{\text{дел}}$ (рассчитанные по формуле (2.10.3)) для вышеперечисленных ядер приведены в таблице:

| Ядро | ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ | ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ | ${}^{197}_{79}\text{Au}$ | ${}^{238}_{92}\text{U}$ | ${}^{282}_{112}\text{Cn}$ | ${}^{300}_{125}\text{X}$ |
|------------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| Z^2/A | 13,1 | 17,8 | 31,7 | 35,6 | 44,5 | 52,1 |
| $E_{\text{дел}}, \text{МэВ}$ | -15,2 | 3,1 | 134,3 | 192,1 | 317,2 | 421,4 |

Для ядра ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ энергия деления $E_{\text{дел}} < 0$. Поэтому спонтанное деление невозможно. Это также следует из того, что параметр деления (Z^2/A) для этого ядра < 17 (см. задачу 2.10.6). Это ядро можно разделить, лишь сообщив ему энергию не менее 15,2 МэВ.

Ядра ${}^{90}_{40}\text{Zr}$, ${}^{197}_{79}\text{Au}$, ${}^{238}_{92}\text{U}$, ${}^{282}_{112}\text{Cn}$ способны к спонтанному делению, так как для них $E_{\text{дел}} > 0$. Однако, поскольку для них $\frac{Z^2}{A} < 48$, то это деление подбарьерное, т.е. происходит за времена большие характерного ядерного времени ($\approx 10^{-22}$ с). Величина барьера деления быстро уменьшается с ростом Z^2/A , поэтому время спонтанного деления резко снижается при движении ${}^{90}_{40}\text{Zr} \rightarrow {}^{197}_{79}\text{Au} \rightarrow {}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{282}_{112}\text{Cn}$. Для ядер ${}^{90}_{40}\text{Zr}$ и ${}^{197}_{79}\text{Au}$ период спонтанного деления настолько велик, что не поддается измерению. Для ${}^{238}_{92}\text{U}$ период ($t_{1/2}$) спонтанного деления около 10^{16} лет, а у ${}^{282}_{112}\text{Cn}$ этот период снижается уже до 0,50 мс.

Гипотетическое ядро ${}^{300}_{125}\text{X}$, даже если его и создать, испытает мгновенное (за характерное ядерное время) спонтанное деление, поскольку для этого ядра $\frac{Z^2}{A} > 48$, и барьер деления для такого ядра отсутствует.

На рисунке 2.10.1 показана (на качественном уровне) зависимость формы и высоты барьера деления, а также энергии деления от величины параметра Z^2/A .

2.10.8. Тепловые нейтроны поглощаются ядрами изотопов ${}^{235}_{92}\text{U}$ и ${}^{238}_{92}\text{U}$. Определить энергии возбуждений E^* составных ядер (соответственно ${}^{236}_{92}\text{U}$ и ${}^{239}_{92}\text{U}$). Сравнить их и прокомментировать результат.

Используем формулу (1.11.13):

$$E_{\text{U}}^* = T_n \left(1 - \frac{m_n}{M_{\text{U}}} \right) + Q.$$

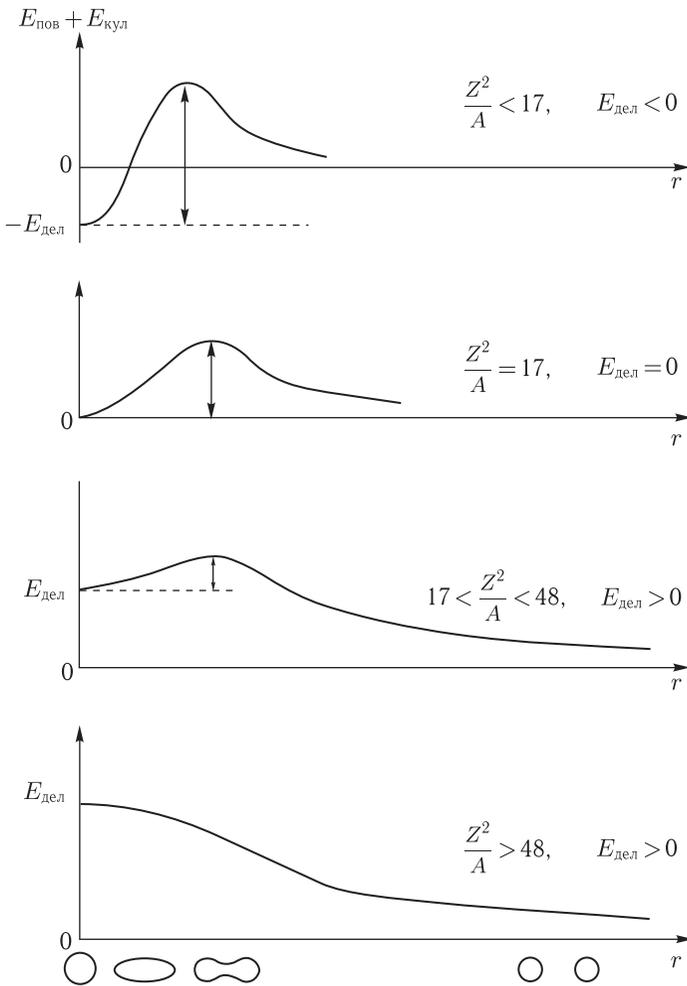


Рис. 2.10.1. Зависимость формы и высоты потенциального барьера, а также энергии деления от величины параметра Z^2/A . По горизонтальной оси — среднее расстояние между центрами осколков. Двусторонние вертикальные стрелки показывают высоту барьера деления

Здесь T_n — кинетическая энергия нейтрона, m_n и M_U — массы нейтрона и составного ядра урана, Q — энергия реакции. Например, для реакции $n + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}$ имеем $Q(235) = m_n c^2 + M_{235}\text{U} c^2 - M_{236}\text{U} c^2$, или через избытки масс $Q(235) = \Delta(n) + \Delta({}^{235}\text{U}) - \Delta({}^{236}\text{U})$.

Произведем вычисления, используя избытки масс нейтрона $\Delta(n) = 8,071$ МэВ и изотопов урана $\Delta({}^{235}\text{U}) = 40,921$ МэВ, $\Delta({}^{236}\text{U}) = 42,446$ МэВ, $\Delta({}^{238}\text{U}) = 47,309$ МэВ, $\Delta({}^{239}\text{U}) = 50,574$ МэВ и то, что кинетическая энергия

теплового нейтрона $T_n \approx 0$ (сотые доли электронвольта). Имеем

$$\begin{aligned} E_{236}^* &\approx Q(235) = \Delta(n) + \Delta(^{235}\text{U}) - \Delta(^{236}\text{U}) = \\ &= (8,071 + 40,921 - 42,446) \text{ МэВ} = 6,546 \text{ МэВ}, \\ E_{239}^* &\approx Q(238) = \Delta(n) + \Delta(^{238}\text{U}) - \Delta(^{239}\text{U}) = \\ &= (8,071 + 47,309 - 50,574) \text{ МэВ} = 4,806 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Таким образом, энергия возбуждения ядра $^{236}_{92}\text{U}$ на 1,74 МэВ выше энергии возбуждения ядра $^{239}_{92}\text{U}$. С учетом того, что барьер деления для обоих рассматриваемых изотопов примерно одинаков и равен около 6 МэВ, получаем, что для $^{236}_{92}\text{U}$ энергия возбуждения ($\approx 6,5$ МэВ) превысит величину барьера и тепловой нейтрон, захваченный $^{235}_{92}\text{U}$, вызовет его мгновенное деление. В то же время энергия возбуждения $^{239}_{92}\text{U}$ ($\approx 4,8$ МэВ) ниже высоты барьера примерно на 1 МэВ, и для того чтобы изотоп $^{238}_{92}\text{U}$, захвативший нейтрон, разделился, этот нейтрон должен иметь кинетическую энергию $T_n > 1$ МэВ, т. е. быть быстрым.

Причина существенно большей энергии возбуждения ядра $^{236}_{92}\text{U}$ по сравнению с аналогичной энергией $^{239}_{92}\text{U}$ при поглощении теплового нейтрона кроется главным образом в энергии спаривания (последнее слагаемое в формуле Вайцзеккера (1.8.7)). Это слагаемое имеет вид $E_{\text{сп}} = \delta A^{-3/4}$, причем (см. (1.8.9))

$$\begin{aligned} \delta &= +34 \text{ МэВ} - \text{четно-четные ядра}; \\ \delta &= 0 - \text{нечетные ядра}; \\ \delta &= -34 \text{ МэВ} - \text{нечетно-нечетные ядра}. \end{aligned}$$

При поглощении нейтрона нечетным изотопом $^{235}_{92}\text{U}$ (для него $E_{\text{сп}} = 0$) он становится четно-четным ($^{236}_{92}\text{U}$), и это увеличивает энергию возбуждения последнего за счет возрастания его энергии связи на величину энергии спаривания $E_{\text{сп}}(^{236}_{92}\text{U}) = +34 \cdot 236^{-3/4}$ МэВ $\approx 0,56$ МэВ. И наоборот, при поглощении нейтрона четно-четным изотопом $^{238}_{92}\text{U}$ (для него $E_{\text{сп}}$ та же, что и для $^{236}_{92}\text{U}$, т. е. $\approx 0,56$ МэВ) он становится нечетным ($E_{\text{сп}} = 0$), и это уменьшает энергию возбуждения последнего за счет уменьшения его энергии связи на ту же величину $\approx 0,56$ МэВ. Таким образом, различие в энергиях возбуждения изотопов $^{236}_{92}\text{U}$ и $^{239}_{92}\text{U}$ в пользу первого из них составляет только за счет энергии спаривания величину $\approx 2 \cdot 0,56$ МэВ $\approx 1,1$ МэВ.

2.10.9. Сечение деления для естественной смеси изотопов урана тепловыми нейтронами $\sigma_T^{\text{ест}}$ составляет 4,2 барн. Чему равно сечение деления σ_T^{235} этими нейтронами урана-235?

Формулы (1.2.23) и (1.2.24) дают следующее определение полного эффективного сечения реакции

$$\sigma = \frac{N}{j \cdot M},$$

где N — число случаев реакции в единицу времени, j — плотность потока падающих на мишень частиц (число частиц, упавших в единицу времени на единицу поперечной площади мишени), M — число ядер в облучаемой части мишени. В данном случае мишенью является естественная смесь изотопов урана. Она на 99,2742% состоит из ядер $^{238}_{92}\text{U}$, на 0,7204% — из ядер $^{235}_{92}\text{U}$ и на 0,0054% — из ядер $^{234}_{92}\text{U}$. Ничтожным вкладом изотопа $^{234}_{92}\text{U}$ пренебрегаем. Из оставшихся изотопов ($^{235}_{92}\text{U}$ и $^{238}_{92}\text{U}$) тепловыми нейтронами делится только $^{235}_{92}\text{U}$. Двигаясь в мишени из естественной смеси изотопов урана, тепловой

нейтрон лишь с вероятностью 0,007204 встретит ядро ${}_{92}^{235}\text{U}$, способное делиться. За счет этого сечение деления для естественной смеси изотопов урана снижается до $\sigma_T^{\text{ест}} = 4,2$ барн. Поэтому для получения σ_T^{235} необходимо в вышеприведенном выражении для эффективного сечения учесть лишь ту долю ядер мишени, которая отвечает ядрам ${}_{92}^{235}\text{U}$, т.е. в знаменателе этого выражения вместо M использовать $M \cdot 0,007204$. Итак, имеем два соотношения

$$\sigma_T^{\text{ест}} = \frac{N}{j \cdot M} = 4,2 \text{ барн},$$

$$\sigma_T^{235} = \frac{N}{j \cdot M \cdot 0,007204}.$$

Откуда

$$\sigma_T^{235} = \frac{\sigma_T^{\text{ест}}}{0,007204} = \frac{4,2 \text{ барн}}{0,007204} \approx 580 \text{ барн}.$$

2.10.10. Считая, что мгновенное спонтанное деление ядер ограничивает область существования устойчивых или долгоживущих ядер со стороны больших значений Z (число протонов) и A (число нуклонов), предсказать верхнюю границу таблицы элементов Менделеева.

Если параметр деления $\frac{Z^2}{A}$ достигает 48, то потенциальный барьер деления исчезает, и ядра с такими или большими параметрами деления становятся неустойчивыми к мгновенному (за время $\approx 10^{-22}$ с) спонтанному делению (см. задачу 1.8.4 и соотношение (1.8.14)). Таким образом, одно уравнение для нахождения максимальных Z и A может быть записано в виде $\frac{Z_{\text{max}}^2}{A_{\text{max}}} = 48$.

Другим уравнением может быть уравнение линии стабильности (1.8.10). Итак, система уравнений для нахождения максимальных Z и A выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{Z_{\text{max}}^2}{A_{\text{max}}} = 48, \\ Z_{\text{max}} = \frac{A_{\text{max}}}{0,015 \cdot A_{\text{max}}^{2/3} + 2}. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений являются $Z_{\text{max}} \approx 140$ и $A_{\text{max}} \approx 390$. У такого ядра отношение числа нейтронов к числу протонов $\approx 1,8$.

2.10.11. Оценить поток антинейтрино из реактора мощностью 1000 МВт.

Рассмотрим в качестве конкретного примера реактор на тепловых нейтронах, в котором делящимся материалом являются ядра ${}_{92}^{235}\text{U}$. Одной из наиболее вероятных реакций деления в таком реакторе является следующая (см. (1.11.22a)):



Ядра-осколки ${}_{38}^{95}\text{Sr}$ и ${}_{54}^{139}\text{Xe}$ нестабильны, так как перегружены нейтронами и путем цепочки β^- -распадов достигают области стабильных ядер на NZ -диаграмме. Антинейтрино, возникающие в каждом акте такого распада, формируют поток антинейтрино, испускаемых реактором. Оценим суммарное число актов β^- -распада, которое необходимо ядрам-осколкам ${}_{38}^{95}\text{Sr}$ и ${}_{54}^{139}\text{Xe}$ для того чтобы стать стабильными ядрами. Это число и будет равно числу $n_{\bar{\nu}_e}$ антинейтрино, возникших в реакторе при делении одного ядра ${}_{92}^{235}\text{U}$. Умножив

далее это число на число f делений в одну секунду в урановом реакторе мощностью 1000 МВт, получим искомый поток антинейтрино $J_{\bar{\nu}_e}$. Итак, оцениваем $n_{\bar{\nu}_e}$. При каждом β^- -распаде массовое число A ядра не меняется, а число протонов Z в ядре увеличивается на 1. Ядра-осколки ${}^{95}_{38}\text{Sr}$ и ${}^{139}_{54}\text{Xe}$ имеют массовые числа соответственно 95 и 139. Для наиболее стабильных ядер с такими массовыми числами количества протонов находятся из соотношения (1.8.10):

$$Z_{\text{равн}} \approx \frac{A}{0,015A^{2/3} + 2} = \begin{cases} \frac{95}{0,015 \cdot 95^{2/3} + 2} \approx 41 \text{ для } A = 95, \\ \frac{139}{0,015 \cdot 139^{2/3} + 2} \approx 58 \text{ для } A = 139. \end{cases}$$

Таким образом, ядро ${}^{95}_{38}\text{Sr}$, прежде чем достигнет наиболее устойчивого состояния, испытает $(41 - 38) = 3$ акта β^- -распада. В свою очередь, ядро ${}^{139}_{54}\text{Xe}$ испытает $(58 - 54) = 4$ акта β^- -распада. Суммарное число актов β^- -распада равно $3 + 4 = 7$, и следовательно, при делении одного ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ в среднем образуются $n_{\bar{\nu}_e} \approx 7$ антинейтрино.

Как следует из данных задачи 2.10.2, при мощности реактора в 1000 МВт число f делений в 1 с должно быть $3,1 \cdot 10^{19}$. Поэтому поток $J_{\bar{\nu}_e}$ антинейтрино из такого реактора получаем в результате следующего вычисления:

$$J_{\bar{\nu}_e} = n_{\bar{\nu}_e} \cdot f = 7 \cdot 3,1 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1} \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ с}^{-1}.$$

2.10.12. Пучок частиц падает на толстый слой поглотителя, содержащего n поглощающих частиц в единице объема. Получите выражение для длины свободного пробега L (среднего расстояния, которое падающая частица пролетает в веществе поглотителя без взаимодействия). Во сколько раз уменьшается интенсивность падающего пучка частиц при прохождении толщины поглотителя равной L ?

Число частиц $N(x)$, прошедших слой вещества толщиной x , при однократном взаимодействии дается выражением

$$N(x) = N(0) \cdot e^{-n\sigma x},$$

где $N(0)$ — число частиц до попадания в поглотитель, а n — количество частиц поглотителя в единице объема, σ — эффективное сечение взаимодействия. Таким образом, вероятность $P(x)$ того, что частица пройдет слой вещества толщиной x без поглощения (без взаимодействия) определяется соотношением $P(x) = \frac{N(x)}{N(0)} = e^{-n\sigma x}$. По определению среднего (математического ожидания),

$$L = \frac{\int_0^{\infty} xP(x) dx}{\int_0^{\infty} P(x) dx} = \frac{\int_0^{\infty} x e^{-n\sigma x} dx}{\int_0^{\infty} e^{-n\sigma x} dx} = \frac{1}{n\sigma}.$$

Следовательно, при прохождении в поглотителе расстояния, равного длине свободного пробега L , интенсивность пучка уменьшается в e раз.

2.10.13. Определить длину L свободного пробега и среднее время жизни τ реакторного антинейтрино до взаимодействия в воде, восполь-

зовавшись данными эксперимента Райнеса и Коуэна (1956–1959 гг.), получивших для сечения σ взаимодействия реакторных антинейтрино в веществе значение $\approx 10^{-43}$ см².

Антинейтрино в реакторе рождается в распаде нейтрона: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Двигаясь в веществе, эти антинейтрино поглощаются или рассеиваются в нем за счет взаимодействия с нуклонами атомных ядер и электронами атомных оболочек. Эффективные сечения σ взаимодействия реакторных антинейтрино (их энергии около 1 МэВ) с нуклонами и электронами примерно одинаковы и равны величине, приведенной в условии задачи.

Длина свободного пробега (она определена в предыдущей задаче) $L = 1/n\sigma$, где n — количество частиц поглотителя (нуклонов и электронов) в единице объема. Для количества частиц поглотителя в единице объема (их концентрации) имеем выражение $n = (Z + A) \left(\frac{\rho N_A}{A} \right)$. Здесь $\frac{\rho N_A}{A}$ — концентрация молекул поглотителя (N_A — число Авогадро, ρ — плотность вещества, A — массовое число (число нуклонов) молекулы поглотителя), а $(Z + A)$ — суммарное число нуклонов и электронов в молекуле поглотителя. Для воды $\rho = 1$ г/см³, $A(\text{H}_2\text{O}) = 18$ и $(Z + A) = 28$. Таким образом, $n = 28 \cdot 6 \times 10^{23}/18$ см⁻³ $\approx 9,3 \cdot 10^{23}$ см⁻³. Откуда

$$L = 1/n\sigma = 1/(10^{-43} \text{ см}^2) \cdot (9,3 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}) \approx 1,1 \cdot 10^{19} \text{ см} = 1,1 \cdot 10^{14} \text{ км}.$$

Для величины τ имеем

$$\tau = L/c = 1,1 \cdot 10^{14} \text{ км}/3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \approx 3,6 \cdot 10^8 \text{ с} \approx 11,5 \text{ лет} \quad (1 \text{ год} \approx \pi \cdot 10^7 \text{ с}).$$

2.10.14. Какова длина свободного пробега L падающей на поглотитель частицы в следующих случаях:

1) Поглощение тепловых нейтронов (их кинетическая энергия $\approx 0,025$ эВ) кадмием. Плотность кадмия $\rho_{\text{Cd}} = 8,6$ г/см². Эффективное сечение поглощения $\sigma_{\text{Cd}} = 2500$ барн/атом.

2) Поглощение фотонов в свинце ($\rho_{\text{Pb}} = 11,3$ г/см², $\sigma_{\text{Pb}} = 15,7$ барн/атом).

3) Поглощение антинейтрино от ядерного реактора в Земле ($\rho_3 = 5$ г/см², $\sigma_3 \approx 10^{-19}$ барн/(электрон или нуклон)). Полагаем $(Z/A)_3 \approx 0,5$.

1) **Тепловые нейтроны в кадмии.** Имеем $n_{\text{Cd}} = \rho_{\text{Cd}} \frac{N_A}{A_{\text{Cd}}}$, где N_A — число Авогадро ($6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹), а A_{Cd} — атомная масса кадмия (112,40 г/моль). Получаем

$$\begin{aligned} L_{n,\text{Cd}} &= \frac{1}{n_{\text{Cd}}\sigma_{\text{Cd}}} = \frac{A_{\text{Cd}}}{\rho_{\text{Cd}}\sigma_{\text{Cd}}N_A} = \\ &= \frac{112,40 \text{ г/моль}}{8,6 \text{ г/см}^3 \cdot 2500 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 8,7 \cdot 10^{-3} \text{ см}. \end{aligned}$$

2) **Фотоны в свинце.** Полагаем $A_{\text{Pb}} = 207,19$ г/моль. Имеем

$$\begin{aligned} L_{\gamma,\text{Pb}} &= \frac{1}{n_{\text{Pb}}\sigma_{\text{Pb}}} = \frac{A_{\text{Pb}}}{\rho_{\text{Pb}}\sigma_{\text{Pb}}N_{\text{Pb}}} = \\ &= \frac{207,19 \text{ г/моль}}{11,3 \text{ г/см}^3 \cdot 15,7 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 1,9 \text{ см}. \end{aligned}$$

3) **Антинейтрино в Земле.** Имеем для концентрации электронов и нуклонов в Земле $n_3 = (Z_3 + A_3) \left(\frac{\rho_3 N_A}{A_3 (\text{г/моль})} \right) = 1,5 (\text{г/моль})^{-1} \cdot \rho_3 N_A$. Получаем

$$L_{\bar{\nu},3} = \frac{1}{n_3 \sigma_3} = \frac{1}{1,5 \cdot \rho_3 \sigma_3 N_A} = \frac{1}{1,5 (\text{г/моль})^{-1} \cdot 5 \text{ г/см}^3 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \approx 2,2 \cdot 10^{16} \text{ м} = 2,2 \cdot 10^{13} \text{ км}.$$

Это в $1,75 \cdot 10^9$ раз больше диаметра Земли.

2.10.15. Оценить время ядерного взрыва.

Ядерный взрыв возникает за счет лавинообразной цепной реакции деления. Необходимое условие поддержания цепной реакции деления состоит в том, чтобы каждое ядро, захватывающее нейтрон и испытывающее деление, в среднем давало, по крайней мере, один вторичный нейтрон, который вызывал бы деление еще одного ядра. Это условие обычно выражают с помощью *коэффициента размножения* k , определяемого как отношение числа нейтронов некоторого поколения к соответствующему числу нейтронов поколения, непосредственно ему предшествующего (см. § 1.11.4). Так как при делении ядра один из испущенных им нейтронов нужен для поддержания цепной реакции, то число нейтронов за одно поколение увеличивается на $k - 1$ на каждый нейтрон. Таким образом, если в какой-то момент имеем N нейтронов, то скорость их роста будет $N(k - 1)$ за одно поколение. Если τ — средний временной интервал между соседними поколениями, то

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(k - 1)}{\tau} \text{ и } N = N_0 e^{(k-1)\frac{t}{\tau}},$$

где N_0 — число нейтронов в системе в момент начала цепной реакции.

Дальнейшую оценку выполним для случая взрыва бомбы, состоящей из ^{235}U . При полном делении 1 кг урана освобождается энергия, равная энерговыделению примерно 20 килотонн тротила (это соответствует бомбе, взорванной над Хиросимой). Деление при ядерном взрыве происходит за счет быстрых нейтронов. В одном акте деления ядра ^{235}U быстрыми (≈ 1 МэВ) нейтронами в среднем освобождается 2,65 нейтрона, из которых способность деления, избежав радиационного захвата (процесса (n, γ)), сохраняет 2,3 нейтрона. Таким образом, в рассматриваемом случае $k = 2,3$. Для решения необходимо также знать τ . Определим эту величину с помощью соотношения $\tau = \frac{L}{v}$, где L — средняя длина свободного пробега быстрого нейтрона до реакции деления, а v — скорость нейтрона с кинетической энергией $T_n \approx 1$ МэВ. Длину свободного пробега быстрого нейтрона в ^{235}U находим из соотношения $L = \frac{1}{n\sigma}$ (см. определение длины свободного пробега в задаче 2.10.12), где n — концентрация ядер металлического урана, а σ — эффективное сечение деления ядер ^{235}U быстрыми нейтронами (1,2–1,3 барн). Поскольку плотность металлического урана $\rho = 19 \text{ г/см}^3$, а $n = \frac{\rho N_A}{A}$ (N_A — число Авогадро, A — массовое число в граммах), то

$$L = \frac{1}{n\sigma} = \frac{A}{\rho \cdot N_A \cdot \sigma} = \frac{235 \text{ г}}{19 \text{ г/см}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,25 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2} \approx 16,7 \text{ см}.$$

Скорость v быстрого нейтрона

$$v = c \sqrt{\frac{2T_n}{m_n c^2}} = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{с}} \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \text{ МэВ}}{939,57 \text{ МэВ}}} \approx 10^9 \text{ см/с.}$$

Следовательно,

$$\tau = \frac{L}{v} = \frac{16,7 \text{ см}}{10^9 \text{ см/с}} \approx 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ с}$$

и из $N = N_0 e^{(k-1) \frac{t}{\tau}}$ получаем для времени t ядерного взрыва 1 кг ^{235}U :

$$t = \frac{\tau}{(k-1)} \ln \frac{N}{N_0} = \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \text{ с}}{(2,3-1)} \ln \frac{2,56 \cdot 10^{24}}{1} \approx 7,3 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

Здесь принято $N_0 = 1$ и для числа ядер в образце ^{235}U массой $m = 1$ кг использовано $N = \frac{m \cdot N_A}{A} = \frac{1000 \text{ г}}{235 \text{ г/моль}} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \approx 2,56 \cdot 10^{24}$. Отметим, что ядерный взрыв возможен лишь в системе, имеющей массу не меньше критической (около 50 кг для шара из металлического ^{235}U).

2.10.16. Оценить плотность потока нейтронов на расстоянии 1 км от эпицентра в момент взрыва урановой атомной бомбы с энерговыделением 20 килотонн тринитротолула (тнт).

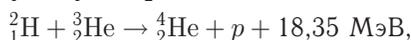
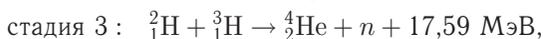
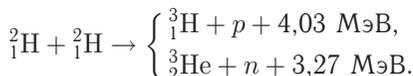
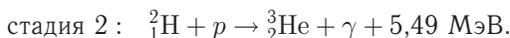
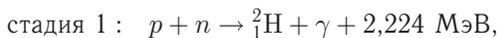
Энерговыделение в 20 кт тнт соответствует полному делению примерно 1 кг урана (бомбе, взорванной над Хиросимой). Прежде всего, найдем полное количество N нейтронов, образовавшихся при взрыве. Это количество равно числу M ядер урана в образце массой $m = 1$ кг, умноженному на величину $(k-1)$, где k — коэффициент размножения нейтронов (см. задачу 2.10.15). Для ^{235}U коэффициент $k = 2,3$. Поэтому получаем

$$N = M \cdot (k-1) = m \frac{N_A}{A} (k-1) = 10^3 \text{ г} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{235 \text{ г/моль}} (2,3-1) = 3,33 \cdot 10^{24}.$$

Плотность потока j нейтронов на расстоянии $R = 1$ км от эпицентра находим с учетом площади $4\pi R^2$ сферы радиуса R и длительности взрыва $t \approx 7,3 \cdot 10^{-7}$ с, оцененной в задаче 2.10.15:

$$j = \frac{N}{4\pi R^2 \cdot t} = \frac{3,33 \cdot 10^{24} \text{ нейтронов}}{4 \cdot 3,14 \cdot (10^5 \text{ см})^2 \cdot 7,3 \cdot 10^{-7} \text{ с}} \approx 4 \cdot 10^{19} \frac{\text{нейтронов}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}.$$

2.10.17. Первые ядра тяжелее водорода возникли во Вселенной в период от 1 до 300 с после Большого взрыва в результате так называемого *первичного нуклеосинтеза*. Цепочка реакций первичного нуклеосинтеза начинается с соединения протона и нейтрона в ядро дейтерия ^2_1H . Основным результатом первичного нуклеосинтеза являются ядра ^4_2He . Процесс их образования распадается на три стадии:



где для каждой реакции указана выделяющаяся энергия реакции Q . Получить эти значения Q и в целом энергию, выделяющуюся при синтезе одного ядра ${}^4_2\text{He}$. В какой форме выделяется эта энергия? Используйте избытки масс «участников» реакций в МэВ: $\Delta(n) = 8,071$; $\Delta({}^1_1\text{H}) = 7,289$; $\Delta({}^2_1\text{H}) = 13,136$; $\Delta({}^3_1\text{H}) = 14,950$; $\Delta({}^3_2\text{He}) = 14,931$; $\Delta({}^4_2\text{He}) = 2,425$.

Для нахождения энергии каждой реакции в цепочке достаточно воспользоваться формулой (1.11.3). Далее ограничимся случаем, когда 2-я стадия сводится к синтезу двух ядер дейтерия (${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H}$). Тогда вышеприведенная цепочка реакций в компактном виде выглядит следующим образом:



т. е. фактически сводится к процессу $2p + 2n \rightarrow {}^4_2\text{He}$. Энергия Q этой реакции равна энергии связи $W({}^4_2\text{He})$ ядра ${}^4_2\text{He}$ или $Q \equiv W({}^4_2\text{He}) = 2 \cdot \Delta({}^1_1\text{H}) + 2 \times \Delta(n) - \Delta({}^4_2\text{He}) = (2 \cdot 7,289 + 2 \cdot 8,071 - 2,425)$ МэВ = 28,295 МэВ. Это же значение получается, если учесть энергии реакций на каждой стадии вышеприведенной цепочки реакций синтеза ${}^4_2\text{He}$.

Определим, в какой форме выделяется энергия синтеза ${}^4_2\text{He}$. В этом процессе появляется три фотона с суммарной энергией $\approx 3 \cdot 2,224$ МэВ $\approx 6,67$ МэВ (незначительными энергиями отдачи ядер ${}^1_1\text{H}$ пренебрегаем). Остальная энергия (21,62 МэВ), если пренебречь сравнительно небольшими энергиями отдачи ядер ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$, ${}^3_2\text{He}$ и ${}^4_2\text{He}$, уносится совместно протоном и нейтроном в конечном состоянии.

2.10.18. Наиболее вероятная цепочка термоядерных реакций на Солнце, приводящая к образованию ядер ${}^4_2\text{He}$ из ядер водорода (протонов), носит название *протон-протонного цикла* и выглядит следующим образом:

1. $p + p \rightarrow {}^2_1\text{H} + e^+ + \nu_e,$
2. $p + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma,$
3. ${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + p + p.$

Определить энергию, выделяющуюся при образовании одного ядра ${}^4_2\text{He}$. Используйте массы «участников» реакций в МэВ: $m_p c^2 = 938,27$; $m_2\text{H} c^2 = 1875,61$; $m_3\text{He} c^2 = 2808,39$; $m_4\text{He} c^2 = 3727,38$.

