Лекция 16

Глава V. Распространения света в веществе

§3. Распространение света в анизотропных средах

3.6. Поляризационные приборы

А. Поляризационная призма Николя (1828), двоякопреломляющая призма (призма Волластона)

Б. Дихроичные пластинки (поляроиды)

В. Четверть- и полуволновые оптические пластинки

3.7. Наведенная анизотропия оптических свойств

А. Фотоупругость

Б. Эффекты Поккельса и Керра

В. Явление Коттона-Мутона

§4. Рассеяние света

Поляризационная призма (Уильям Николь 1828)

исландский шпат $CaCO_3$

$n_e = 1.486 < n < n_0 = 1.658$

канадский бальзам

$n = 1.55$

Двоякопреломляющая призма

(призма Волластона)

исландский шпат $CaCO_3$

n_0=1.658

n_e= 1.486

стекло

$n_{ст}$= 1.49

Лекция 16

Глава V. Распространения света в веществе

§3. Распространение света в анизотропных средах

3.7. Наведенная анизотропия оптических свойств

Б. Эффекты Поккельса и Керра

В. Явление Коттона-Мутона

§4. Рассеяние света

4.1. Упругое рассеяние: рэлеевское на малых частицах, молекулярное расссеяние. Рассеяние Ми

4.2. Неупругое рассеяние: Рамана (комбинационное), Мандельштама-Бриллюэна

Механо- (электро-, магнито-) оптические эффекты – оптические эффекты, связанные с изменением оптических свойств среды под влиянием внешнего механического (электрического, магнитного) воздействия.

Фотоупругость – наведенная оптическая анизотропия при механических деформациях (Зеебек 1813)

$$\Delta n = n_e - n_0 = \gamma \frac{F}{s}, \quad \gamma = \gamma(\lambda).$$

Эффект Поккельса (электрооптический)

$$\Delta n = n_e - n_0 = \gamma E_0, \quad \gamma = 10^{-11} - 10^{-10}\,\frac{м}{В}$$

В кристаллах без центров симметрии (анизотроп.)

KDP (KH_2PO_4) – дигидрофосфат калия,

$LiNbO_3$ – ниобат лития.

Эффект Керра (квадратичный электрооптический)

$$\Delta n = n_e - n_0 = \gamma E_0^2, \quad \gamma = 10^{-21} - 10^{-20}\,\frac{м^2}{В^2}$$

Явление Коттона-Мутона (магнитооптическое)

$$\Delta n = n_e - n_0 = \gamma B_0^2, \quad \gamma = 10^{-8}\,\textit{Тл}^{-2}$$

Лекция 17

Глава V. Распространения света в веществе

§4. Рассеяние света

4.1. Упругое рассеяние: рэлеевское на малых частицах, молекулярное расссеяние. Рассеяние Ми

4.2. Неупругое рассеяние: Рамана (комбинационное), Мандельштама-Бриллюэна

Рассеяние света – изменение пространственного распределения, частоты, поляризации оптического излучения при его взаимодействии с веществом.

Экспериментальное наблюдение эффекта ДДИ

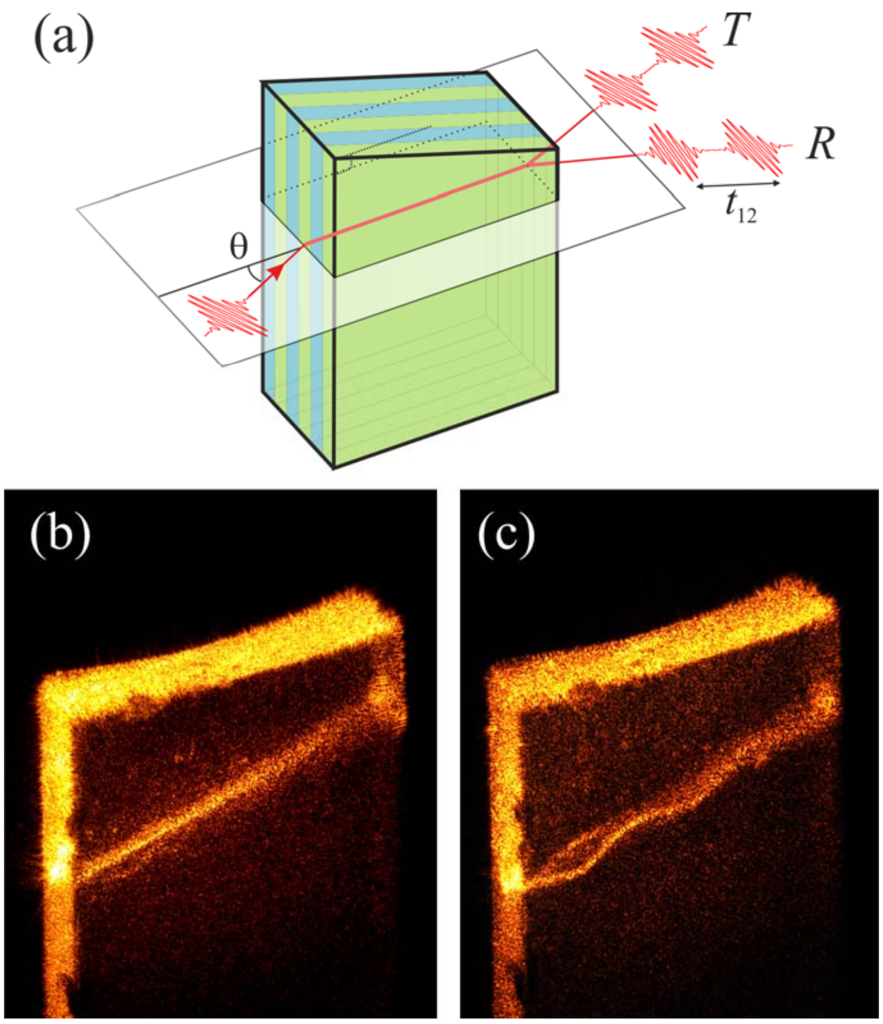
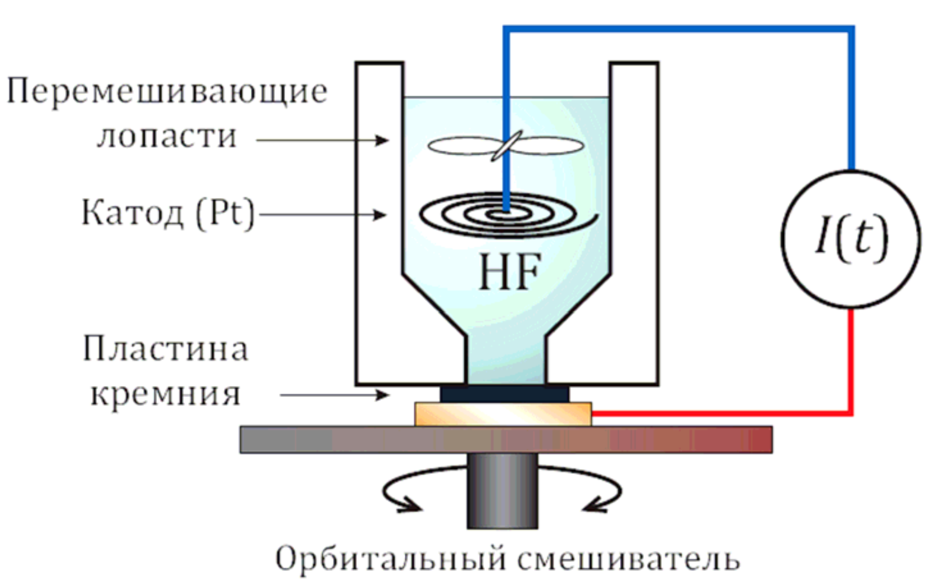
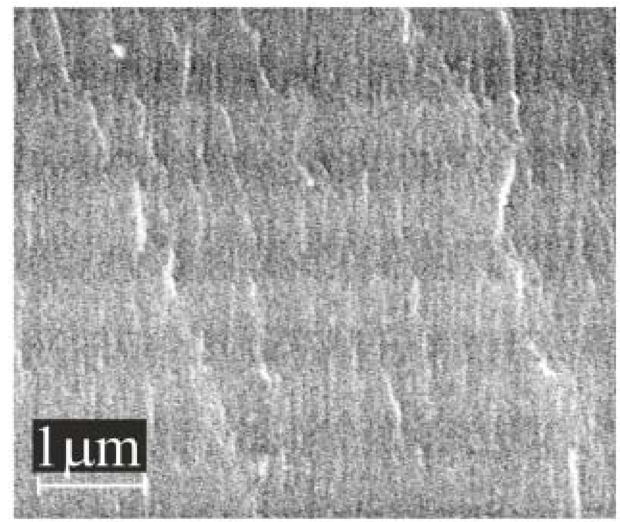


