студенты-
физики

Конспект лекций по электромагнетизму

Барон Яков

3 семестр
Лектор Алешкевич В.А.

2013

Электричество и магнетизм.

Лекция 1.

Э/м взаимодействие и его место среди других взаимодействий в природе. Развитие физики электричества в работах М.В. Ломоносова. Электрический заряд. Микроскопические носители заряда. Опыт Милликена. Закон сохранения эл. заряда.

Электростатика. З-н Кулона и его полевая трактовка. Вектор напряжённости эл. поля. Принцип суперпозиции эл. полей.

Существует 4 вида взаимодействий: гравитационное, сильное, слабое и электромагнитное. Гравитационное взаимодействие заметно лишь м/у телами астрономических масштабов. Сильные взаимодействия проявляются лишь м/у определёнными частицами при их сближении на весьма малые расстояния ($\sim 10^{-15}$ м). Слабое взаимодействие осуществляется при взаимопревращении определённых частиц. При удалении частиц друг от друга оно несущественно. И лишь Э/м взаимодействия проявляются в тех пространственных масштабах, в которых осуществлена наша повседневная жизнь. Э/м взаимодействия на всех уровнях являются в определённом смысле элементарной связью, с помощью которой образуется вся цепь связей.

Эл. заряд — это физ. скалярная величина, определяющая способность тел быть источником Э/м полей и принимать участие в Э/м взаимодействии.

Под микроскопическими носителями зарядов понимаются заряженные частицы и ионы. Они могут нести как положительный, так и отрицательный заряд.

Прямое экспериментальное измерение элементарного заряда было выполнено Р. Э. Милликеном в 1909 г.

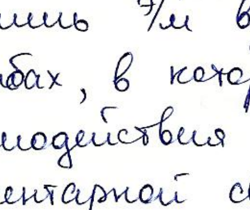


Схема опытов Милликена.

Опыты Милликена:

Маленькие шарообразные частицы движутся в вязкой жидкости при наличии однородного эл. поля E. На частицу действуют подъёмная сила, направленная против силы тяжести ($\rho_{частицы} > \rho_{жидк}$), и сила вязкого трения $f_{тр}$, направленная против скорости. При $v = const$: $\sum_i F_i = 0$.

Все силы, за исключением действующей на частицу со стороны эл. поля, могут быть измерены экспериментально при движении частицы в среде без эл. поля. Изучив затем движение частицы в эл. поле, найдём силу $q\vec{E}$. Это позволит вычислить заряд q частицы, поскольку напряжённость E поля известна.

Можно также изменять напряжённость эл. поля и добиться, чтобы частица находилась в покое. В этом случае сила трения также отсутствует, а остальные силы известны. Поэтому, зная E, можно определить q.

Заряд частицы с течением времени изменяется, что отражается на движении частицы. Определив заряды q_1 и q_2 частицы в различные промежутки времени, можно найти изменение заряда $\Delta q = q_2 - q_1$.

Произведя большое число измерений зарядов, Милликен нашёл, что Δq явл. всегда целым, кратным одной и той же величине $|e|$: $\Delta q = n|e|$, $n = \pm 1, \pm 2, \ldots$, $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

З-н сохр. заряда может быть сформулирован так: „Заряд сохраняется при всех процессах и движениях, связанных с носителями зарядов.

Интегральная формулировка ЗСЗ: $\boxed{\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V \rho\, dV}_{\text{скорость изменения заряда в объёме}} = -\underbrace{\oint\limits_S \vec{j}\cdot d\vec{S}}_{\text{сила тока ч/з пов-ть, ограничивающую объём}}}$

Дифференциальная формулировка ЗСЗ: $\left.\begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V \rho\, dV = \int\limits_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV, \\ \oint\limits_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = \int\limits_V \operatorname{div}\vec{j}\, dV; \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \int\limits_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j}\right) dV = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j} = 0}.$

Электростатика — раздел учения об электричестве, изучающий взаимодействие неподвижных эл. зарядов.

З-н Кулона для силы F взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r, имеет вид: $\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2}}$.

Он был установлен Ш. О. Кулоном в 1785 г. посредством прямых измерений сил взаимодействия м/у заряженными телами, размеры которых много меньше расстояния м/у ними.