Для энергий реакций имеем:

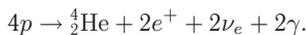
$$\begin{aligned} \text{Реакция 1: } Q_1 &= 2m_p c^2 - m_2\text{H} c^2 - m_e c^2 = \\ &= (2 \cdot 938,27 - 1875,61 - 0,51) \text{ МэВ} = 0,42 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Реакция 2: } Q_2 &= m_p c^2 + m_2\text{H} c^2 - m_3\text{He} c^2 = \\ &= (938,27 + 1875,61 - 2808,39) \text{ МэВ} = 5,49 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Реакция 3: } Q_3 &= 2m_3\text{He} c^2 - m_4\text{He} c^2 - 2m_p c^2 = \\ &= (2 \cdot 2808,39 - 3727,38 - 2 \cdot 938,27) \text{ МэВ} = 12,86 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Для того чтобы образовалось ядро ${}^4_2\text{He}$ в реакции 3, нужны два ядра ${}^3_2\text{He}$, т. е. перед этим каждая из реакций 1 и 2 должна произойти дважды. В ком-

пактном виде (суммируя все реакции) процесс образования одного ядра ${}^4_2\text{He}$ из 4-х протонов выглядит так:



При этом суммарная выделяющаяся энергия

$$Q(4p \rightarrow {}^4_2\text{He}) = 2Q_1 + 2Q_2 + Q_3 = (2 \cdot 0,42 + 2 \cdot 5,49 + 12,86) \text{ МэВ} = 24,68 \text{ МэВ}.$$

Образующиеся при синтезе ${}^4_2\text{He}$ два позитрона аннигилируют с двумя электронами, увеличивая энерговыделение до

$$24,68 \text{ МэВ} + 4m_e c^2 = (24,68 + 4 \cdot 0,51) \text{ МэВ} = 26,72 \text{ МэВ}.$$

2.10.19. Основной источник энергии Солнца — синтез ядер ${}^4_2\text{He}$ из протонов. В этом процессе выделяется энергия $Q = 26,7 \text{ МэВ}$ при образовании одного ядра ${}^4_2\text{He}$ (см. задачу 2.10.18). 90% этой энергии испускается в виде γ -излучения. Светимость Солнца $L_\odot = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ Ватт}$ и масса Солнца $M_\odot = 1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$. 1) Какую массу ΔM_\odot теряет Солнце в год? 2) Какая масса водорода ΔM_{H} сгорает на Солнце в год? 3) Каков поток Φ_ν солнечных нейтрино на Земле?

$$1) \Delta M_\odot = \frac{1}{c^2} L_\odot \cdot \Delta t_{\text{год}} \cdot \frac{100}{90}.$$

Учтем, что $\Delta t_{\text{год}}$ (длительность 1 года) $\approx 3,15 \cdot 10^7 \text{ с}$, $1 \text{ кг} \approx 0,9 \cdot 10^{24} \frac{\text{эрг}}{c^2}$, $1 \text{ Ватт} = 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{с}}$. Имеем

$$\Delta M_\odot = \frac{1}{c^2} \cdot 3,8 \cdot 10^{33} \frac{\text{эрг}}{\text{с}} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \frac{\text{с}}{\text{год}} \cdot \frac{100}{90} \cdot \frac{1 \text{ кг}}{0,9 \cdot 10^{24} \text{ эрг}/c^2} = 1,5 \cdot 10^{17} \text{ кг/год}.$$

2) При исчезновении 4-х протонов с массой $4M_p$ выделяется энергия 26,7 МэВ. Таким образом,

$$\Delta M_{\text{H}} = \Delta M_\odot \cdot \frac{4M_p c^2}{26,7 \text{ МэВ}} = 1,5 \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{год}} \cdot \frac{4 \cdot 938}{26,7} \approx 2,1 \cdot 10^{19} \text{ кг/год}.$$

3) В каждом акте образования ядра ${}^4_2\text{He}$ возникает 2 нейтрино. При этом выделяется энергия $Q = 26,7 \text{ МэВ}$. Поскольку расстояние от Солнца до Земли $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$, то для потока Φ_ν солнечных нейтрино на Земле имеем

$$\Phi_\nu = \frac{2}{Q \cdot 4\pi R^2} \cdot L_\odot = \frac{2}{26,7 \text{ МэВ} \cdot 4\pi (1,5 \cdot 10^{13} \text{ см})^2} \cdot 2,4 \cdot 10^{39} \frac{\text{МэВ}}{\text{с}} \approx \approx 6,4 \cdot 10^{10} \frac{\text{нейтрино}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}.$$

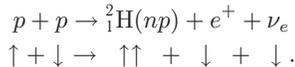
$$\text{Здесь учтено, что } L_\odot = 3,8 \cdot 10^{33} \frac{\text{эрг}}{\text{с}} = 2,4 \cdot 10^{39} \frac{\text{МэВ}}{\text{с}}.$$

2.10.20. Показать, что реакция $p + p \rightarrow {}^2_1\text{H} + e^+ + \nu_e$, являющаяся основным источником энергии Солнца, идет за счет слабого взаимодействия Гамова–Теллера, причем соответствующий β -переход является разрешенным.

Для того, чтобы произошла обсуждаемая реакция, два протона должны оказаться практически в одной точке (радиус слабого взаимодействия

$\approx 10^{-16}$ см). При этом, подчиняясь принципу Паули, эти протоны не могут в этой точке иметь одинаковые квантовые числа. Состояние протонов при малых энергиях — это почти чистое s -состояние, т. е. состояние с относительным орбитальным моментом $l = 0$. Таким образом, орбитальные квантовые числа протонов одинаковы и они могут отличаться лишь направлениями спинов — спины протонов должны быть антипараллельными ($\uparrow\downarrow$). Поэтому полный момент и четность двух протонов $J_{pp}^P = 0^+$.

В результате реакции образуется дейтрон в основном состоянии, т. е. в состоянии с $J^P({}^2\text{H}) = 1^+$. Очевидно, реакция может быть разрешенной только за счет взаимодействия Гамова–Теллера. Направления спинов нуклонов и лептонов показаны на следующей схеме:



Покажем теперь, что два протона, участвуя в реакции, имеют нулевой относительный орбитальный момент. Известно, что реакция $p + p \rightarrow {}^2\text{H}(np) + e^+ + \nu_e$ в звездах идет при кинетических энергиях протонов $T_p \approx 1$ кэВ. Значение относительного орбитального момента протонов определяется из соотношения $l \cdot \hbar \leq p \cdot R$, где p — их относительный импульс, а R — радиус нуклона ($\approx 10^{-13}$ см). Так как

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{2T_p \cdot m_p c^2} \approx \frac{1}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \sqrt{2 \cdot 10^{-3} \text{ МэВ} \cdot 938 \text{ МэВ}} \approx 4,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{МэВ} \cdot \text{с}}{\text{см}},$$

то для относительного орбитального момента получаем

$$l \leq \frac{pR}{\hbar} \approx \frac{4,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{МэВ} \cdot \text{с}}{\text{см}} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{6,6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}} \approx 0,007.$$

Поскольку квантово-механический орбитальный момент обязан быть целым числом или нулем, то для относительного орбитального момента протонов остается единственное значение $l = 0$.

2.10.21. Источником излучения Солнца являются термоядерные реакции в его недрах (см. задачу 2.10.18). Фотоны рождаются внутри Солнца, где плотность вещества $150\text{--}160 \text{ г/см}^3$, а температура $\approx 1,6 \times 10^7 \text{ К}$ (она отвечает кинетическим энергиям частиц ≈ 1 кэВ). В недрах Солнца устанавливается термодинамическое равновесие. Поэтому энергии фотонов, покидающих центральную область Солнца, распределены по закону Планка для абсолютно черного тела с вышеуказанной температурой, т. е. имеют средние энергии ≈ 1 кэВ (жесткое рентгеновское излучение). Солнечная среда непрозрачна для фотонов. Из-за многократного поглощения и переизлучения фотоны из центральной области Солнца доходят до его поверхности за времена, во много раз превышающие $\frac{1}{c} R_{\odot} \approx 2$ секунды, где R_{\odot} — радиус Солнца ($7 \cdot 10^{10}$ см). При этом их спектр существенно изменяется. Оценить время движения фотонов из центра Солнца к его поверхности, учитывая, что его непрозрачность в основном обусловлена рассеянием фотонов на электронах (томсоновским рассеянием).

Оценим длину свободного пробега L_T фотона во внутренней области Солнца по отношению к томсоновскому рассеянию (определение длины свободного пробега дано в задаче 2.10.12):

$$L_T = \frac{1}{n_e \cdot \sigma_T} = \frac{1}{6 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3} \cdot 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2} \approx 0,025 \text{ см}.$$

Здесь для сечения σ_T томсоновского рассеяния использовано выражение $\sigma_T = \left(\frac{8\pi}{3}\right) r_e^2 \approx 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ ($r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \approx 2,82 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ — классический радиус электрона), а для концентрации n_e электронов — выражение $n_e = \frac{\rho \cdot N_A}{A} = \frac{100 \text{ г} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{1 \text{ г/моль}} \approx 6 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}$. Отметим, что концентрация электронов падает с удалением от центра Солнца. Для оценок принята их средняя концентрация в центральной области Солнца радиусом $0,2R_\odot$.

Итак, длина свободного пробега фотона внутри Солнца в $\frac{7 \cdot 10^{10} \text{ см}}{0,025 \text{ см}} \approx 3 \cdot 10^{12}$ раз меньше его радиуса. Фотон на пути к поверхности Солнца испытывает огромное число соударений с электронами, что делает его путь извилистым, а характер движения, подобным диффузии. Время движения фотона из глубины к поверхности Солнца можно оценить с помощью выражения

$$t_\gamma \approx N \frac{L_T}{c},$$

где N — среднее число соударений, испытанных фотоном на пути к солнечной поверхности. Найдем это число. В бесконечной рассеивающей среде через n рассеяний фотон получит смещение из первоначального положения, описываемое вектором \vec{X}_n :

$$\vec{X}_n = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \dots + \vec{x}_n.$$

Очевидно, среднее значение этого вектора равно нулю: $\langle \vec{X}_n \rangle = 0$. Отличной от нуля величиной, характеризующей смещение фотона из центра, будет средний квадрат смещения:

$$\langle \vec{X}_n^2 \rangle = \langle \vec{x}_1^2 \rangle + \langle \vec{x}_2^2 \rangle + \dots + \langle \vec{x}_n^2 \rangle + 2 \langle \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 \rangle \dots + 2 \langle \vec{x}_i \cdot \vec{x}_j \rangle + \dots$$

После усреднения все средние квадраты i -х смещений дадут квадраты длины свободного пробега фотона: $\langle \vec{x}_1^2 \rangle = \langle \vec{x}_2^2 \rangle = \dots = \langle \vec{x}_i^2 \rangle = \dots = L_T^2$, а средние скалярные произведения $\langle \vec{x}_i \cdot \vec{x}_j \rangle$ будут равны нулю. Последнее справедливо при изотропном рассеянии, когда вероятности всех взаимных ориентаций векторов \vec{x}_i и \vec{x}_j одинаковы, и при томсоновском рассеянии, характеризующимся симметрией вперед-назад. Таким образом, получаем $\langle \vec{X}_n^2 \rangle = n \cdot L_T^2$.

Когда, фотон достигает поверхности, $n = N$ и $\langle \vec{X}_n^2 \rangle = (R_\odot)^2$. Следовательно, $N = \frac{1}{L_T^2} (R_\odot)^2$, и окончательная формула для t_γ приобретает вид

$$t_\gamma \approx N \frac{L_T}{c} = \frac{1}{c \cdot L_T} (R_\odot)^2.$$

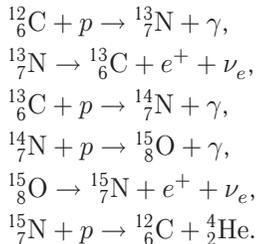
Численную оценку по этой формуле выполним для времени выхода фотона из внутренней области Солнца радиусом $0,2R_\odot$, для которой средняя плот-

ность $\approx 100 \text{ г/см}^3$:

$$t_\gamma(0,2R_\odot) \approx \frac{1}{c \cdot L_T} (0,2R_\odot)^2 = \frac{(0,2 \cdot 7 \cdot 10^{10} \text{ см})^2}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} \cdot 0,025 \text{ см}} \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ с} \approx 10^4 \text{ лет.}$$

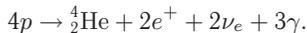
Эта величина — нижняя оценка среднего времени достижения фотоном поверхности Солнца. Таким образом, полученный нами результат должен быть записан в виде $t_\gamma > 10^4$ лет. Более детальные расчеты, учитывающие движение фотона через всю толщину солнечной среды, приводят к величинам t_γ от 10^5 до 1 млн лет.

2.10.22. Если звезда относится к звездам второго поколения и ее масса превышает массу Солнца, то «сгорание» водорода в ней происходит, главным образом, в последовательности реакций, называемой *углеродным циклом*. Особенность его в том, что, начинаясь с ядра углерода, он сводится к последовательному добавлению четырех протонов и образованию из них в конце цикла ядра ${}^4_2\text{He}$:



Таким образом, в углеродном цикле ядра углерода играют роль катализаторов. Количество этих ядер в результате цепочки реакций не меняется. Определить энергию, выделяющуюся при образовании одного ядра ${}^4_2\text{He}$ в углеродном цикле.

Суммируя реакции углеродного цикла, получаем компактную запись процесса образования одного ядра ${}^4_2\text{He}$:



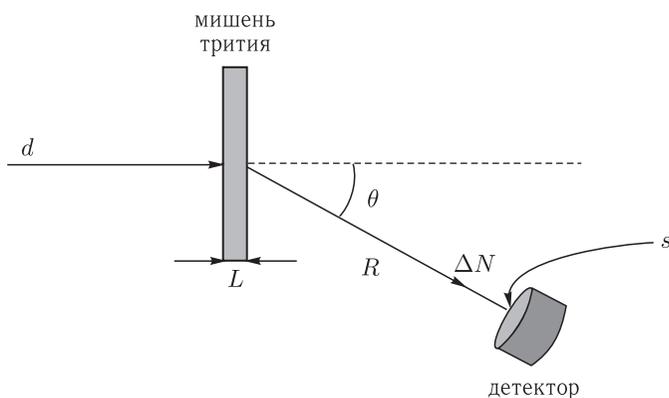
Откуда энергия, выделяющаяся при образовании одного ядра в этом цикле, может быть рассчитана следующим образом:

$$\begin{aligned} Q(4p \rightarrow {}^4_2\text{He}) &= 4m_p c^2 - m_{\text{He}} c^2 - 2m_e c^2 = \\ &= (4 \cdot 938,27 - 3727,38 - 2 \cdot 0,51) \text{ МэВ} = 24,68 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Таким образом, выделяющаяся энергия та же, что и в протон-протонном цикле (см. задачу 2.10.18). Аннигиляция двух позитронов и в этом случае увеличивает энерговыделение до 26,72 МэВ.

2.10.23. Дейтроны с кинетической энергией $T = 5$ МэВ падают перпендикулярно на тритиевую (${}^3_1\text{H}$) мишень (см. рисунок), массовая толщина которой $\mu = 0,2 \text{ мг/см}^2$. Исследуется реакция $d + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + n$. Сколько нейтронов в секунду проходит через детектор, площадь поперечного сечения которого $s = 14 \text{ см}^2$? Детектор находится на расстоянии $R = 3 \text{ м}$ от мишени и расположен под углом

$\theta = 30^\circ$ к направлению дейтронного пучка. Дифференциальное сечение реакции $\frac{d\sigma(\theta = 30^\circ)}{d\Omega} = 13$ мб/стерадиан и дейтронный ток на мишени $I = 2$ мкА.



Используем формулу (1.2.23): $\frac{dN(\theta)}{d\Omega} = jM \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}$, где $dN(\theta)$ — число частиц, вылетевших под углом θ в единицу времени (в секунду) в телесном угле $d\Omega$. j — плотность потока частиц (число частиц, упавших в единицу времени на единицу поперечной площади мишени). M — полное число частиц мишени, находящихся в пучке ($M = n \cdot S \cdot L$, где n — число частиц мишени в единице объема; S — поперечная облучаемая площадь мишени; L — толщина мишени). Итак, число нейтронов ΔN пересекающих детектор в секунду дается выражением

$$\Delta N = jM \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \Delta\Omega,$$

где $\Delta\Omega$ — телесный угол, вырезаемый детектором по отношению к мишени. Имеем $j = \frac{1}{e} \cdot \frac{I}{S}$ (e — величина элементарного заряда, т. е. заряда электрона или протона); $M = nSL$; $\Delta\Omega = \frac{s}{R^2}$. Учтем также то, что nL — число атомов трития на 1 см^2 поперечной площади облучаемой части мишени. Величину nL нужно связать с массовой толщиной μ тритиевой мишени. Эта связь имеет вид: $\mu = nL \cdot$ (вес одного атома трития). Так как вес в граммах одного атома химического элемента с массовым числом A равен $\frac{A}{N_A}$, то получаем $nL = \mu \frac{N_A}{A}$. Итак, окончательно имеем

$$\begin{aligned} \Delta N &= \frac{1}{e} \cdot \frac{I}{S} nSL \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \Delta\Omega = \frac{1}{e} I \cdot \mu \frac{N_A}{A} \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \cdot \frac{s}{R^2} = \\ &= \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ кулон}} 0,2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{кулон}}{\text{с}} 0,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{см}^2} \times \\ &\quad \times \frac{6 \cdot 10^{23}}{3 \text{ г}} 13 \cdot 10^{-27} \frac{\text{см}^2}{\text{стерад}} \frac{14 \text{ см}^2}{(300 \text{ см})^2} \text{стерад} \approx \\ &\approx 10^3 \text{ нейтронов в секунду.} \end{aligned}$$

2.10.24. До какой температуры нужно нагреть тяжелую воду, чтобы стало возможным слияние ядер дейтерия?

Ядра дейтерия на больших расстояниях испытывают кулоновское отталкивание. Для слияния они должны, преодолев кулоновское отталкивание, сблизиться до расстояния, на котором начинают действовать мощные ядерные силы притяжения. Это расстояние примерно равно среднему расстоянию d_N между нуклонами в ядре. В задаче 2.6.7 для этого расстояния найдено значение $\approx 1,7$ Фм. Для сближения до расстояния d_N ядра дейтерия (${}^2_1\text{H}$) должны обладать кинетической энергией $E_{\text{кин}}({}^2_1\text{H})$, не меньшей энергии кулоновского отталкивания этих ядер на расстоянии d_N . Таким образом,

$$E_{\text{кин}}({}^2_1\text{H}) = \frac{e^2}{d_N} = \frac{(4,8 \cdot 10^{10} \text{ ед. СГСЭ})^2}{1,7 \text{ Фм} \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}} \approx 0,85 \text{ МэВ.}$$

Температуру T тяжелой воды находим из хорошо известного термодинамического соотношения $E_{\text{кин}}({}^2_1\text{H}) = \frac{3}{2}kT$, где k — постоянная Больцмана ($8,62 \cdot 10^{-11}$ МэВ/Кельвин). Итак, имеем

$$T = \frac{2}{3} \frac{E_{\text{кин}}({}^2_1\text{H})}{k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{0,85 \text{ МэВ}}{8,62 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ/К}} \approx 6,6 \cdot 10^9 \text{ К.}$$

На самом деле за счет высокоэнергичного хвоста максвелловского распределения по скоростям и квантово-механического эффекта туннелирования синтез ядер дейтерия будет наблюдаться уже при температурах на 2–3 порядка более низких.

2.10.25. В создаваемых установках, использующих управляемый термоядерный синтез (термоядерных реакторах), концентрированная дейтерий или дейтерий-тритиевая плазма, нагретая до очень высокой температуры ($T = 10^8$ – 10^9 К), должна удерживаться в течение некоторого времени τ , достаточного для того, чтобы выделяющаяся в синтезе энергия превосходила энергию, затраченную на нагрев и удержание этой плазмы в ограниченном объеме. Выход термоядерной энергии пропорционален как концентрации плазмы n , так и длительности ее удержания τ . В термоядерной установке конкретного вида лишь при определенном значении параметра $n \cdot \tau$, называемого *критерием Лоусона*, начинается вырабатываться дополнительная (сверх затраченной) энергия. Оцените значение этого параметра для чистой дейтериевой плазмы, нагретой до температуры $T = 5 \cdot 10^8$ К.

Рассмотрим задачу в общем виде. Пусть имеется плазма из частиц (ядер) двух сортов a и b с концентрациями n_a и n_b . При слиянии a и b выделяется энергия Q_{ab} . Выделяющаяся в единице объема в единицу времени энергия синтеза равна числу N_{ab} актов реакции синтеза в единицу времени в единице объема, умноженному на Q_{ab} . За время τ выделяющаяся в единице объема энергия E определяется соотношением

$$E = N_{ab} \cdot Q_{ab} \cdot \tau.$$

N_{ab} найдем, пользуясь определением эффективного сечения $\sigma = \frac{N}{j \cdot M}$, уже использованного в задаче 2.10.9. В этом определении j — плотность потока падающих на мишень частиц (число частиц, упавших в единицу времени на единицу поперечной площади мишени), M — число ядер в облучаемой части мишени. Это определение относится к случаю, когда есть падающие на мишень частицы (например, частицы a) и есть неподвижные частицы мишени (частицы b). Учитывая, что $j \equiv j_a = n_a v_a$, где v_a — скорость частиц a , и вместо числа M ядер мишени в нашем случае нужно брать число n_b частиц b в единице объема, для N_{ab} можно записать

$$N_{ab} = j_a \cdot n_b \cdot \sigma_{ab} = n_a n_b \sigma_{ab} v_a,$$

где σ_{ab} — сечение реакции синтеза частиц a и b . Поскольку в нашем случае двигаются частицы обоих сортов мы перешли к относительной скорости этих частиц: $v_a \rightarrow v_{ab}$. Окончательное выражение для E приобретает вид

$$E = N_{ab} \cdot Q_{ab} \cdot \tau = n_a n_b \langle \sigma_{ab} v_{ab} \rangle Q_{ab} \tau.$$

Произведение эффективного сечения и относительной скорости мы усреднили по распределению скоростей частиц в плазме.

E это энергия, вырабатываемая синтезом. Рассчитаем теперь энергию, затрачиваемую на поддержание нагрева плазмы. Мы имеем $n_a + n_b \approx 2n$ частиц в единице объема, нагретых до температуры T . Для этого потребовалась энергия $2n \left(\frac{3}{2} kT \right) = 3nkT$. Итак, чтобы термоядерный реактор стал источником энергии, необходимо условие $E > 3nkT$ или

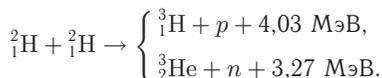
$$n^2 \langle \sigma_{ab} v_{ab} \rangle Q_{ab} \tau > 3nkT.$$

Отсюда для критерия Лоусона получаем, опуская нижние индексы,

$$n \cdot \tau > \frac{3kT}{\langle \sigma \cdot v \rangle Q} = \frac{\sqrt{2E_{\text{кин}} \cdot mc^2}}{c \cdot \langle \sigma \rangle \cdot Q}.$$

Вторая часть этого выражения это эквивалентная запись, содержащая массу m и среднюю кинетическую энергию частицы $E_{\text{кин}} = \frac{m \langle v \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} kT$, а также скорость света c .

Обратимся теперь к нашей конкретной задаче. Реакция синтеза имеет вид (см. задачу 2.10.17):



Следовательно, $Q = (3,27 \div 4,03) \text{ МэВ}$. Для дейтрона при температуре $T = 5 \times 10^8 \text{ К}$ средняя кинетическая энергия $E_{\text{кин}} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} 8,62 \cdot 10^{-11} \frac{\text{МэВ}}{\text{К}} \cdot 5 \times 10^8 \text{ К} \approx 65 \text{ кэВ}$. Масса дейтрона $mc^2 = 1876 \text{ МэВ}$. Сечение синтеза дейтерия при энергии 65 эВ около 0,02 барна. В итоге получаем

$$n \cdot \tau > \frac{\sqrt{2E_{\text{кин}} \cdot mc^2}}{c \cdot \langle \sigma \rangle \cdot Q} = \frac{\sqrt{2 \cdot 0,065 \text{ МэВ} \cdot 1876 \text{ МэВ}}}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} \cdot 0,02 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 \cdot (3,27 \div 4,03) \text{ МэВ}} \approx \\ \approx 10^{16} \text{ с} \cdot \text{см}^{-3}.$$

Глава 3

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ И ИЗЛУЧЕНИЙ С ВЕЩЕСТВОМ

§3.1. Введение

Для анализа результатов различных экспериментов важно знать, какие процессы происходят при взаимодействии частицы с веществом мишени. Регистрация частиц также происходит в результате их взаимодействия с веществом детектора.

Взаимодействие частиц с веществом зависит от их типа, заряда, массы и энергии. Заряженные частицы ионизируют атомы вещества, взаимодействуя с атомными электронами. Нейтроны и γ -кванты, сталкиваясь с частицами в веществе, передают им свою энергию, вызывая ионизацию за счет вторичных заряженных частиц. В случае γ -квантов основными процессами, приводящими к образованию заряженных частиц, являются фотоэффект, эффект Комптона и рождение электрон-позитронных пар. Взаимодействие частиц с веществом зависит от таких характеристик вещества, как его плотность, атомный номер вещества, средний ионизационный потенциал вещества.

Каждое взаимодействие приводит к потере энергии частицей и к изменению траектории ее движения. В случае пучка заряженных частиц с кинетической энергией E , проходящих слой вещества, их энергия уменьшается по мере прохождения вещества, разброс энергий частиц пучка увеличивается. Пучок расширяется за счет многократного рассеяния.

Между проходящей в среде частицей и частицами вещества (электронами, атомными ядрами) могут происходить различные реакции. Как правило, их вероятность заметно меньше, чем вероятность ионизации. Однако реакции важны в тех случаях, когда взаимодействующая с веществом частица является нейтральной. Например, нейтрино можно зарегистрировать по их взаимодействию с электронами вещества детектора или в результате их взаимодействия с нуклонами ядра.

Нейтроны регистрируются по протонам отдачи или по ядерным реакциям, которые они вызывают.

§3.2. Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом

3.2.1. Удельные потери энергии заряженной частицей. Тяжелые заряженные частицы взаимодействуют главным образом с электронами атомных оболочек, вызывая ионизацию атомов. Проходя через вещество, заряженная частица совершает десятки тысяч соударений, постепенно теряя энергию. Тормозная способность вещества может быть охарактеризована величиной *удельных потерь энергии* dE/dx , где dE — энергия, теряемая частицей в слое вещества толщиной dx . Если энергия заряженной частицы теряется на ионизацию среды, то говорят об удельных ионизационных потерях. Удельные потери энергии возрастают с уменьшением энергии частицы (рис. 3.2.1) и особенно резко перед остановкой в веществе (пик Брэгга).

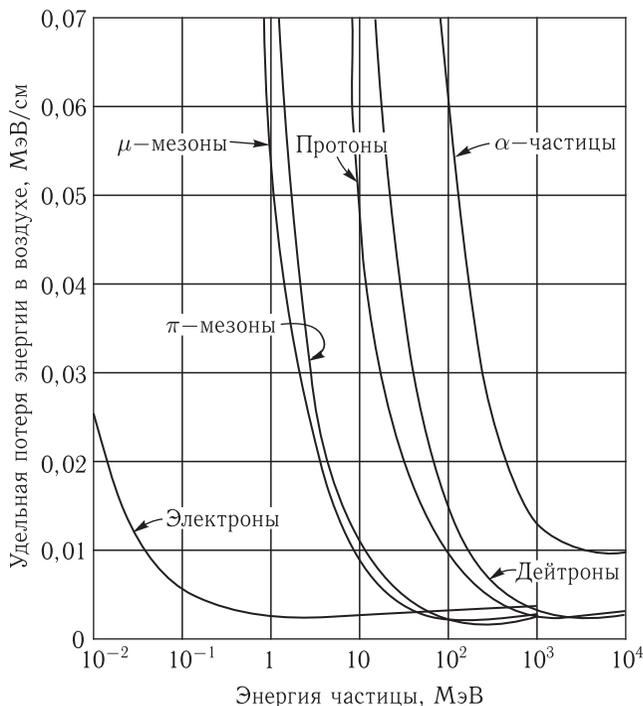


Рис. 3.2.1. Зависимость удельной потери энергии в воздухе от энергии частицы для нескольких типов частиц

3.2.2. Элементарные оценки потерь энергии заряженной частицей. Рассмотрим тяжелую нерелятивистскую заряженную частицу с зарядом ze и скоростью v , пролетающую вдоль оси x на расстоянии b от электрона (рис. 3.2.2).

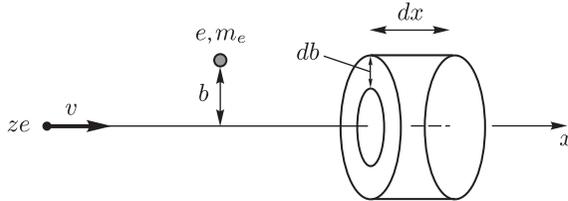


Рис. 3.2.2. Тяжелая нерелятивистская заряженная частица с зарядом ze и скоростью v пролетает вдоль оси x на расстоянии b от электрона

Максимальная сила взаимодействия в момент наибольшего сближения частиц равна $F = ze^2/b^2$. Если время взаимодействия взять приближенно равным $\Delta t \approx 2b/v$, то переданный электрону импульс равен $\Delta p \approx F\Delta t = 2ze^2/bv$, а переданная ему энергия $\Delta E \approx (\Delta p)^2/2m_e = 2z^2e^4/m_e v^2 b^2$ (m_e — масса электрона). В элементе объема dV содержится число электронов $dN = n_e dV$, где n_e — плотность электронов. Так как $dV = 2\pi \cdot b \cdot db \cdot dx$, то суммарная энергия dE , переданная этим электронам частицей, дается выражением

$$dE = \Delta E \cdot dN = 4\pi \frac{n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \frac{db}{b} dx.$$

Интегрируя по b от b_{\min} до b_{\max} , получим величину удельных ионизационных потерь

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi \frac{n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}.$$

При $b_{\max} \rightarrow \infty$ и $b_{\min} \rightarrow 0$ интеграл расходится. Реально величина b_{\max} ограничена тем, что при больших b и малых E атомный электрон уже не может рассматриваться как свободный, так как энергия взаимодействия будет сравнима с потенциалом ионизации, и при достаточно больших b передаваемая энергия может оказаться недостаточной для возбуждения атома. Ограничение на нижний предел интегрирования b_{\min} связано с тем, что электрону тяжелой нерелятивистской заряженной частицей может быть передана максимальная энергия $\Delta E_{\max} = 2m_e v^2$.

Удельные ионизационные потери энергии для тяжелых заряженных частиц при энергиях $E \ll (Mc)^2/m_e$

Точный расчет дает при $E \ll (Mc)^2/m_e$ (E и M — кинетическая энергия и масса частицы):

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{иониз}} = -4\pi \frac{z^2}{\beta^2} n_e r_0^2 m_e c^2 \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{\bar{I}} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right], \quad (3.2.1)$$

где:

m_e — масса электрона ($m_e c^2 = 511$ кэВ — энергия покоя электрона);

c — скорость света; $\beta = v/c$; v — скорость частицы;

z — заряд частицы в единицах заряда позитрона;

n_e — плотность электронов вещества;

\bar{I} — средний ионизационный потенциал атомов вещества среды, через которую проходит частица: $\bar{I} = 13,5 \cdot Z$ эВ, где Z — заряд ядер вещества среды в единицах заряда позитрона;

$r_0 = e^2/m_e c^2 = 2,818 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона.

Учитывая, что плотность электронов вещества $n_e = Zn$, где n — плотность ядер вещества, Z — заряд ядер в единицах заряда позитрона, можно выразить n_e через параметры среды: $n_e = Zn = Z \frac{\rho N_A}{A}$ (N_A — число Авогадро, A — массовое число ядер вещества среды, ρ — плотность вещества среды в г/см³). Тогда формула (3.2.1) удельных ионизационных потерь тяжелых частиц преобразуется к виду, более удобному для вычислений:

$$-\frac{dE}{dx} = 3,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{Z \cdot z^2 \rho}{A \beta^2} \left(11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right) \frac{\text{эВ}}{\text{см}}. \quad (3.2.2)$$

Задача 3.2.1. Рассчитать удельные ионизационные потери энергии для протонов с кинетической энергией $E = 10$ МэВ в алюминии.