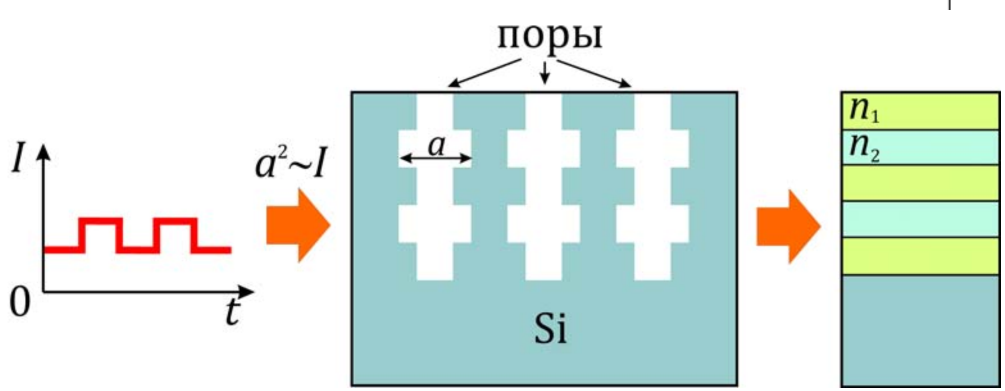
Схема эксперимента и прохождение пучка в ФК

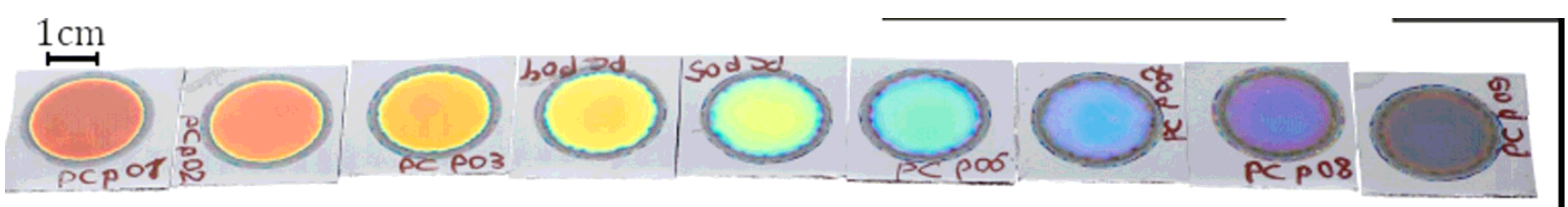
Экспериментальное наблюдение эффекта ДДИ

Схема электрохимической ячейки для травления кристаллического кремния









Лекция 17-18

Глава VI. Излучение света

§1. Основные представления о квантовой теории излучения света атомами

1.1. Квантовые свойства света. Фотоэлектрический эффект (энергия фотона, Эйнштейн 1905). Эффект Комптона (импульс фотона, 1922)

1.2. Постулаты Бора (1913)

1.3. Взаимодействие двухуровневой системы с излучением

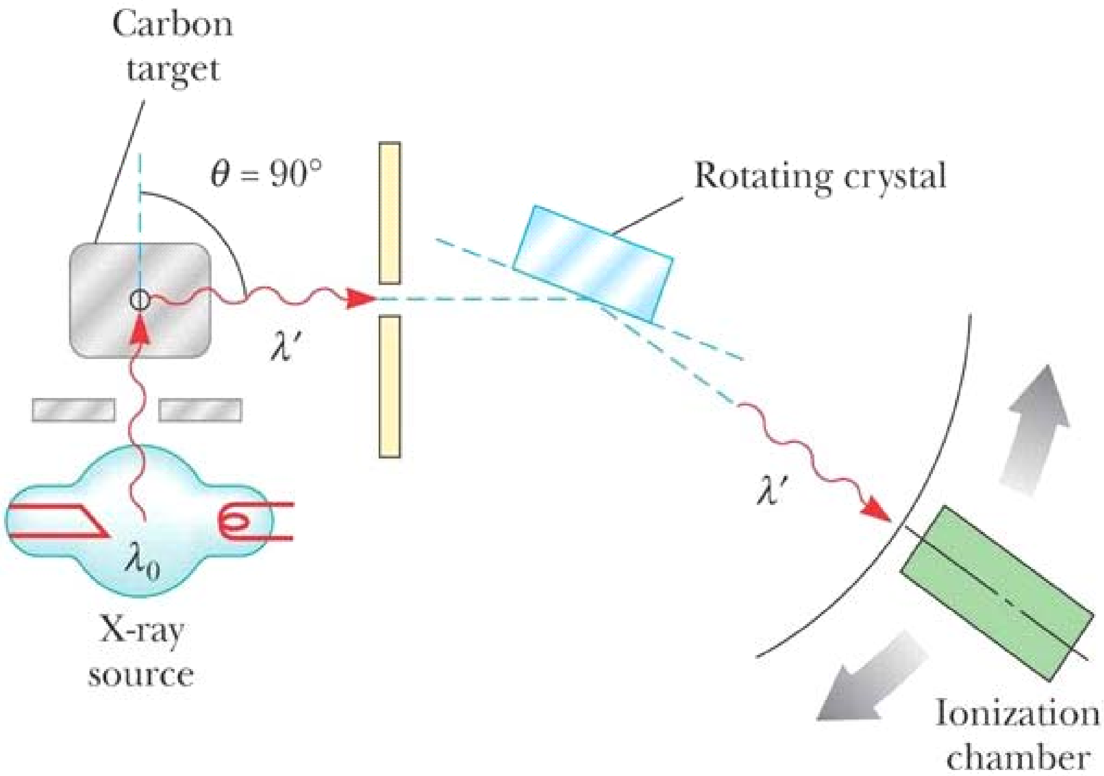
А. Типы радиационных переходов. Коэффициенты Эйнштейна (1916)

Б. Взаимодействие при термодинамическом равновесии. Вывод формулы Планка

1.4. Резонансное усиление света. Лазеры

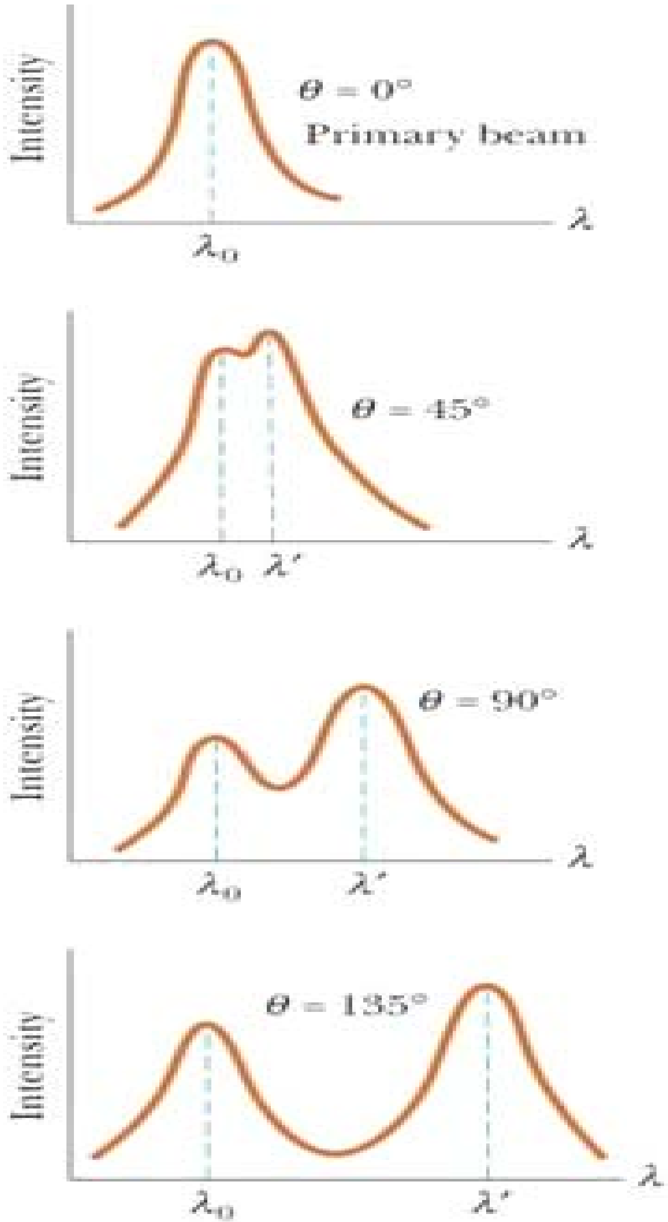
1.5. Многоуровневые системы. Люминесценция