Введём величину вектора напряжённости эл. поля в точке нахождения пробного заряда по формуле: $\vec{E} = \frac{\vec{F}_{q\,пр.}}{q_{пр.}} \to \vec{F} = q\vec{E}$ $\quad q \xrightarrow{\vec{R}} q_{пр.}$

$\vec{E}_q = \frac{\vec{F}_{q q_{пр}}}{q_{пр}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{R}}{R^3} \Rightarrow |\vec{E}_q| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{R^2}.$

Принцип суперпозиции эл. полей:

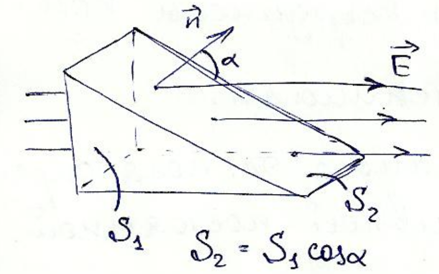
$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$

„Напряжённость поля любого числа точечных зарядов равна векторной сумме напряжённостей полей каждого из точечных зарядов при отсутствии всех других."

Лекция 2.

Поток вектора напряжённости эл. поля. Электростатическая теорема Остроградского – Гаусса, её представление в дифференциальной форме.

Потенциальность э/с поля. Потенциал. Нормировка потенциала. Связь вектора напряжённости э/с поля и потенциала. Работа сил э/с поля. Потенциал системы зарядов.



$\Phi = \vec{E}\cdot\vec{n}_1 S = ES\cos\alpha = E_n S$ – поток вектора напряжённости эл. поля.

$S_2 = S_1 \cos\alpha$

В случае произв. пов-ти: $\Delta\Phi_i = |\vec{E}_i|\,\Delta S_i \cos\alpha_i = \vec{E}_i \cdot \underbrace{\Delta S \vec{n}_i}_{\Delta\vec{S}_i} = \vec{E}_i\,\Delta\vec{S}_i$

$\Phi_S = \sum\limits_i \Delta\Phi_i = \sum\limits_i \vec{E}_i\,\Delta\vec{S}_i \Rightarrow$ при $i\to\infty$: $\Phi_S = \int\limits_S \vec{E}\,d\vec{S}$ – полный поток вектора напряжённости эл. поля ч/з произв. пов-ть площади S.

Д-во т. Остроградского – Гаусса:

Вычислим поток вектора $\vec{E}$ от заряда q ч/з произв. пов-ть площади S:

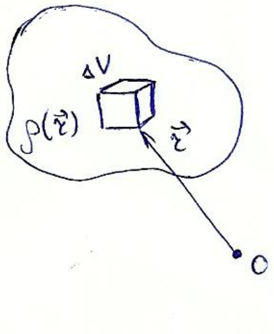
$d\Phi = E\,dS\cos\alpha = E\,dS_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dS_2}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}d\Omega \longrightarrow \oint d\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot 4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$\vec{E} = \sum\limits_i \vec{E}_i$ – согласно принципу суперпозиции. Тогда:

$\oint \vec{E}\,d\vec{S} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n + \ldots)\,d\vec{S} = \frac{q_1 + q_2 + \ldots + q_n + \ldots}{\varepsilon_0} = \frac{Q_V}{\varepsilon_0}$.

Итак, для непр. распределения зарядов имеем: $\boxed{\oint\limits_{S_V} \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_V}{\varepsilon_0} = \frac{\int\limits_V \rho\,dV}{\varepsilon_0}}$.

Диф. форма э/с т. Остроградского – Гаусса:



$\oint\limits_{S_{\Delta V}} \vec{E}\,d\vec{S} \simeq \frac{\rho\,\Delta V}{\varepsilon_0}$;

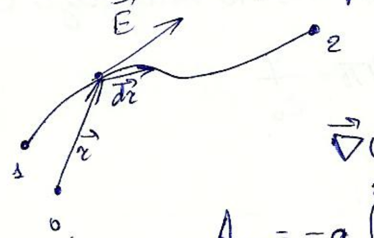
$\underbrace{\lim\limits_{\Delta V\to 0} \frac{\oint_{S_{\Delta V}} \vec{E}\,d\vec{S}}{\Delta V}}_{\operatorname{div}\vec{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$.

Поле сил наз. потенциальным, если работа при перемещении в этом поле зависит лишь от начальной и конечной точек пути и не зависит от траектории. Другим эквивалентным определением потенциальности явл. требование рав-ва работы нулю при перемещении по любому замкнутому контуру.

Поскольку работа при перемещении заряда в потенциальном поле не зависит от траектории, а зависит лишь от начальной и конечной точек пути, её можно выразить ч/з координаты концов траектории. Это делается с помощью потенциала.