Полная энергия частицы $E + Mc^2 = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$. Откуда

$$\frac{E}{Mc^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ и } \beta^2 = \frac{E^2/M^2 c^4 + 2E/Mc^2}{E^2/M^2 c^4 + 2E/Mc^2 + 1}.$$

Отношение кинетической энергии частицы E к энергии покоя Mc^2 обозначим как α , тогда

$$\beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}.$$

При этом $\alpha = \frac{10 \text{ МэВ}}{938,3 \text{ МэВ}} = 0,0107$, $\beta^2 = 0,021$, $\rho_{\text{Al}} = 2,7 \text{ г/см}^3$. Подставляя найденные значения в формулу (3.2.2), получаем:

$$-\frac{dE}{dx} = 3,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{13 \cdot 1^2 \cdot 2,7}{27 \cdot 0,021} \left(11,2 + \ln \frac{0,021}{13 \cdot (1 - 0,021)} - 0,021 \right) \frac{\text{эВ}}{\text{см}} = 92,314 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}.$$

Обратим внимание, что вклад последнего члена в скобках очень мал и им можно пренебречь при небольших кинетических энергиях частиц. При анализе формулы (3.2.1) также можно заметить, что при $\beta^2 \ll 1$ два последних слагаемых являются малыми поправками к первому и взаимно компенсируют друг друга. Действительно, используя разложение в ряд Тейлора, можно получить:

$$-\ln(1 - \beta^2) - \beta^2 = -(-\beta^2 + \beta^4/2 + \dots) - \beta^2 \approx -\beta^4/2 \rightarrow 0 \text{ при } \beta^2 \ll 1.$$

Проиллюстрируем это, проведя расчет вышеописанной задачи по формуле (3.2.1). Получим тот же результат: $-\frac{dE}{dx} = 92,314 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}$, при этом вклады каждого из членов формулы следующие:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE}{dx}\right)_1 &= 4\pi \frac{z^2}{\beta^2} n_e r_0^2 m_e c^2 \ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I} \right) = 92,310 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \\ -\left(\frac{dE}{dx}\right)_2 &= 4\pi \frac{z^2}{\beta^2} n_e r_0^2 m_e c^2 \ln(1 - \beta^2) = 0,407 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \\ -\left(\frac{dE}{dx}\right)_3 &= 4\pi \frac{z^2}{\beta^2} n_e r_0^2 m_e c^2 \beta^2 = -0,403 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}. \end{aligned}$$

Можно показать, что роль двух последних слагаемых становится заметной, когда кинетическая энергия частицы превышает ее энергию покоя.

Задача 3.2.2. *Определить удельные ионизационные потери протонов в алюминии, если их кинетическая энергия равна: 1) 1 МэВ, 2) 10 МэВ, 3) 100 МэВ, 4) 500 МэВ, 4) 1 ГэВ.*

Расчеты по формуле (3.2.2) показывают, что с ростом энергии протона его удельные потери энергии на ионизацию вначале резко падают, а начиная с некоторой (более 500 МэВ) энергии выходят на насыщение. Рассчитаем значения в нескольких точках. Они отмечены

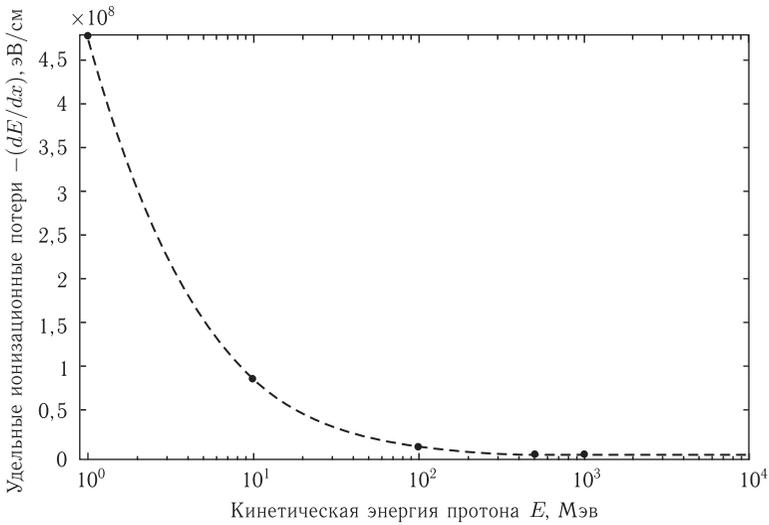


Рис. 3.2.3. Удельные ионизационные потери энергии протонов в алюминии в зависимости от энергии протонов

на графике (рис. 3.2.3):

$$\begin{aligned}
 1 \text{ МэВ} : \quad & -\frac{dE}{dx} = 477 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \\
 10 \text{ МэВ} : \quad & -\frac{dE}{dx} = 92 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \\
 100 \text{ МэВ} : \quad & -\frac{dE}{dx} = 15 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \\
 500 \text{ МэВ} : \quad & -\frac{dE}{dx} = 6 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \\
 1 \text{ ГэВ} : \quad & -\frac{dE}{dx} = 5 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}.
 \end{aligned}$$

Задача 3.2.3. Рассчитать отношение удельных ионизационных потерь протонов и α -частиц с одинаковой кинетической энергией 10 МэВ в железе.

Из формулы (3.2.1) видно, что удельные ионизационные потери тяжелых частиц пропорциональны квадрату заряда частицы. Поэтому для частиц с разными z , движущихся в одной и той же среде с одной и той же скоростью v_0 (то есть одной и той же величиной β^2), отношение удельных потерь дается выражением:

$$-\left(\frac{dE_1}{dx}\right)_{v_1=v_0} / -\left(\frac{dE_2}{dx}\right)_{v_2=v_0} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2,$$

где z_1 и z_2 — заряды первой и второй частиц.

При использовании в расчетах не скорости, а кинетической энергии частиц необходимо учесть, что квадраты скоростей частиц соотносятся обратно пропорционально их массам ($\beta^2 = 2E/mc^2$). Поэтому формула для отношения удельных ионизационных потерь будет немного более громоздкой.

Рассчитаем величину потерь энергии протонов и α -частиц с одинаковой кинетической энергией 10 МэВ в железе. Используя преобразованную формулу (3.2.2) и пренебрегая в ней последним слагаемым (вследствие его малости при данных β^2), запишем:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha / -\left(\frac{dE}{dx}\right)_p &= \\ &= \frac{z_\alpha^2 \beta_p^2}{\beta_\alpha^2 z_p^2} \left(11,2 + \ln \frac{\beta_\alpha^2}{Z_{\text{Fe}}(1 - \beta_\alpha^2)} \right) / \left(11,2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{\text{Fe}}(1 - \beta_p^2)} \right) = \\ &= \frac{2^2}{0,0053} \frac{0,021}{1^2} \left(11,2 + \ln \frac{0,0053}{26 \cdot (1 - 0,0053)} \right) / \\ &\quad \left(11,2 + \ln \frac{0,021}{26 \cdot (1 - 0,021)} \right) = 10,5. \end{aligned}$$

Т. е. α -частица, обладая той же кинетической энергией и лишь вдвое большим зарядом, теряет на ионизацию в 10 раз больше энергии, чем протон.

При энергиях 1 и 1000 МэВ отношения удельных потерь энергии α -частиц и протонов:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha / -\left(\frac{dE}{dx}\right)_p &= 4 \quad (\text{при энергии } 1 \text{ МэВ}) \\ -\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha / -\left(\frac{dE}{dx}\right)_p &= 7 \quad (\text{при энергии } 1000 \text{ МэВ}). \end{aligned}$$

Задача 3.2.4. Рассчитать отношение удельных ионизационных потерь энергии для протонов с энергией 10 МэВ в углероде и свинце.

Имеем:

$$\alpha = \frac{10 \text{ МэВ}}{938,3 \text{ МэВ}} = 0,01066 \quad (\text{см. задачу 3.2.1});$$

$$\beta^2 = \frac{0,01066^2 + 2 \cdot 0,01066}{0,01066^2 + 2 \cdot 0,01066 + 1} = 0,02098;$$

$$\rho_{\text{C}} = 2,25 \text{ г/см}^3 \quad (\text{углерод в форме графита});$$

$$\rho_{\text{Pb}} = 11,34 \text{ г/см}^3.$$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dE_{\text{Pb}}}{dx} \middle/ -\frac{dE_{\text{C}}}{dx} \right) &= \frac{Z_{\text{Pb}}\rho_{\text{Pb}}A_{\text{C}}}{Z_{\text{C}}\rho_{\text{C}}A_{\text{Pb}}} \left(\frac{11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z_{\text{Pb}}(1-\beta^2)} - \beta^2}{11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z_{\text{C}}(1-\beta^2)} - \beta^2} \right) = \\ &= \frac{82 \cdot 11,34 \cdot 12}{6 \cdot 2,25 \cdot 208} \left(\frac{11,2 + \ln \frac{0,02098}{82 \cdot (1-0,02098)} - 0,02098}{11,2 + \ln \frac{0,02098}{6 \cdot (1-0,02098)} - 0,02098} \right) \approx 2. \end{aligned}$$

Задача 3.2.5. Во сколько раз отличаются энергетические потери протонов и K^+ -мезонов с энергией 100 МэВ в алюминиевой фольге толщиной 1 мм?

Так как заряды протона и K^+ -мезона одинаковы, и движутся они в одной и той же среде, то отношение потерь будет зависеть только от скоростей частиц, а точнее от $\beta^2 = v^2/c^2$:

$$-\left(\frac{dE}{dx} \right)_p \middle/ -\left(\frac{dE}{dx} \right)_{K^+} = \frac{\beta_{K^+}^2}{\beta_p^2} \left(\frac{11,2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{\text{Al}}(1-\beta_p^2)} - \beta_p^2}{11,2 + \ln \frac{\beta_{K^+}^2}{Z_{\text{Al}}(1-\beta_{K^+}^2)} - \beta_{K^+}^2} \right).$$

Для протонов имеем $\alpha = \frac{100 \text{ МэВ}}{938,3 \text{ МэВ}} = 0,1066$ и

$$\beta^2 = \frac{0,1066^2 + 2 \cdot 0,1066}{0,1066^2 + 2 \cdot 0,1066 + 1} = 0,183.$$

Для K^+ -мезонов $\alpha = \frac{100 \text{ МэВ}}{493,6 \text{ МэВ}} = 0,2026$ и

$$\beta^2 = \frac{0,2026^2 + 2 \cdot 0,2026}{0,2026^2 + 2 \cdot 0,2026 + 1} = 0,309.$$

Поэтому отношение потерь на единицу толщины вещества для протонов и K^+ -мезонов следующее:

$$-\left(\frac{dE}{dx} \right)_p \middle/ -\left(\frac{dE}{dx} \right)_{K^+} = \frac{0,309}{0,183} \left(\frac{11,2 + \ln \frac{0,183}{13(1-0,183)} - 0,183}{11,2 + \ln \frac{0,309}{13(1-0,309)} - 0,309} \right) = 1,56.$$

Задача 3.2.6. Пучок протонов с кинетической энергией частиц $E = 500 \text{ МэВ}$ и током $I = 1 \text{ мА}$ проходит через медную пластину толщиной $D = 1 \text{ см}$. Рассчитать мощность W , рассеиваемую пучком в пластине.

Определим энергию, которую теряет один протон в пластине. Для протонов с кинетической энергией $E = 500 \text{ МэВ}$ величины α и β

следующие (см., например, предыдущую задачу):

$$\alpha = \frac{E}{M_p c^2} = \frac{500 \text{ МэВ}}{938,3 \text{ МэВ}} = 0,533, \quad \beta_p^2 = \frac{0,533^2 + 2 \cdot 0,533}{0,533^2 + 2 \cdot 0,533 + 1} = 0,574.$$

Удельные ионизационные потери протонов в меди:

$$\begin{aligned} - \left(\frac{dE}{dx} \right)_p &= 3,1 \cdot 10^5 \frac{Z_{\text{Cu}} z_p \rho_{\text{Cu}}}{A_{\text{Cu}} \beta_p^2} \left(11,2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{\text{Cu}} (1 - \beta_p^2)} - \beta_p^2 \right) \frac{\text{эВ}}{\text{см}} = \\ &= 3,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{29 \cdot 1^2 \cdot 8,96}{63 \cdot 0,574} \left(11,2 + \ln \frac{0,574}{29 \cdot (1 - 0,574)} - 0,574 \right) \frac{\text{эВ}}{\text{см}} \approx \\ &\approx 1,7 \cdot 10^7 \frac{\text{эВ}}{\text{см}}. \end{aligned}$$

Мощность, рассеиваемая пучком в пластине:

$$\begin{aligned} W &= - \left(\frac{dE}{dx} \right)_p \frac{D \cdot I}{z_p} = 1,7 \cdot 10^7 \frac{\text{эВ}}{\text{см}} \frac{1 \text{ см} \cdot 10^{-3} \text{ А} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл/протон}} = \\ &= 1,7 \cdot 10^{11} \frac{\text{эрг}}{\text{с}} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Задача 3.2.7. Определить удельные ионизационные потери энергии и среднее число ионов на 1 см пробега в воздухе для α -частицы с энергией 10 МэВ. На образование одного иона в воздухе необходимо ≈ 35 эВ.

Для воздуха: $Z = 7$, $A = 14$, плотность $\rho = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$. Энергия покоя α -частицы $M_\alpha c^2 = 3727 \text{ МэВ}$. Используя те же обозначения, что и в предыдущих задачах, получаем: $\alpha = \frac{10 \text{ МэВ}}{3727 \text{ МэВ}} = 0,0027$, $\beta_\alpha^2 = 0,0053$. Следовательно,

$$\begin{aligned} - \left(\frac{dE}{dx} \right)_\alpha &= \\ &= 3,1 \cdot 10^5 \cdot \frac{7 \cdot 2^2 \cdot 1,29 \cdot 10^{-3}}{14 \cdot 0,0053} \left(11,2 + \ln \frac{0,0053}{7 \cdot (1 - 0,0053)} - 0,0053 \right) = \\ &= 6,1 \cdot 10^5 \text{ эВ/см} = 0,61 \text{ МэВ/см}. \end{aligned}$$

Среднее число N ионов, образующихся на 1 см пробега α -частицы, следующее:

$$N = - \left(\frac{dE}{dx} \right)_\alpha \frac{1}{35 \text{ эВ}} = \frac{610 \cdot 10^3 \frac{\text{эВ}}{\text{см}}}{35 \text{ эВ}} = 1,74 \cdot 10^4 \frac{\text{ИОНОВ}}{\text{см}}.$$

Задача 3.2.8. Энергия протонов в ускорителе 100 МэВ. Подсчитать толщину поглотителя из углерода, необходимую для снижения энергии пучка протонов до 20 МэВ.

Как следует из формулы (3.2.1), удельные ионизационные потери частиц в веществе зависят от их кинетической энергии:

$$\frac{dE}{dx} = f(E).$$

По мере прохождения частиц в веществе их кинетическая энергия уменьшается. Поэтому для того, чтобы рассчитать потери в достаточно толстом поглотителе (таком, что теряемая при его прохождении энергия ΔE по порядку величины сопоставима с величиной начальной энергии частиц E), нужно проинтегрировать потери по всей толщине вещества:

$$\Delta E = \int f(E) dx.$$

Так как зависимость $f(E)$ достаточно сложная, вычислить такой интеграл аналитически затруднительно (см. формулу (3.2.1)). Можно посчитать его численно, разбив всю толщину поглотителя на n малых частей толщиной dx_i и заменив интеграл суммой:

$$\Delta E = \int f(E) dx \approx \sum_{i=1}^n f(E_i) dx_i = \sum_{i=1}^n \left(\frac{dE_i}{dx} \right) \cdot dx_i,$$

где E_i — энергия частиц, прошедших в поглотителе расстояние x_i (см. рис. 3.2.4).

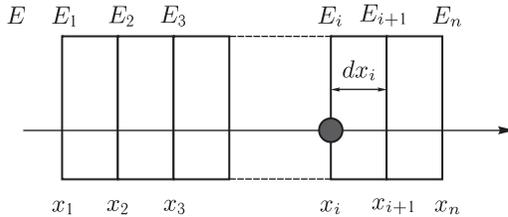


Рис. 3.2.4. Разбиение толстого поглотителя на тонкие слои

Таким образом, имеем

$$\Delta E = E - E_n = E - \sum_{i=1}^n \left(\frac{dE_i}{dx} \right) \cdot dx_i.$$

Так как разбиение производится на части равной толщины, т.е. $dx_i \equiv dx$, в данной задаче требуется найти число отрезков разбиения n такое, что на толщине поглотителя $\Delta x = n \cdot dx$ будет потеряна заданная энергия $\Delta E = E - E_n$. Для данной задачи $E = 100$ МэВ, $E_n = 20$ МэВ, $\Delta E = 80$ МэВ, поглотитель — углерод ($Z = 6, A = 12, \rho = 2,25$ г/см³).

В результате численных расчетов находим, что $\Delta x = 3,6$ см.

§3.3. Упругое рассеяние частиц. Метод импульсных диаграмм

Упругим рассеянием называется такой процесс взаимодействия двух частиц, при котором суммарная кинетическая энергия обеих частиц сохраняется и только перераспределяется между частицами, а сами частицы изменяют направление своего движения.

Заряженные частицы небольших энергий рассеиваются за счет кулоновского взаимодействия, заряженные частицы высоких энергий и нейтроны — за счет ядерного взаимодействия.

Измерение экспериментальных величин (углов, расстояний, скоростей) производится в неподвижной системе координат, связанной с местом проведения эксперимента, лабораторией. Это так называемая лабораторная система координат (ЛСК). Для анализа результатов эксперимента удобно также использовать систему, в которой неподвижной точкой, выбранной за начало координат, является общий центр инерции обеих частиц (система центра инерции, СЦИ).

Если \vec{r}_1 и \vec{r}_2 — радиусы-векторы частиц 1 и 2 с массами M_1 и M_2 , то по определению радиус-вектор центра инерции системы находится как:

$$\vec{r}_{\text{ц.и.}} = \frac{\vec{r}_1 M_1 + \vec{r}_2 M_2}{M_1 + M_2}.$$

Рассмотрим частицы с различными массами M_1 и M_2 . Пусть для определенности частица 2 покоится (исполняет роль мишени), а частица 1 движется со скоростью v . Тогда если поместить начало координат в точку нахождения частицы 2 и обозначить координату частицы 1 через x , то координата центра инерции:

$$x_{\text{ц.и.}} = \frac{M_1 x}{M_1 + M_2}.$$

Тогда скорость движения центра инерции относительно ЛСК:

$$v_{\text{ц.и.}} = \frac{M_1 v}{M_1 + M_2}$$

Скорости движения частиц 1 и 2 в СЦИ соответственно равны:

$$\begin{cases} v'_1 = v - v_{\text{ц.и.}} = \frac{M_2 v}{M_1 + M_2}, \\ v'_2 = 0 - v_{\text{ц.и.}} = -\frac{M_1 v}{M_1 + M_2}. \end{cases}$$

Их импульсы в СЦИ:

$$\begin{cases} p'_1 = M_1 v'_1 = \frac{M_1 M_2 v}{M_1 + M_2}, \\ p'_2 = M_2 v'_2 = -\frac{M_2 M_1 v}{M_1 + M_2} = -p'_1, \end{cases}$$

т. е. $|\vec{p}'_1| = |\vec{p}'_2|$ и они противоположны по направлению. Таким образом, суммарный импульс обеих частиц в СЦИ в любой момент времени равен нулю, что существенно упрощает анализ эксперимента.

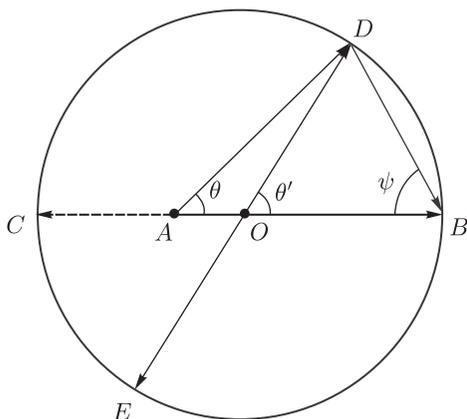


Рис. 3.3.1. Импульсная диаграмма упругого рассеяния частиц для случая, когда масса налетающей частицы меньше массы частицы-мишени

Импульсная диаграмма рассеяния (рис. 3.3.1) — геометрическое построение, с помощью которого можно найти скорость и направление движения второй частицы после рассеяния по известной скорости и направлению падающей частицы. Дальнейшие рассуждения справедливы для любого соотношения масс частиц, но для определенности считаем $M_1 < M_2$.

Пусть вектор **AB** изображает импульс \vec{p}_1 частицы 1 в ЛСК до рассеяния. Импульс частицы 2 равен нулю. Разделим отрезок AB в отношении масс частиц: $\frac{AO}{OB} = \frac{M_1}{M_2}$. Тогда

$$(\text{вектор } \mathbf{OB}) = (\text{вектор } \mathbf{AB}) \frac{M_2}{M_1 + M_2} = \vec{p}_1 \frac{M_2}{M_1 + M_2} = \vec{p}'_1,$$

т. е. равен импульсу частицы 1 в СЦИ до рассеяния. В соответствии со свойствами СЦИ импульс частицы 2 должен быть равен \vec{p}'_1 , но противоположен по направлению:

$$\vec{p}'_2 = -\vec{p}'_1 = (\text{вектор } \mathbf{OC}).$$

Из закона сохранения импульса следует, что импульсы обеих частиц в СЦИ после соударения должны быть по-прежнему равны по величине и противоположны по направлению (так как суммарный импульс в СЦИ всегда равен нулю). Поэтому описание процесса рассеяния в СЦИ сводится к повороту пары импульсов $\vec{p}'_1 = (\text{вектор } \mathbf{OB})$ и $\vec{p}'_2 = (\text{вектор } \mathbf{OC})$ на некоторый угол θ' так, что импульсы частиц после рассеяния изображаются на диаграмме отрезками $\vec{p}''_1 = (\text{вектор } \mathbf{OD})$ и $\vec{p}''_2 = (\text{вектор } \mathbf{OE})$ (импульсы после рассеяния в СЦИ отмечены двумя штрихами).

Для обратного перехода в ЛСК учтем, что СЦИ движется со скоростью $v_{\text{ц.и.}} = \frac{M_1 v}{M_1 + M_2}$ относительно ЛСК. Поэтому обе частицы будут обладать дополнительными импульсами переносного движения (т. е. обусловленного движением центра масс):

$$(p_1)_{\text{пер}} = M_1 v_{\text{ц.и.}} = \frac{M_1^2}{M_1 + M_2} v = \frac{M_1}{M_1 + M_2} p_1,$$

$$(p_2)_{\text{пер}} = M_2 v_{\text{ц.и.}} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} v = \frac{M_2}{M_1 + M_2} p_1.$$

Здесь $p_1 = M_1 v$ — импульс частицы 1 в ЛСК до рассеяния.

На рис. 3.3.1 импульсам $(p_1)_{\text{пер}}$ и $(p_2)_{\text{пер}}$ соответствуют отрезки векторов \mathbf{AO} и \mathbf{OB} . Таким образом, импульс частицы 1 в ЛСК после рассеяния \widehat{p}_1 изображается векторной суммой ее импульса в СЦИ (вектор \mathbf{OD}) и ее переносного импульса (вектор \mathbf{AO}), т. е. вектором \mathbf{AD} ($\mathbf{AD} = \mathbf{AO} + \mathbf{OD}$). Аналогично, складывая векторы $\vec{p}''_2 = \mathbf{OE}$ и $(\vec{p}_2)_{\text{пер}} = \mathbf{OB}$, получаем вектор $\mathbf{DB} = \mathbf{OB} - \mathbf{OD} = \mathbf{OB} + \mathbf{OE}$, изображающий импульс частицы 2 после рассеяния.

Как и следовало ожидать, импульсы частиц после рассеяния (векторы \mathbf{AD} и \mathbf{DB}) образуют с начальным импульсом частицы 1 (вектор \mathbf{AB}) векторный треугольник: $\mathbf{AB} = \mathbf{AD} + \mathbf{DB}$, т. е. выполняется закон сохранения импульса.

Кинетическая энергия переносного движения обеих частиц равна

$$E_{\text{ц.и.}} = \frac{(M_1 + M_2)v_{\text{ц.и.}}^2}{2} = \frac{M_1^2}{(M_1 + M_2)} \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{M_1}{(M_1 + M_2)} E,$$

где $E = \frac{M_1 v^2}{2}$.

Вычислим кинетические энергии частиц 1 и 2 в ЛСК после рассеяния. Здесь и далее будем рассматривать нерелятивистское приближение, когда кинетическая энергия частицы значительно меньше ее энергии покоя ($E \ll Mc^2$). Кинетическая энергия до рассеяния

$$E \equiv E_1 = \frac{M_1 v^2}{2}, \text{ кинетическая энергия первой частицы после рассеяния}$$

$$\widehat{E}_1 = \frac{\widehat{p}_1^2}{2M_1}.$$

Импульс частицы 1 после рассеяния найдем из импульсной диаграммы, применяя для треугольника ADB теорему косинусов:

$$\hat{p}_1^2 = AD^2 = AB^2 + DB^2 - 2 \cdot AB \cdot DB \cdot \cos \psi.$$

Как уже было доказано, $AB^2 = p_1^2 = M_1^2 v^2$ и

$$DB = 2 \cdot OB \cdot \cos \psi = 2 \frac{M_2}{M_1 + M_2} p_1 \cos \psi = 2 \frac{M_1 M_2 v}{M_1 + M_2} \cos \psi.$$

Отсюда для AD получаем:

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 + DB^2 - 2 \cdot AB \cdot DB \cdot \cos \psi = \\ &= M_1^2 v^2 + 4 \frac{M_1^2 M_2^2 v^2}{(M_1 + M_2)^2} \cos^2 \psi - 2 \frac{M_1^2 v^2 \cdot 2 M_2}{M_1 + M_2} \cos^2 \psi = \\ &= M_1^2 v^2 \left(\frac{M_1^2 + M_2^2 + 2 M_1 M_2 (1 - 2 \cos^2 \psi)}{(M_1 + M_2)^2} \right) = \\ &= \frac{M_1^2 v^2}{(M_1 + M_2)^2} (M_1^2 + M_2^2 - 2 M_1 M_2 \cos 2\psi). \end{aligned}$$

Кинетическая энергия первой частицы после рассеяния:

$$\hat{E}_1 = \frac{AD^2}{2M_1} = \frac{E}{(M_1 + M_2)^2} (M_1^2 + M_2^2 - 2M_1 M_2 \cos 2\psi). \quad (3.3.1)$$

Поскольку полная энергия сохраняется:

$$E = \hat{E}_1 + \hat{E}_2,$$

легко найти выражение для кинетической энергии частицы 2 после взаимодействия:

$$\begin{aligned} \hat{E}_2 &= E - \hat{E}_1 = E \left[1 - \frac{M_1^2 + M_2^2 - 2M_1 M_2 \cos 2\psi}{(M_1 + M_2)^2} \right] = \\ &= \frac{2M_1 M_2 (1 + \cos 2\psi)}{(M_1 + M_2)^2} E. \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

Задача 3.3.1. Протон с кинетической энергией $E = 10$ МэВ сталкивается с покоящимся электроном. Рассчитать максимальную энергию, которую может потерять протон в этом столкновении.

Используя формулу (3.3.2), найдем максимальную энергию, приобретаемую изначально покоящимся электроном (теряемую протоном) в результате взаимодействия:

$$\left(\hat{E}_e \right)_{\max} = \frac{4M_p m_e}{(M_p + m_e)^2} E, \quad \text{когда } \cos 2\psi = 1.$$

Поскольку $m_e \ll M_p$, можно пренебречь массой электрона в знаменателе и формула упростится:

$$\left(\hat{E}_e \right)_{\max} = \frac{4m_e}{M_p} E = \frac{4 \cdot 0,511}{938,3} 10 \text{ МэВ} = 0,0218 \text{ МэВ} = 21,8 \text{ кэВ}.$$

Задача 3.3.2. Сравнить максимальные потери энергии α -частицей и протоном, сталкивающимися с покоящимся электроном и обладающими до столкновения одинаковой кинетической энергией, равной 5 МэВ.

Аналогично предыдущей задаче, используем для максимальных потерь формулу:

$$\left(\widehat{E}_e\right)_{\max} = \frac{4M_{p,\alpha}m_e}{(M_{p,\alpha} + m_e)^2}E \approx \frac{4m_e}{M_{p,\alpha}}E.$$

Таким образом, отношение потерь энергии протоном и α -частицей при столкновении с покоящимся электроном обратно пропорционально их массам:

$$\frac{\Delta E_p}{\Delta E_\alpha} = \frac{M_\alpha}{M_p} = \frac{3727}{938,3} \approx 4.$$

Задача 3.3.3. Определить максимальный угол отклонения α -частицы при соударении со свободным покоящимся электроном.

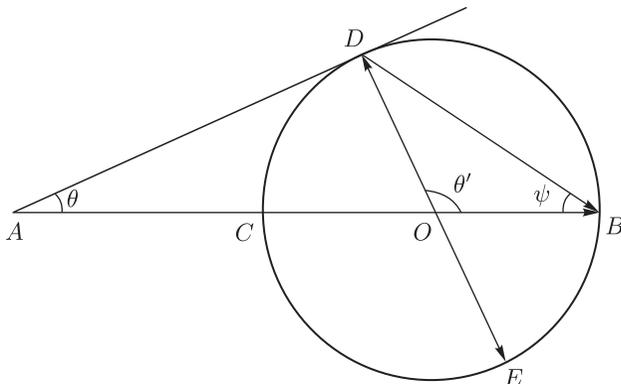


Рис. 3.3.2. Импульсная диаграмма упругого рассеяния частиц для случая, когда масса налетающей частицы больше массы частицы-мишени

Если масса налетающей частицы $M_1 > M_2$, импульсная диаграмма рассеяния имеет вид, представленный на рис. 3.3.2. Действительно, $\frac{AO}{OB} = \frac{M_1}{M_2}$ и $AO > OB$, где OB — по-прежнему радиус окружности. Из этой диаграммы следует, что существует максимальное значение угла рассеяния налетающей частицы в ЛСК. В этом случае прямая AD касается окружности в точке D . Из анализа прямоугольного треугольника ADO можно заключить, что для максимального угла рассеяния θ_{\max} имеет место формула:

$$\sin \theta_{\max} = \frac{OD = OB}{AO} = \frac{M_2}{M_1}.$$

Для электрона и α -частицы получаем

$$\sin \theta_{\max} = \frac{m_e}{M_\alpha} = \frac{0,511}{3727} = 1,37 \cdot 10^{-4}.$$

Так как угол мал, $\sin \theta_{\max} \approx \theta_{\max}$ (радианы), т. е. θ_{\max} (градусы) = 0,0078.

Кинетическая энергия E_e , которую приобретает первоначально покоившийся электрон при прохождении мимо него частицы с массой M и зарядом z , определяется выражением

$$E_e = \frac{2\mu^2 v^2}{m_e} \frac{1}{1 + \left(\frac{b \cdot \mu \cdot v^2}{ze^2}\right)^2}, \quad (3.3.3)$$

где b — прицельный параметр, $v \ll c$ — скорость частицы до столкновения, $\mu = \frac{Mm_e}{(M + m_e)}$ и m_e — масса электрона.

Задача 3.3.4. Определить потери энергии α -частицей, протоном и π -мезоном с энергией $E = 1$ МэВ, пролетающими мимо электрона на расстоянии 10^{-8} см = 10^5 ФМ.

Используем вышеприведенное выражение (3.3.3), чтобы найти энергию, приобретаемую покоящимся электроном (она равна энергии, теряемой пролетающими частицами).

Вычислим $\frac{b \cdot \mu \cdot v^2}{ze^2}$ для каждого типа частиц:

$$\begin{aligned} \left(\frac{b \cdot \mu \cdot v^2}{ze^2}\right)_\alpha &= b \frac{M_\alpha m_e}{M_\alpha + m_e} \cdot \frac{v^2}{z_\alpha e^2} = 2bE \frac{m_e}{M_\alpha + m_e} \cdot \frac{\hbar c}{z_\alpha e^2} \cdot \frac{1}{\hbar c} = \\ &= 2 \cdot 10^5 \text{ ФМ} \cdot 1 \text{ МэВ} \frac{0,511}{(3727 + 0,511)} \times \end{aligned}$$

$$\times \frac{137}{2} \cdot \frac{1}{197 \text{ МэВ} \cdot \text{ФМ}} \approx 9,5;$$

$$\left(\frac{b \cdot \mu \cdot v^2}{ze^2}\right)_p = 2 \cdot 10^5 \text{ ФМ} \cdot 1 \text{ МэВ} \frac{0,511}{(938,3 + 0,511)} \times$$

$$\times \frac{137}{1} \cdot \frac{1}{197 \text{ МэВ} \cdot \text{ФМ}} \approx 75,7;$$

$$\left(\frac{b \cdot \mu \cdot v^2}{ze^2}\right)_\pi = 2 \cdot 10^5 \text{ ФМ} \cdot 1 \text{ МэВ} \frac{0,511}{(140 + 0,511)} \times$$

$$\times \frac{137}{1} \cdot \frac{1}{197 \text{ МэВ} \cdot \text{ФМ}} \approx 506.$$

Здесь использовано $E = \frac{M_{\alpha,p,\pi} v^2}{2} = 1 \text{ МэВ}$, $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ и $\hbar c \approx 197 \text{ МэВ} \times \Phi\text{м}$.