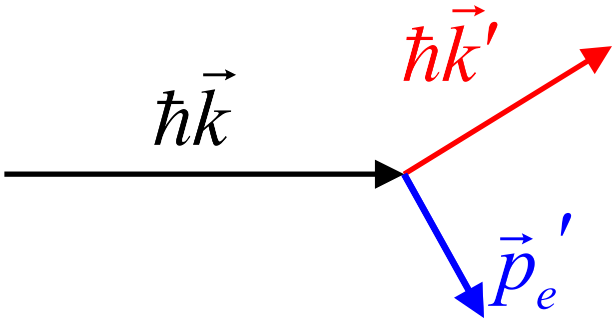
1.1. Эффект Комптона (импульс фотона, 1922) – неупругое рассеяние



$$\boxed{\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e c} = 0.00243\,\text{nm}$$





$$\hbar\omega + m_e c^2 = \hbar\omega' + W_e{}',$$

$$\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}_e{}'.$$

$$\frac{1}{c^2}\left(\hbar\omega + m_e c^2 - \hbar\omega'\right)^2 - \left(\hbar\vec{k} - \hbar\vec{k}'\right)^2 = \frac{W_e{}'^2}{c^2} - p_e{}'^2 = m_e{}^2 c^2,$$

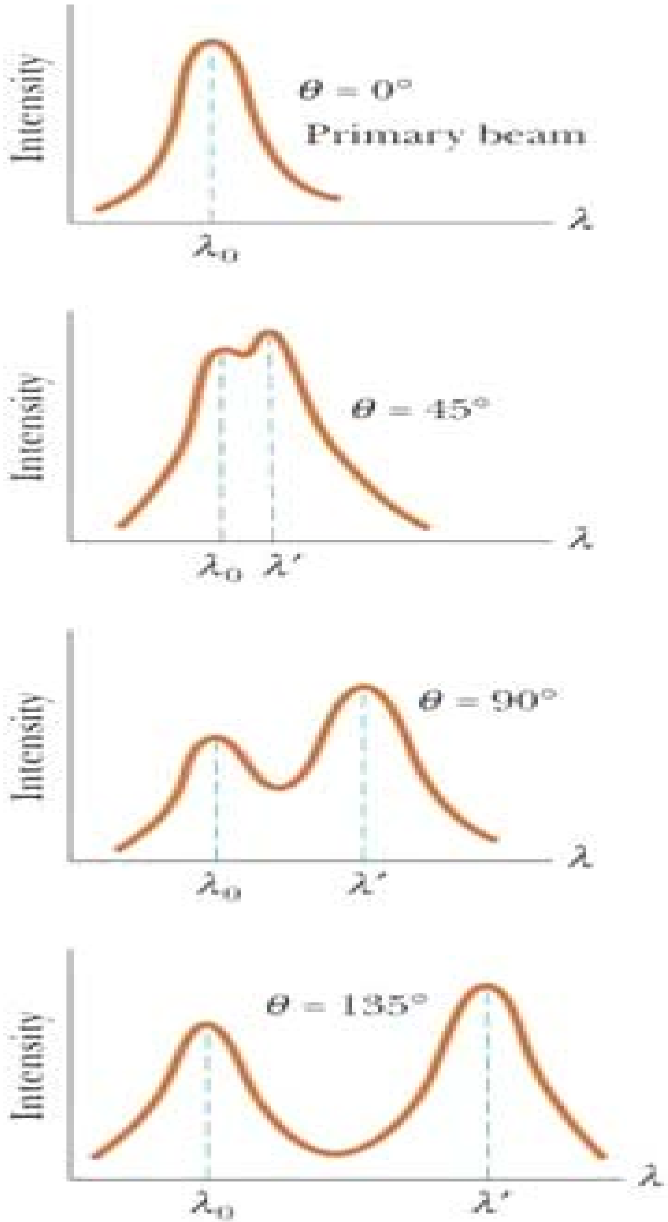
т.к. $W^2 = \dfrac{m^2 c^4}{1 - v^2/c^2} \quad \Rightarrow \quad W^2 = m^2 c^4 + \dfrac{W^2 v^2}{c^2} = m^2 c^4 + p^2 c^2.$

Из $\quad k = \omega / c, \quad \vec{k}\vec{k}' = kk' \cos\vartheta$

$$\Rightarrow \quad \omega' = \frac{\omega}{1 + (\hbar\omega / m_e c^2)(1 - \cos\vartheta)}$$

$$\boxed{\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e c} = 0.00243\,\text{nm}$$



1.2. Постулаты Бора (1913)

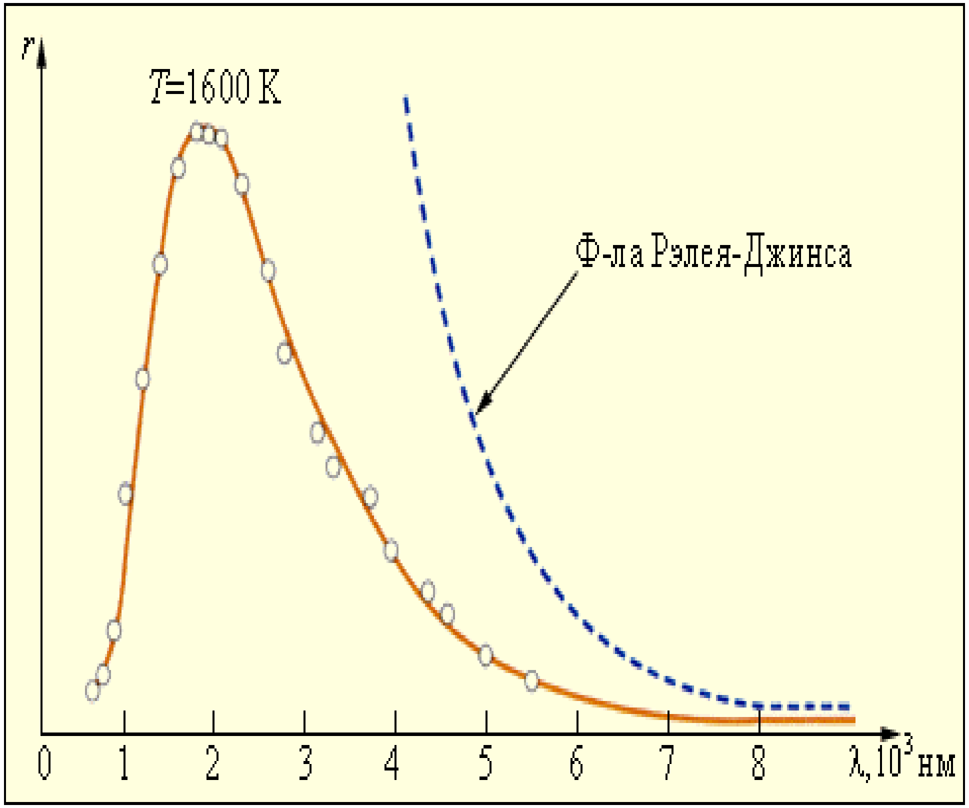
1) Атом может находиться в определенных *стационарных состояниях*, которые характеризуются дискретными уровнями энергии $W_1, W_2, \ldots$. В этих состояниях атом не излучает и не поглощает энергию.

2) При переходе атома из одного стационарного состояния в другое он излучает (поглощает) квант света (фотон) с энергией $\hbar\omega$

$$\hbar\omega = W_2 - W_1$$

Спектральная плотность энергии излучения

$$\rho(\omega, T) \quad [Дж / м^3 сек^{-1}]$$

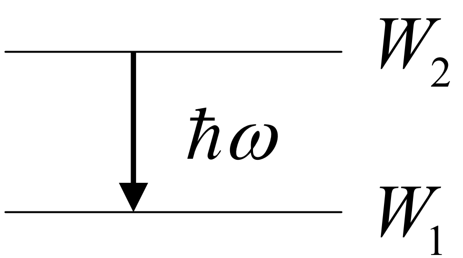


1.3. Взаимодействие двухуровневой системы с резонансным излучением

А. Типы радиационных переходов. Коэффициенты Эйнштейна (1916)

•Спонтанное и вынужденное излучение

Задача: получить ф.Планка для излучения, находящегося в ТД равновесии с системой двухуровневых атомов при температуре Т.