$\boxed{\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi}$. Очевидно, что потенциал φ заданного эл. поля определён лишь с точностью до аддитивной постоянной.

Пользуясь неоднозначностью скалярного потенциала, можно в любой одной наперёд заданной точке приписать ему любое наперёд заданное значение. После этого во всех других точках потенциал имеет вполне определённое значение, т.е. будет однозначным. Эта процедура придания однозначности потенциалу путём приписывания ему определённого значения в одной из точек наз. нормировкой потенциала.

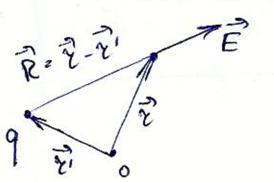


$$A_{12} = \int_1^2 \underbrace{q\vec{E}}_{\vec{F}_q}\, d\vec{r} = -q\int_1^2 \vec{\nabla}\varphi\, d\vec{r}$$

$$\vec{\nabla}\varphi\, d\vec{r} = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz = d\varphi(x,y,z)$$

$$A_{12} = -q\int_1^2 d\varphi = \underbrace{q\varphi_1}_{\Pi_1} - \underbrace{q\varphi_2}_{\Pi_2}$$, $\Pi_i = q\varphi_i$ — потенциальная энергия заряда в поле $\vec{E}$.

Потенциал системы зарядов:



$$\vec{E} = k\frac{q}{R^2}\cdot\frac{\vec{R}}{R} = k\frac{q}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\cdot\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} = -\vec{\nabla}_{\vec{r}}\left(k\frac{q}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + C\right),$$

$$\varphi = k\frac{q}{\underbrace{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}_{R}} + C,$$ где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

Тогда для системы зарядов имеем:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r}) = -\sum_i \vec{\nabla}\varphi_i(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\left(\sum_i \varphi_i(\vec{r})\right),$$

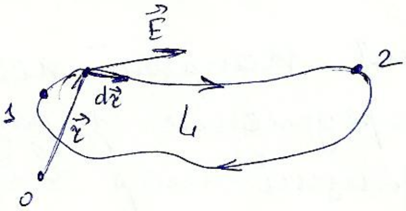
$$\varphi(\vec{r}) = \sum_i \varphi_i(\vec{r}) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}.$$

Лекция 3.

Циркуляция вектора напряжённости эл. поля. Теорема о циркуляции, её представление в дифференциальной форме.
Уравнения Пуассона и Лапласа.
Эл. диполь. Потенциал и напряжённость поля диполя.

$\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l}$ — циркуляция вектора напряжённости эл. поля $\vec{E}$ вдоль контура L.

Т. о циркуляции:



$$\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E}d\vec{r} + \int_2^1 \vec{E}d\vec{r} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_2 - \varphi_1 = 0, \text{ т.е.}$$

$$\boxed{\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = 0}$$

Т. о циркуляции в дифференциальной форме:

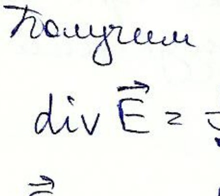
$$\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = \int\limits_{S_L} \operatorname{rot}\vec{E}\cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \boxed{\operatorname{rot}\vec{E} = 0}.$$

Получим ур-ния Пуассона и Лапласа:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div}\vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \vec{E} &= -\operatorname{grad}\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi &= \nabla^2\varphi = \Delta\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$ — ур-ние Пуассона.

В тех областях, где заряды отсутствуют ($\rho = 0$), оно превращается в ур-ние Лапласа: $\boxed{\nabla^2\varphi = 0}$.

Эл. диполь — система двух разноимённых зарядов $+q$ и $-q$, жёстко связанных м/у собой и смещённых на расстояние l друг от друга. $\vec{p} = q\vec{l}$ — эл. момент диполя.



$$\varphi(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{R} - \frac{q}{|\vec{R}+\vec{l}|}\right), \text{ где } q > 0.$$

$$\frac{1}{|\vec{R}+\vec{l}|} = \frac{1}{[(\vec{R}+\vec{l})^2]^{1/2}} = \frac{1}{(R^2 + 2\vec{R}\vec{l} + l^2)^{1/2}} = \frac{1}{R\left(1 + 2\frac{\vec{R}\vec{l}}{R^2} + \frac{l^2}{R^2}\right)^{1/2}} \approx \frac{1}{R} - \frac{\vec{l}\vec{R}}{R^3}$$

тогда $\boxed{\varphi(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\vec{R}}{R^3}}$, где $\vec{p} = q\vec{l}$.