Подставляя найденные значения в формулу (3.3.3) для потерь энергии, получим значения энергий $E_e(\alpha)$, $E_e(p)$, $E_e(\pi)$, приобретаемых электроном соответственно от α -частицы, протона и π -мезона:

$$\begin{aligned} E_e(\alpha) &= 4E \frac{M_\alpha m_e}{(M_\alpha + m_e)^2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{b \cdot \mu \cdot v^2}{ze^2} \right)_\alpha^2} = \\ &= 4 \cdot 1 \text{ МэВ} \frac{3727 \cdot 0,511}{(3727 + 0,511)^2} \cdot \frac{1}{1 + (9,5)^2} \approx 6 \text{ эВ}, \\ E_e(p) &= 4 \cdot 1 \text{ МэВ} \frac{938,3 \cdot 0,511}{(938,3 + 0,511)^2} \cdot \frac{1}{1 + (75,7)^2} \approx 0,4 \text{ эВ}, \\ E_e(\pi) &= 4 \cdot 1 \text{ МэВ} \frac{140 \cdot 0,511}{(140 + 0,511)^2} \cdot \frac{1}{1 + (506)^2} \approx 0,06 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

§3.4. δ -электроны

При прохождении заряженной частицы в веществе ее кинетическая энергия идет на возбуждение и ионизацию атомов среды. Электроны, которые выбиваются из атомов в процессе ионизации и, в свою очередь, способные ионизировать другие атомы, называются δ -электронами. Энергия их велика по сравнению с энергией ионизации, поэтому процесс образования δ -электронов можно рассматривать как процесс рассеяния тяжелой заряженной частицы на свободном электроне. Импульсная диаграмма для такого случая была рассмотрена выше (рис. 3.3.2). Из нее следует, что угол вылета δ -электрона заключен в пределах $0 \leq \psi \leq 90$, причем максимальную энергию δ -электрон получает при выбивании его вперед ($\psi = 0$).

Можно также показать, что

Дифференциальное сечение образования δ -электронов заряженной частицей с зарядом z , движущейся со скоростью v в среде, определяется соотношением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{ze^2}{m_e v^2} \right) \frac{1}{\cos^3 \psi}, \quad (3.4.1)$$

где ψ — угол вылета δ -электрона относительно направления движения частицы.

Задача 3.4.1. Вычислить дифференциальное сечение образования δ -электронов под углом 30° α -частицей с энергией $E = 10 \text{ МэВ}$. Какую энергию будут иметь δ -электроны?

Преобразуем формулу (3.4.1) с помощью константы конверсии и постоянной тонкой структуры к виду, удобному для вычислений:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{ze^2 \cdot \hbar c}{m_e c^2 \cdot \hbar c \cdot (v/c)^2} \right) \frac{1}{\cos^3 \psi} = \\ &= \left(\frac{2 \cdot 197 \cdot 10^{-13} \text{ МэВ} \cdot \text{см}}{0,511 \text{ МэВ} \cdot 137 \cdot 0,0053} \right)^2 \frac{1}{\cos^3 30^\circ} \approx \\ &\approx 1,8 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2/\text{стерадиан} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ барн/стерадиан}. \end{aligned}$$

Кинетическая энергия δ -электронов определяется формулой (3.3.2):

$$E_e = \frac{4m_e M_\alpha}{(m_e + M_\alpha)^2} E \cos^2 \psi = \frac{4 \cdot 0,511 \cdot 3727}{(0,511 + 3727)^2} (10 \text{ МэВ}) \cos^2 30^\circ = 4,1 \text{ кэВ}.$$

Задача 3.4.2. *Какую максимальную энергию потеряет α -частица с энергией 5 МэВ на образование одного δ -электрона? На сколько изменится эта величина, если δ -электрон вылетит под углом 60° к направлению движения α -частицы?*

Кинетическую энергию δ -электронов определяем с помощью формулы $E_e = \frac{4m_e M_\alpha}{(m_e + M_\alpha)^2} E \cos^2 \psi$ (см. предыдущую задачу). Максимальная энергия теряется α -частицей (приобретается δ -электроном) при его вылете вперед ($\psi = 0$):

$$(E_e)_{\max} = \frac{4m_e M_\alpha}{(m_e + M_\alpha)^2} E = \frac{4 \cdot 0,511 \cdot 3727}{(0,511 + 3727)^2} \cdot 5 \text{ МэВ} = 2,7 \text{ кэВ}.$$

Если угол ψ вылета электрона составляет 60° , то его энергия определяется выражением:

$$(E_e)_{60^\circ} = (E_e)_{\max} \cos^2 \psi = 2,7 \text{ кэВ} \cdot \cos^2 60^\circ \approx 0,7 \text{ кэВ}.$$

§3.5. Взаимодействие электронов с веществом

3.5.1. Потери энергии электронами. Прохождение электронов через вещество отличается от прохождения тяжелых заряженных частиц. Главная причина — малая масса электрона. Это приводит к относительно большому изменению импульса электрона при каждом его столкновении с частицами среды, что вызывает заметное изменение направления движения электрона и как результат — электромагнитное радиационное излучение.

Удельные потери энергии электронов с кинетической энергией

$$E = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

являются суммой ионизационных и радиационных потерь.

3.5.2. Ионизационные потери энергии электронами. В области низких энергий электронов ($E < 1$ МэВ) определяющий вклад в потери энергии дают неупругие процессы взаимодействия с атомными электронами, включающие ионизацию атомов. Передаваемая в одном столкновении энергия в среднем очень мала и при движении в веществе потери складываются из очень большого числа таких малых потерь. Статистические флуктуации в ионизационных процессах ведут к разбросу потерь и величин пробегов.

Ионизационные потери энергии электронов

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{иониз}} = -\frac{2\pi}{\beta^2} n_e r_0^2 m_e c^2 \left[\ln \left(\frac{m_e c^2 E}{\bar{T}^2} \frac{\beta^2}{2(1-\beta^2)} \right) - \left(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2 \right) \ln 2 + 1 - \beta^2 \right],$$

где

m_e — масса электрона ($m_e c^2 = 511$ кэВ — энергия покоя электрона);

c — скорость света; $\beta = v/c$; v — скорость электрона;

E — кинетическая энергия электрона;

n_e — плотность электронов вещества;

\bar{T} — средний ионизационный потенциал атомов вещества среды, через которую проходит частица: $\bar{T} = 13,5 \cdot Z$ эВ, где Z — заряд ядер вещества среды в единицах заряда позитрона;

$r_0 = e^2/m_e c^2 = 2,818 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона.

В нерелятивистской области ионизационные потери быстро уменьшаются при увеличении энергии и достигают минимума при энергии $E \approx 1,5$ МэВ. Далее потери очень медленно (логарифмически) растут с энергией, выходя на плато (см. рис. 3.5.1). Причиной такой зависимости является поляризация среды пролетающим электроном (эффект плотности). В результате ослабляется кулоновское поле релятивистского электрона, и в плотных средах (твердые тела, жидкости) потери не растут. В газах рост потерь может достигать нескольких десятков процентов.

При расчетах потерь учитывается движение обоих электронов после взаимодействия и то, что приведенная масса взаимодействующих электронов равна $m_e/2$. Принимаются в расчет также квантово-механические эффекты тождественности электронов. Относительная величина этих поправок составляет несколько процентов.

Задача 3.5.1. Рассчитать удельные ионизационные потери энергии в алюминии электронов с энергиями 1 МэВ, 100 МэВ и 1 ГэВ.

$$\alpha = E/m_e c^2, \quad \beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}.$$

Имеем:

$$\alpha = 1 \text{ МэВ}/0,511 \text{ МэВ} \approx 1,96, \quad \beta^2 = 0,886.$$

$$\alpha = 100 \text{ МэВ}/0,511 \text{ МэВ} \approx 196, \quad \beta^2 \approx 1.$$

$$\alpha = 1000 \text{ МэВ}/0,511 \text{ МэВ} \approx 1960, \quad \beta^2 \approx 1.$$

Подставляя найденные β^2 в формулу для удельных ионизационных потерь, приведенную выше, получаем:

$$1 \text{ МэВ} : \quad -\frac{dE}{dx} \approx 4 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}};$$

$$100 \text{ МэВ} : \quad -\frac{dE}{dx} \approx 6 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}};$$

$$1 \text{ ГэВ} : \quad -\frac{dE}{dx} \approx 7,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}.$$

Эти точки отмечены на графике, приведенном ниже.

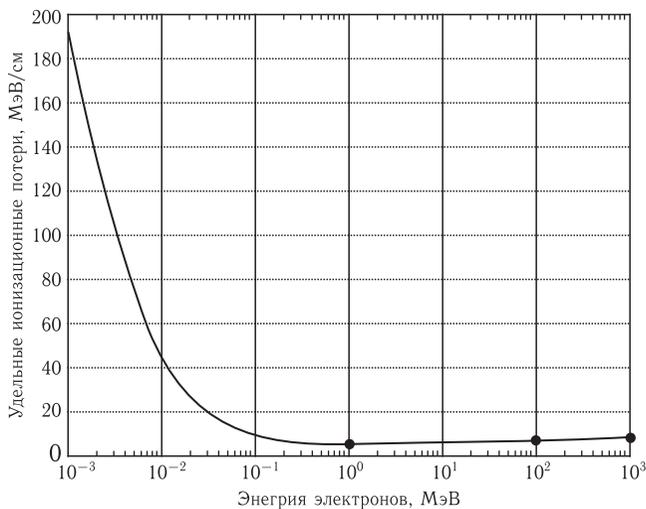


Рис. 3.5.1. Зависимость удельных ионизационных потерь энергии электронов в алюминии от их энергии

Задача 3.5.2. В чем различие механизмов потерь энергии при прохождении тяжелой и легкой заряженных частиц через вещество?

Ионизационные потери электронов преобладают в области относительно небольших энергий. Поскольку массы покоя электрона и позитрона малы, при каждом столкновении с атомными электронами происходит относительно большое изменение их импульса и в результате — заметное изменение направления движения электрона или позитрона. При этом они приобретают ускорение и, следовательно, начинают терять энергию на электромагнитное излучение. С ростом энергии электронов радиационные потери растут, и при некоторой энергии, называемой *критической*, величина удельных радиационных потерь становится равна величине удельных ионизационных потерь. При дальнейшем росте энергии радиационные потери преобладают.

Тяжелые заряженные частицы невысоких энергий взаимодействуют в основном с атомными электронами и теряют энергию на возбуждение и ионизацию атомов. При этом они мало отклоняются от направления своего первоначального движения.

Задача 3.5.3. *Оценить отношение удельных ионизационных потерь в железе для протонов и электронов с энергиями: 10 МэВ, 100 МэВ и 1 ГэВ.*

Учтем, что при данных энергиях электронов $\beta_e^2 \approx 1$. Следовательно, в формуле удельных ионизационных потерь можно пренебречь поправочными слагаемыми и оставить только первое слагаемое в скобках. Поэтому

$$\left(-\frac{dE_p}{dx} \Big/ -\frac{dE_e}{dx}\right) = \frac{2z_p^2\beta_e^2}{\beta_p^2} \left[\left(\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta_p^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta_p^2) - \beta_p^2 \right) \Big/ \ln \left(\frac{m_e c^2 E_e}{I^2} \frac{\beta_e^2}{2(1 - \beta_e^2)} \right) \right].$$

Вычисления дают:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dE_p}{dx} \Big/ -\frac{dE_e}{dx}\right)_{10 \text{ МэВ}} &\approx 17,5; \\ \left(-\frac{dE_p}{dx} \Big/ -\frac{dE_e}{dx}\right)_{100 \text{ МэВ}} &\approx 2,4; \\ \left(-\frac{dE_p}{dx} \Big/ -\frac{dE_e}{dx}\right)_{1 \text{ ГэВ}} &\approx 0,6. \end{aligned}$$

3.5.3. Радиационные потери энергии электронов. Ионизационные потери энергии электронов преобладают в области относительно небольших энергий. С ростом энергии электрона E растут радиационные потери. Согласно классической электродинамике, заряд, испытывающий ускорение (замедление) a , излучает энергию. Мощность

излучения W определяется соотношением

$$W = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3}. \quad (3.5.1)$$

Радиационные потери энергии электронов

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -\frac{16}{3} n E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \text{ при } E < m_e c^2 = 511 \text{ кэВ}, \quad (3.5.2)$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -n E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \left(4 \ln \frac{2E}{m_e c^2} - \frac{4}{3}\right) \text{ при } 1 < \frac{E}{m_e c^2} < \frac{137}{Z^{1/3}}, \quad (3.5.3)$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -n E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \left(4 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{2}{9}\right) \text{ при } \frac{E}{m_e c^2} > \frac{137}{Z^{1/3}}, \quad (3.5.4)$$

где

m_e — масса электрона ($m_e c^2 = 511$ кэВ — энергия покоя электрона);

c — скорость света;

Z — заряд ядра в единицах заряда позитрона;

n — концентрация атомов вещества;

$r_0 = e^2/m_e c^2 = 2,818 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона.

Ускорение частицы с зарядом ze и массой m , пролетающей на расстоянии b от атомного ядра с зарядом Ze , можно оценить как

$$a \approx \frac{1}{m} \frac{Zze^2}{b^2}.$$

Оно пропорционально произведению зарядов ядра и частицы и обратно пропорционально массе частицы. Поэтому энергия, излучаемая при торможении протона, меньше энергии, излученной электроном в том же поле, примерно в $\left(\frac{m_p}{m_e}\right)^2 = \left(\frac{938,3}{0,511}\right)^2 \approx 3,37 \cdot 10^6$. По этой причине радиационные потери, играющие важную роль в торможении электронов высокой энергии, практически не влияют на прохождение через вещество тяжелых заряженных частиц.

Задача 3.5.4. Рассчитать удельные радиационные потери в медном поглотителе электронов с энергиями 20 МэВ и 1 ГэВ.

Используем формулы (3.5.2)–(3.5.4) удельных радиационных потерь электронов. Концентрация атомов вещества $n = \frac{\rho N_A}{A}$ (N_A — число Авогадро, A — массовое число ядер вещества среды, ρ — плотность вещества среды). Для меди $Z = 29$, $A = 64$, плотность $\rho = 8,93$ г/см³. Получаем:

1) Энергия электронов $E = 20$ МэВ. $\alpha = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{20 \text{ МэВ}}{0,511 \text{ МэВ}} = 39,14$. Поскольку $1 < 39,14 < \frac{137}{Z^{1/3}} = 44,6$, используем формулу (3.5.3):

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} &= -nE \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \left(4 \ln \frac{2E}{m_e c^2} - \frac{4}{3}\right) = \\ &= -\frac{\rho N_A}{A} E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{2E}{m_e c^2} - \frac{4}{3}\right) = 13,4 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}. \end{aligned}$$

2) Энергия электронов $E = 1$ ГэВ. $\alpha = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{1000 \text{ МэВ}}{0,511 \text{ МэВ}} = 1957$. Поскольку $1957 > \frac{137}{Z^{1/3}} = 44,6$, используем формулу (3.5.4):

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} &= -nE \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \left(4 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{2}{9}\right) = \\ &= -\frac{\rho N_A}{A} E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{2}{9}\right) = 670 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}. \end{aligned}$$

График радиационных потерь электронов в меди см. далее в разделе 3.5.4.

Задача 3.5.5. *Определить удельные радиационные потери при прохождении электронов с энергией 50 МэВ через алюминиевую мишень и сравнить их с удельными потерями на ионизацию.*

Для алюминия $\frac{137}{Z^{1/3}} \approx 58 < \frac{E}{m_e c^2} = \frac{50 \text{ МэВ}}{0,511 \text{ МэВ}} \approx 98$. Поэтому используем формулу (3.5.4) для удельных радиационных потерь:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -\frac{\rho N_A}{A} E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{2}{9}\right) = 5,2 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}.$$

Для ионизационных потерь находим (учитывая, что $\beta^2 \approx 1$ при энергии электронов $E = 50$ МэВ):

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{иониз}} = 5,7 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}.$$

Таким образом,

$$\frac{(dE/dx)_{\text{иониз}}}{(dE/dx)_{\text{рад}}} \approx 1,1.$$

Ионизационные потери близки к радиационным, так как энергия 50 МэВ для электронов в алюминии близка к критической. Критическая энергия $E_{\text{кр}}(\text{Al}) \approx \frac{610}{Z_{\text{Al}}} \text{ МэВ} \approx 47 \text{ МэВ}$ (см. следующий раздел).

Задача 3.5.6. Электроны и протоны с энергией $E = 100$ МэВ падают на алюминиевую пластинку толщиной $\Delta x = 5$ мм. Определить энергии электронов и протонов на выходе пластинки.

Используя данные задач 3.5.1 и 3.5.5, получаем следующие суммарные потери (ионизационные + радиационные) электронов при прохождении пластинки:

$$\begin{aligned} \Delta E_e &= - \left[\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{иониз}} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{рад}} \right] \cdot \Delta x = \\ &= (6 + 2 \cdot 5,2) \frac{\text{МэВ}}{\text{см}} \cdot 0,5 \text{ см} = 8,2 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Удельные ионизационные потери протонов с $E = 100$ МэВ при прохождении алюминиевой пластинки определены в задаче 3.2.2. Было получено $-\left(\frac{dE_p}{dx}\right)_{\text{иониз}} = 15 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}$. Поэтому

$$\Delta E_p = - \left(\frac{dE_p}{dx} \right)_{\text{иониз}} \cdot \Delta x = 15 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}} \cdot 0,5 \text{ см} = 7,5 \text{ МэВ}.$$

Итак,

$$(E_e)_{\text{вых}} = E - \Delta E_e = (100 - 8,2) \text{ МэВ} = 91,8 \text{ МэВ}.$$

$$(E_p)_{\text{вых}} = E - \Delta E_p = (100 - 7,5) \text{ МэВ} = 92,5 \text{ МэВ}.$$

Задача 3.5.7. Определить энергию E_0 электронов на входе в свинцовую пластину толщиной $\Delta x = 0,1$ см, если на ее выходе энергия электронов равна $E = 3$ МэВ.

В области энергий электронов $E > 3$ МэВ их ионизационные потери очень плавно возрастают с увеличением энергии. Радиационные потери при таких энергиях в несколько раз меньше ионизационных. Расчет дает

$$\begin{aligned} - \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{рад}} (E = 3 \text{ МэВ}) &= 3,2 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \\ - \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{иониз}} (E = 3 \text{ МэВ}) &= 11,9 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}. \end{aligned}$$

Однако радиационные потери быстро возрастают с увеличением энергии и поэтому имеют заметное влияние на результат. Для точного расчета необходимо прибегнуть к численному интегрированию, разбив толщину свинцовой мишени на малые отрезки Δx_i и, учитывая зависимость потерь от энергии, получить полные потери при прохождении пластинки путем сложения потерь на каждом отрезке. В результате можно получить

$$E_0 = E + \Delta E = E + \sum_{i=1}^n \left[\left(-\frac{dE_i}{dx} \right)_{\text{иониз}} + \left(-\frac{dE_i}{dx} \right)_{\text{рад}} \right] \cdot \Delta x_i \approx 4,7 \text{ МэВ}.$$

3.5.4. Критическая энергия. Отношение удельных радиационных и ионизационных потерь энергии K определяется зависимостью:

$$K = \frac{(dE/dx)_{\text{рад}}}{(dE/dx)_{\text{иониз}}} \approx 1,64 \cdot 10^{-3} Z E, \quad (3.5.5)$$

где E выражается в мегаэлектронвольтах, а Z — средний заряд ядер атомов среды (эта зависимость применима к твердым веществам и жидкостям).

Энергия электронов $E_{\text{кр}}$, при которой величина удельных радиационных потерь равна величине удельных ионизационных потерь, называется *критической*. Критические энергии электронов для различных веществ приведены в табл. 3.1.

При энергиях электрона выше критической радиационные потери преобладают над ионизационными. Так, для электронов с энергией 100 МэВ радиационные потери в железе и свинце превышают ионизационные соответственно в 3 и 10 раз. В области энергий, в которой преобладают радиационные потери, энергия электронов экспоненциально убывает с ростом толщины x поглотителя. Скорость этого убывания характеризуют так называемой *радиационной длиной* L_r :

$$E = E_0 e^{-x/L_r}, \quad (3.5.6)$$

где E_0 — начальная энергия электрона.

Таблица 3.1

Критические энергии электронов $E_{\text{кр}}$ и радиационные длины L_r различных веществ

| Вещество | Критическая энергия $E_{\text{кр}}$, МэВ | Радиационная длина L_r | |
|---------------------------|---|--------------------------|----------------|
| | | г/см ² | см |
| H ₂ (жидкость) | 340 | 63,0 | 888 |
| C | 103 | 42,7 | 19,3 |
| Воздух | 83 | 36,6 | $3 \cdot 10^4$ |
| Al | 47 | 24 | 8,9 |
| Fe | 24 | 13,8 | 1,76 |
| Cu | 21,5 | 12,9 | 1,44 |
| Pb | 6,9 | 6,4 | 0,56 |

Задача 3.5.8. Определить критические энергии электронов для углерода, алюминия, железа, свинца.

Из определения критической энергии следует, что в формуле (3.5.5) нужно положить $K = \frac{(dE/dx)_{\text{рад}}}{(dE/dx)_{\text{иониз}}} = 1$. Отсюда

$$E_{\text{кр}} \approx \frac{1}{1,64 \cdot 10^{-3} Z} \approx \frac{610}{Z} \text{ МэВ},$$

где Z — заряд ядер вещества (в единицах заряда электрона).

Для углерода: $E_{кр} = (610/6) \text{ МэВ} \approx 102 \text{ МэВ}$,
 алюминия: $E_{кр} = (610/13) \text{ МэВ} \approx 47 \text{ МэВ}$,
 железа: $E_{кр} = (610/26) \text{ МэВ} \approx 23,5 \text{ МэВ}$,
 свинца: $E_{кр} = (610/82) \text{ МэВ} \approx 7,4 \text{ МэВ}$.

Задача 3.5.9. Рассчитать отношение удельных ионизационных и радиационных потерь в алюминии для электронов с энергиями: 10 и 100 МэВ.

Полагая при данных энергиях $\beta^2 \approx 1$ и вспоминая, что плотность электронов $n_e = Zn$, где n — концентрация атомов вещества, получим:

1) Энергия электронов $E = 10 \text{ МэВ}$. $\frac{E}{m_e c^2} = \frac{10 \text{ МэВ}}{0,511 \text{ МэВ}} \approx 20$. Поскольку $1 < 20 < \frac{137}{Z^{1/3}} \approx 58$, используем для $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}$ формулу (3.5.3):

$$\frac{\left(-\frac{dE_e}{dx}\right)_{\text{иониз}}}{\left(-\frac{dE_e}{dx}\right)_{\text{рад}}} = \frac{2\pi \cdot m_e c^2}{\beta_e^2} \frac{137}{EZ} \left[\frac{\ln \frac{m_e c^2 E_e}{T^2} \frac{\beta_e^2}{2(1-\beta_e^2)}}{\left(4 \ln \frac{2E_e}{m_e c^2} - \frac{4}{3}\right)} \right] = 6,2.$$

2) Энергия электронов $E = 100 \text{ МэВ}$. Необходимые вычисления удельных потерь энергии в алюминии для электронов с $E = 100 \text{ МэВ}$ содержатся в задачах 3.5.1, 3.5.5 и 3.5.6. Там было получено $-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{иониз}} = 6 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}$ и $-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = 2 \cdot 5,2 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}} = 10,4 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}$. Поэтому

$$\left(-\frac{dE_e}{dx}\right)_{\text{иониз}} / \left(-\frac{dE_e}{dx}\right)_{\text{рад}} = \frac{6}{10,4} \approx 0,6.$$

Задача 3.5.10. Оценить полные удельные потери энергии электронов с энергией 150 МэВ в алюминии и свинце.

Используя те же формулы, что и в предыдущих задачах, получим:

$$\begin{aligned} \text{в алюминии: } \frac{dE_e}{dx} &= - \left[\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{иониз}} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} \right] = \\ &= (6,2 + 15,6) \frac{\text{МэВ}}{\text{см}} \approx 22 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}, \end{aligned}$$

$$\text{в свинце: } \frac{dE_e}{dx} = - \left[\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{иониз}} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} \right] \approx 310 \frac{\text{МэВ}}{\text{см}}.$$

Задача 3.5.11. Электрон с энергией 10 ГэВ проходит через алюминиевую пластину толщиной $\Delta x = 1 \text{ см}$. Какую энергию он при этом теряет?

Расчеты с использованием формул для удельных ионизационных и радиационных потерь электронов дает следующий результат о потеряннной электроном в пластине суммарной энергии:

$$\begin{aligned} \Delta E_e &= - \left[\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{иониз}} + \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{рад}} \right] \cdot \Delta x = \\ &= (9 + 1027) \frac{\text{МэВ}}{\text{см}} \cdot 1 \text{ см} = 1036 \text{ МэВ} \approx 1 \text{ ГэВ}. \end{aligned}$$

Нижеприведенный график (рис. 3.5.2) иллюстрирует соотношение удельных ионизационных и радиационных потерь электронов в меди. Видно, что их равенство имеет место в точке, примерно соответствующей критической энергии электронов в меди: $E_{\text{кр}} \approx 22 \text{ МэВ}$.

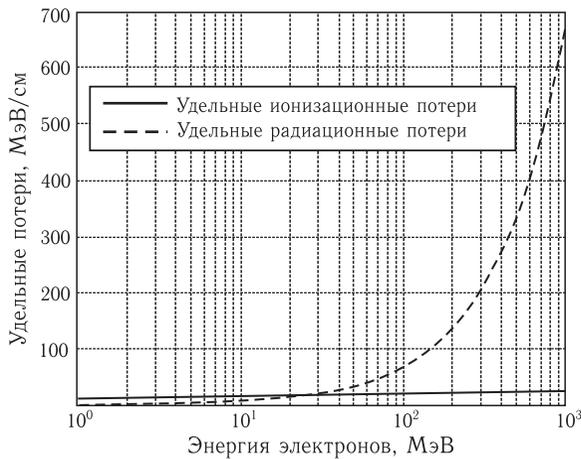


Рис. 3.5.2. Удельные ионизационные и радиационные потери энергии электронов в меди

3.5.5. Пробег тяжелой заряженной частицы. Для определенной среды и частицы с данным зарядом Z величина dE/dx является функцией только ее кинетической энергии E : $\frac{dE}{dx} = \varphi(E)$. Проинтегрировав это выражение по всем значениям E от 0 до начальной энергии частицы E_0 , можно получить полный путь R , который заряженная частица проходит до остановки:

$$R = \int_0^{E_0} \frac{dE}{\varphi(E)} \quad (3.5.7)$$

Величину R называют *длиной пробега* или просто *пробегом* частицы в веществе.

Тяжелые заряженные частицы взаимодействуют в основном с атомными электронами и поэтому мало отклоняются от направления своего первоначального движения. Вследствие этого пробеги тяжелых частиц измеряют расстоянием по прямой от точки входа частиц в среду до точки их остановки. Обычно пробег измеряется в единицах длины (м, см, мкм) или в единицах длины, умноженной на плотность вещества (в основном в единицах $\text{г}/\text{см}^2$). Зависимость интенсивности I частиц, проходящих через единицу площади в единицу времени, от пройденного расстояния x для первоначально моноэнергетичного параллельного пучка тяжелых заряженных частиц (например, протонов или α -частиц), показана на рис. 3.5.3. Пробеги таких частиц имеют разброс значений, описываемый функцией Гаусса. Он обусловлен, в частности, статистическими флуктуациями ионизационных потерь. Так α частица, проходя через среду, может испытывать перезарядку, превращаясь в однозарядный ион гелия ${}^4\text{He}^+$ или атом гелия ${}^4\text{He}$. В силу статистических флуктуаций пробег тяжелой частицы определяется как расстояние, на котором интенсивность пучка частиц составляет половину от начальной интенсивности. Кроме того, вводится понятие *экстраполированного пробега*, который определяется как расстояние, на котором прямая, аппроксимирующая средний участок спада кривой интенсивности, пересекает ось x (рис. 3.5.3).

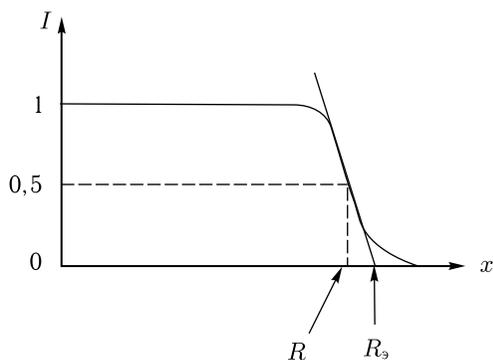


Рис. 3.5.3. Зависимость интенсивности I первоначально моноэнергетичных тяжелых заряженных частиц от пути x , пройденного ими в веществе. R — пробег частиц; R_s — их экстраполированный пробег

Пробеги α -частиц и протонов в некоторых средах приведены в табл. 3.2 и 3.3.

3.5.6. Многократное рассеяние. Заряженная частица, движущаяся в веществе, испытывает большое число столкновений, приводящих к изменению направления ее движения. Этот процесс называется *многократным рассеянием*.

Таблица 3.2

Пробеги α -частиц различных энергий в некоторых веществах

| | | | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Энергия, МэВ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Воздух, см | 2,5 | 3,5 | 4,6 | 5,9 | 7,4 | 8,9 | 10,6 |
| Алюминий, мкм | 16 | 23 | 30 | 38 | 48 | 58 | 69 |
| Биологическая ткань, мкм | 31 | 43 | 56 | 72 | 91 | 110 | 130 |

Таблица 3.3

Пробеги протонов различных энергий в алюминии

| | | | | |
|----------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Энергия, МэВ | 1 | 3 | 5 | 10 |
| Пробег, см | $1,3 \cdot 10^{-3}$ | $7,8 \cdot 10^{-3}$ | $1,8 \cdot 10^{-2}$ | $6,2 \cdot 10^{-2}$ |
| Пробег, мг/см ² | 3,45 | 21 | 50 | 170 |

| | | | | |
|----------------------------|---------------------|---------------------|------------------|----------------|
| Энергия, МэВ | 20 | 40 | 100 | 1000 |
| Пробег, см | $2,7 \cdot 10^{-1}$ | $7,0 \cdot 10^{-1}$ | 3,6 | 148 |
| Пробег, мг/см ² | 560 | $1,9 \cdot 10^3$ | $9,8 \cdot 10^3$ | $4 \cdot 10^5$ |

В рассмотренной выше (п. 3.2.2 и рис. 3.2.2) элементарной модели рассеяния заряженных частиц в кулоновском поле атомных ядер можно оценить угол рассеяния θ частицы с импульсом p , скоростью v и зарядом ze на неподвижном ядре с зарядом Ze :

$$tg\theta \approx \frac{\Delta p}{p} = \frac{2Zze^2}{pv} \frac{1}{b}. \quad (3.5.8)$$

Для среднего квадрата угла многократного рассеяния частицы при прохождении ею слоя x вещества с плотностью ядер n можно получить выражение

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{8\pi(Zze^2)^2 nx}{(pv)^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \quad (3.5.9)$$

Если выбрать для оценки в качестве b_{\max} и b_{\min} размеры атома и ядра, то эта формула приобретает вид

$$\langle \theta^2 \rangle = 0,157 \frac{Z(Z+1)}{A} \frac{z^2 x}{(pv)^2} \ln \left[1,13 \cdot 10^4 \frac{Z^{4/3}}{A} \frac{z^2 x}{\beta^2} \right], \quad (3.5.10)$$

где A — атомная масса вещества (в а.е.м.), pv — в МэВ, x — в г/см², $\beta = \frac{v}{c}$. Логарифм является слабоменяющейся функцией, так что основную роль играет множитель, стоящий перед ним.