$N_{1,2}$ - число атомов на уровнях 1 и 2

$$N_i = const \cdot e^{-\frac{W_i}{KT}} \qquad (1)$$

$$W_2 - W_1 = \hbar\omega \qquad (2)$$

Типы радиационных процессов:

1) Спонтанное излучение: самопроизвольное испускание кв.света.

Число переходов в единицу времени $\sim N_2$:

$$N_{21}^{спонт} = \left(-\frac{\Delta N_2}{\Delta t} \right)^{спонт} = A_{21} N_2$$

A_{21} - коэффициент Эйнштейна [сек$^{-1}$] (вероятность перехода одного атома в ед. времени)

2) Вынужденное поглощение: атом поглощает квант света и переходит $1 \longrightarrow 2$

Число переходов в единицу времени $\sim N_1 \rho$:

$$N_{12}^{\textit{вын}} = \left(-\frac{\Delta N_1}{\Delta t} \right)^{\textit{вын}} = B_{12} \rho(\omega, T) N_1$$

B_{12} - коэффициент Эйнштейна,

ρ - спектральная плотность излучения [Дж/(м^{3}сек$^{-1}$)],

$B_{12}\rho$ - вероятность перехода одного атома в ед. времени в поле со спектральной плотностью ρ

3) Вынужденное излучение: переход $2 \longrightarrow 1$ происходит под действием резонансного кванта света и сопровождается *излучением точно такого же кванта*

$$N_{21}^{\textit{вын}} = \left(-\frac{\Delta N_2}{\Delta t} \right)^{\textit{вын}} = B_{21} \rho(\omega, T) N_2$$

Б. Взаимодействие при термодинамическом равновесии. Вывод формулы Планка

А. Эйнштейн «К квантовой теории излучения» (1916)

В ТД равновесии число переходов $\downarrow = \uparrow$:

$$N_{21}^{спонт} + N_{21}^{вын} = N_{12}^{вын}$$

$$\Rightarrow \qquad A_{21}N_2 + B_{21}\rho N_2 = B_{12}\rho N_1 \qquad (3)$$

Из (1), (2), (3) следует:

$$\rho = \frac{A_{21}/B_{21}}{(B_{12}/B_{21})N_1/N_2 - 1} = \frac{A_{21}/B_{21}}{(B_{12}/B_{21})e^{\hbar\omega/KT} - 1} \qquad (4)$$

т.к. $$\frac{N_1}{N_2} = \frac{e^{-\frac{W_1}{KT}}}{e^{-\frac{W_2}{KT}}} = e^{\frac{\Delta W}{KT}} = e^{\frac{\hbar\omega}{KT}}$$

$$\rho = \frac{A_{21} / B_{21}}{(B_{12} / B_{21}) e^{\hbar\omega / KT} - 1} \qquad (4)$$

Найдем отношения коэффициентов Эйнштейна из предельныслучаев.

Если

$$T \to \infty \;\Rightarrow\; \rho \sim \langle W_{осц} \rangle \to \infty \;\Rightarrow_{|(3)}\; \frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{N_1}{N_2}\,{}_{|T \to \infty} = 1$$

$$\boxed{B_{12} = B_{21}} \qquad (5)$$

В классическом низкочастотном пределе $(\hbar\omega << KT)$ из (4),(5):

$$\rho = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{KT}{\hbar\omega} \qquad (6)$$

При $\omega \to 0$ выполняется формула Рэлея-Джинса

$$\rho = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} KT \tag{7}$$

Тогда из (6), (7)

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \tag{8}$$

Подставляя (5),(8) в (4):

$$\boxed{\rho = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar \omega^3}{e^{\hbar \omega / KT} - 1}}$$

Вывод:

1.4. Резонансное усиление света

А. Линейные коэффициенты поглощения и усиления среды. Инверсная заселенность

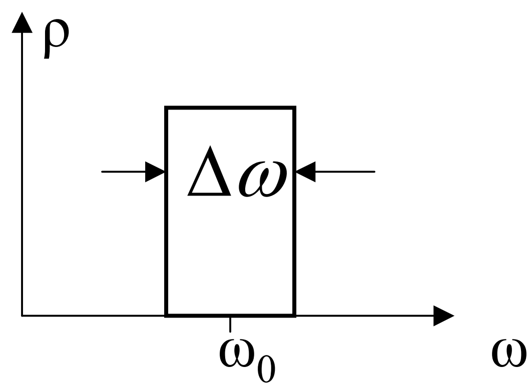
Испускаемая и поглощаемая мощность излучения в объему dV:

$$dP_{21}^{сп} = \hbar\omega A_{21} dN_2,$$
$$dP_{21}^{вын} = \hbar\omega B_{21} \rho dN_2,$$
$$dP_{12}^{вын} = \hbar\omega B_{12} \rho dN_1.$$

Полная мощность, излучаемая/поглощаемая в объеме dV:

$$dP = dP_{21}^{сп} + dP_{21}^{вын} - dP_{12}^{вын}$$

Пусть ρ имеет вид:



Найдем связь ρ с интенсивностью J.

Энергия, прошедшая через σ за время Δt :

$$J\Delta t\sigma$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{J\Delta t\sigma}{\Delta V\Delta\omega}\bigg|_{\Delta V = c\Delta t\sigma} = \frac{J}{c\Delta\omega}$$

Подставляем в выражение для мощности

$$dP = \left[A_{21}n_2 + (B_{21}n_2 - B_{12}n_1)\frac{J}{c\Delta\omega}\right]\hbar\omega\sigma dz$$

$n_i = dN_i/dV$ - **концентрация** атомов на i-ом уровне

Пусть J_0 достаточно велико, чтобы пренебречь спонтанным излучением. Учтем $B_{12}=B_{21}=B$, тогда

$$dP = (Bn_2 - Bn_1)\frac{J}{c\Delta\omega}\hbar\omega\sigma dz$$

$$\frac{dP}{\sigma} = dJ = B(n_2 - n_1)\frac{J}{c\Delta\omega}\hbar\omega dz,$$

$$dJ = GJdz,$$

$$G = B(n_2 - n_1)\frac{\hbar\omega}{c\Delta\omega}$$

$$\boxed{J = J_0 e^{Gz}}$$

В ТД равновесии

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\hbar\omega}{KT}}$$

$$\frac{\hbar\omega}{KT} \sim \frac{10^{-34}10^{15}\ \text{Дж}}{10^{-23}10^{2}\ \text{Дж}} = \frac{10^{-19}}{10^{-21}} = 10^2$$

$$\Rightarrow \quad n_2 << n_1$$

$$\Rightarrow G = B\Delta n \frac{\hbar\omega}{KT} < 0$$ - коэффициент поглощения

$$J = J_0 e^{-|G|z}$$ - закон Бугера

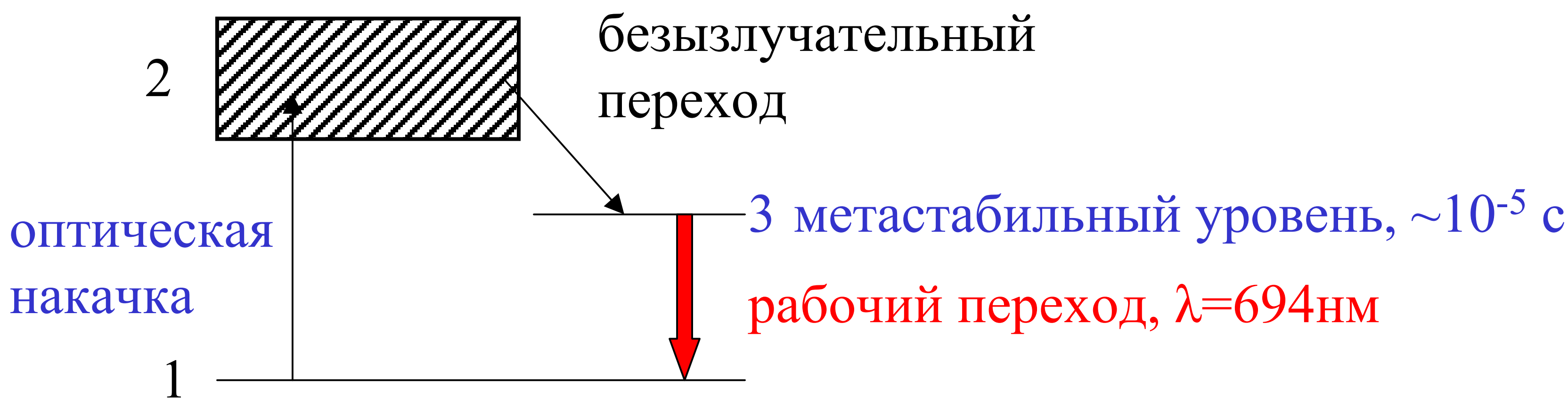
Если $n_2 > n_1$ - инверсная населенность уровней

$$\Rightarrow \boxed{G > 0}$$ - коэффициент усиления света в инвертированной среде