Зная φ, нетрудно найти поле диполя:

$$\vec E = -\vec\nabla\varphi$$

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x}\varphi = -\frac{\partial}{\partial x} k\frac{\vec p\vec R}{R^3} = -\frac{\partial}{\partial x}k\frac{p_x x+p_y y+p_z z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} = -k(\vec p\vec R)\left(-\frac{3}{2}\right)\frac{2x}{R^5} -$$

$$- k\frac{p_x}{R^3} = k\left(\frac{3(\vec p,\vec R)}{R^5}x - \frac{p_x}{R^3}\right).$$ Тогда окончательно имеем:

$$\boxed{\vec E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3(\vec p,\vec R)}{R^5}\vec R - \frac{\vec p}{R^3}\right)}.$$

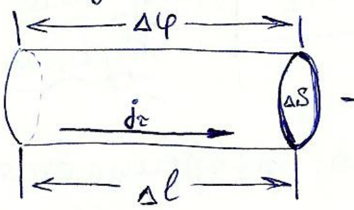
Лекция 4.

Проводники в э/с поле. Э/с индукция. Напряжённость поля у пов-ти и внутри проводника. Распределение заряда по пов-ти проводника. Э/с защита. Проводящий шар в однородном э/с поле.

Связь м/у зарядом и потенциалом проводника. Электроёмкость. Конденсаторы. Ёмкость плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов.

Явление перераспределения зарядов на проводнике при наличии внешнего стационарного эл. поля наз. э/с индукцией.

$$R = \frac{1}{\gamma}\frac{\Delta l}{\Delta S}, \quad I_\tau = j_\tau\Delta S$$



$$\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi = j_\tau\Delta S\dfrac{1}{\gamma}\dfrac{\Delta l}{\Delta S} = \dfrac{j_\tau\Delta l}{\gamma}\\ E_\tau = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta l}\end{array}\right\} \Rightarrow j_\tau = \gamma E_\tau$$

или

$$\boxed{\vec j = \gamma\vec E}$$ – диф. форма з-на Ома.

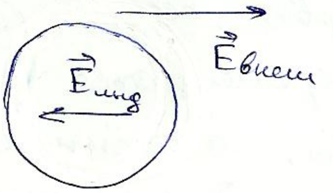
В э/с поле: $\vec j = 0 \Rightarrow$ из з-на Ома: $\vec E = 0$, т.е. внутри проводника, находящегося в э/с равновесии, эл. поле отсутствует.

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{div}\vec E = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\\ \vec E = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \rho = 0,$$ т.е. внутри проводника отсутствуют объёмные заряды. Это означает, что заряд проводника концентрируется на его пов-ти в слое атомарной толщины.

∡ поле у пов-ти проводника:

$$\left.\begin{array}{l}\int_S \vec E d\vec S = Q/\varepsilon_0\\ \int_{\Delta S}\vec E d\vec S = E_n\Delta S\end{array}\right\} \Rightarrow E_n\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0} \to \boxed{E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{E_\tau = 0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$ – поле вблизи пов-ти проводника.



Индуцированные заряды должны создать внутри шара однородное поле.

Внутри шара — напряжённость поля равна нулю.

Вне шара — напряжённость равна сумме внешнего поля и поля точечного диполя, помещённого в центр шара, с дипольным моментом $\vec{p}_m = Q\vec{a} = 4\pi R^3 \dfrac{\rho_0 \vec{a}}{3} = 4\pi R^3 \varepsilon_0 \vec{E}$ (т.к. $\vec{E} = \dfrac{\rho_0 \vec{a}}{3\varepsilon_0}$).

Одинаковое во всех точках проводника значение потенциала называется потенциалом проводника.

$\boxed{C = Q/\varphi}$ — ёмкость проводника (связь м/у Q и φ).

Конденсатором наз. совокупность двух любых проводников с одинаковыми по абсолютному значению, но противоположными по знаку зарядами. Проводники наз. обкладками конд-ра.

Плоский конд-р: $C = \dfrac{Q}{\Delta\varphi} = \dfrac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d} = \boxed{\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}}$.

Сферический конд-р: $C = \dfrac{Q}{\Delta\varphi} = \dfrac{Q}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2}\right)} = \boxed{4\pi\varepsilon_0 \dfrac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$.

Цилиндрический конд-р: $\boxed{C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln R_2/R_1}}$.

Лекция 5.

Диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Вектор поляризации. Связь вектора поляризации со связанными зарядами.