Для тяжелой нерелятивистской заряженной частицы $p = mv$ и, ввиду большой величины ее массы m и малости пробега x , сред-

ний угол рассеяния невелик и траектория практически прямолинейна (рис. 3.5.4, а).

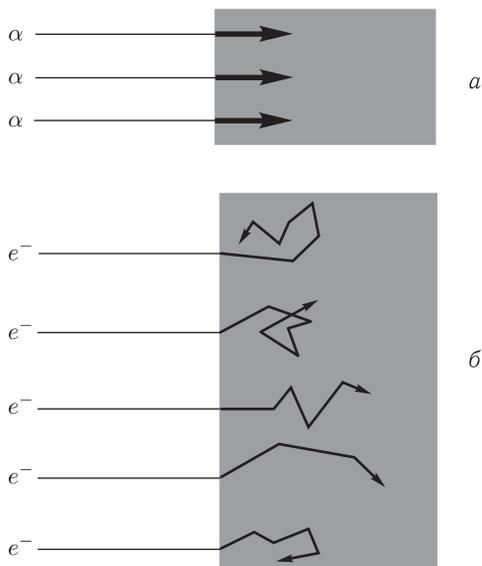


Рис. 3.5.4. Схематическое представление траекторий первоначально параллельного пучка нерелятивистских частиц в веществе: а — тяжелые заряженные частицы, б — электроны

Для α -частиц с энергиями 2 и 5 МэВ средний угол многократного рассеяния $\sqrt{\langle\theta^2\rangle}$ составляет 0,054 и 0,040 радиан соответственно.

3.5.7. Рассеяние электронов. Как показано выше, при многократном рассеянии зависимость среднего квадрата угла отклонения $\langle\theta^2\rangle$ заряженной частицы от ее импульса p , скорости v и пройденного в веществе расстояния x имеет вид

$$\langle\theta^2\rangle \sim \frac{x}{(pv)^2}.$$

Поскольку масса электронов мала, то углы их рассеяния, особенно при небольших энергиях, значительно больше, чем у тяжелых частиц. Так для электронов с энергиями 2 и 5 МэВ средний угол многократного рассеяния $\sqrt{\langle\theta^2\rangle}$ составляет 1,27 и 1,00 радиан соответственно, т.е. примерно в 25 раз больше среднего угла рассеяния α -частиц с такой же энергией.

Таким образом, сравнительно небольшая масса электронов существенно сказывается на характере их движения в веществе. При столкновении с атомными электронами и ядрами электроны часто и значительно отклоняются от первоначального направления движения и

двигаются по извилистой траектории (рис. 3.5.4, б). Поэтому для электронов процесс многократного рассеяния на атомах вещества должен существенно сказываться на их пробеге. Увеличению среднего угла рассеяния электронов способствует и большая длина их траектории. В результате многократного рассеяния направление движения электрона значительно отклоняется от исходного, и длина траектории электрона может в 1,5–4 раза превосходить пробег, понимаемый как расстояние, проходимое электроном в направлении первоначального движения.

На рис. 3.5.5 показано, как меняется интенсивность I пучка первоначально моноэнергетичных электронов от толщины x слоя алюминиевого поглотителя, пройденного ими в направлении первоначального движения, для разных начальных энергий электронов. При больших энергиях ($E \gg m_e c^2 = 511$ кэВ) рассеяние сравнительно невелико, и основная часть электронов движется в первоначальном направлении. Их интенсивность на начальных отрезках пути практически не меняется, что соответствует участкам плато на кривых поглощения. Это похоже на поведение слаборассеивающихся α -частиц (рис. 3.5.3). По мере увеличения пройденного расстояния и уменьшения энергии угол рассеяния электронов растет, и их интенсивность в первоначальном направлении уменьшается. При малых энергиях направления движений электронов приобретают хаотический характер, а распространение пучка — характер диффузии (рис. 3.5.4, б).

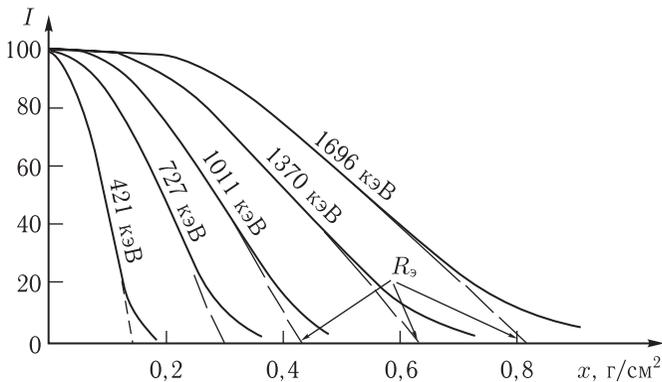


Рис. 3.5.5. Зависимость изменения интенсивности I первоначально моноэнергетического пучка электронов от толщины слоя алюминиевого поглотителя для разных энергий пучка; R_0 — экстраполированный пробег для моноэнергетических электронов

3.5.8. Экстраполированный пробег электронов. Процессы рассеяния электронов и потери ими энергии, ведущие к уменьшению интенсивности, носят вероятностный характер, что приводит к значительному разбросу величин пробегов отдельных частиц. Для электронов

в качестве средней величины пробегов, как правило, используют экстраполированный пробег, т. е. такую толщину поглотителя, при которой продолжение линейно спадающего участка зависимости интенсивности электронного пучка $I(x)$ пересекает уровень нулевой интенсивности (рис. 3.5.5).

Экстраполированные пробеги в г/см^2 электронов с энергией E (МэВ) в алюминии можно определить по формулам:

$$R_3(\text{Al}) = 0,4E^{1,4} \quad \text{при } E < 0,8 \text{ МэВ,}$$

$$R_3(\text{Al}) = 0,54E - 0,133 \quad \text{при } E > 0,8 \text{ МэВ.}$$

Экстраполированный пробег электронов в веществе с зарядом Z и массовым числом A связан с пробегом в алюминии следующим образом:

$$R_3(A, Z) = R_3(\text{Al}) \frac{(Z/A)_{\text{Al}}}{(Z/A)}$$

Экстраполированные пробеги электронов в различных веществах приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Экстраполированные пробеги электронов различных энергий (в см) в некоторых веществах

| Вещество | Энергия электронов, МэВ | | | | |
|----------|-------------------------|-------|----------------|------------------|------------------|
| | 0,05 | 0,5 | 5 | 50 | 500 |
| Воздух | 41 | 160 | $2 \cdot 10^3$ | $1,7 \cdot 10^4$ | $6,3 \cdot 10^4$ |
| Вода | $4,7 \cdot 10^{-3}$ | 0,19 | 2,6 | 19 | 78 |
| Алюминий | $2 \cdot 10^{-3}$ | 0,056 | 0,95 | 4,3 | 8,6 |
| Свинец | $5 \cdot 10^{-4}$ | 0,026 | 0,30 | 1,25 | 2,5 |

Задача 3.5.12. Рассчитать экстраполированные пробеги в см в алюминии электронов с энергиями 1, 2 и 10 МэВ.

Экстраполированный пробег электронов с энергией $E > 0,8$ МэВ в алюминии рассчитывается по формуле

$$R_3(\text{Al}) = (0,54E - 0,133) \text{ г/см}^2.$$

При этом $R_3(\text{г/см}^2) = R_3(\text{см}) \cdot \rho$, где ρ — плотность поглотителя (для алюминия она $2,7 \text{ г/см}^2$). Отсюда экстраполированные пробеги

электронов в см в алюминии следующие:

$$R_3(\text{Al}) = (0,54 \cdot 1 - 0,133)/2,7 = 0,15 \text{ см } (E = 1 \text{ МэВ}),$$

$$R_3(\text{Al}) = (0,54 \cdot 2 - 0,133)/2,7 = 0,35 \text{ см } (E = 2 \text{ МэВ}),$$

$$R_3(\text{Al}) = (0,54 \cdot 10 - 0,133)/2,7 = 1,95 \text{ см } (E = 10 \text{ МэВ}).$$

Задача 3.5.13. Какова энергия электронов, имеющих ту же длину пробега в алюминии, что и протоны с энергией 20 МэВ?

Протон с энергией 20 МэВ имеет в алюминии пробег $R_p = 0,27$ см (см. табл. 3.3). Экстраполированный пробег в см в алюминии электрона с энергией $E > 0,8$ МэВ определяется формулой $R_3(\text{Al}) = \frac{1}{2,7}(0,54E - 0,133)$. По условию задачи должно быть $R_3 = R_p$. Откуда

$$E = \frac{1}{0,54}[2,7 \cdot R_p \text{ (см)} + 0,133] \text{ МэВ} = \\ = \frac{1}{0,54}[2,7 \cdot 0,27 + 0,133] \text{ МэВ} = 1,6 \text{ МэВ}.$$

3.5.9. Электроны высоких энергий. Электроны высоких энергий ($E > 100$ МэВ) образуют в результате последовательных актов испускания γ -квантов (которые рождают затем электрон-позитронные пары) каскадные ливни вторичных частиц (рис. 3.5.6). Каскадный ливень может быть инициирован и γ -квантом высокой энергии. В зависимости от толщины слоя вещества число электронов в ливне вначале быстро возрастает. Однако по мере развития каскада средняя энергия, приходящаяся на электрон, уменьшается. После того как она уменьшится настолько, что фотоны не смогут рождать электрон-позитронные пары,

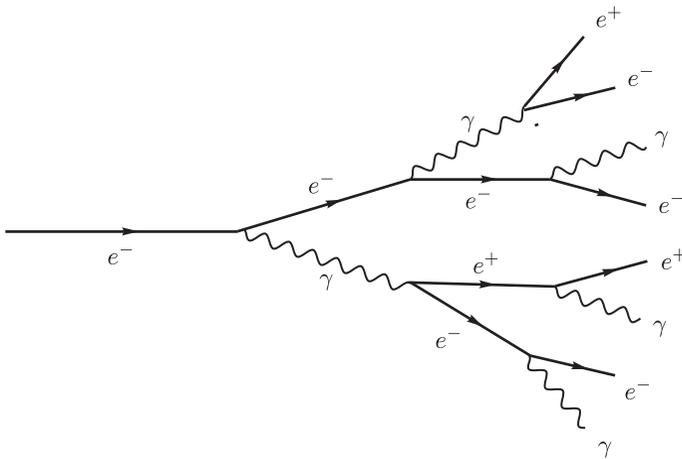


Рис. 3.5.6. Каскадный ливень, вызванный высокоэнергичным электроном

ливень прекращается. Число частиц в ливне для высокоэнергичных электронов может достигать 10^6 .

Для высокоэнергичных электронов ионизация атомов является лишь одним из способов их взаимодействия со средой. При энергиях электронов $E \approx 50$ МэВ вероятности различных процессов составляют соответственно:

- упругие столкновения — 5 %;
- ионизация — 35 %;
- возбуждение атомов — 60 %.

§3.6. Взаимодействие позитронов с веществом

Взаимодействие позитронов в веществе описывается теми же соотношениями, что и для электронов. Необходимо также дополнительно учесть эффекты аннигиляции налетающего позитрона с электроном вещества и исключить из расчетов эффект обмена. Сечение аннигиляции обратно пропорционально скорости позитронов: $\sigma_{\text{анниг}} \sim \frac{1}{v}$. Поэтому позитроны аннигилируют, практически потеряв всю свою энергию.

При аннигиляции позитрона могут образовываться два и более фотона. Наиболее вероятный процесс — двухфотонная аннигиляция. Этот процесс приводит к образованию монохроматических фотонов. Образование большего числа фотонов, например трех, приводит к непрерывному энергетическому распределению. Однако в связи с тем, что сечение трехфотонной аннигиляции мало, ею можно пренебречь (трехфотонная аннигиляция происходит примерно в 370 раз реже, чем двухфотонная).

При двухфотонной аннигиляции образуется два γ -кванта с энергиями

$$E_{\gamma_1} = \frac{m_e c^2}{\left[1 - \left(\frac{E_0^+ - m_e c^2}{E_0^+ + m_e c^2} \right)^{1/2} \cos \theta \right]}, \quad (3.6.1)$$

$$E_{\gamma_2} = E_0^+ - E_{\gamma_1} + m_e c^2, \quad (3.6.2)$$

где E_0^+ — полная энергия позитрона (кинетическая + $m_e c^2$), а θ — угол между направлением испускания первого фотона и направлением движения позитрона.

Наиболее вероятно испускание двух фотонов в противоположных направлениях под углами, близкими к 0 и 180° относительно направления движения позитрона. При этом фотон, испускаемый под углом 0° , уносит практически всю энергию. Действительно, полагая $\theta = 0^\circ$

и $E_0^+ \gg m_e c^2$, из (3.6.1) и (3.6.2) получаем:

$$E_{\gamma_1}(0^\circ) = \frac{m_e c^2}{\left[1 - \left(\frac{E_0^+ - m_e c^2}{E_0^+ + m_e c^2}\right)^{1/2}\right]} \approx E_0^+ + \frac{m_e c^2}{2}, \quad (3.6.3)$$

$$E_{\gamma_2}(180^\circ) \approx \frac{m_e c^2}{2}. \quad (3.6.4)$$

Явление двухфотонной аннигиляции используется в специальных установках для получения монохроматического γ -излучения. При этом учитывается тот факт, что не только замедлившийся, но и быстрый позитрон, двигаясь в веществе, может испытать аннигиляцию, не успев потерять сколько-нибудь значительную часть своей первоначальной энергии. Конечно, сечение этого процесса очень мало по сравнению с процессом аннигиляции медленных позитронов.

На рис. 3.6.1 представлена зависимость энергии аннигиляционных γ -квантов от угла θ для позитронов с энергией 20 МэВ. Видно, что спектр фотонов в конечном телесном угле не является строго монохроматичным. При увеличении энергии позитрона энергетический разброс уменьшается. Поэтому, выделяя аннигиляционные фотоны, летящие в пределах достаточно малого телесного угла, можно достичь весьма высокой степени монохроматизации γ -излучения.

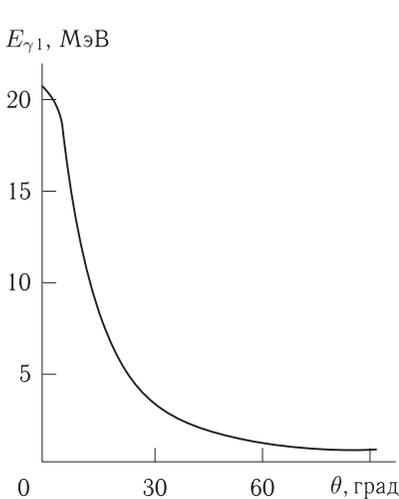


Рис. 3.6.1. Зависимость энергии аннигиляционного фотона E_{γ_1} от угла θ для позитрона с полной энергией 20 МэВ

Быстрые позитроны, необходимые для создания аннигиляционного излучения, получают, направляя релятивистские электроны с полной энергией E_0^- на мишень (конвертор) с высоким Z (тяжелые ядра). Тормозное излучение, генерируемое в мишени, образует в этой же мишени электронно-позитронные пары. Позитроны выходят из конвертора в широком телесном угле и имеют полные энергии в интервале от 0 до $E_0^- - 2m_e c^2$. Расположенный после конвертора магнитный анализатор выделяет позитроны, энергии которых заключены в узком интервале. Эти позитроны либо сразу, либо после дополнительного ускорения направляются на аннигиляционную мишень с малым Z (легкие

ядра). Образующиеся в этой мишени аннигиляционные γ -кванты и используются далее для проведения эксперимента.

Поскольку процесс образования аннигиляционных фотонов является двухступенчатым, то выход монохроматического излучения очень мал. Обычно вероятность рождения электроном позитрона в конверторе не превышает 10^{-4} – 10^{-3} , а выход аннигиляционных фотонов на один позитрон приблизительно равен 10^{-4} . Таким образом, выход аннигиляционных фотонов на один электрон составляет величину не более 10^{-8} – 10^{-7} . Поэтому очевидно, что создание интенсивных потоков аннигиляционного γ -излучения возможно лишь на сильноточных электронных ускорителях.

§3.7. Взаимодействие нейтрино с веществом

Нейтрино участвует лишь в слабых и гравитационных взаимодействиях. Сечение взаимодействия нейтрино с веществом очень мало и в зависимости от его энергии лежит в пределах от 10^{-34} до 10^{-43} см². Поэтому пробег нейтрино низких энергий (порядка 1 МэВ) в твердой среде составляет $\approx 10^{13}$ км.

Можно выделить следующие реакции взаимодействия нейтрино ν_l (l указывает тип нейтрино (e, μ или τ)) с электронами e и нуклонами N ядер:

- рассеяние нейтрино на электроне: $e + \nu_l \rightarrow e' + \nu_l'$,
- рождение адронов в процессах с заряженными токами:
 $\nu_l + N \rightarrow e + \text{адроны}$,
- рождение адронов в процессах с нейтральными токами:
 $\nu_l + N \rightarrow \nu_l' + \text{адроны}$.

Сечение взаимодействия нейтрино с веществом растет с увеличением энергии нейтрино (рис. 3.7.1). Для космических нейтрино сверхвысоких энергий (до 10^{21} эВ) сечение взаимодействия может достигать величины 10^{-31} см².

Источники нейтрино можно разделить на 3 группы:

1. Космические нейтрино,
2. Нейтрино от естественных источников на Земле, возникающие в процессах бета-распада радионуклидов,
3. Нейтрино от искусственных источников. К ним относятся реакторные антинейтрино и ускорительные нейтрино.

В свою очередь, имеется 4 основных источника космических нейтрино.

Первый из них — это реликтовые (или космологические) нейтрино, оставшиеся от Большого взрыва. Согласно модели горячей Вселенной, в настоящее время их абсолютная температура составляет около 2 К.

Вторым источником нейтрино служат ядерные реакции, идущие в недрах звезд, а также взрывы сверхновых и звездные гравитационные

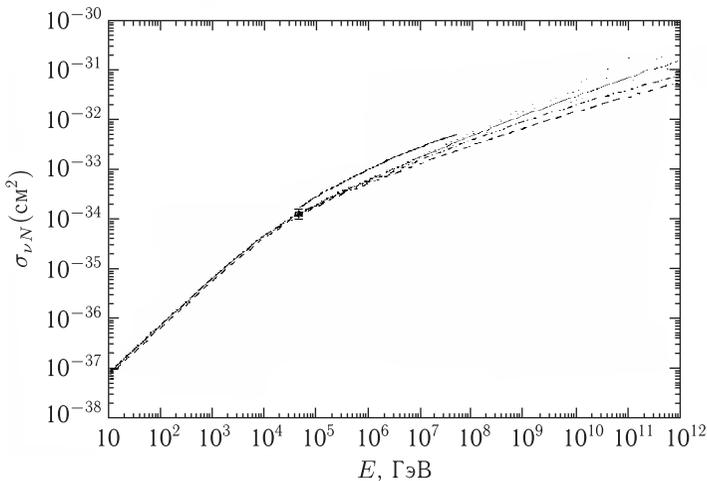


Рис. 3.7.1. Сечение взаимодействия нейтрино с нуклонами вещества посредством заряженных токов. Различные линии соответствуют различным моделям распределения партонов (кварков и глюонов) в ядре

коллапсы. Энергии звездных нейтрино находятся в основном в диапазоне от 0 до нескольких десятков МэВ.

Третий тип космических нейтрино — это нейтрино, которые рождаются при взаимодействии высокоэнергетических космических лучей (в основном протонов) с ядрами атомов или реликтовыми фотонами, заполняющими космическое пространство. В результате этих реакций образуются π - и K -мезоны, которые, распадаясь, рождают нейтрино высоких энергий. Их энергетический диапазон простирается от нескольких десятков ГэВ до, возможно, 10^{21} эВ и даже выше.

Четвертым источником космических нейтрино являются реакции, возникающие при попадании в атмосферу Земли протонов космических лучей. В результате столкновения протона с атомом воздуха (в частности атомом азота) рождается заряженный пион, который распадается на мюон и мюонное нейтрино. Мюон, в свою очередь, распадается на электрон, низкоэнергичное электронное антинейтрино и высокоэнергичное мюонное нейтрино. Энергетический диапазон этих нейтрино примерно такой же, как и звездных нейтрино.

Скорость захвата нейтрино зависит от реакции детектирования и от энергии нейтрино. Поэтому методы детектирования нейтрино различны для нейтрино разных типов и энергий. Для большинства нейтринных детекторов справедливо следующее:

1) каждый детектор приспособлен для детектирования одного типа нейтрино — определенной энергии и от определенного источника;

2) детекторы находятся глубоко под Землей (≈ 1 км) или под водой для защиты от естественного радиационного фона Земли, в том числе и от земных источников нейтрино;

3) детекторы имеют большие размеры для набора достаточной статистики в виду малого сечения взаимодействия нейтрино и, соответственно, малого числа регистрируемых событий; их типичные значения заключены в интервале от нескольких сотен до нескольких тысяч событий в год.

Следующие параграфы и задачи дополняют содержание данного раздела: пп. 1.5.2, 1.10.2, 1.10.3; задачи 2.3.9, 2.5.10, 2.5.13, 2.10.11, 2.10.13, 2.10.14.

§3.8. Взаимодействие мюонов с веществом

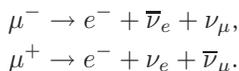
Мюон — отрицательно заряженный лептон, имеющий массу $m_\mu c^2 = 106$ МэВ и время жизни $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Мюон был открыт в 1930-х годах в космических лучах. В результате анализа жесткой компоненты космических лучей, проникающей через большие толщи свинца, был сделан вывод, что составляющие ее частицы имеют массу, значительно превышающую массу электрона, и несут отрицательный заряд. Действительно, значительно больше по сравнению с электронами пробеги мюонов в веществе можно объяснить малыми потерями их энергии на тормозное излучение. Как было указано выше (см. п. 3.5.3), мощность излучения заряда, испытывающего ускорение (замедление), пропорциональна квадрату ускорения (формула (3.5.1)). В свою очередь, ускорение заряженной частицы в поле атомного ядра обратно пропорционально массе частицы. Поскольку масса мюона более чем в 200 раз превышает массу электрона, энергия, излучаемая при торможении мюона, меньше энергии, излучаемой электроном в том же поле, примерно в $4,3 \cdot 10^4$ раза.

Мюон — нестабильная частица. В соответствии со специальной теорией относительности время жизни τ быстро движущейся частицы зависит от ее скорости v и растет с ее увеличением согласно формуле

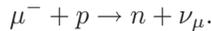
$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где c — скорость света в вакууме. Благодаря этому мы имеем возможность регистрировать на поверхности Земли мюоны, рожденные на больших расстояниях от нее в атмосфере или космическом пространстве.

Мюон распадается по трехчастичному каналу:



Помимо этого процесса, в веществе возможен захват отрицательно заряженного мюона атомом вещества с образованием *мезоатома*. Когда μ^- , потерявший свою скорость в результате ионизационного торможения, оказывается вблизи атомного ядра, он может быть захвачен на одну из орбит, подобных тем, на которых находятся электроны атома, с той только разницей, что радиусы мюонных орбит в $\frac{m_\mu}{m_e} \approx 200$ раз меньше электронных. Подобно электронам, мюоны в мезоатоме могут переходить с одной орбиты на другую. Мезоатом существует до тех пор, пока мюон либо распадется, либо захватится протоном ядра по схеме:



Эксперименты показали, что вероятность захвата мюона всего в 30 раз больше вероятности его распада даже для такого тяжелого ядра, как свинец. Это говорит о том, что взаимодействие мюонов с ядрами чрезвычайно слабое. Так, в свинце мюон в течение времени $7 \cdot 10^{-8}$ с находится внутри атомного ядра и не поглощается им. Это время — характерное для процессов, идущих по *слабому взаимодействию*.

В заключение раздела заметим, что на процессе, обратном захвату мюона нуклоном, основан один из важнейших современных методов детектирования космических нейтрино высоких и сверхвысоких энергий. Мюонные нейтрино и антинейтрино проходят сквозь толщу Земли и создают в грунте или воде на большой глубине поток мюонов. Рождаясь в реакциях $\nu_\mu + N \rightarrow \mu + X$ (N — нуклон, X — адронная компонента), мюоны при энергиях десятки ГэВ и выше сохраняют направление генерирующих их нейтрино с высокой точностью. При меньшей энергии угол вылета мюона относительно траектории нейтрино возрастает, вследствие чего возрастает и фон внутри этого угла, создаваемый нейтрино, генерируемыми космическими лучами в атмосфере Земли.

Из-за чрезвычайно малого сечения взаимодействия нейтрино с веществом и малости потока нейтрино высоких энергий необходимы детекторы гигантских объемов. Для создания таких нейтринных детекторов используются естественные водные бассейны (детекторы ANTARES, NEMO, SAUND, HT-200 (Байкал) и другие) или толща антарктического льда (AMANDA, IceCube).

Мюон, движущийся в среде со скоростью, превышающей скорость света в этой среде, испускает черенковское излучение под строго определенным углом, зависящим от энергии мюона и показателя преломления среды. Глубоководный нейтринный телескоп представляет собой пространственную решетку фотоумножителей, регистрирующих черенковский свет и позволяющих определить направление движения мюона и его энергию. Пробеги мюонов высоких энергий в веществе очень велики: например, при энергии 500 ГэВ мюон проходит в воде расстояние, превышающее 1 км, т. е. пересекает всю установку даже при очень больших ее размерах. Это позволяет довольно точно определять направление на источник, однако затрудняет определение энергии мюона. При энергии менее 100 ГэВ мюон рождается и взаимодействует

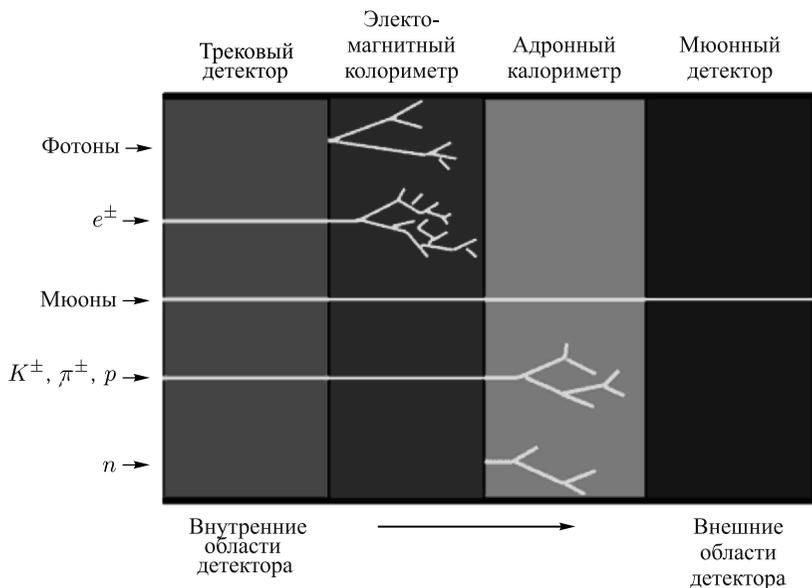


Рис. 3.8.1. Принципы организации многослойного детектора в экспериментах по физике высоких энергий

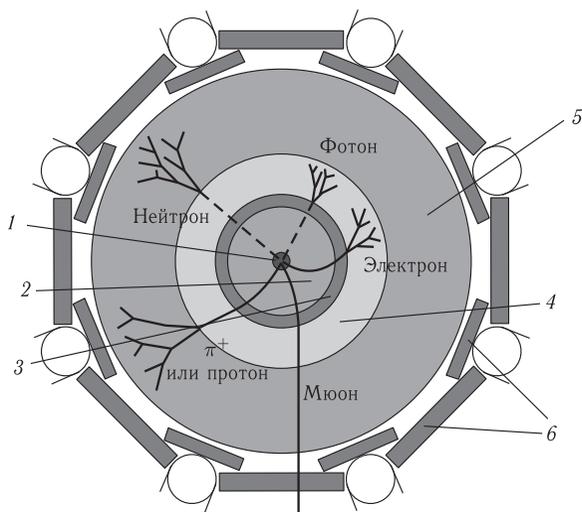


Рис. 3.8.2. Поперечное сечение детектора ATLAS Большого адронного коллайдера: 1 — вакуумная труба, внутри которой движутся и сталкиваются ускоренные протоны, 2 — трековый детектор заряженных частиц, 3 — соленоидальный магнит, 4 — электромагнитный калориметр, 5 — адронный калориметр, 6 — мюонный детектор

в пределах объема детектора, что позволяет с высокой степенью точности определить энергию мюона по длине его трека.

В современных ускорительных экспериментах применяются многослойные детекторы частиц. Принципы работы таких детекторов поясняются рис. 3.8.1 и 3.8.2. Поскольку мюоны имеют максимальный пробег в веществе детектора из всех регистрируемых частиц, для их детектирования обычно используются самые внешние участки детектора (мюонный детектор).

§3.9. Взаимодействие гамма-квантов с веществом

При прохождении γ -излучения через вещество происходит ослабление интенсивности пучка γ -квантов, что является результатом их взаимодействия с атомами вещества.

На рис. 3.9.1 показано полное эффективное сечение взаимодействия с веществом фотонов с энергиями от 10 эВ до 100 ГэВ для двух поглощающих материалов — углерода ($Z = 6$) и свинца ($Z = 82$). Выделены вклады различных физических процессов в полное сечение поглощения.

Как видно из этих рисунков, эффективное сечение фотоэффекта ($\sigma_{\text{ф}}$) на атомах вещества доминирует при энергиях фотонов ниже $\approx 0,1$ МэВ в углероде и ниже ≈ 1 МэВ в свинце.

Вторым по величине вклада в полное сечение в этой же области энергий γ -квантов является когерентное (или релеевское) рассеяние фотонов на атомах вещества (его сечение обозначено на рисунке как $\sigma_{\text{когерент.}}$). Ни ионизации, ни возбуждения атомов при релеевском рассеянии не происходит, γ -квант рассеивается упруго.

При энергиях γ -кванта выше $\approx 0,1$ МэВ в веществе с малыми значениями Z и выше ≈ 1 МэВ в веществах с большим Z главным механизмом ослабления первичного пучка γ -квантов становится некогерентное рассеяние фотонов на электронах вещества, т. е. эффект Комптона. Его сечение обозначено как $\sigma_{\text{к}}$.

Если энергия γ -кванта превышает удвоенную массу электрона $2m_e c^2 = 1,02$ МэВ, становится возможным процесс образования пары, состоящей из электрона и позитрона. Сечение рождения пары в поле ядра ($\sigma_{\text{п}}^{\text{я}}$ на рис. 3.9.1) доминирует в области высоких энергий фотонов. На рис. 3.9.1 показано также сечение образования пар в поле атомных электронов ($\sigma_{\text{п}}^{\text{е}}$).

Перечисленные выше механизмы взаимодействия γ -квантов с веществом не затрагивали внутренней структуры атомных ядер.