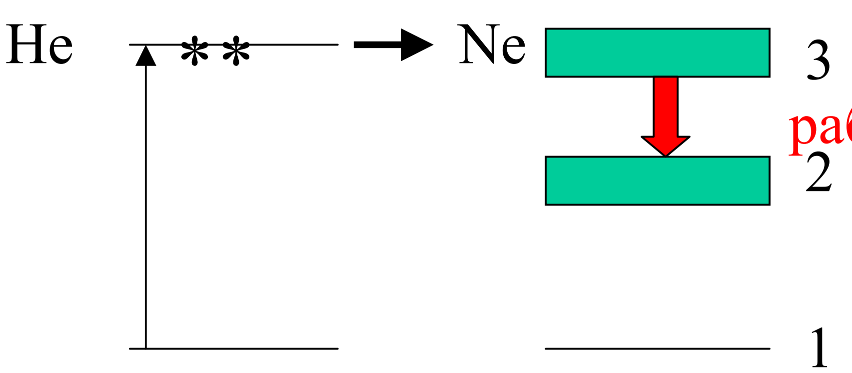
$$J = J_0 e^{Gz}$$

Б. Получение инверсной заселенности с помощью трехуровневой схемы

Рубин $Al_2O_3Cr^{3+}$ (0,05%)



He-Ne газовая смесь. Возбуждение He в электрическом разряде



$$W_2 - W_1 \sim 20\text{эВ} \Rightarrow N_3 > N_2$$

$$1\text{эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19}\,Дж$$

Лазер. Резонатор. Стационарная генерация

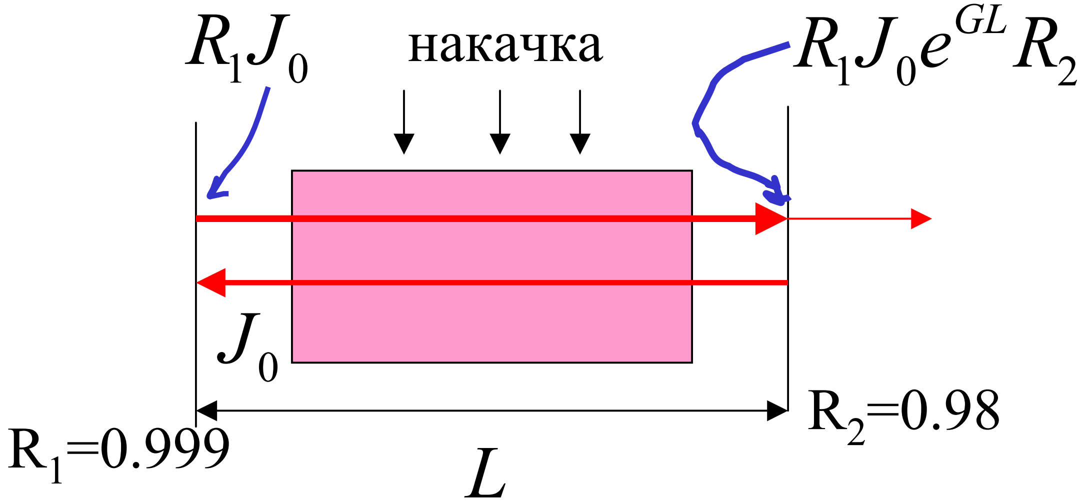
Лазеры. Резонатор. Стационарная генерация

- ЛАЗЕР (LASER – light amplification by stimulated emission of radiation)

- Басов, Прохоров, Таунс (1954, см диапазон)

- рубиновый лазер (1960, 694 нм)

Лазеры. Резонатор. Условия генерации



$$R_1 R_2 J_0 e^{GL} \geq J_0 \quad \Rightarrow \boxed{R_1 R_2 e^{GL} \geq 1}$$

- амплитудное условие самовозбуждения лазера

$$L = m\frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, \ldots$$

- фазовое условие самовозбуждения лазера

$$v = \frac{c}{\lambda} = \frac{cm}{2L} \quad \Rightarrow \quad \Delta v = \frac{c}{2L} \Rightarrow \boxed{\Delta\omega = \frac{\pi c}{L}}$$

Достигнутые характеристики:

- энергия импульса – $W \sim 10^5$ Дж,
- мощность – $P \sim 10^{15}$ Вт,
- интенсивность – $I \sim E^2 \sim 10^{25}$ Вт/м^2,
- напряженность поля – $E \sim 10^{13}$ В/м ($> E_{ат} \sim 10^{11}$ В/м),
- предельно короткие импульсы – $< T$, 10^{-15} сек.

Оценка напряженности электрического поля и интенсивности световых волн

1. Солнечная световая волна.

$$I = 1.4 \cdot 10^3 \frac{Вт}{м^2}$$

$$E = \sqrt{2I \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon v}} \cong \sqrt{754 \cdot 1.4 \cdot 10^3} \cong 10^3 \frac{В}{м}$$

2. Импульс лазера YAG ($Y_3Al_5O_{12}:Nd^{3+}$). W=0.1Дж, $\tau=10^{-8}$с, r=1мм.

$$P = \frac{W}{\tau} = 10^7\,Вт \qquad I = \frac{P}{\sigma} = \frac{P}{\pi r^2} = \frac{10^7}{3.14 \cdot 10^{-6}} \cong 3 \cdot 10^{12} \frac{Вт}{м^2}$$

$$E = \sqrt{2I \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon v}} \cong \sqrt{754 \cdot 3 \cdot 10^{12}} \cong 5 \cdot 10^7 \frac{В}{м}$$

($>E_{пр}\sim 10^6$В/м).

1.5. Многоуровневые системы. Люминесценция

А. Определение и классификация

Б. Механизмы и закономерности

Люминесценция

Опр. С.И.Вавилова. Люминесценция – это излучение, представляющее собой избыток над тепловым излучением тела и продолжающееся в течение времени, значительно превышающего период световых колебаний.

Люминесценция существует вблизи состояния теплового равновесия системы атомов, однако не является тепловым, поэтому люминесценцию называют холодным свечением.

1.5. Многоуровневые системы. Люминесценция
А. Определение и классификация
Б. Механизмы и закономерности

Характерное время затухания люминесценции (спонтанного распада возбужденного атома)

$$\frac{dN_2}{dt} = -AN_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N_2 = N_{20} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$N_{20} = N_2(t=0), \quad \tau = \frac{1}{A} \sim 10^{-8} сек$$

- естественное время жизни возбужденного уровня

Мощность излучения:

Рис. N_2(t)

$$P = \hbar\omega \left| \frac{dN_2}{dt} \right| = \hbar\omega A N_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

Естественная ширина спектральной линии Γ_0

Соотношение неопределенности Гейзенберга

$$\Delta W \tau \sim \hbar \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\omega\tau \sim 1}$$

ΔW - неопределенность энергии состояния атома, или ширина энергетического уровня

$$\Gamma_0 \equiv \Delta\omega \sim \frac{1}{\tau}$$ - естественная ширина спектральной линии

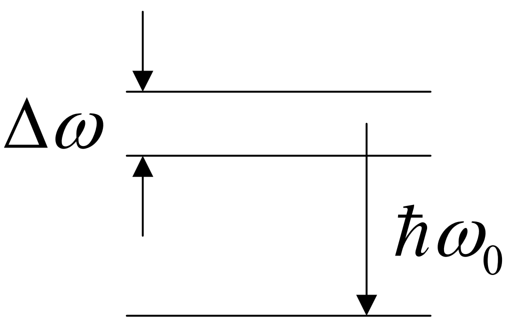


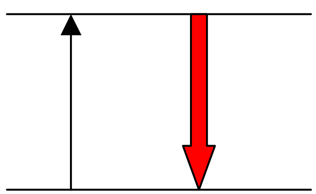
Рис. Спектральная плотность эн.излуч.(ω) [Дж/сек$^{-1}$]

Классификация по времени излучения:

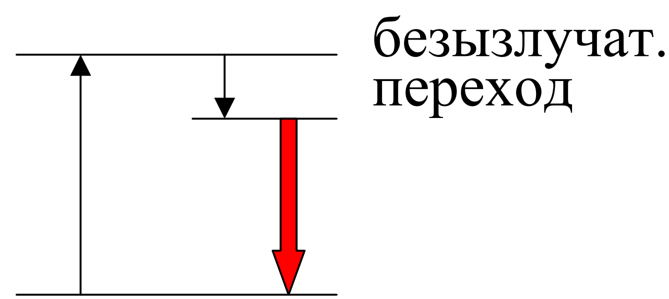
•Флуоресценция (мгновенно затухающая после возбужд.; ~10^{-9}сек.)

