

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 1.

Частица массы m и зарядом e движется в магнитном поле $\vec{H} = H_0 \vec{e}_z$ и поле тяжести $\vec{g} = -g \vec{e}_z$ по поверхности параболоида $az = x^2 + y^2$. Записать функцию Лагранжа в цилиндрических координатах и найти закон движения в квадратурах (a — некоторая постоянная).

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 2.

Частица массы m движется по сфере радиуса R в поле силы тяжести. Записать функцию Лагранжа в цилиндрических координатах и найти закон движения.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 3.

Частица движется по сфере радиуса R в поле силы тяжести. Найти закон движения в квадратурах методом Гамильтона-Якоби.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 4.

Доказать, что преобразование

$$P = q + e^{-q} + \ln p, \quad Q = pe^q$$

является каноническим и найти его производящую функцию.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 5.

Функция Лагранжа системы имеет вид:

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2) - \frac{a \cos\varphi}{\rho^2}.$$

Найти интегралы движения и закон движения в квадратурах (a — некоторая постоянная).

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 6.

Частица движется под действием центрального поля $U(r)$. В сферических координатах указать сохраняющиеся величины и найти закон движения (в квадратурах).

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 7.

Частица с массой m и зарядом e может двигаться по поверхности конуса, по оси которого направлено постоянное и однородное магнитное поле. Ось конуса вертикальна, поле тяжести присутствует. Найти закон движения в квадратурах методом Гамильтона-Якоби.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 8.

Частица движется под действием центрального поля $U(r)$. В сферических координатах найти закон движения (в квадратурах) методом Гамильтона-Якоби.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 9.

Вычислить скобку Пуассона $\{v_x, v_z\}$ для компонент вектора скорости нерелятивистской частицы в произвольном электромагнитном поле.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 10.

Функция Лагранжа колебательной системы имеет вид:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(q_2\dot{q}_1^2 + q_1\dot{q}_2^2) - \left(\frac{1}{q_1q_2} + q_1 + q_2\right).$$

Найти нормальные координаты системы.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 11.

Частица массы m и зарядом e движется по поверхности вертикального конуса с углом при вершине 2α в поле тяжести $\vec{g} = -g\vec{e}_z$. В вершине конуса закреплен заряд Q . Записать функцию Гамильтона, указать интегралы движения и найти закон движения.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 12.

Как будет меняться со временем энергия колебаний системы, описываемой лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{m\dot{x}_1^2}{2} + \frac{m\dot{x}_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} - \alpha kx_1x_2$$

при медленном изменении параметра α ?

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 13.

В случае потенциала

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r^2}$$

найти время падения частицы на силовой центр. Считать, что $\rho(0) = R$, $v(0) = 0$.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 14.

Частица движется по сфере радиуса R в поле силы тяжести. Построить функцию Лагранжа, найти интегралы движения и закон движения в квадратурах.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 15.

Функция Лагранжа системы имеет вид:

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2) - \frac{a \cos\varphi}{\rho^2}.$$

Найти закон движения (в квадратурах) методом Гамильтона-Якоби (a — некоторая постоянная).

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

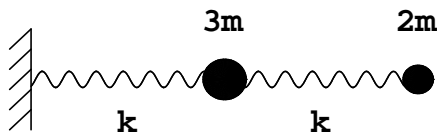
физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 16.

Найти нормальные колебания системы, изображенной на рисунке. Считать, что поле тяжести отсутствует.



Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 17.

Доказать, что преобразование

$$P = q^{-4}(p^4 - \frac{1}{2}q^6), \quad Q = pq^{-1}$$

является каноническим и найти его производящую функцию.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 18.

Методом Гамильтона-Якоби найти закон движения системы, гамильтониан которой имеет вид:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{4}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) + q_1 + \frac{1}{q_2} - \frac{1}{q_3^2}.$$

при начальных условиях $q_i(0) = (0, 1, 1)$; $\dot{q}_i(0) = (1, 0, 0)$.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 19.

Как изменяется со временем механическая энергия системы, описываемой лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) - \frac{k}{2}(x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2),$$

где $m, k > 0$ при адиабатически медленном изменении параметра k ?

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 20.

Частица массы m и зарядом e движется по поверхности параболоида $az = x^2 + y^2$ в постоянных магнитном $\vec{H} = H_0 \vec{e}_z$ и электрическом полях $\vec{E} = -E_0 \vec{e}_z$. Методом Гамильтона-Якоби найти закон движения частицы.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 21.

Частица движется по сфере радиуса R в поле силы тяжести. Построить функцию Гамильтона, найти интегралы движения и закон движения в квадратурах.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

физический факультет

кафедра теоретической физики

дисциплина: *Теоретическая механика.*

Задача к экзаменационному билету № 22.

Методом Гамильтона-Якоби найти закон движения системы, гамильтониан которой имеет вид:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{4}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) + \frac{1}{\sin^2 q_1} + \text{th}^2 q_2$$

при начальных условиях $q_i(0) = (\pi/2, 0, 0)$; $\dot{q}_i(0) = (1, 2, 1)$.

Заведующий кафедрой,
академик РАН

А.А. Славнов