При больших энергиях γ -квантов ($E > 10$ МэВ) увеличивается вероятность процесса взаимодействия фотона с ядрами вещества с возбуждением ядерных состояний. Если энергия кванта больше энергии связи нуклона в ядре, поглощение γ -кванта высокой энергии будет сопровождаться вылетом нуклона из ядра. При энергиях γ -квантов

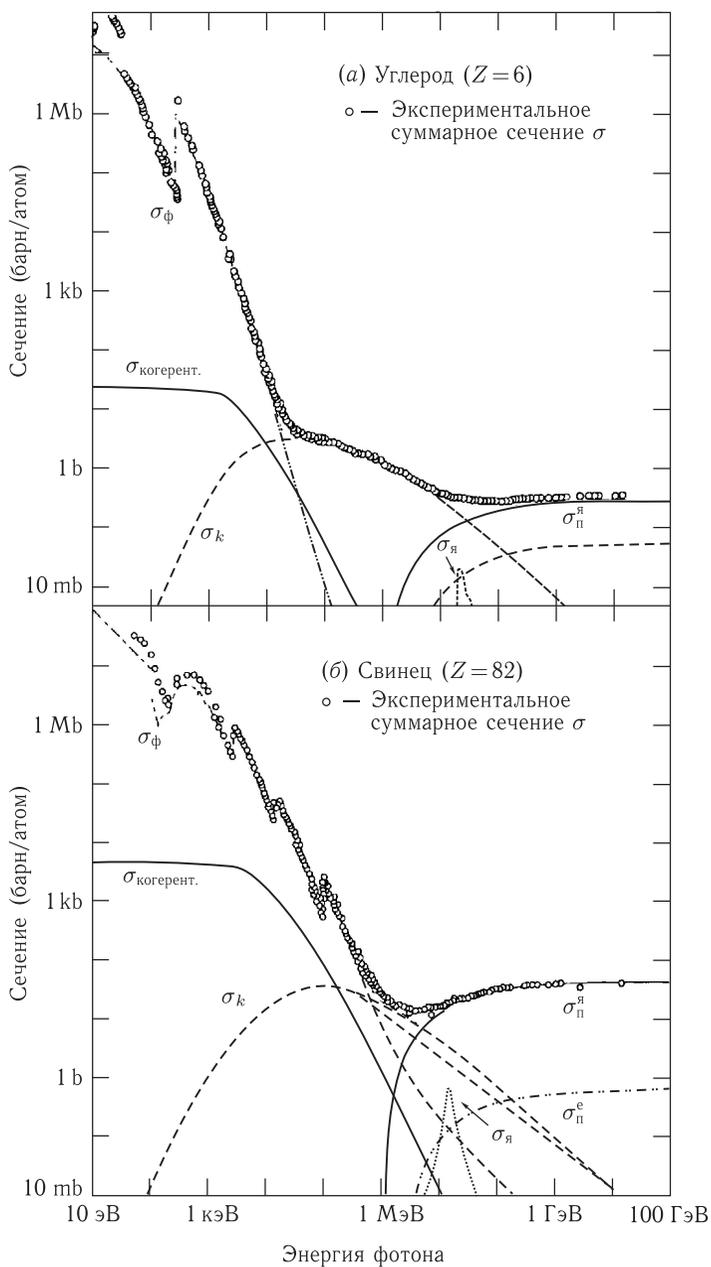


Рис. 3.9.1. Сечение взаимодействия фотонов с углеродом ($Z=6$) и свинцом ($Z=82$) при энергиях фотона от 10 эВ до 100 ГэВ. Показаны сечения отдельных процессов, формирующих полное сечение (пояснения в тексте)

около 20–25 МэВ для легких ядер ($A < 40$) и 13–15 МэВ для тяжелых ядер в эффективном сечении ядерного фотопоглощения наблюдается максимум, который называется *гигантским дипольным резонансом* ($\sigma_{\text{я}}$ на графиках рис. 3.9.1). Физике этого явления посвящены задачи 2.7.35 и 2.7.36.

В области энергий γ -квантов, излучаемых возбужденными ядрами при переходах в основное и низшие возбужденные состояния, т. е. при E_{γ} от 10 кэВ до примерно 10 МэВ наиболее существенны три процесса взаимодействия фотонов с веществом: комптоновское (некогерентное) рассеяние, фотоэффект и образование пар электрон-позитрон. Суммарное эффективное сечение в этой области энергий является суммой эффективных сечений отдельных процессов, участвующих в ослаблении первичного потока:

$$\sigma = \sigma_{\text{ф}} + \sigma_{\text{к}} + \sigma_{\text{п}}. \quad (3.9.1)$$

Эффективное сечение каждого из процессов, рассчитанное на один атом поглотителя, является функцией как энергии γ -излучения, так и атомного номера Z вещества поглотителя.

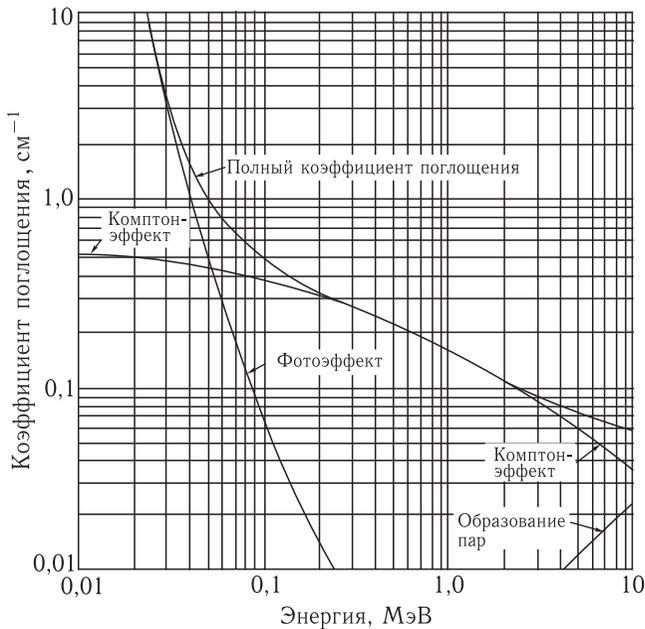


Рис. 3.9.2. Зависимость линейного коэффициента поглощения фотонов в алюминии от их энергии

Уменьшение интенсивности $I(x)$ моноэнергетичного коллимированного пучка γ -квантов не слишком толстым слоем x однородного веще-

ства происходит экспоненциально:

$$I(x) = I(0) \cdot e^{-n\sigma x} = I(0) \cdot e^{-\tau x}, \quad (3.9.2)$$

где n — концентрация атомов поглотителя. Величину τ (она обычно выражается в см^{-1}) называют *линейным коэффициентом поглощения*. На рис. 3.9.2 и 3.9.3 показаны зависимости линейного коэффициента поглощения фотонов в алюминии и свинце от энергии фотонов.

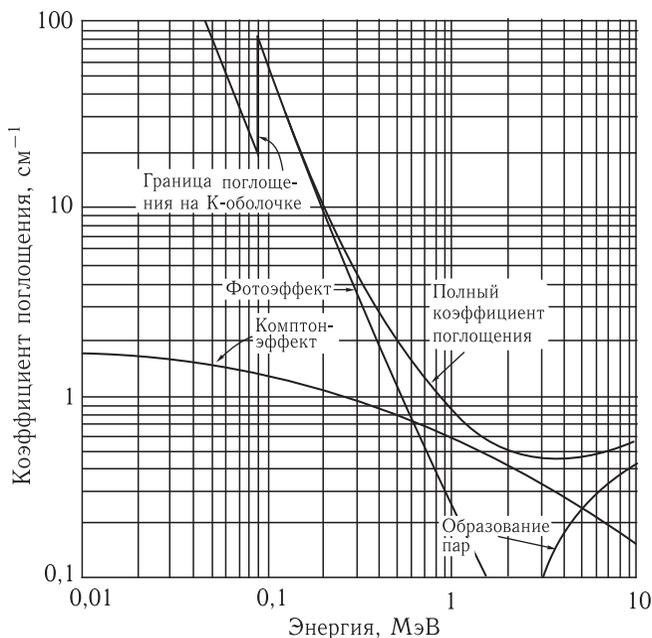


Рис. 3.9.3. Зависимость линейного коэффициента поглощения фотонов в свинце от их энергии

3.9.1. Фотоэффект. Если энергия γ -кванта больше энергии связи электрона оболочки атома, происходит фотоэффект. Это явление состоит в том, что фотон целиком поглощается атомом, а один из электронов атомной оболочки выбрасывается за пределы атома. Используя закон сохранения энергии, можно определить кинетическую энергию фотоэлектрона E_e :

$$E_e = E_\gamma - I_i - E_\gamma, \quad (3.9.3)$$

где I_i — ионизационный потенциал оболочки атома, из которой выбивается электрон; E_γ — энергия отдачи ядра, E_γ — энергия γ -кванта. Величина энергии отдачи ядра обычно мала, поэтому ею можно пренебречь. Тогда энергия фотоэлектрона определится соотношением

$E_e \approx E_\gamma - I_i$, где $i = K, L, M, \dots$ — индекс электронной оболочки. Хорошо видные на рис. 3.9.1 «зубцы» в кривой эффективного сечения являются следствием скачков сечения фотоэффекта при росте энергии фотона выше различных ионизационных потенциалов электронных оболочек атома.

Эффективное сечение фотоэффекта является суммой эффективных сечений фотоэффекта на отдельных электронных оболочках атома. Фотоэффект происходит с наибольшей вероятностью (около 80 %) на электронах атомной оболочки, наиболее сильно связанной с ядром атома, т. е. на K -оболочке. Существенной особенностью фотоэффекта является то, что он не может происходить на свободном электроне, так как законы сохранения импульса и энергии в случае фотоэффекта на свободном электроне оказываются несовместимыми.

Формулы для сечения фотоэффекта получены методами квантовой электродинамики и имеют следующий вид:

$$\sigma_\phi = \frac{5}{4} \cdot 1,09 \cdot 10^{-16} Z^5 \left(\frac{13,61}{E_\gamma (\text{эВ})} \right)^{7/2} \text{ см}^2 \quad \text{при} \quad \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \ll 1, \quad (3.9.4a)$$

$$\sigma_\phi = \frac{5}{4} \cdot 1,34 \cdot 10^{-33} \frac{Z^5}{E_\gamma (\text{МэВ})} \text{ см}^2 \quad \text{при} \quad \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \gg 1. \quad (3.9.4б)$$

Видно, что зависимость сечения фотоэффекта от атомного номера Z вещества поглотителя сильная: $\sigma_\phi \sim Z^5$. Величина эффективного сечения фотоэффекта резко спадает с ростом энергии γ -квантов: $\sigma_\phi \sim \frac{1}{E_\gamma^{7/2}}$.

Фотоэффект является главным процессом, ответственным за поглощение γ -квантов в области малых энергий.

3.9.2. Комптон-эффект. Комптон-эффект — это рассеяние γ -кванта на свободном электроне. Электрон можно считать свободным, если энергия γ -кванта во много раз превышает энергию связи электрона. В результате комптон-эффекта вместо первичного фотона с энергией E_γ появляется рассеянный фотон с энергией $E'_\gamma < E_\gamma$, а электрон, на котором произошло рассеяние, приобретает кинетическую энергию $E_e = E_\gamma - E'_\gamma$. На рис. 3.9.4 показана схема рассеяния γ -кванта на электроне.

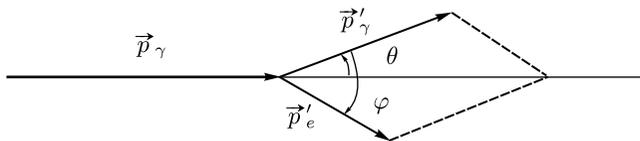


Рис. 3.9.4. Схема рассеяния γ -кванта на свободном электроне: \vec{p}_γ и \vec{p}'_γ — импульсы первичного и рассеянного γ -квантов, \vec{p}_e — импульс электрона

Законы сохранения энергии и импульса для данного процесса выглядят следующим образом:

$$E_\gamma = E'_\gamma + E_e, \quad \vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e. \quad (3.9.5)$$

Можно показать, что изменение длины волны γ -кванта при комптоновском рассеянии дается выражением

$$\lambda' - \lambda = \lambda_0(1 - \cos \theta), \quad (3.9.6)$$

где λ и λ' — длины волн первичного и рассеянного γ -кванта; $\lambda_0 = \frac{h}{m_e c}$ — комптоновская длина волны электрона; θ — угол между направлениями импульсов \vec{p}_γ и \vec{p}'_γ падающего и рассеянного γ -квантов.

Изменение длины волны при комптоновском рассеянии не зависит от λ и определяется лишь углом θ рассеяния γ -кванта. Кинетическая энергия электрона определяется соотношением

$$E_e = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{m_e c^2}{2E_\gamma \sin^2 \frac{\theta}{2}}}. \quad (3.9.7)$$

Эффективное сечение рассеяния γ -кванта на электроне σ_k^e не зависит от характеристик вещества поглотителя. Формула для него имеет вид:

$$\sigma_k^e = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon^2} \left[\frac{2(1 + \varepsilon)}{1 + 2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \ln(1 + 2\varepsilon) \right] + \frac{1}{2\varepsilon} \ln(1 + 2\varepsilon) - \frac{1 + 3\varepsilon}{(1 + 2\varepsilon)^2} \right\}, \quad (3.9.8)$$

где $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см, $\varepsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$.

Видно, что сечение комптоновского рассеяния убывает с ростом энергии γ -кванта: $\sigma_k^e \sim \frac{1}{E_\gamma}$

Эффективное сечение комптоновского рассеяния, *рассчитанное на один атом* σ_k (именно оно показано на рис. 3.9.1), пропорционально атомному номеру (или числу электронов в атоме) Z . Поэтому $\sigma_k = Z \cdot \sigma_k^e$.

Энергии γ -квантов, возникших в результате переходов атомных ядер из возбужденных состояний в основное и низшие возбужденные, как правило, много больше как энергии связи электронов в атоме, так и кинетических энергий этих электронов. Поэтому при их комптоновском рассеянии первичный электрон можно считать покоящимся, что и было учтено в формулах (3.9.5)–(3.9.7). Некогерентное рассеяние

γ -кванта приводит в этом случае к передаче части энергии кванта электрону и появлению γ -кванта с меньшей энергией (и большей длиной волны). Однако этот же процесс некогерентного рассеяния используется в современной физике для получения моноэнергетических пучков γ -квантов высоких энергий. С этой целью поток фотонов от лазера рассеивают на большие углы на пучке ускоренных электронов высокой энергии, выведенных из ускорителя. Такой источник γ -квантов высокой энергии и плотности называется Laser-Electron-Gamma-Source (LEGS). В одном из работающих в настоящее время LEGS лазерное излучение в результате рассеяния на электронах, ускоренных до энергий 3 ГэВ, превращается в поток γ квантов с энергиями 400 МэВ.

3.9.3. Образование пары электрон-позитрон. Можно показать, что одиночный квант, независимо от своей энергии, не может в вакууме превратиться в электрон-позитронную пару, так как при этом не выполняются одновременно законы сохранения энергии и импульса. Процесс образования пар происходит лишь в кулоновском поле заряженной частицы или ядра, получающими часть энергии и импульса.

Образование пар в поле ядра может иметь место, если энергия кванта удовлетворяет соотношению

$$E_\gamma \geq 2m_e c^2 + E_n, \quad (3.9.9)$$

где первый член справа соответствует энергии покоя пары электрон-позитрон, а второй — энергия отдачи ядра. Так как энергия отдачи ядра сравнительно мала, то энергия, определяемая первым членом, является порогом рождения пар ($2m_e c^2 \approx 1,022$ МэВ). В основном образование e^+e^- -пар происходит в кулоновском поле ядер атомов и эффективное сечение этого процесса (σ_n^a на рис. 3.9.1) пропорционально квадрату заряда ядра, т. е. $\sigma_n^a \sim Z^2$.

Порог рождения пар в поле электрона равен $4m_e c^2$ (см. задачу 2.2.18). Это связано с тем, что энергию отдачи получает электрон, имеющий малую массу, и пренебречь ею уже нельзя. Образование пар в поле электрона характеризуется сравнительно малым сечением (σ_n^e на рис. 3.9.1).

На рис. 3.9.5 показана вероятность P того, что фотон, взаимодействуя с веществом, образует электрон-позитронную пару. Видно, что вероятность образования электрон-позитронной пары растет с ростом энергии фотона и с увеличением заряда ядра (это видно также из рис. 3.9.1–3.9.3).

Приведем сечение образования электрон-позитронной пары в области энергий фотонов $m_e c^2 \ll E_\gamma \ll m_e c^2 \frac{137}{Z^{1/3}}$:

$$\sigma_n = \frac{Z^2}{137} r_e^2 \left(\frac{28}{9} \ln \left(\frac{2E_\gamma}{m_e c^2} \right) - \frac{218}{27} \right). \quad (3.9.10)$$

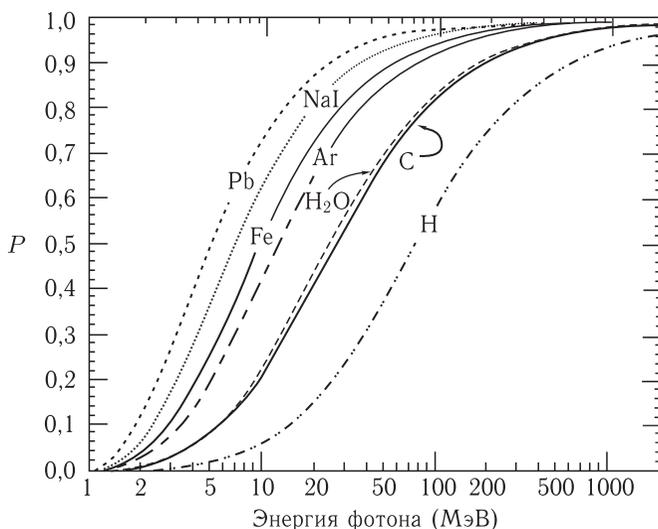


Рис. 3.9.5. Вероятность образования фотоном электрон-позитронной пары

Это сечение получено без учета экранирования, которое существенно при высоких энергиях

Используя графики для разных веществ, аналогичные изображенным на рис. 3.9.1–3.9.3, можно приблизительно определить границы областей энергий γ -квантов и значений Z , в которых наибольшее значение имеет тот или иной механизм взаимодействия γ -излучения с веществом.

Комптон-эффект играет основную роль в ослаблении интенсивности γ -излучения в алюминии при $60 \text{ кэВ} < E_\gamma < 15 \text{ МэВ}$ и в свинце при $0,7 \text{ МэВ} < E_\gamma < 5 \text{ МэВ}$.

Фотоэлектрическое поглощение в алюминии наиболее существенно при $E_\gamma < 50 \text{ кэВ}$ и в свинце при $E_\gamma < 0,5 \text{ МэВ}$. Образование пар доминирует над этими двумя процессами при больших энергиях γ -квантов: в алюминии при $E_\gamma > 15 \text{ МэВ}$ и в свинце при $E_\gamma > 6 \text{ МэВ}$.

Задача 3.9.1. *Рассчитать и сравнить полные сечения фотоэффекта, комптоновского рассеяния и эффекта рождения пар при облучении алюминия γ -квантами с энергиями: 1) 0,51 МэВ, 2) 5 МэВ, 3) 25 МэВ.*

Используем формулы (3.9.4а), (3.9.4б), (3.9.8), (3.9.10). Учтем также, что при $\varepsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \gg 1$ формула (3.9.8) упрощается следующим образом:

$$\sigma_k = \pi r_e^2 \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \frac{1}{2} + \ln 2\varepsilon \right\}.$$

Расчет с использованием вышеупомянутых формул дает:

1) Энергия электрона $E = 0,51$ МэВ:

$$\sigma_{\text{ф}} = 5 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_{\text{к}} = 3,7 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2,$$

$\sigma_{\text{п}} = 0$, так как энергии недостаточно для образования пары.

2) Энергия электрона $E = 5$ МэВ:

$$\sigma_{\text{ф}} = 1,2 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_{\text{к}} = 1 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_{\text{п}} = 1,1 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2,$$

3) Энергия электрона $E = 25$ МэВ:

$$\sigma_{\text{ф}} = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_{\text{к}} = 3,3 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_{\text{п}} = 6 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2.$$

Задача 3.9.2. Как влияет заряд ядер вещества на абсолютные величины сечений и на относительный вклад отдельных сечений в полное сечение взаимодействия γ -квантов с веществом?

Суммарное сечение взаимодействия гамма-квантов с веществом (см. (3.9.1)):

$$\sigma = \sigma_{\text{ф}} + \sigma_{\text{к}} + \sigma_{\text{п}},$$

где $\sigma_{\text{ф}} \sim Z^5$, $\sigma_{\text{к}} \sim Z$, $\sigma_{\text{п}} \sim Z^2$.

Как видно, абсолютное значение как суммарного, так и парциальных сечений тем больше, чем больше заряд ядра.

Зависимость отдельных сечений от Z объясняется различными механизмами происходящих процессов. Так, фотоэффект особенно существен для тяжелых ядер, где он идет с заметной вероятностью даже при больших энергиях γ -квантов. Фотоэффект возможен только на связанном электроны, и чем меньше связь электрона с атомом по сравнению с энергией фотона, тем менее вероятен фотоэффект. В тяжелых элементах с большими Z электроны связаны кулоновским притяжением ядра сильнее, чем в легких.

Комптон-эффект происходит на атомном электроны, энергия связи которого с атомом несущественна по сравнению с энергией γ -кванта, поэтому электрон можно считать свободными. Число электронов в атоме пропорционально Z , поэтому $\sigma_{\text{к}} \sim Z$.

Задача 3.9.3. Радиоактивный источник, испускающий γ -кванты с энергией 1,5 МэВ, помещен в железный контейнер, ослабляющий интенсивность γ -квантов в 10^6 раз. Чему равна толщина стенок контейнера?

Из таблиц находим, что линейный коэффициент поглощения $\tau(\text{Fe}) = 0,0484 \text{ см}^2/\text{г}$ для энергии фотонов $E_{\gamma} = 1,5$ МэВ. В единицах см^{-1} :

$$\tau(\text{Fe}) [\text{см}^{-1}] = \tau(\text{Fe})[\text{см}^2/\text{г}] \cdot \rho[\text{г}/\text{см}^3] = 0,0484 \cdot 7,87 = 0,3809 \text{ см}^{-1}.$$

Так как интенсивность излучения в поглотителе падает с ростом его толщины x по закону $I = I_0 e^{-\tau x}$, то для толщины стенок контейнера получаем:

$$x = -\frac{1}{\tau} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{1}{0,3809} \ln(10^{-6}) = 36,3 \text{ см.}$$

Задача 3.9.4. Радиоактивный источник испускает две γ -линии с энергиями $E_1 = 170$ кэВ и $E_2 = 450$ кэВ. Интенсивность обеих линий одинакова. Подсчитать отношение интенсивностей γ -линий после прохождения поглотителя из свинца толщиной: 1) 1 мм, 2) 10 мм.

Определим линейные коэффициенты поглощения фотонов в свинце из рис. 3.9.3: $\tau_1(\text{Pb}) = 20 \text{ см}^{-1}$ для $E_1 = 170$ кэВ, $\tau_2(\text{Pb}) = 2,5 \text{ см}^{-1}$ для $E_2 = 450$ кэВ. Так как интенсивность I_0 обеих линий одинакова, для отношения интенсивностей после прохождения поглотителя толщиной x имеем:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-\tau_1 x}}{e^{-\tau_2 x}}.$$

Откуда получаем:

1) $x = 1$ мм:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-\tau_1 x}}{e^{-\tau_2 x}} = \frac{e^{-20 \cdot 0,1}}{e^{-2,5 \cdot 0,1}} = 0,17.$$

2) $x = 10$ мм:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-\tau_1 x}}{e^{-\tau_2 x}} = \frac{e^{-20 \cdot 1}}{e^{-2,5 \cdot 1}} = 2,5 \cdot 10^{-8}.$$

Задача 3.9.5. Какой должна быть толщина стенок алюминиевого контейнера, чтобы в них поглощалось не более 1% γ -квантов с энергией 10 кэВ?

Из таблиц находим, что линейный коэффициент поглощения $\tau(\text{Al}) = 24,3 \text{ см}^2/\text{г}$ для энергии фотонов $E_\gamma = 10$ кэВ. В единицах см^{-1} :

$$\tau(\text{Al})[\text{см}^{-1}] = \tau(\text{Al})[\text{см}^2/\text{г}] \cdot \rho[\text{г}/\text{см}^3] = 24,3 \cdot 2,7 = 65,6 \text{ см}^{-1}.$$

При этом $\frac{I}{I_0} = e^{-\tau x} = 0,99$. Откуда

$$x \leq -\frac{1}{\tau} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{1}{65,6} \ln(0,99) = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ см, т. е. } x \leq 0,015 \text{ мм.}$$

Задача 3.9.6. Интенсивность пучка γ -квантов с энергией 3 МэВ ослабляется свинцовым фильтром толщиной 10 см. Какой должна быть толщина алюминиевого поглотителя, чтобы вызвать такое же ослабление интенсивности пучка γ квантов?

Из рис. 3.9.2 и 3.9.3 находим линейные коэффициенты поглощения: $\tau(\text{Pb}) = 0,45 \text{ см}^{-1}$ для $E_\gamma = 3 \text{ МэВ}$, $\tau(\text{Al}) = 0,09 \text{ см}^{-1}$ для $E_\gamma = 3 \text{ МэВ}$.
Имеем:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\tau(\text{Pb}) \cdot x(\text{Pb})} = e^{-\tau(\text{Al}) \cdot x(\text{Al})}.$$

Откуда

$$x(\text{Al}) = \frac{\tau(\text{Pb}) \cdot x(\text{Pb})}{\tau(\text{Al})} = \frac{0,45 \cdot 10}{0,09} = 50 \text{ см}.$$

Задача 3.9.7. γ -квант с энергией 1,5 МэВ рассеивается на электро-
тлоне на угол 150° . Определить изменение энергии и длины волны
рассеянного γ -кванта.

Изменение длины волны рассеянного γ кванта:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_0(1 - \cos\theta) = 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где $\lambda_0 = \frac{h}{m_e c} = 2,42 \cdot 10^{-10} \text{ см}$ — комптоновская длина волны электро-
на. Имеем

$$\Delta\lambda = 2,42 \cdot 10^{-10} \left(1 - \cos\left(\frac{150\pi}{180}\right)\right) = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ см},$$

энергия рассеянного γ -кванта

$$h\nu' = \frac{h\nu}{\left[1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)\right]} = \frac{1,5}{1 + \frac{1,5}{0,511} \left(1 - \cos\left(\frac{150\pi}{180}\right)\right)} = 0,23 \text{ МэВ}.$$

Итак, изменение энергии γ кванта:

$$\Delta h\nu = h\nu - h\nu' = (1,5 - 0,23) \text{ МэВ} = 1,27 \text{ МэВ}.$$

Задача 3.9.8. Фотон с энергией 10 МэВ рассеялся на покоящем-
ся электро-не. Определить кинетическую энергию электрона после
столкновения, если длина волны рассеянного фотона увеличилась
в два раза.

Увеличение длины волны рассеянного фотона в 2 раза означает,
что его энергия уменьшилась во столько же раз. Тогда кинетическая
энергия электрона после рассеяния равна

$$E_e = h\nu - h\nu' = h\nu \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{h\nu}{2} = \frac{10}{2} \text{ МэВ} = 5 \text{ МэВ}.$$

Задача 3.9.9. Вычислить сечения комптоновского рассеяния для
фотонов с энергией 100 кэВ и 50 МэВ.

Используем формулу (3.9.8), которая при $\varepsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \gg 1$ приобретает
упрощенный вид

$$\sigma_K = \pi r_e^2 \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \frac{1}{2} + \ln 2\varepsilon \right\}.$$

Получаем:

1) Энергия фотонов $E_\gamma = 100$ кэВ:

$$\sigma_k = 4,9 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2.$$

2) Энергия фотонов $E_\gamma = 50$ МэВ:

$$\sigma_k = 1,45 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2.$$

При расчете последнего сечения мы учли, что $\varepsilon = \frac{50}{0,511} = 98 \gg 1$, и использовали упрощенную формулу. Для сравнения: расчет по точной формуле дает $\sigma_k = 1,44 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$.

§3.10. Взаимодействие нейтронов с веществом

3.10.1. Свойства нейтронов различных энергий. Проходя сквозь вещество, нейтроны вызывают различные ядерные реакции и упруго рассеиваются на ядрах. Интенсивностью этих микроскопических процессов, в конечном счете, определяются все макроскопические свойства прохождения нейтронов через вещество, такие, как замедление, диффузия, поглощение и так далее. Так как нейтрон имеет нулевой электрический заряд, он практически не взаимодействует с электронами атомных оболочек. Поэтому атомные характеристики среды не играют никакой роли в распространении нейтронов в веществе. Это чисто ядерный процесс.

Сечения различных нейтрон-ядерных реакций зависят от энергии нейтронов, сильно и нерегулярно изменяются от ядра к ядру при изменении A или Z . Сечения взаимодействия нейтронов с ядрами в среднем растут с уменьшением скорости v (энергии) нейтронов. Этот рост для нейтронов низких энергий описывается законом « $1/v$ » (см. соотношение (1.11.20)).

Нейтроны классифицируют по энергии. Воспроизведем классификацию, представленную в п. 1.11.2:

Медленные: энергия < 1 эВ,

Резонансные: $1 \text{ эВ} \div 10 \text{ кэВ}$,

Промежуточные: $10 \text{ кэВ} \div 1 \text{ МэВ}$,

Быстрые: $1 \text{ МэВ} \div 100 \text{ МэВ}$,

Релятивистские: $> 100 \text{ МэВ}$.

В свою очередь, медленные нейтроны принято подразделять на *тепловые* и *холодные*.

Тепловые нейтроны находятся в тепловом равновесии с атомами среды. Их средние энергии — сотые доли электронвольта. Часто в качестве характерной энергии теплового нейтрона указывают величину $0,025$ эВ, полученную из соотношения

$$E_{\text{тепл}} \approx kT, \quad (3.10.1)$$

где k — постоянная Больцмана, а для абсолютной температуры, соответствующей энергии тепловых нейтронов, использовано значение $T \approx 300$ К, отвечающее комнатной температуре. Таким образом, энергия $E_{\text{тепл}}$ соответствует наиболее вероятной скорости нейтронов, находящихся в тепловом равновесии со средой при комнатной температуре.

Заметим, что скорость медленных нейтронов не так уж мала. Даже нейтрон с энергией 0,025 эВ имеет скорость 2 км/с.

Холодными называют нейтроны с энергиями ниже 0,025 эВ:

$$E_{\text{хол}} < 0,025 \text{ эВ.} \quad (3.10.2)$$

У холодных нейтронов очень сильно проявляются волновые свойства, так как длина волны холодного нейтрона намного больше межатомных расстояний.

Таблица 3.5

Типы нейтронных реакций и их сечения

| Тип реакции | Сечение реакции |
|---------------------------------------|--|
| Реакционный захват (n, γ) | Идет на всех ядрах. Сечение для тепловых нейтронов варьируется в широком интервале от 0,1 до 10^3 и даже 10^4 барн ($^{135}_{54}\text{Xe}$); для быстрых нейтронов — от 0,1 до нескольких барн |
| Упругое рассеяние (n, n) | Сечение варьируется в интервале нескольких барн |
| Неупругое рассеяние (n, n') | Пороговая реакция. Сечение по порядку величины несколько барн |
| (n, p) | Наиболее важные реакции: $n + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^3_1\text{H} + p + 0,76 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\text{тепл. нейтр.}} = 5400 \text{ барн}$; $n + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{14}_6\text{C} + p + 0,63 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\text{тепл. нейтр.}} = 1,75 \text{ барн}$ |
| (n, α) | Наиболее важные реакции: $n + {}^6_3\text{Li} \rightarrow {}^3_1\text{H} + \alpha + 4,78 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\text{тепл. нейтр.}} = 945 \text{ барн}$; $n + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \alpha + 2,79 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\text{тепл. нейтр.}} = 3840 \text{ барн}$ |
| ($n, 2n$) | Пороговая реакция. Порог $\approx 10 \div 15 \text{ МэВ}$. Сечение несколько десятых барна |
| (n, f) | В подавляющем большинстве случаев пороговая реакция. Сечение мало, исключая отдельные случаи — $^{235}_{92}\text{U}$, $^{238}_{92}\text{U}$ и др. |

Нейтроны с энергиями от ≈ 1 эВ до 10 кэВ называют *резонансными*, потому что в этой области энергий для средних и тяжелых ядер полное нейтронное сечение велико, и его зависимость от энергии представляет собой густой частокол резонансов.

Нейтроны с энергиями от 10 кэВ до 1 МэВ называют *промежуточными*. В этой области энергий отдельные резонансы сливаются (исключением являются легкие ядра), и сечения в среднем падают с ростом энергии. К *быстрым* относят нейтроны с энергиями от 1 до 100 МэВ. Нейтроны с энергиями выше 100 МэВ относят к *релятивистским*.