Вектор эл. индукции в диэлектрике. Диэл. восприимчивость и диэл. проницаемость в-ва. Материальное ур-ние для векторов эл. поля.

Теорема Остроградского-Гаусса для диэлектриков. Её дифференциальная форма. Граничные условия для векторов напряжённости и эл. индукции. Диэл. шар в однородном эл. поле.

Диэлектрики — это материальные тела, в которых нет свободных зарядов, способных под действием эл. поля перемещаться на большие, макроскопические расстояния (в отличие от проводников). Заряды в диэл-ке могут перемещаться под действием внешнего эл. поля на расстояния порядка атомных.

Под **свободными** зарядами понимаются, во-первых, все эл. заряды, которые под влиянием эл. поля могут перемещаться на макроскопические расстояния, и, во-вторых, заряды, нанесённые извне на пов-ть диэлектриков и нарушающие их нейтральность. Заряды же, входящие в состав нейтральных молекул диэл-ков, равно как и ионы, закреплённые в твёрдых диэл-ках вблизи определённых положений равновесия, называют **связанными**.

$\boxed{\vec{p} = \int \vec{r}\, dq(\vec{r})}$ — дипольный момент нейтральной системы с неоднородным распределением плотности заряда.

Процесс образования (или упорядочения) дипольных моментов внутри диэл-ка наз. поляризацией.

Вектор поляризации $\vec{P}$ диэл-ка — это вектор объёмной плотности дипольного момента. Численно он равен дип. моменту единицы объёма диэл-ка:

$$\boxed{\vec{P}(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i}.$$

Плотность объёмных связанных зарядов в поляризованном диэл-ке равна: $\boxed{\rho' = -\operatorname{div}\vec{P}}$ (она отлична от нуля только в случае неоднородной поляризации).

$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}}$ — вектор эл. индукции (не явл. чисто полевым, т.к. учитывает поляризованность среды).

Диэл. восприимчивость $\varkappa$ — физ. величина, мера способности в-ва поляризоваться под действием эл. поля. Диэл. восприимчивость явл. коэф-том линейной связи м/у $\vec{P}$ и внешним полем $\vec{E}$ в достаточно малых полях: $\vec{P} = \varkappa\varepsilon_0\vec{E}$.

Диэл. проницаемость — физ. величина, характеризующая св-ва изолирующей (диэл.) среды и показывающая зависимость $\vec{D}$ от внешнего поля $\vec{E}$. $\underbrace{\boxed{\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}}}_{\text{материальное ур-ние}}$, где $\varepsilon = 1 + \varkappa$ — отн. диэл. проницаемость.

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \operatorname{div}\vec{D} = \varepsilon_0 \operatorname{div}\vec{E} + \operatorname{div}\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\rho + \rho'}{\varepsilon_0} - \rho' = \rho$$

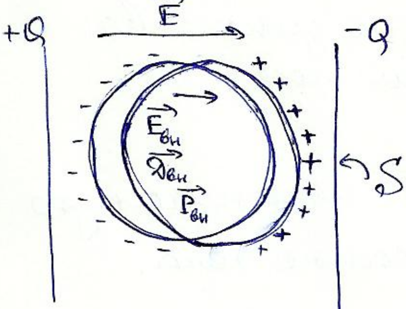
$\boxed{\operatorname{div}\vec{D} = \rho}$ — диф. форма т. Остроградского-Гаусса для случая диэл-ков, здесь ρ — плотность сторонних зарядов.

$\boxed{\oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = Q}$ — инт. форма т. Остроградского-Гаусса для случая диэл-ков, здесь Q — полный сторонний заряд внутри замкн. пов-ти S.

Граничные условия для векторов напряжённости и эл. индукции: 9

$$\begin{cases} D_{2n} - D_{1n} = \sigma, \\ E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0. \end{cases}$$

Здесь σ – плотность свободных поверхностных зарядов на границе двух диэлектриков.



Все поля однородные.

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_{вн} &= \vec{E} - \frac{\vec{P}_{вн}}{3\varepsilon_0} \\ \vec{P}_{вн} &= \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\vec{E}_{вн} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{P}_{вн} = \frac{3\varepsilon_0(\varepsilon-1)}{\varepsilon+2}\vec{E}$$

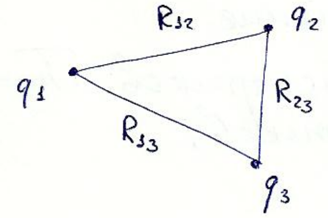
$$\vec{E}_{вн} = \vec{E} - \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}\vec{E} = \frac{3\vec{E}}{\varepsilon+2}$$

$$\vec{D}_{вн} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}_{вн} = \frac{3\varepsilon\varepsilon_0}{\varepsilon+2}\vec{E}.$$

Лекция 6.