•Фосфоресценция (медленная люминесценция; >10^{-6}сек)

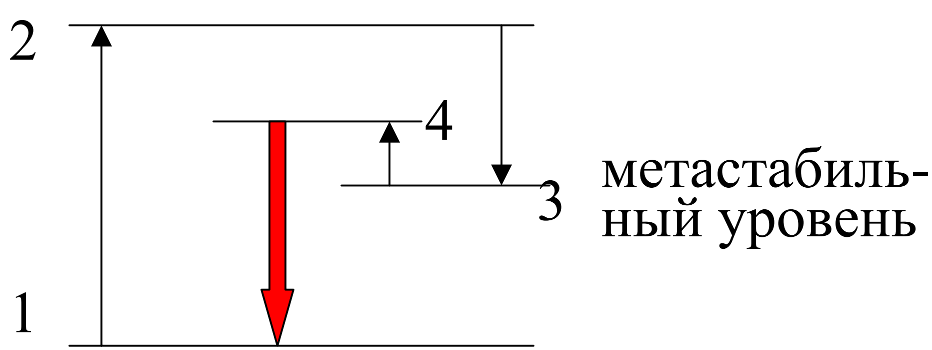
По механизмам (по кинетике процесса) люминесценции:



Резонансная Л (флуоресценция)



Спонтанная Л



Метастабильная Л (стимулированная)

Спектральные закономерности

1. Правило Стокса

$$\lambda_{л} > \lambda_{погл}, \quad \omega_{л} < \omega_{погл}$$

- Независимость спектров люминесценции молекул от длины волны возбуждающего света

Лекция 18-19

Глава VI. Излучение света

§2. Нелинейные оптические явления

2.1. Нелинейное волновое уравнение. Нелинейная поляризация среды в поле высокоинтенсивного лазерного излучения

2.2. Нелинейная восприимчивость и ангармонический осциллятор

2.3. Среды с квадратичной нелинейностью. Оптическое детектирование и генерация гармоник. Условие фазового синхронизма

2.4. Среды с кубической нелинейностью. Самофокусировка волновых пучков и генерация гармоник

2.1. Нелинейное волновое уравнение. Нелинейная поляризация среды в поле высокоинтенсивного лазерного излучения

Внутриатомное поле:

$$E_{\text{ат}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{a^2} = [a = 0,5\cdot 10^{-10}\,м] = 0,5\cdot 10^{12}\,\frac{В}{м} \sim 10^{11}\,\frac{В}{м}$$

Поле обычных источников:

$$E \sim 10\,\frac{В}{м}$$

Поле лазерных источников:

$$E_{л} \sim 10^{9}\,\frac{В}{м}$$

В таком поле проявляются нелинейные оптические свойства среды

Нелинейное волновое уравнение (волновое уравнение для нелинейной среды)

Уравнения Максвелла для диэлектрической немагнитной среды в гауссовой системе единиц:

$$rot\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad rot\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad div\vec{D} = 0, \quad div\vec{H} = 0$$

Материальное уравнение:

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}(\vec{E})$$

Нелинейное волновое уравнение (ВУ):

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2},$$

где

$$\vec{P} = \widehat{\chi}_0\vec{E} + \widehat{\chi}^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \widehat{\chi}^{(3)} \vdots \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \ldots$$

$\widehat{\chi}_0, \widehat{\chi}^{(2)}, \widehat{\chi}^{(3)}$ - тензоры линейной, квадратичной и кубической восприимчивостей

$$P_i = \chi_{ij}^{(0)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \cdots$$

Для качественного описания нелинейных явлений запишем нелинейное ВУ в скалярном виде для компоненты поля E

$$\Delta E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2},$$

где $\quad P_L = \chi_0 E, \quad P_{NL} = \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3$

Появление в ВУ нелинейной поляризации $\quad P_{NL} \sim E^2, E^3$

приводит к появлению нелинейных оптических явлений:
1) новых волн на новых частотах, 2) нелинейной динамики волновых пакетов (импульсов) и др.

Покажем: нелинейная восприимчивость - следствие ангармонизма колебаний осциллятора в классической модели Лоренца

Среда – ансамбль ангармонически осциллирующих зарядов.
Ур-ие движения осциллирующего заряда q (без затухания) в поле E:

$$m\ddot{x} = F_{возвр} + qE,$$

где x - координата заряда (электрона),

$$F_{возвр} = -\frac{\partial U}{\partial x}$$ - возвращающая сила,

$$U(x) = \frac{1}{2}\alpha x^2 + \frac{1}{3}\beta x^3 + \dots$$ - потенциальная энергия заряда в поле.

$$m\ddot{x} = -\alpha x - \beta x^2 + qE$$

Получим выражение для квадратичной восприимчивости такой среды

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \sigma'' x^2 = \frac{q}{m} E$$

$$\ddot{p}_i + \omega_0^2 p_i + \sigma' p_i^{\,2} = \frac{q^2}{m} E$$

где $p_i = qx$ - дипольный момент «атома».

Умножаем последнее уравнение на N - концентрацию атомов в среде

$$\ddot{P} + \omega_0^2 P + \sigma P^2 = \frac{Nq^2}{m} E \qquad (1)$$

где $P = Np_i = Nqx$ - поляризация среды

$\sigma = \dfrac{\beta}{qmN} \sim \beta$ - параметр, характеризующий степень «ангармонизма среды»

$$\ddot{P} + \omega_0^2 P + \sigma P^2 = \frac{Nq^2}{m} E \qquad (1)$$

Так как $$\sigma P^2 << \omega_0^2 P,$$

то нелинейное слагаемое σP^2 в уравнении (1) можно рассматривать как малое возмущение, поэтому для решения ур-ия (1) воспользуемся теорией возмущений. Будем искать решение в виде суммы решения линейного ур-ия $P_L(\sigma = 0)$ и малой добавки $P_{NL}(\sigma \neq 0)$

$$P = P_L + P_{NL}, \qquad (2)$$

$$P_{NL} << P_L.$$

1) Найдем P_L , т.е. решение ур-ия (1) в нулевом приближении по возмущению. Полагаем $\sigma = 0$ в (1) :

$$\ddot{P}_L + \omega_0^2 P_L = \frac{Nq^2}{m} E$$

Т.к. поле – гармоническая волна $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$, то

$$P_L = \frac{q^2 N}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} E = \chi_0 E \qquad (3)$$

где χ_0 - линейная восприимчивость.