При небольших энергиях (0,01–100 эВ) для получения монохроматических нейтронов можно использовать их дифракцию на кристалле. Зависимость энергии нейтронов от угла их отражения от поверхности кристалла φ дается формулой Брэгга–Вульфа

$$E = \frac{1}{2m} \left(\frac{nh}{2d \sin \varphi} \right)^2, \quad (3.10.3)$$

где m — масса нейтрона, d — расстояние между соседними атомными плоскостями в кристалле, n — целое число (порядок спектра).

В таблице 3.5 приведены порядки величин сечений различных ядерных реакций под действием нейтронов.

Задача 3.10.1. *Определить угол, под которым будут наиболее эффективно отражаться от поверхности кристалла NaCl ($d = 0,28$ нм) нейтроны следующих энергий: 1) 0,01 эВ, 2) 1 эВ?*

Из вышеприведенной формулы (3.10.3) следует, что $\sin \varphi = \frac{nh}{2d\sqrt{2mE}}$, где n — целое число. Т.е. для разных порядков спектра нейтроны с энергией E могут наблюдаться под разными углами:

$$\sin \varphi_1 = \frac{h}{2d\sqrt{2mE}}, \quad \sin \varphi_2 = \frac{2h}{2d\sqrt{2mE}}, \quad \sin \varphi_3 = \frac{3h}{2d\sqrt{2mE}}$$

и так далее, пока $\frac{nh}{2d\sqrt{2mE}} \leq 1$. Итак, имеем:

1) энергия нейтронов $E = 1$ эВ:

$$n \leq \frac{2d\sqrt{2mc^2E}}{hc} = \frac{2 \cdot 0,28 \cdot 10^{-7} \text{ см} \sqrt{2 \cdot 939,6 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1 \text{ эВ}}}{2\pi \cdot 197 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}} = 19,$$

т.е. нейтроны с энергией $E = 1$ эВ можно наблюдать под разными углами для 19-ти порядков спектра. Определим угол, соответствующий первому порядку спектра $n = 1$:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{h}{2d\sqrt{2mE}} = \frac{hc}{2d\sqrt{2mc^2E}} = \\ &= \frac{2\pi \cdot 197 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{2 \cdot 0,28 \cdot 10^{-7} \text{ см} \sqrt{2 \cdot 939,6 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 1 \text{ эВ}}} = 0,05. \end{aligned}$$

Так как угол мал, $\sin \varphi_1 \approx \varphi_1 = 0,05$ рад $\approx 3^\circ$.

2) энергия нейтронов $E = 0,01$ эВ:

$$n \leq \frac{n(E = 1 \text{ эВ})}{10} = 1,9;$$

т. е. нейтроны с энергией $E = 0,01$ эВ можно наблюдать лишь в первом порядке спектра под единственным углом φ :

$$\sin \varphi = \frac{2\pi \cdot 197 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{2 \cdot 0,28 \cdot 10^{-7} \text{ см} \sqrt{2 \cdot 939,6 \cdot 10^6 \text{ эВ} \cdot 0,01 \text{ эВ}}} \approx 0,51.$$

Таким образом, $\varphi \approx 30^\circ$.

Задача 3.10.2. *Каков механизм передачи энергии нейтронов веществу?*

Так как у нейтронов отсутствует электрический заряд, они взаимодействуют главным образом с ядрами атомов вещества. В отличие от протонов, которые не могут эффективно взаимодействовать с ядром при малых энергиях из-за кулоновского барьера, нейтроны даже при низких энергиях способны подойти к ядру на расстояние порядка радиуса действия ядерных сил.

Явления, происходящие при взаимодействии нейтронов с ядрами, зависят от кинетической энергии нейтронов.

Нейтроны с энергиями десятки кэВ и более передают энергию в основном в результате прямых столкновений с атомными ядрами. Для быстрых нейтронов наиболее важным результатом взаимодействия являются упругие (n, n) и неупругие (n, n') столкновения с ядрами. Под действием быстрых нейтронов также эффективно идут реакции типа (n, α) , (n, p) , $(n, 2n)$, реакции деления (n, f) , и др.

Для нейтронов с энергиями доли эВ $\div 10$ кэВ наблюдаются максимумы в сечении взаимодействия при определенных значениях энергий нейтронов, характерных для данного вещества. Основные процессы — рассеяние и замедление нейтронов до тепловых скоростей.

Энергии тепловых нейтронов (сотые доли эВ) не превышают энергии связи атомов в водородосодержащих молекулах. Поэтому в случае, если не происходит ядерной реакции, тепловые нейтроны могут вызвать лишь возбуждения колебательных степеней свободы, что приводит к разогреву вещества.

Важными процессами для тепловых нейтронов являются также ядерные реакции. Наиболее характерные из них — реакции радиационного захвата (n, γ) . При уменьшении энергии нейтронов сечение упругого рассеяния (n, n) остается примерно постоянным на уровне нескольких барн, а сечение (n, γ) растет по закону $\frac{1}{v}$, где v — скорость налетающего нейтрона. Поэтому для очень медленных нейтронов возрастает не только абсолютная, но и относительная роль реакций радиационного захвата.

3.10.2. Замедление нейтронов. Материал данного параграфа дополняет содержание п. 1.11.3. Как уже отмечалось, замедление нейтронов происходит при упругих столкновениях с ядрами. Если до столкновения ядро покоилось, то после столкновения оно приходит в движение, получая от нейтрона некоторую энергию. Поэтому нейтрон замедляется. Однако это замедление не может привести к их полной остановке из-за теплового движения ядер. Энергия теплового движения порядка kT . Если нейтрон замедлился до этой энергии, то при столкновении с ядром он может с равной вероятностью как отдать, так и получить энергию. Нейтроны с энергиями $\approx kT$ находятся в тепловом равновесии со средой. Поглощение и диффузия нейтронов происходят как во время замедления, так и после окончания этого процесса.

Практическая важность процесса замедления обусловлена тем, что в большинстве нейтронных источников (реактор, радон-бериллиевая ампула и др.) нейтроны рождаются в основном с энергиями от десятков кэВ до нескольких МэВ, в то время как большинство важных в прикладном отношении нейтронных реакций, согласно закону « $1/v$ », наиболее интенсивно идет при низких энергиях нейтронов.

Для того чтобы понять основные закономерности процесса замедления нейтронов, рассмотрим сначала среднюю потерю энергии быстрого нейтрона при столкновении с ядром водорода — протоном. Так как массы нейтрона и протона примерно равны, то баланс энергии при столкновении имеет вид

$$E_0 = \frac{Mv^2}{2} = \frac{Mv_n^2}{2} + \frac{Mv_p^2}{2},$$

где E_0 и v — начальная энергия и скорость нейтрона, а v_n и v_p — соответственно скорости нейтрона и протона после столкновения. Поскольку в системе центра инерции рассеяние изотропно, то в среднем протон и нейтрон и в лабораторной системе имеют после столкновения одинаковые энергии (благодаря равенству их масс):

$$E_1 = \frac{\overline{Mv_n^2}}{2} = \frac{\overline{Mv_p^2}}{2} = \frac{E_0}{2}, \quad (3.10.4)$$

где E_1 — средняя энергия нейтрона после столкновения. Таким образом, в водороде энергия нейтрона в среднем уменьшается вдвое при каждом столкновении. Если нейтрон сталкивается не с протоном, а с более тяжелым ядром, то средняя потеря энергии при столкновении уменьшается. При рассеянии нейтрона на ядре с массовым числом A средняя потеря энергии определяется соотношением

$$E_1 = \left(1 - \frac{a}{2}\right) E_0, \quad \text{где } a = \frac{4A}{(A+1)^2}. \quad (3.10.5)$$

Например, если замедлителем является углерод $^{12}_6\text{C}$, то $E_1 \approx \approx (0,8 \div 0,9)E_0$. Таким образом, в углероде энергия нейтрона в среднем будет уменьшаться вдвое лишь после четырех столкновений.

Замедление идет тем эффективнее, чем легче ядра замедлителя. Кроме того, от хорошего замедлителя требуется, чтобы он слабо поглощал нейтроны, т.е. имел малое сечение поглощения. Малые величины имеют сечения поглощения нейтронов дейтерием и кислородом. Поэтому прекрасным замедлителем является тяжелая вода D_2O . Приемлемым, но не таким хорошим замедлителем является и обычная вода H_2O , так как водород поглощает нейтроны заметно интенсивнее, чем дейтерий. Неплохие замедлители также углерод, бериллий, двуокись бериллия.

Важной чертой процесса замедления является то, что потеря энергии на столкновение, согласно (3.10.4), (3.10.5), пропорциональна самой энергии. Так, при столкновении с атомом водорода нейтрон с энергией 1 МэВ в среднем теряет 0,5 МэВ, а нейтрон с энергией в 10 эВ — всего 5 эВ. Поэтому длительность замедления и проходимый при замедлении путь обычно слабо зависят от начальной энергии нейтрона. Некоторым исключением являются водородосодержащие вещества. Сечение взаимодействия *нейтрон-протон* резко падает при повышении энергии выше 100 кэВ. Поэтому длина замедления в водородосодержащих веществах относительно сильно зависит от энергии нейтрона. Время замедления нейтрона невелико. Даже в таком тяжелом замедлителе, как свинец, нейтрон замедляется от энергии 1 МэВ до 1 эВ в среднем за $4 \cdot 10^{-4}$ с.

Важнейшей характеристикой процесса замедления является *длина замедления*, обозначаемая через $\sqrt{\tau}$. Величина τ носит не соответствующее ее размерности название *возраста нейтронов*. Смысл этой величины состоит в том, что

$$\tau = \frac{1}{6} \overline{r_3^2}, \quad (3.10.6)$$

где $\overline{r_3^2}$ — среднеквадратичное расстояние, на которое нейтрон уходит от источника в процессе замедления в интервале энергий от 1 МэВ до 1 эВ. Длина замедления в хороших замедлителях имеет порядок десятков сантиметров (табл. 3.6). Начиная с энергий $0,5 \div 1$ эВ при столкновениях нейтронов с ядрами становится существенной тепловая энергия атомов. Распределение нейтронов начинает стремиться к равновесному, т.е. к максвелловскому:

$$\frac{dN}{dE} \approx e^{-E/kT} \sqrt{E}, \quad \text{где } E \leq 1 \text{ эВ.} \quad (3.10.7)$$

Этот процесс называется *термализацией* нейтронов.

3.10.3. Диффузия нейтронов. Замедленные до тепловых энергий нейтроны диффундируют, распространяясь в веществе во все стороны от источника. Этот процесс приближенно описывается обычным уравнением диффузии с обязательным учетом поглощения, которое для тепловых нейтронов всегда велико. Основной характеристикой

среды, описывающий процесс диффузии, является длина диффузии L , определяемая соотношением

$$L^2 = \frac{1}{6} \overline{r_d^2}, \quad (3.10.8)$$

где $\overline{r_d^2}$ — среднеквадратичное расстояние, на которое уходит тепловой нейтрон в веществе, диффундируя от места рождения до поглощения. Длина диффузии имеет примерно тот же порядок, что и длина замедления $\sqrt{\tau}$. Обе эти величины определяют расстояние от источника, на котором будет заметное количество тепловых нейтронов.

В табл. 3.6 приведены величины τ и L для наиболее часто используемых замедлителей. Из этой таблицы видно, что у обычной воды $\sqrt{\tau} > L$, что указывает на сильное поглощение. У тяжелой воды, наоборот, $L > \sqrt{\tau}$. Поэтому она является лучшим замедлителем.

Величина L зависит не только от собственно диффузии, но и от поглощающих свойств среды. Поэтому L не полностью характеризует процесс диффузии. Дополнительной независимой характеристикой диффузии является среднее время жизни диффундирующего нейтрона.

Таблица 3.6

Характеристики некоторых замедлителей

| Замедлители | τ (см ²) | L (см) |
|---------------------------------|---------------------------|----------|
| H ₂ O (вода) | 31 | 2,72 |
| D ₂ O (тяжелая вода) | 125 | 159 |
| Be (бериллий) | 86 | 21 |
| C (графит) | 313 | 58 |

3.10.4. Альbedo нейтронов. Интересным свойством нейтронов является их способность отражаться от различных веществ. Это отражение не когерентное, а диффузное. Его механизм таков. Нейтрон, попадая в среду, испытывает беспорядочные столкновения с ядрами и при каждом столкновении с ядром может рассеяться в любую сторону. После ряда столкновений нейтрон может вылететь обратно, т.е. отразиться от среды (это может произойти сразу у поверхности среды или в результате многих столкновений). Вероятность такого вылета носит название *альbedo* нейтронов для данной среды. Очевидно, что альbedo тем выше, чем больше сечение рассеяния и чем меньше сечение поглощения нейтронов ядрами среды. Хорошие отражатели отражают до 90% попадающих в них нейтронов, т.е. имеют альbedo до 0,9, в частности, для обычной воды альbedo равно 0,8. Неудивительно поэтому, что отражатели нейтронов широко применяются в ядерных реакторах и других нейтронных установках.

Только что описанный процесс приводит также к тому, что концентрация нейтронов резко снижается вблизи границы среды, в которой они рождаются, так как вероятность для нейтрона уйти наружу велика.

Задача 3.10.3. Средняя энергия нейтронов, испускаемых радий-бериллиевым источником в реакции ${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$, равна 6 МэВ. Оценить среднее количество актов рассеяния нейтрона на ядрах водорода, необходимое для уменьшения его энергии до тепловой.

Как было показано выше, средняя энергия, теряемая нейтроном с начальной энергией E_0 в столкновении с протоном, равна $\frac{E_0}{2}$. Тогда после второго соударения средняя энергия нейтронов будет $\frac{E_0}{(2)^2}$. Рассуждая аналогично, получим, что после n -го соударения средняя энергия нейтронов будет $\frac{E_0}{(2)^n}$. Отсюда можно получить, что число соударений, необходимое для замедления нейтронов с энергией E_0 до энергии E , равно:

$$n = \log_2 \frac{E_0}{E} = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E}\right)}{\ln 2} \approx 1,4 \ln\left(\frac{E_0}{E}\right).$$

Подставляя значения $E_0 = 6$ МэВ и $E = E_{\text{тепл}} = 0,025$ эВ, получим:

$$n \approx 1,4 \ln\left(\frac{6 \cdot 10^6}{0,025}\right) = 27 \text{ столкновений.}$$

Этот результат полезно сравнить с результатом задачи 1.11.9.

Задача 3.10.4. Сечение захвата $\sigma_{\text{захв}}$ тепловых нейтронов ядрами железа 2,5 б, плотность железа 7,8 г/см³. Оценить длину свободного пробега тепловых нейтронов в железе.

Ослабление потока нейтронов тонким слоем вещества происходит по экспоненциальному закону $I = I_0 \cdot e^{-n\sigma x}$, где I_0 и I — значения плотности потока нейтронов до и после прохождения слоя вещества толщиной x , $n = \frac{\rho N_A}{A}$ — число ядер в единице объема вещества, σ — полное сечение взаимодействия нейтронов с веществом.

Длина свободного пробега нейтронов в веществе $L = \frac{1}{n\sigma}$. Полагая $\sigma \approx \sigma_{\text{захв}}$, получаем

$$L = \frac{1}{n\sigma} = \frac{A}{\rho N_A \sigma} = \frac{56 \text{ г}}{7,8 \text{ г/см}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2,5 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2} = 4,8 \text{ см.}$$

Задача 3.10.5. Какая доля падающего пучка тепловых нейтронов поглотится в листе железа толщиной 1 см? Плотность железа 7,8 г/см³. Сечение захвата $\sigma_{\text{захв}}$ тепловых нейтронов ядрами железа 2,5 б.

Отношение плотности потока нейтронов после прохождения слоя вещества толщиной x к плотности падающего потока дается формулой (см. предыдущую задачу)

$$\frac{I}{I_0} = e^{-n\sigma x}$$

($n = \frac{\rho N_A}{A}$ — число ядер в единице объема вещества, σ — полное сечение взаимодействия нейтронов с веществом). Полагая $\sigma \approx \sigma_{\text{захв}}$, имеем

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(\frac{-7,8 \text{ г/см}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2,5 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 \cdot 1 \text{ см}}{56 \text{ г}}\right) \approx 0,81.$$

Задача 3.10.6. Какой толщины должен быть слой ^{10}B , чтобы поглотить 99% падающего пучка тепловых нейтронов? Сечение захвата тепловых нейтронов ядром ^{10}B около 4000 б. Плотность бора составляет 2,4 г/см³. Насколько возрастет толщина поглотителя, если его сделать из природного бора? Сечение захвата тепловых нейтронов ядром ^{11}B равно 50 мб.

Вновь используем формулу

$$\frac{I}{I_0} = e^{-n\sigma x}.$$

В случае поглощения 99% падающего пучка $\frac{I}{I_0} = 0,01$. Поэтому для поглотителей из чистых изотопов ^{10}B и ^{11}B имеем:

$$x(^{10}\text{B}) = \frac{-\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{n_{10\text{B}}\sigma_{10\text{B}}} = \frac{-A_{10\text{B}} \cdot \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\rho N_A \sigma_{10\text{B}}} = 0,008 \text{ см.}$$

$$x(^{11}\text{B}) = \frac{-\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{n_{11\text{B}}\sigma_{11\text{B}}} = \frac{-A_{11\text{B}} \cdot \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\rho N_A \sigma_{11\text{B}}} \approx 700 \text{ см.}$$

Природный бор содержит 20% ядер ^{10}B ($\delta_{10} \approx 0,2$) и 80% ядер ^{11}B ($\delta_{11} \approx 0,8$). В этом случае толщина поглотителя рассчитывается с помощью выражения

$$x(\text{природный бор}) = \frac{-A_{\text{бор}} \cdot \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\rho N_A \sigma_{\text{бор}}},$$

где $A_{\text{бор}} = (\delta_{10} \cdot A_{10\text{B}} + \delta_{11} \cdot A_{11\text{B}})$ и $\sigma_{\text{бор}} = (\delta_{10} \cdot \sigma_{10\text{B}} + \delta_{11} \cdot \sigma_{11\text{B}})$. Вычисления дают:

$$x(\text{природный бор}) \approx 0,04 \text{ см.}$$

Таким образом, для тепловых нейтронов толщина поглотителя из природного бора примерно в 5 раз превышает толщину поглотителя из чистого изотопа ^{10}B . Этот результат можно было получить сразу, учтя,

что сечение захвата тепловых нейтронов ядрами ^{10}B (4000 б) во много раз превышает аналогичное сечение для ядер ^{11}B (0,05 б). Поэтому присутствующие в природной смеси ядра ^{11}B (даже имея в ней 80%-е содержание) практически не участвуют в захвате нейтронов. Они лишь в 5 раз снижают концентрацию захватывающих нейтроны ядер ^{10}B в поглотителе из природного бора. В этой связи и толщина поглотителя из природного бора возрастет в 5 раз по сравнению с толщиной поглотителя из чистого изотопа ^{10}B .

Задача 3.10.7. Пучок нейтронов с энергией 0,5 МэВ падает на алюминиевую фольгу толщиной 1 мм. Определить, какая часть нейтронов пучка будет захвачена ядрами фольги, если сечение захвата ядрами ^{27}Al нейтронов указанной энергии равно $2 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$. Плотность алюминия $2,7 \text{ г/см}^3$.

Плотность потока нейтронов, прошедших сквозь фольгу:

$$I_{\text{прош}} = I_0 \cdot e^{-n\sigma x}.$$

Плотность потока, поглощенная в фольге:

$$I_{\text{погл}} = I_0 - I_{\text{прош}} = I_0 (1 - e^{-n\sigma x}).$$

$$\frac{I_{\text{погл}}}{I_0} = 1 - e^{-n\sigma x} = 1 - \exp\left(\frac{-\rho N_A \sigma \cdot x}{A}\right) = 1,2 \cdot 10^{-4}.$$

Приложение 1

ТАБЛИЦА ИЗБРАННЫХ ИЗОТОПОВ

Таблица содержит сведения о 221 нуклиде (121 стабильном и 100 радиоактивных). Приведено, по крайней мере, по одному изотопу каждого элемента, в числе которых указывается и наиболее распространенный стабильный изотоп. Приведены следующие характеристики: порядковый номер элемента Z (число протонов), массовое число A (число нуклонов), спин и четность основного состояния J^P , масса ядра, его избыток массы Δ , распространенность в естественной смеси изотопов (для стабильных нуклидов) и тип распада (для радиоактивных нуклидов). Для последней категории ядер в крайнем правом столбце дан период полураспада $t_{1/2}$.

Типы радиоактивного распада обозначаются следующим образом:

β — β -распад,

e — захват электрона или β^+ -распад,

α — испускание α -частиц,

f — спонтанное деление,

2β — двойной β^- -распад ($\beta^-\beta^-$).

Если указано более одного способа распада, то они приведены в порядке убывания их вероятности (доминирующий распад указан первым). Распады с относительной вероятностью $< 1\%$ не приводятся.

Рецепт получения из избытков масс ядер $\Delta(A, Z)$ их масс $M(A, Z)$, энергий связи $W(A, Z)$, энергий отделения нуклонов B_n, B_p и более сложных частиц описан в п. 1.7.3.

Источники данных для таблицы — [15, 16].