2) Найдем $P_{NL}(\sigma \neq 0)$. Подставляем $P = P_L + P_{NL}$ (2) в (1) :

$$(\ddot{P}_L + \ddot{P}_{NL}) + \omega_0^2 (P_L + P_{NL}) + \sigma (P_L^2 + 2 P_L P_{NL} + P_{NL}^2) = \frac{Nq^2}{m} E$$

Т.к. $P_L >> P_{NL} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\ddot{P}_{NL} + \omega_0^2 P_{NL} = -\sigma P_L^{\,2}}$ (4)

Из (3): $P_L^{\,2} = \chi_0^2 E^2 = \chi_0^2 \frac{1}{4} (E_0^2 e^{i(2\omega t - 2kz)} + 2 E_0 E_0^* + E_0^{*2} e^{-i(2\omega t - 2kz)})$

отвечает за оптическое выпрямление

Отвечает за генерацию гармоник:

$$P_L^{\,2}(2\omega) = \chi_0^2 \frac{1}{4}(E_0^2 e^{i(2\omega t-2kz)} + E_0^{*2} e^{-i(2\omega t-2kz)}) \qquad (5)$$

Ищем решение ур. (4) для $P_{NL} = P_{NL}(2\omega)$ в виде:

$$P_{NL}(2\omega) = \frac{1}{2}\wp_{NL}(2\omega)e^{i(2\omega t-2kz)} + к.с., \qquad (6)$$

где $\wp_{NL}(2\omega)$ - комплексная амплитуда поляризации на 2ω

Подставляем (5), (6) в (4), получаем

$$\wp_{NL}(2\omega) = -\frac{1}{2}\chi_0^2 \frac{\sigma}{\omega_0^2 - 4\omega^2} E_0^2 = \chi^{(2)}(2\omega)E_0^2 \qquad (7)$$

$$\Rightarrow \boxed{\chi^{(2)} \sim \sigma \sim \beta}$$

- определяется ангармонизмом колебаний осцилляторов

Оценка:

$$\left|\frac{P_{NL}}{P_L}\right| = \left|\frac{\chi^{(2)} E^2}{\chi_0 E}\right|$$

если $E \sim E_{\text{ат}} \Rightarrow P_L \sim P_{NL} \Rightarrow \chi_0 E_{\text{ат}} \sim \chi^{(2)} E_{\text{ат}}^2 \Rightarrow \dfrac{\chi^{(2)}}{\chi_0} \sim \dfrac{1}{E_{\text{ат}}}$

$$\left|\frac{P_{NL}}{P_L}\right| = \left|\frac{E}{E_{\text{ат}}}\right| \sim \frac{10^7\, B/см}{10^9\, B/см} \sim 10^{-2}$$

2.3. Нелинейные оптические эффекты в средах с квадратичной нелинейностью. Оптическое детектирование и генерация гармоник

1) Оптическое детектирование.

Из ур-ия (4)

$$\ddot{P}_{NL} + \omega_0^2 P_{NL} = -\sigma P_L^{\,2}$$

$$P_L^{\,2} = \chi_0^2 E^2 = \chi_0^2 \frac{1}{4}\left(E_0^2 e^{i(2\omega t - 2kz)} + \underline{2E_0 E_0^*} + E_0^{*2} e^{-i(2\omega t - 2kz)}\right)$$

отвечает за оптическое выпрямление

$$\Rightarrow \qquad P_L^{\,2}(\omega = 0) = \chi_0^2 \frac{1}{2} E_0 E_0^*$$

$\Rightarrow$ существует нелинейная поляризация на нулевой частоте

$$P_{NL}(\omega = 0) = -\frac{\sigma}{\omega_0^2}\chi_0^2 \frac{1}{2} E_0 E_0^* \sim \left|E_0\right|^2$$

оптическое детектирование (Рис.)

2) Генерация второй гармоники (Франкен, США 1961)

Из выражения (6) для нелинейной поляризации среды

$$P_{NL}(2\omega) = \frac{1}{2}\wp_{NL}(2\omega)e^{i(2\omega t - 2kz)} + к.с.$$

следует, что в волновом уравнении

$$\Delta E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}$$

существуют источники волн (поляризация) на частоте 2ω

$\Longrightarrow$ в среде существует волна на частоте 2ω - вторая гармоника

Без выполнения условия синхронизма: $\dfrac{I_{2\omega}}{I_{\omega}} \sim 10^{-4}$

Условие фазового синхронизма

Пусть в среде с квадратичной нелинейностью распространяется волна с комплексной амплитудой E_{01} и частотой ω

$$E_1 = E_{01} e^{i(\omega t - kz)},$$

$$k = \frac{\omega}{v_\phi}, \quad v_\phi = \frac{c}{n(\omega)}.$$

Тогда существует волна поляризации (за счет $P_{NL} = \chi^{(2)} E^2$):

$$P_{NL}^{(2\omega)} = \chi^{(2)} E_{01}^2 e^{i(2\omega t - 2kz)},$$

бегущая с фазовой скоростью

$$v_\phi = \frac{2\omega}{2k} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n(\omega)},$$

равной фазовой скорости волны на основной частоте.

Эта волна поляризации порождает поле на частоте $\omega_2 = 2\omega$

$$E_2 = E_{02} e^{i(2\omega t - k_2 z)},$$

$$k_2 = \frac{\omega}{v_{2\phi}}, \quad v_{2\phi} = \frac{2\omega}{k_2} = \frac{c}{n(2\omega)}.$$

Из-за дисперсии

$$v_\phi(\omega) \neq v_{2\phi}(2\omega),$$

поэтому волна поляризации и волна поля второй гармоники распространяются с разными скоростями и интенсивность $I_{2\omega}$ мала.

Перекачка энергии из основной волны во вторую гармонику может быть увеличена до 30%-100%, если волна поляризации (нелинейных источников) и свободная волна второй гармоники распространяются в фазе. (Рис.)

То есть

$$v_{\phi}(\omega) = v_{2\phi}(2\omega),$$

или

$$\frac{c}{n(\omega)} = \frac{c}{n(2\omega)} \quad \Rightarrow \quad n(\omega) = n(2\omega),$$

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\omega}{k_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{k_2 = 2k}$$

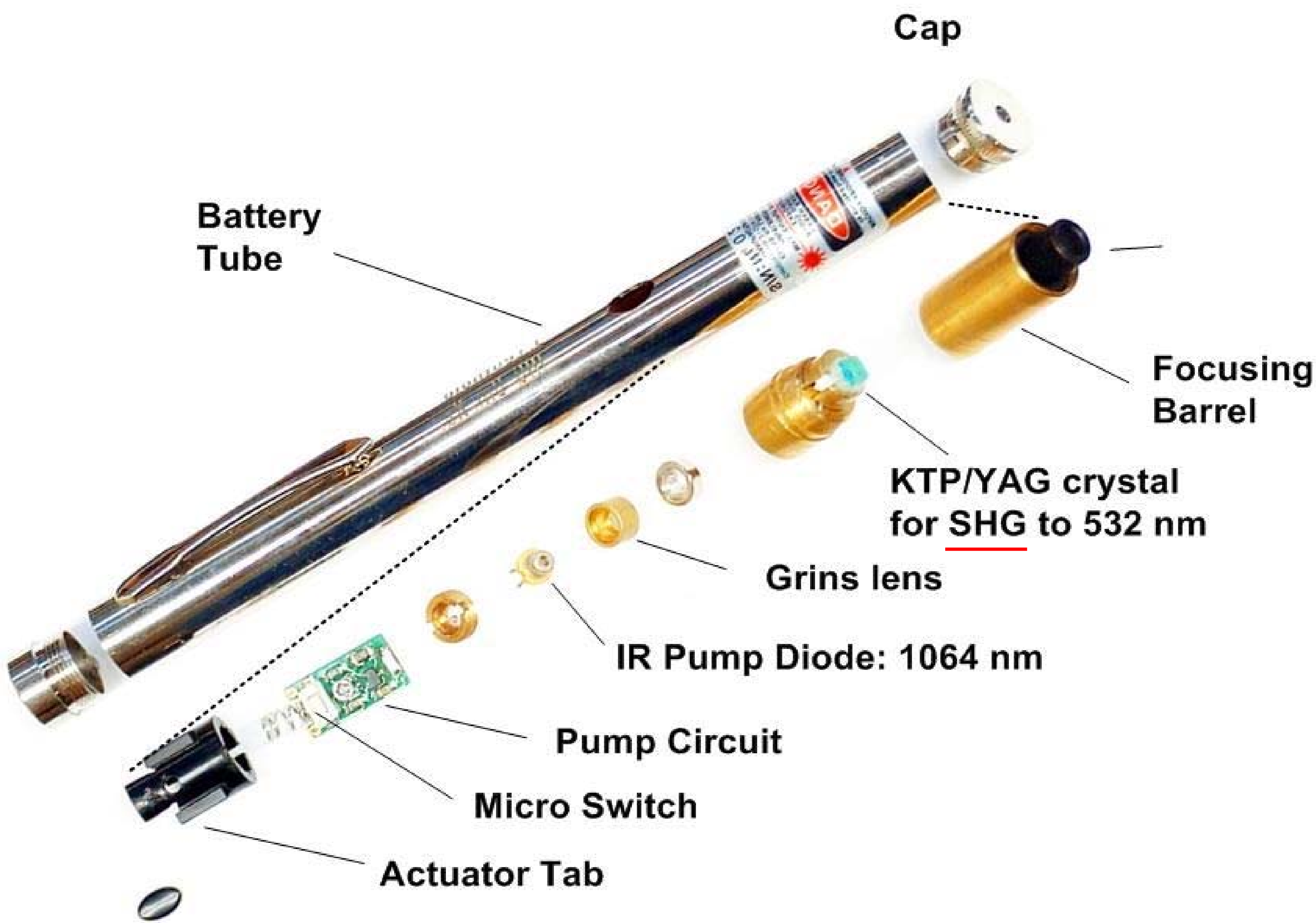
- условие фазового синхронизма

Рассогласование фаз можно ликвидировать, если использовать взаимодействие обыкновенной и необыкновенной волн в отрицательном одноосном кристалле, например KDP (KH_2PO_4).