Избранные изотопы

| Z, A | Элемент, Символ | J^P | Масса ядра, МэВ | Избыток массы Δ , МэВ | Распростра- ненность (%) или тип распада | $t_{1/2}$ |
|--------|--------------------|---------|--------------------|------------------------------------|---|------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 0, 1 | Нейтрон, n | $1/2^+$ | 939,565 | 8,071 | β | 10,23 мин |
| 1, 1 | Водород, H | $1/2^+$ | 938,272 | 7,289 | 99,985 | — |
| 1, 2 | Дейтерий, D | 1^+ | 1875,61 | 13,136 | 0,015 | — |
| 1, 3 | Тритий, T | $1/2^+$ | 2808,92 | 14,950 | β | 12,32 лет |
| 2, 3 | Гелий, He | $1/2^+$ | 2808,39 | 14,931 | 0,000137 | — |
| 2, 4 | | 0^+ | 3727,38 | 2,425 | 99,999863 | — |
| 3, 6 | Литий, Li | 1^+ | 5601,52 | 14,087 | 7,59 | — |
| 3, 7 | | $3/2^-$ | 6533,83 | 14,908 | 92,41 | — |
| 4, 7 | Бериллий, Be | $3/2^-$ | 6534,18 | 15,770 | e | 53,22 дн |
| 4, 8 | | 0^+ | 7454,85 | 4,942 | α | $0,8 \cdot 10^{-16}$ с |
| 4, 9 | | $3/2^-$ | 8392,75 | 11,348 | 100 | — |
| 5, 10 | Бор, B | 3^+ | 9324,44 | 12,051 | 19,8 | — |
| 5, 11 | | $3/2^-$ | 10252,55 | 8,668 | 80,2 | — |
| 5, 12 | | 1^+ | 11188,74 | 13,369 | β | 20,20 мс |
| 6, 11 | Углерод, C | $3/2^-$ | 10254,02 | 10,650 | e | 20,334 мин |
| 6, 12 | | 0^+ | 11174,86 | 0 | 98,89 | — |
| 6, 13 | | $1/2^-$ | 12109,48 | 3,125 | 1,11 | — |
| 6, 14 | | 0^+ | 13040,87 | 3,020 | β | 5700 лет |
| 6, 16 | | 0^+ | 14914,53 | 13,694 | β | 0,747 с |
| 7, 13 | Азот, N | $1/2^-$ | 12111,19 | 5,345 | e | 9,965 мин |
| 7, 14 | | 1^+ | 13040,20 | 2,863 | 99,634 | — |
| 7, 15 | | $1/2^-$ | 13968,93 | 0,101 | 0,366 | — |
| 7, 16 | | 2^- | 14906,01 | 5,684 | β | 7,13 с |
| 8, 15 | Кислород, O | $1/2^-$ | 13971,18 | 2,856 | e | 122,24 с |
| 8, 16 | | 0^+ | 14895,08 | -4,737 | 99,762 | — |
| 8, 17 | | $5/2^+$ | 15830,50 | -0,809 | 0,038 | — |
| 8, 18 | | 0^+ | 16762,02 | -0,781 | 0,200 | — |
| 9, 19 | Фтор, F | $1/2^+$ | 17692,30 | -1,487 | 100 | — |
| 10, 20 | Неон, Ne | 0^+ | 18617,73 | -7,042 | 90,48 | — |
| 10, 21 | | $3/2^+$ | 19550,53 | -5,732 | 0,27 | — |
| 10, 22 | | 0^+ | 20479,73 | -8,025 | 9,25 | — |
| 11, 22 | Натрий, Na | 3^+ | 20482,07 | -5,182 | e | 2,6027 лет |
| 11, 23 | | $3/2^+$ | 21409,21 | -9,530 | 100 | — |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------|--------------|---------|----------|---------|------------------------|-------------------------|
| 12, 23 | Магний, Mg | $3/2^+$ | 21412,76 | -5,474 | e | 11,317 с |
| 12, 24 | | 0^+ | 22335,79 | -13,934 | 78,99 | — |
| 12, 25 | | $5/2^+$ | 23268,03 | -13,193 | 10,00 | — |
| 12, 26 | | 0^+ | 24196,50 | -16,215 | 11,01 | — |
| 13, 26 | Алюминий, Al | 5^+ | 24199,99 | -12,210 | e | $7,17 \cdot 10^5$ лет |
| 13, 27 | | $5/2^+$ | 25126,50 | -17,197 | 100 | — |
| 14, 28 | Кремний, Si | 0^+ | 26053,19 | -21,493 | 92,230 | — |
| 14, 29 | | $1/2^+$ | 26984,28 | -21,895 | 4,683 | — |
| 14, 30 | | 0^+ | 27913,23 | -24,433 | 3,087 | — |
| 14, 31 | | $3/2^+$ | 28846,21 | -22,949 | β | 157,3 мин |
| 15, 31 | Фосфор, P | $1/2^+$ | 28844,21 | -24,441 | 100 | — |
| 15, 32 | | 1^+ | 29775,84 | -24,305 | β | 14,262 дн |
| 16, 32 | Сера, S | 0^+ | 29773,62 | -26,016 | 95,02 | — |
| 16, 33 | | $3/2^+$ | 30704,54 | -26,586 | 0,75 | — |
| 16, 34 | | 0^+ | 31632,69 | -29,932 | 4,21 | — |
| 16, 35 | | $3/2^+$ | 32565,27 | -28,846 | β | 87,51 дн |
| 17, 35 | Хлор, Cl | $3/2^+$ | 32564,59 | -29,014 | 75,77 | — |
| 17, 36 | | 2^+ | 33495,58 | -29,522 | β | $3,01 \cdot 10^5$ лет |
| 17, 37 | | $3/2^+$ | 34424,83 | -31,761 | 24,23 | — |
| 18, 36 | Аргон, Ar | 0^+ | 33494,36 | -30,232 | 0,3365 | — |
| 18, 38 | | 0^+ | 35352,86 | -34,715 | 0,0632 | — |
| 18, 40 | | 0^+ | 37215,52 | -35,040 | 99,6003 | — |
| 19, 39 | Калий, K | $3/2^+$ | 36284,75 | -33,807 | 93,2581 | — |
| 19, 40 | | 4^- | 37216,52 | -33,535 | $0,0117, \beta, e$ | $1,248 \times 10^9$ лет |
| 19, 41 | | $3/2^+$ | 38145,99 | -35,559 | 6,7302 | — |
| 20, 40 | Кальций, Ca | 0^+ | 37214,69 | -34,846 | 96,94 | — |
| 20, 41 | | $7/2^-$ | 38145,90 | -35,138 | e | $1,02 \times 10^5$ лет |
| 20, 42 | | 0^+ | 39073,98 | -38,547 | 0,647 | — |
| 20, 44 | | 0^+ | 40934,05 | -41,468 | 2,09 | — |
| 20, 46 | | 0^+ | 42795,37 | -43,135 | 0,004 | — |
| 20, 48 | | 0^+ | 44657,28 | -44,214 | $0,187, 2\beta, \beta$ | $1,9 \cdot 10^{19}$ лет |
| 21, 45 | Скандий, Sc | $7/2^-$ | 41865,43 | -41,068 | 100 | — |
| 22, 48 | Титан, Ti | 0^+ | 44651,98 | -48,488 | 73,72 | — |
| 23, 51 | Ванадий, V | $7/2^-$ | 47442,24 | -52,201 | 99,750 | — |
| 24, 52 | Хром, Cr | 0^+ | 48370,01 | -55,417 | 83,789 | — |
| 24, 53 | | $3/2^-$ | 49301,63 | -55,285 | 9,501 | — |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------|-----------------|------------------|----------|---------|----------|---------------------------|
| 25, 55 | Марганец, Mn | 5/2 ⁻ | 51161,69 | -57,711 | 100 | — |
| 26, 56 | Железо, Fe | 0 ⁺ | 52089,77 | -60,605 | 91,754 | — |
| 26, 57 | | 1/2 ⁻ | 53021,69 | -60,180 | 2,119 | — |
| 27, 56 | Кобальт, Co | 4 ⁺ | 52093,83 | -56,039 | <i>e</i> | 77,233 дн |
| 27, 59 | | 7/2 ⁻ | 54882,12 | -62,228 | 100 | — |
| 27, 60 | | 5 ⁺ | 55814,19 | -61,649 | <i>β</i> | 1925,28 дн |
| 28, 56 | Никель, Ni | 0 ⁺ | 52095,45 | -53,900 | <i>e</i> | 6,075 дн |
| 28, 58 | | 0 ⁺ | 53952,12 | -60,228 | 68,077 | — |
| 28, 60 | | 0 ⁺ | 55810,86 | -64,472 | 26,223 | — |
| 28, 62 | | 0 ⁺ | 57671,57 | -66,746 | 3,634 | — |
| 29, 63 | Медь, Cu | 3/2 ⁻ | 58603,72 | -65,579 | 69,17 | — |
| 29, 65 | | 3/2 ⁻ | 60465,03 | -67,264 | 30,83 | — |
| 30, 64 | Цинк, Zn | 0 ⁺ | 59534,28 | -66,004 | 48,63 | — |
| 30, 66 | | 0 ⁺ | 61394,37 | -68,899 | 27,90 | — |
| 30, 68 | | 0 ⁺ | 63256,25 | -70,007 | 18,75 | — |
| 31, 69 | Галлий, Ga | 3/2 ⁻ | 64187,92 | -69,328 | 60,108 | — |
| 31, 71 | | 3/2 ⁻ | 66050,09 | -70,140 | 39,892 | — |
| 32, 70 | Германий, Ge | 0 ⁺ | 65117,66 | -70,563 | 20,37 | — |
| 32, 72 | | 0 ⁺ | 66978,63 | -72,586 | 27,31 | — |
| 32, 74 | | 0 ⁺ | 68840,78 | -73,422 | 36,73 | — |
| 33, 75 | Мышьяк, As | 3/2 ⁻ | 69772,16 | -73,032 | 100 | — |
| 34, 78 | Селен, Se | 0 ⁺ | 72562,13 | -77,026 | 23,77 | — |
| 34, 80 | | 0 ⁺ | 74424,39 | -77,760 | 49,61 | — |
| 35, 79 | Бром, Br | 3/2 ⁻ | 73494,07 | -76,068 | 50,69 | — |
| 35, 81 | | 3/2 ⁻ | 75355,15 | -77,975 | 49,31 | — |
| 36, 84 | Криптон, Kr | 0 ⁺ | 78144,67 | -82,431 | 57,00 | — |
| 37, 85 | Рубидий, Rb | 5/2 ⁻ | 79075,92 | -82,167 | 72,17 | — |
| 38, 88 | Стронций, Sr | 0 ⁺ | 81864,13 | -87,922 | 82,58 | — |
| 38, 90 | | 0 ⁺ | 83729,10 | -85,942 | <i>β</i> | 28,90 лет |
| 38, 95 | | 1/2 ⁺ | 88397,40 | -75,117 | <i>β</i> | 23,90 с |
| 39, 89 | Иттрий, Y | 1/2 ⁻ | 82795,34 | -87,702 | 100 | — |
| 40, 90 | Цирконий, Zr | 0 ⁺ | 83725,25 | -88,767 | 51,45 | — |
| 41, 93 | Ниобий, Nb | 9/2 ⁺ | 86520,78 | -87,208 | 100 | — |
| 42, 98 | Молибден, Mo | 0 ⁺ | 91176,84 | -88,112 | 24,13 | — |
| 43, 98 | Технеций, Tc | (6) ⁺ | 91178,01 | -86,428 | <i>β</i> | 4,2 · 10 ⁶ лет |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------|---------------|------------------|-----------|---------|------------------|------------------------------|
| 44, 102 | Рутений, Ru | 0 ⁺ | 94900,81 | -89,098 | 31,55 | — |
| 45, 103 | Родий, Rh | 1/2 ⁻ | 95832,87 | -88,022 | 100 | — |
| 45, 104 | | 1 ⁺ | 96765,43 | -86,950 | β | 42,3 с |
| 46, 106 | Палладий, Pd | 0 ⁺ | 98624,96 | -89,902 | 27,33 | — |
| 47, 107 | Серебро, Ag | 1/2 ⁻ | 99557,44 | -88,402 | 51,839 | — |
| 47, 108 | | 1 ⁺ | 100489,73 | -87,602 | β, e | 2,37 мин |
| 47, 109 | | 1/2 ⁻ | 101420,11 | -88,723 | 48,161 | — |
| 47, 110 | | 1 ⁺ | 102352,86 | -87,461 | β | 24,6 с |
| 48, 114 | Кадмий, Cd | 0 ⁺ | 106075,77 | -90,021 | 28,73 | — |
| 49, 114 | Индий, In | 1 ⁺ | 106076,71 | -88,572 | β | 71,9 с |
| 49, 115 | | 9/2 ⁺ | 107007,23 | -89,537 | 95,71, β | 4,41 · 10 ¹⁴ лет |
| 50, 114 | Олово, Sn | 0 ⁺ | 106074,21 | -90,561 | 0,66 | — |
| 50, 118 | | 0 ⁺ | 109799,09 | -91,656 | 24,22 | — |
| 50, 119 | | 1/2 ⁺ | 110732,17 | -90,068 | 8,59 | — |
| 50, 120 | | 0 ⁺ | 111662,62 | -91,105 | 32,58 | — |
| 51, 121 | Сурьма, Sb | 5/2 ⁺ | 112595,12 | -89,595 | 57,21 | — |
| 51, 123 | | 7/2 ⁺ | 114458,48 | -89,224 | 42,79 | — |
| 52, 130 | Теллур, Te | 0 ⁺ | 120980,30 | -87,351 | 34,08, 2 β | > 5 · 10 ²³ лет |
| 53, 127 | Йод, I | 5/2 ⁺ | 118183,67 | -88,983 | 100 | — |
| 53, 131 | | 7/2 ⁺ | 121911,19 | -87,444 | β | 8,0252 дн |
| 54, 132 | Ксенон, Xe | 0 ⁺ | 122840,33 | -89,281 | 26,909 | — |
| 54, 136 | | 0 ⁺ | 126569,17 | -86,425 | 8,857, 2 β | > 2,4 · 10 ²¹ лет |
| 54, 139 | | 3/2 ⁻ | 129374,43 | -75,64 | β | 39,68 с |
| 55, 133 | Цезий, Cs | 7/2 ⁺ | 123772,53 | -88,071 | 100 | — |
| 55, 137 | | 7/2 ⁺ | 127500,03 | -86,546 | β | 30,08 лет |
| 56, 138 | Барий, Ba | 0 ⁺ | 128429,29 | -88,262 | 71,698 | — |
| 57, 139 | Лантан, La | 7/2 ⁺ | 129361,31 | -87,231 | 99,910 | — |
| 58, 140 | Церий, Ce | 0 ⁺ | 130291,44 | -88,083 | 88,450 | — |
| 59, 141 | Празеодим, Pr | 5/2 ⁺ | 131224,48 | -86,021 | 100 | — |
| 60, 142 | Неодим, Nd | 0 ⁺ | 132155,53 | -85,955 | 27,2 | — |
| 60, 144 | | 0 ⁺ | 134020,72 | -83,753 | 23,8, α | 2,29 · 10 ¹⁵ лет |
| 61, 145 | Прометий, Pm | 5/2 ⁺ | 134954,19 | -81,274 | e | 17,7 лет |
| 62, 152 | Самарий, Sm | 0 ⁺ | 141480,64 | -74,769 | 26,75 | — |
| 63, 151 | Европий, Eu | 5/2 ⁺ | 140548,74 | -74,659 | 47,81, α | ≥ 1,7 · 10 ¹⁸ лет |
| 63, 153 | | 5/2 ⁺ | 142413,02 | -73,373 | 52,19 | — |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------|---------------|------------------|-----------|---------|-----------------|------------------------------|
| 64, 158 | Гадолиний, Gd | 0 ⁺ | 147072,65 | -70,697 | 24,84 | — |
| 65, 159 | Тербий, Tb | 3/2 ⁺ | 148004,79 | -69,539 | 100 | — |
| 66, 164 | Диспрозий, Dy | 0 ⁺ | 152665,32 | -65,973 | 28,18 | — |
| 67, 165 | Гольмий, Ho | 7/2 ⁻ | 153597,37 | -64,905 | 100 | — |
| 68, 166 | Эрбий, Er | 0 ⁺ | 154528,33 | -64,932 | 33,503 | — |
| 69, 169 | Тулий, Tm | 1/2 ⁺ | 157325,95 | -61,280 | 100 | — |
| 70, 174 | Иттербий, Yb | 0 ⁺ | 161987,24 | -56,950 | 31,83 | — |
| 71, 175 | Лютеций, Lu | 7/2 ⁺ | 162920,00 | -55,171 | 97,41 | — |
| 71, 176 | | 7 ⁻ | 163853,28 | -53,387 | 2,59, β | 3,76 · 10 ¹⁰ лет |
| 72, 180 | Гафний, Hf | 0 ⁺ | 167582,34 | -49,788 | 35,08 | — |
| 73, 181 | Тантал, Ta | 7/2 ⁺ | 168514,67 | -48,442 | 99,988 | — |
| 74, 184 | Вольфрам, W | 0 ⁺ | 171311,37 | -45,707 | 30,64, α | > 2,9 · 10 ¹⁹ лет |
| 75, 185 | Рений, Re | 5/2 ⁺ | 172244,24 | -43,822 | 37,40 | — |
| 75, 187 | | 5/2 ⁺ | 174109,84 | -41,216 | 62,60, β | 4,12 · 10 ¹⁰ лет |
| 76, 191 | Осмий, Os | 9/2 ⁻ | 177840,13 | -36,394 | β | 15,4 дн |
| 76, 192 | | 0 ⁺ | 178772,13 | -35,881 | 40,93 | — |
| 77, 191 | Иридий, Ir | 3/2 ⁺ | 177839,30 | -36,706 | 37,3 | — |
| 77, 193 | | 3/2 ⁺ | 179704,46 | -34,534 | 62,7 | — |
| 78, 195 | Платина, Pt | 1/2 ⁻ | 181568,68 | -32,797 | 33,832 | — |
| 79, 197 | Золото, Au | 3/2 ⁺ | 183432,81 | -31,141 | 100 | — |
| 80, 198 | Ртуть, Hg | 0 ⁺ | 184363,98 | -30,954 | 9,97 | — |
| 80, 202 | | 0 ⁺ | 188093,56 | -27,346 | 29,86 | — |
| 81, 203 | Таллий, Tl | 1/2 ⁺ | 189026,13 | -25,761 | 29,524 | — |
| 81, 205 | | 1/2 ⁺ | 190891,06 | -23,821 | 70,476 | — |
| 81, 206 | | 0 ⁻ | 191824,12 | -22,253 | β | 4,202 мин |
| 81, 208 | | 5 ⁺ | 193692,61 | -16,750 | β | 3,053 мин |
| 82, 206 | Свинец, Pb | 0 ⁺ | 191822,08 | -23,785 | 24,1 | — |
| 82, 207 | | 1/2 ⁻ | 192754,91 | -22,452 | 22,1 | — |
| 82, 208 | | 0 ⁺ | 193687,10 | -21,749 | 52,4 | — |
| 82, 209 | | 9/2 ⁺ | 194622,73 | -17,614 | β | 3,253 ч |
| 82, 210 | | 0 ⁺ | 195557,11 | -14,728 | β | 22,20 лет |
| 82, 211 | | 9/2 ⁺ | 196492,84 | -10,491 | β | 36,1 мин |
| 82, 212 | | 0 ⁺ | 197427,28 | -7,547 | β | 10,64 ч |
| 82, 214 | | 0 ⁺ | 199297,63 | -0,181 | β | 26,8 мин |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------|-----------------|---------------------|-----------|---------|-------------------|----------------------------|
| 83, 209 | Висмут, Bi | 9/2 ⁻ | 194621,58 | -18,258 | 100 | — |
| 83, 210 | | 1 ⁻ | 195556,54 | -14,792 | β | 5,012 дн |
| 83, 211 | | 9/2 ⁻ | 196490,96 | -11,858 | α | 2,14 мин |
| 83, 212 | | 1(-) | 197426,20 | -8,117 | β, α | 60,55 мин |
| 84, 210 | Полоний, Po | 0 ⁺ | 195554,86 | -15,953 | α | 138,376 дн |
| 84, 214 | | 0 ⁺ | 199292,32 | -4,470 | α | 164,3 мкс |
| 85, 218 | Астат, At | | 203030,36 | 8,10 | α | 1,5 с |
| 86, 222 | Радон, Rn | 0 ⁺ | 206764,10 | 16,374 | α | 3,8235 дн |
| 87, 223 | Франций, Fr | 3/2(-) | 207697,09 | 18,384 | β | 22,00 мин |
| 88, 226 | Радий, Ra | 0 ⁺ | 210496,35 | 23,669 | α | 1600 лет |
| 89, 227 | Актиний, Ac | 3/2 ⁻ | 211429,51 | 25,851 | β, α | 21,772 лет |
| 90, 228 | Торий, Th | 0 ⁺ | 212361,41 | 26,772 | α | 1,9116 лет |
| 90, 232 | | 0 ⁺ | 216096,07 | 35,448 | 100, α | 1,40·10 ¹⁰ лет |
| 91, 231 | Протактиний, Pa | 3/2 ⁻ | 215162,04 | 33,426 | α | 3,276·10 ⁴ лет |
| 92, 232 | Уран, U | 0 ⁺ | 216094,21 | 34,611 | α | 68,9 лет |
| 92, 233 | | 5/2 ⁺ | 217028,01 | 36,920 | α | 1,592·10 ⁵ лет |
| 92, 235 | | 7/2 ⁻ | 218895,00 | 40,921 | 0,7204, α | 7,04·10 ⁸ лет |
| 92, 236 | | 0 ⁺ | 219828,02 | 42,446 | α | 2,342·10 ⁷ лет |
| 92, 238 | | 0 ⁺ | 221695,87 | 47,309 | 99,2742, α | 4,468·10 ⁹ лет |
| 92, 239 | | 5/2 ⁺ | 222630,63 | 50,574 | β | 23,45 мин |
| 93, 239 | Нептуний, Np | 5/2 ⁺ | 222628,86 | 49,312 | β | 2,356 дн |
| 94, 236 | Плутоний, Pu | 0 ⁺ | 219827,45 | 42,903 | α | 2,858 лет |
| 94, 239 | | 1/2 ⁺ | 222627,62 | 48,590 | α | 2,4110·10 ⁴ лет |
| 95, 243 | Америций, Am | 5/2 ⁻ | 226361,67 | 57,176 | α | 7370 лет |
| 96, 245 | Кюрий, Cm | 7/2 ⁺ | 228227,98 | 61,005 | α | 8500 лет |
| 97, 247 | Берклий, Bk | (3/2 ⁻) | 230094,94 | 65,491 | α | 1380 лет |
| 98, 249 | Калифорний, Cf | 9/2 ⁻ | 231961,65 | 69,726 | α | 351 лет |
| 99, 254 | Эйнштейний, Es | (7 ⁺) | 236630,88 | 81,992 | α | 275,7 дн |
| 100, 253 | Фермий, Fm | (1/2 ⁺) | 235696,23 | 79,350 | e, α | 3,00 дн |
| 101, 255 | Менделевий, Md | (7/2 ⁻) | 237564,20 | 84,843 | e, α | 27 мин |
| 102, 255 | Нобелий, No | (1/2 ⁺) | 237565,70 | 86,85 | α, e | 3,1 мин |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------|-------------------------|----------------|-----------|--------|----------------|---------|
| 103, 257 | Лоуренсий, Lr | | 239434,07 | 92,7 | α | 0,646 с |
| 104, 261 | Резерфордий, Rf | | 243168,11 | 101,32 | α, e, f | 65 с |
| 105, 262 | Дубний, Db | | 244104,04 | 106,3 | α, f | 35 с |
| 106, 263 | Сиборгий, Sg | | 245038,98 | 110,2 | α, f | 1,0 с |
| 107, 265 | Борий, Bh | | 246907,83 | 116,6 | α | 0,9 с |
| 108, 264 | Хассий, Hs | 0 ⁺ | 245978,83 | 119,60 | α, f | 0,8 мс |
| 109, 267 | Мейтнерий, Mt | | 248781,10 | 127,9 | $\alpha?$ | 10 мс |
| 110, 271 | Дармштад- тый, Ds | | 252514,72 | 136,1 | α | 1,63 мс |
| 111, 273 | Рентгений, Rg | | 254384,34 | 143,2 | $\alpha?$ | 5 мс |
| 112, 277 | Коперниций, Cn | | 258119,32 | 152,7 | α | 0,69 мс |
| 113, 285 | | | 265584,55 | 166,5 | $\alpha?, f?$ | 2 мин |
| 114, 288 | Флеровий, Fl | 0 ⁺ | 268385,02 | 173,0 | α | 0,8 с |
| 115, 291 | | | 271187,09 | 181,1 | $\alpha?, f?$ | 1 мин |
| 116, 290 | Ливерморий, Lv | 0 ⁺ | 270258,98 | 185,0 | α | 15 мс |
| 117, 291 | | | 271197,37 | 192,4 | $\alpha?, f?$ | 10 мс |
| 117, 292 | | | 272129,76 | 193,3 | $\alpha?, f?$ | 50 мс |
| 118, 294 | | 0 ⁺ | | | α | 1,8 мс |

Приложение 2

ТАБЛИЦЫ ЧАСТИЦ

(по данным [17])

Калибровочные (фундаментальные) бозоны

| Частица | Масса, mc^2 | Ширина распада Γ (время жизни $\tau \approx \hbar/\Gamma$) | Спин- четность, изоспин $J^P(I)$ | Основные моды распада |
|----------------|-----------------|--|---|---|
| γ | $< 10^{-18}$ эВ | стабилен | $1^-(0, 1)$ | |
| W^\pm | 80,39 ГэВ | $\Gamma = 2,1$ ГэВ | 1 | $e\nu, \mu\nu, \tau\nu, \text{адроны}$ |
| Z | 91,19 ГэВ | $\Gamma = 2,50$ ГэВ | 1 | $e^+e^-, \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-, \text{адроны}$ |
| g (глюон) | 0 | | $1^-(0)$ | |
| гравитон | 0 | | 2 | |

Лептоны ($J = 1/2$)

| Частица | Масса, mc^2 | Время жизни | Лептонный заряд | | | Основные моды распада |
|------------|---------------|---------------------------|-----------------|---------|----------|---|
| | | | L_e | L_μ | L_τ | |
| ν_e | < 2 эВ | стабильно | +1 | 0 | 0 | |
| ν_μ | $< 0,19$ МэВ | стабильно | 0 | +1 | 0 | |
| ν_τ | $< 18,2$ МэВ | стабильно | 0 | 0 | +1 | |
| e^- | 0,511 МэВ | $> 4,6 \cdot 10^{26}$ лет | +1 | 0 | 0 | |
| μ^- | 105,66 МэВ | $2,2 \cdot 10^{-6}$ с | 0 | +1 | 0 | $e\bar{\nu}$ |
| τ^- | 1777 МэВ | $2,9 \cdot 10^{-13}$ с | 0 | 0 | +1 | $\text{адроны} + \nu, \mu\bar{\nu}, e\bar{\nu}$ |

Кварки ($J^P = 1/2^+$, Барионный заряд $B = 1/3$)

| Характеристика | Тип кварка (аромат) | | | | | |
|-----------------------------|---------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | d | u | s | c | b | t |
| Электрический заряд Q | $-\frac{1}{3}e$ | $+\frac{2}{3}e$ | $-\frac{1}{3}e$ | $+\frac{2}{3}e$ | $-\frac{1}{3}e$ | $+\frac{2}{3}e$ |
| Изоспин I | $1/2$ | $1/2$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Проекция изоспина I_3 | $-1/2$ | $+1/2$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Странность S | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| Чарм (очарование) C | 0 | 0 | 0 | $+1$ | 0 | 0 |
| Bottomness B | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| Топness T | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $+1$ |
| Масса в составе адрона, ГэВ | 0,33 | 0,33 | 0,51 | 1,8 | 5 | 172 |

АДРОНЫ: Избранные барионы

(Барионный заряд $B = 1$)

| Частица | Кварковая структура | Масса mc^2 , МэВ | Время жизни τ (с) или ширина Γ | Спин-четность, изоспин $J^P(I)$ | Основные моды распада |
|-----------------------|---|--------------------|--|---|-----------------------------------|
| p | uud | 938,27 | $> 10^{32}$ лет | $1/2^+(1/2)$ | |
| n | udd | 939,57 | $880,1 \pm 1,1$ | $1/2^+(1/2)$ | $p\bar{e}\bar{\nu}$ |
| Λ | uds | 1116 | $2,6 \cdot 10^{-10}$ | $1/2^+(0)$ | $p\pi^-, n\pi^0$ |
| Σ^+ | uus | 1189 | $0,80 \cdot 10^{-10}$ | $1/2^+(1)$ | $p\pi^0, n\pi^+$ |
| Σ^0 | uds | 1193 | $7,4 \cdot 10^{-20}$ | $1/2^+(1)$ | $\Lambda\gamma$ |
| Σ^- | dds | 1197 | $1,5 \cdot 10^{-10}$ | $1/2^+(1)$ | $n\pi^-$ |
| Ξ^0 | uss | 1315 | $2,9 \cdot 10^{-10}$ | $1/2^+(1/2)$ | $\Lambda\pi^0$ |
| Ξ^- | dss | 1322 | $1,6 \cdot 10^{-10}$ | $1/2^+(1/2)$ | $\Lambda\pi^-$ |
| Δ^{++} | $\left. \begin{array}{l} uuu \\ uud \\ udd \\ ddd \end{array} \right\}$ | 1230–1234 | 114–120 МэВ | $3/2^+(3/2)$ | $(n \text{ или } p) + \pi$ |
| Δ^+ | | | | | |
| Δ^0 | | | | | |
| Δ^- | | | | | |
| $\Sigma(1385)^+$ | uus | 1383 | 36 МэВ | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 3/2^+(1)$ | $\Lambda\pi, \Sigma\pi$ |
| $\Sigma(1385)^0$ | uds | 1384 | 36 МэВ | | |
| $\Sigma(1385)^-$ | dds | 1387 | 39 МэВ | | |
| $\Xi(1530)^0$ | uss | 1532 | 9,1 МэВ | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 3/2^+(1/2)$ | $\Xi\pi$ |
| $\Xi(1530)^-$ | dss | 1535 | 9,9 МэВ | | |
| Ω^- | sss | 1672 | $0,82 \cdot 10^{-10}$ | $3/2^+(0)$ | $\Lambda K^-, \Xi^0\pi^-$ |
| $N(1440)^+$ | $\left. \begin{array}{l} uud \\ udd \end{array} \right\}$ | 1420–1470 | 200–450 МэВ | $1/2^+(1/2)$ | $n(p) + \pi(2\pi), \Delta\pi$ |
| $N(1440)^0$ | | | | | |
| $N(1520)^+$ | $\left. \begin{array}{l} uud \\ udd \end{array} \right\}$ | 1515–1525 | 100–125 МэВ | $3/2^-(1/2)$ | $n(p) + \pi(2\pi), \Delta\pi$ |
| $N(1520)^0$ | | | | | |
| Λ_C^+ | udc | 2286 | $2,0 \cdot 10^{-13}$ | $1/2^+(0)$ | $(n \text{ или } p) + \text{др.}$ |
| $\Sigma_C(2455)^{++}$ | uuc | 2454 | 2,3 МэВ | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1/2^+(1)$ | $\Lambda_C^+\pi$ |
| $\Sigma_C(2455)^+$ | udc | 2453 | $< 4,6$ МэВ | | |
| $\Sigma_C(2455)^0$ | ddc | 2454 | 2,2 МэВ | | |

АДРОНЫ: Избранные барионы
(Барионный заряд $B = 0$)

| Частица | Кварковая структура | Масса mc^2 , МэВ | Время жизни τ (с) или ширина Γ | Спин-четность, изоспин $J^P(I)$ | Основные моды распада |
|-------------|-----------------------------------|--|--|---------------------------------|---|
| π^+ | $u\bar{d}$ | 139,57 | $2,6 \cdot 10^{-8}$ | $0^-(1)$ | $\nu\mu^+$ |
| π^- | $d\bar{u}$ | 139,57 | $2,6 \cdot 10^{-8}$ | $0^-(1)$ | $\bar{\nu}\mu^-$ |
| π^0 | $u\bar{u} - d\bar{d}$ | 134,98 | $8,5 \cdot 10^{-17}$ | $0^-(1)$ | 2γ |
| K^+ | $u\bar{s}$ | 494 | $1,2 \cdot 10^{-8}$ | $0^-(1/2)$ | $\nu\mu^+, \pi^0\pi^+$ |
| K^- | $s\bar{u}$ | 494 | $1,2 \cdot 10^{-8}$ | $0^-(1/2)$ | $\bar{\nu}\mu^-, \pi^0\pi^-$ |
| K^0 | $d\bar{s}$ | 498 | $\left\{ \begin{array}{l} 9,0 \cdot 10^{-11} K_S^0 \\ 5,1 \cdot 10^{-8} K_L^0 \end{array} \right.$ | $0^-(1/2)$ | $\pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$ |
| \bar{K}^0 | $s\bar{d}$ | 498 | | $0^-(1/2)$ | $\pi e\nu, \pi\mu\nu, 3\pi$ |
| η | $u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}$ | 548 | 1,30 кэВ | $0^-(0)$ | $2\gamma, 3\pi$ |
| η' | $u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}$ | 958 | 0,20 МэВ | $0^-(0)$ | $\eta 2\pi, \rho^0\gamma$ |
| ρ^+ | $u\bar{d}$ | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 775$ | 149 МэВ | $1^-(1)$ | $\pi\pi$ |
| ρ^- | $d\bar{u}$ | | | | |
| ρ^0 | $u\bar{u} - d\bar{d}$ | | | | |
| ω | $u\bar{u} + d\bar{d}$ | 783 | 8,5 МэВ | $1^-(0)$ | 3π |
| ϕ | $s\bar{s}$ | 1019 | 4,3 МэВ | $1^-(0)$ | $K^+K^-, K_L^0K_S^0$ |
| D^+ | $c\bar{d}$ | $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 1870$ | $1,0 \cdot 10^{-12}$ | $0^-(1/2)$ | $K + \text{другие}, e + \text{другие}, \mu + \text{другие}$ |
| D^- | $d\bar{c}$ | | | | |
| D^0 | $c\bar{u}$ | $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 1865$ | $4,1 \cdot 10^{-13}$ | $0^-(1/2)$ | $K + \text{другие}, e + \text{другие}, \mu + \text{другие}$ |
| \bar{D}^0 | $u\bar{c}$ | | | | |
| D_S^+ | $c\bar{s}$ | $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} 1968$ | $5,0 \cdot 10^{-13}$ | $0^-(0)$ | $K + \text{другие}$ |
| D_S^- | $s\bar{c}$ | | | | |
| B^+ | $u\bar{b}$ | $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 5279$ | $1,6 \cdot 10^{-12}$ | $0^-(1/2)$ | $D + \text{другие}, D^* + \text{другие}, \nu + \text{другие}$ |
| B^- | $b\bar{u}$ | | $1,6 \cdot 10^{-12}$ | | |
| B^0 | $d\bar{b}$ | | $1,5 \cdot 10^{-12}$ | | |
| \bar{B}^0 | $b\bar{d}$ | | $1,5 \cdot 10^{-12}$ | | |
| J/ψ | $c\bar{c}$ | 3097 | 93 кэВ | $1^-(0)$ | адроны, $2e, 2\mu$ |
| Υ | $b\bar{b}$ | 9460 | 54 кэВ | $1^-(0)$ | $\tau^+\tau^-, \mu^+\mu^-, e^+e^-$ |

Приложение 3

ФИЗИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ И ЕДИНИЦЫ

(приближенные значения)

| | | |
|---|-------------------------------|---|
| c | скорость света в вакууме | $3,00 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$, |
| G | гравитационная постоянная | $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} =$ $= 1,3 \cdot 10^{-42} \text{ Фм} \cdot \text{с}^4 / \text{МэВ}$, |
| N_A | число Авогадро | $6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$, |
| k | постоянная Больцмана | $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1} =$ $= 8,62 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ} \cdot \text{К}^{-1}$, |
| e | величина заряда электрона | $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} =$ $= 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ ед. СГСЭ}$, |
| \hbar | постоянная Планка | $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} =$ $= 4,14 \cdot 10^{-21} \text{ МэВ} \cdot \text{с}$, |
| $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ | приведенная постоянная Планка | $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} =$ $= 6,58 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}$, |
| $\hbar c$ | переходная константа | $3,16 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} \cdot \text{м} =$ $= 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}$, |
| $\alpha_e = \frac{e^2}{\hbar c}$ | постоянная тонкой структуры | $\frac{1}{137}$, |
| m_e | масса электрона | $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 0,511 \text{ МэВ} \cdot \text{с}^{-2}$, |
| m_p | масса протона | $1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} =$ $= 938,27 \text{ МэВ} \cdot \text{с}^{-2}$, |
| m_n | масса нейтрона | $1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} =$ $= 939,57 \text{ МэВ} \cdot \text{с}^{-2}$, |
| $m_n - m_p$ | | $1,29 \text{ МэВ} \cdot \text{с}^{-2}$, |
| $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$ | магнетон Бора | $9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1} =$ $= 5,79 \cdot 10^{-15} \text{ МэВ} \cdot \text{Гс}^{-1}$, |
| $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c}$ | ядерный магнетон | $5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1} =$ $= 3,15 \cdot 10^{-18} \text{ МэВ} \cdot \text{Гс}^{-1}$, |
| $m_{Pl} = \left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2}$ | масса Планка | $2,18 \cdot 10^{-8} \text{ кг} =$ $= 1,22 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ} \cdot \text{с}^{-2}$, |

| | | |
|---|--|---|
| $r_{Pl} = \left(\frac{G\hbar}{c^3}\right)^{1/2}$ | планковская длина (квант расстояния) | $1,6 \cdot 10^{-33}$ см, |
| $t_{Pl} = \left(\frac{G\hbar}{c^5}\right)^{1/2}$ | планковское время (квант времени) | $5,4 \cdot 10^{-44}$ с, |
| M_{\odot} | масса Солнца | $2 \cdot 10^{30}$ кг, |
| H_0 | постоянная Хаббла | $72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мегапарсек}^{-1}$, |
| t_0 | возраст Вселенной | $13,7 \cdot 10^9$ лет, |
| $T_{\text{ри}}$ | температура реликтового (фонового) излучения | 2,7 К. |
| Энергия: | | $1 \text{ эВ} = 1,60 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, $1 \text{ эВ} = 10^{-3} \text{ кэВ} = 10^{-6} \text{ МэВ} =$ $= 10^{-9} \text{ ГэВ} = 10^{-12} \text{ ТэВ}$. |
| Длина: | | $1 \text{ Фм (ферми)} = 10^{-13} \text{ см}$, $1 \text{ пк (парсек)} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ м}$, $1 \text{ световой год} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ м}$. |
| Масса: | | $1 \text{ а.е.м. (атомная единица массы)} =$ $= 931,5 \text{ МэВ}/c^2 = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. |
| Эффективное сечение и электрический квадрупольный момент: | | $1 \text{ б (барн)} = 10^{-24} \text{ см}^2 = 100 \text{ Фм}^2$. |
| Активность: | | $1 \text{ Бк (беккерель)} = 1 \text{ распад} \cdot \text{с}^{-1}$, $1 \text{ Ки (кюри)} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$. |

Список литературы

1. *Ишханов Б. С., Капитонов И. М., Юдин Н. П.* Частицы и атомные ядра. (Классический университетский учебник). — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013.
2. *Капитонов И. М.* Введение в физику ядра и частиц. — М.: Физматлит, 2010.
3. *Широков Ю. М., Юдин Н. П.* Ядерная физика. — М.: Наука, 1980.
4. *Мухин К. Н.* Экспериментальная ядерная физика. — Книги 1 и 2. — М.: Энергоатомиздат, 1993.
5. *Фраунфельдер Г., Хенли Э.* Субатомная физика. — М.: Мир, 1979.
6. *Povh B., Rith K., Scholz C., Zetsche F.* Particle and nuclei: an introduction to the physical concepts. Springer, 1995.
7. *Перкинс Д.* Введение в физику высоких энергий. — М.: Энергоатомиздат, 1991.
8. *Гончарова Н. Г.* Семинары по курсу «Частицы и атомные ядра». — М.: Физический факультет МГУ, 2009.
9. *Ершова О. Д., Ишханов Б. С., Капитонов И. М.* Взаимодействие частиц и излучений с веществом. — М.: Издательство Московского университета, 2007.
10. Субатомная физика. Вопросы. Задачи. Факты. Под редакцией профессора Б. С. Ишханова (Авторы: О. И. Василенко, Н. Г. Гончарова, В. К. Гришин, Ф. А. Живописцев, Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, Э. И. Кэбин, Ж. М. Селиверстова, Н. А. Сотникова, В. Г. Сухаревский, Н. И. Тулинова, А. В. Шумаков). — М.: Издательство Московского университета, 1994.
11. *Гончарова Н. Г., Ишханов Б. С., Капитонов И. М., Кэбин Э. И., Степанов М. Е.* Физика ядра и частиц. Задачи с решениями. М.: Издательство УНЦ ДО, 2003.
12. *Антонова И. А., Гончарова Н. Г., Живописцев Ф. А.* Задачи по ядерной физике. — М.: Издательство Московского университета, 1979.
13. *Никитин Ю. П., Протасов В. П., Топоркова Э. П., Фесенко А. И., Котов Ю. Д.* Сборник задач по физике элементарных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 1992.

14. Скачков С.В., Константинов Л.В., Строганова Р.П., Юрова Л.Н., Топоркова Э.П. Сборник задач по ядерной физике. — М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1958.
15. Варламов В.В., Ишханов Б.С., Комаров Б.С. Атомные ядра. Основные характеристики. — М.: Университетская книга, 2010.
16. База данных ЦДФЭ НИИЯФ МГУ «Параметры основных и изомерных состояний атомных ядер» (<http://cdfe.sinp.msu.ru/services/gsp.ru.html>).
17. *J. Beringer et al.* The Review of Particle Physics // Phys. Rev. D86, 010001 (2012).

Учебное издание

*ГОНЧАРОВА Наталья Георгиевна
ИШХАНОВ Борис Саркисович
КАПИТОНОВ Игорь Михайлович*

**ЧАСТИЦЫ И АТОМНЫЕ ЯДРА.
ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ И КОММЕНТАРИЯМИ**

Редактор *Е.С. Артоболевская*
Оригинал-макет: *Д.П. Вакуленко*
Оформление переплета: *Н.Л. Лисицына*

Подписано в печать 06.06.2013. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 28. Уч.-изд. л. 30.8. Тираж 500 экз.
Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»
МАИК «Наука/Интерпериодика»
117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90
E-mail: fizmat@maik.ru, fmlsale@maik.ru;
<http://www.fml.ru>

Отпечатано с электронных носителей издательства
в ООО «Чебоксарская типография № 1»
428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 15
Тел.: (8352) 28-77-98, 57-01-87
Сайт: www.volga-print.ru

ISBN 978-5-9221-1459-2



9 785922 114592