Рис. сечения поверхности показателя преломления

Применение нелинейных эффектов для преобразования частоты

В общем случае распространения в среде с квадратичной нелинейностью двух волн с частотами ω_1, ω_2 , в среде будет происходить генерация волн на суммарной $\omega_1 + \omega_2$, разностной $\omega_1 - \omega_2$ и удвоенных $2\omega_1, 2\omega_2$ частотах.


Cap
Battery
Tube
Focusing
Barrel
KTP/YAG crystal
for SHG to 532 nm
Grins lens
IR Pump Diode: 1064 nm
Pump Circuit
Micro Switch
Actuator Tab

2.4. Среды с кубической нелинейностью. Самофокусировка волновых пучков и генерация гармоник

Следующий порядок нелинейности P - кубическая нелинейность

$$P = \chi_0 E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3$$

В средах с центром инверсии $\quad \chi^{(2)} = 0 \Rightarrow$

$$P = \chi_0 E + \chi^{(3)} E^3 \quad \Rightarrow$$

$$P_{NL} = \chi^{(3)} E^3$$

Пусть $\quad E = \dfrac{1}{2}\left(E_0 e^{i(\omega t - kz)} + E_0^* e^{-i(\omega t - kz)}\right)$

$$E = \frac{1}{2}\left(E_0 e^{i(\omega t - kz)} + E_0^* e^{-i(\omega t - kz)}\right)$$

Из всех волн поляризации P_{NL} выберем волну на частоте ω:

$$P_{NL}(\omega) = \frac{3\chi^{(3)}}{4}\frac{1}{2}E_0^2 E_0^* e^{i(\omega t - kz)} + к.с. = \chi'^{(3)}\left|E_0\right|^2 E,$$

$$\chi'^{(3)} = \frac{3}{4}\chi^{(3)}$$

Получим выражение для нелинейного коэффициента преломления

$$D = E + 4\pi P = E(1 + 4\pi\chi_0 + 4\pi\chi'^{(3)}\left|E_0\right|^2) = \varepsilon(\left|E_0\right|^2)E$$

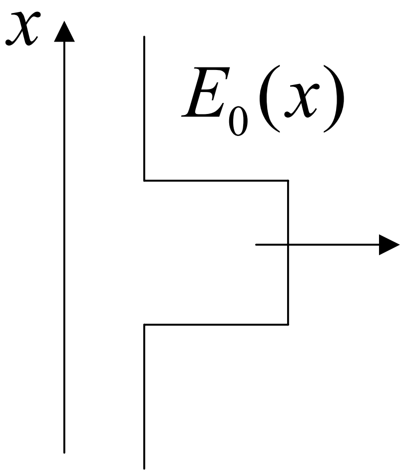
$$n^2 = 1 + 4\pi\chi_0 + 4\pi\chi'^{(3)}\left|E_0\right|^2 = n_0^2 + 4\pi\chi'^{(3)}\left|E_0\right|^2,$$

$$n = n_0 + \frac{1}{2}\frac{4\pi\chi'^{(3)}}{n_0}\left|E_0\right|^2 = n_0 + n_2\left|E_0\right|^2$$

$$\boxed{n = n_0 + n_2 |E_0|^2}$$

$$|n_2| << n_0$$

Самофокусировка волновых пучков

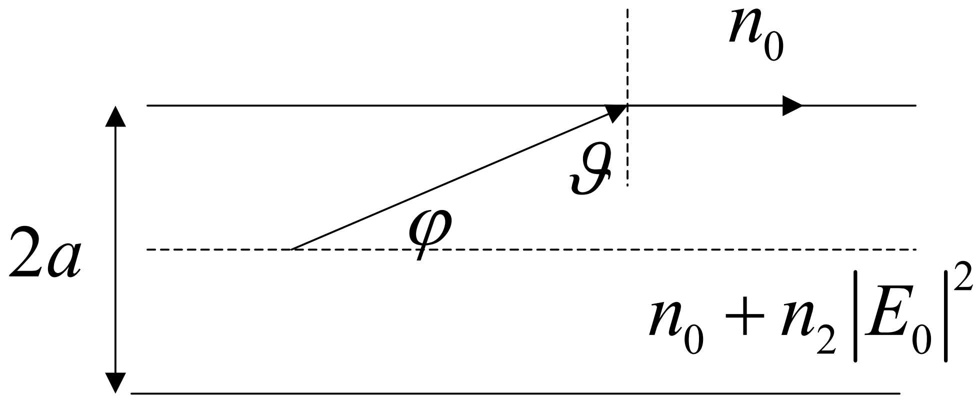


$$n_0$$

$$n_0 + n_2 |E_0|^2 \qquad n_2 > 0$$

- оптически более плотная среда

$$n_0$$



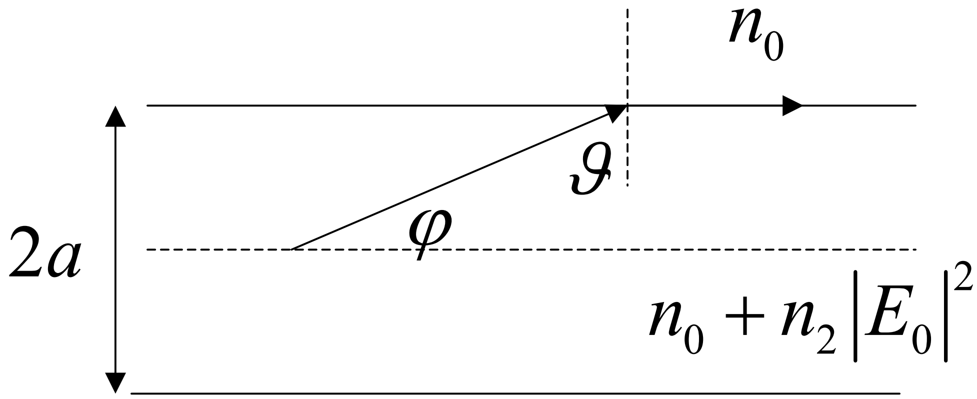
Критический угол

$$\sin\vartheta = \cos\varphi_0 = \frac{n_0}{n_0 + n_2 |E_0|^2}$$

Если $\varphi > \varphi_0$ - луч выходит

$\varphi < \varphi_0$ - полное внутреннее отражение (самофокусировка)

Оценим мощность пучка, при которой возникает самофокусировка



$$\varphi_D \sim \frac{\lambda_0 / n_0}{2a}$$

$$\cos\varphi_0 = 1 - \frac{\varphi_0^2}{2} = \frac{n_0}{n_0 + n_2 \left|E_0\right|^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{n_2 \left|E_0\right|^2}{n_0 + n_2 \left|E_0\right|^2} = \frac{\varphi_0^2}{2}$$

$$\varphi_0^2 = \varphi_D^2 \quad \Rightarrow \frac{2n_2 \left|E_0\right|^2}{n_0 + n_2 \left|E_0\right|^2} = \frac{\lambda_0^2}{4n_0^2 a^2}$$

$$\varphi_0^2 = \varphi_D^2 \quad \Rightarrow \frac{2n_2\left|E_0\right|^2}{n_0 + n_2\left|E_0\right|^2} = \frac{\lambda_0^2}{4n_0^2 a^2}$$

при $n_0 >> n_2\left|E_0\right|^2$

$$\boxed{\left|E_0\right|^2 = \frac{\lambda_0^2}{8n_0 n_2 a^2}}$$

Критическая мощность самофокусировки

$$P_0 = I\pi a^2 = \frac{cn_0}{8\pi}\left|E_0\right|^2 \pi a^2 = \frac{\lambda_0^2 c}{64 n_2}$$