Энергия системы эл. зарядов. Энергия взаимодействия и собственная энергия. Энергия э/с поля и её объёмная плотность. Энергия эл. диполя во внешнем поле.

Пондеромоторные силы в эл. поле и методы их вычислений. Связь пондеромоторных сил с энергией системы зарядов.



$$W_2 = q_2\varphi_2 = k\frac{q_2 q_1}{R_{12}}$$

$$W_3 = q_3\varphi_3 = k\frac{q_3 q_1}{R_{13}} + k\frac{q_3 q_2}{R_{23}}$$

$$W = W_2 + W_3 = k\left(\frac{q_1 q_2}{R_{12}} + \frac{q_1 q_3}{R_{13}} + \frac{q_2 q_3}{R_{23}}\right)$$

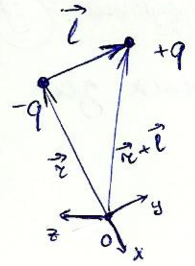
Обобщением на систему произвольного числа зарядов, получим:

$$W = k\sum_{i<j}\frac{q_i q_j}{R_{ij}} = \frac{1}{2}k\sum_{\substack{i,j \\ i\neq j}}\frac{q_i q_j}{R_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i, \text{ где } \varphi_i = k\sum_j \frac{q_j}{R_{ij}}.$$

Собственная энергия заряженного тела – это энергия, обусловленная взаимодействием зарядов данного тела друг с другом.

Энергия взаимодействия двух заряженных тел – это энергия, обусловленная взаимодействием зарядов одного тела с зарядами другого тела.

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\int_V \vec{E}\vec{D}\,dV}, \quad \boxed{\omega = \frac{1}{2}\vec{D}\vec{E}}, \quad \boxed{W = \int_V \omega\,dV}$$



$$W = q\varphi(\vec{r}+\vec{l}) - q\varphi(\vec{r})$$

$$\varphi(\vec{r}+\vec{l}) = \varphi(x+l_x,\, y+l_y,\, z+l_z) = \varphi(\vec{r}) + \frac{\partial\varphi}{\partial x}l_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}l_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}l_z + \ldots$$

Тогда: $W = \underbrace{q\vec{l}}_{\vec{p}} \cdot \underbrace{\vec{\nabla}\varphi}_{-\vec{E}} = \boxed{-\vec{p}\vec{E}}$ — энергия эл. диполя во внешнем поле.

Пондеромоторная сила — термин, означающий механическую силу, действующую со стороны поля на весомые тела.

$$\boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla}W}.$$

Лекция 7.

Электронная теория поляризации диэл-ков. Локальное поле. Неполярные диэлектрики. Формула Клаузиуса – Моссотти. Полярные диэлектрики. Функция Ланжевена. Поляризация ионных кристаллов.

Эл. св-ва кристаллов. Пироэлектрики. Пьезоэлектрики. Прямой и обратный пьезоэлектрический эффект и их применение.

Сегнетоэлектрики. Доменная структура сегнетоэлектриков. Гистерезис. Точка Кюри. Применение сегнетоэлектриков.

Поляризационные св-ва диэл-ков определяются поляризационными особенностями отдельных молекул в-ва.

В рез-те поляризации диэл-ка, помещённого во внешнем поле, сам диэл-к становится источником эл. поля. След-но, поле внутри диэл-ка, которое действует на его молекулы, отличается от внешнего. Оно наз. локальным.

Неполярный диэл-к — диэл-к, состоящий из неполярных молекул, дипольный момент которых в отсутствии внешнего эл. поля равен нулю.

В первом приближении дип. момент молекулы можно считать пропорциональным напряжённости поля:

$\vec{p} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}^*$, где $\varkappa$ — молекулярная диэл. восприимчивость, $\vec{E}^*$ — напряжённость локального поля, действующего на молекулу внутри диэл-ка.

Пусть м-ла представляется в виде проводящей сферы, радиус которой примерно равен радиусу молекулы a. В постоянном поле $\vec{E}^*$ эта сфера приобретает дип. момент, равный: $\vec{p} = 4\pi\varepsilon_0 a^3 \vec{E}^*$.

Сравнивая последние 2 рав-ва, находим: $\varkappa = 4\pi a^3$

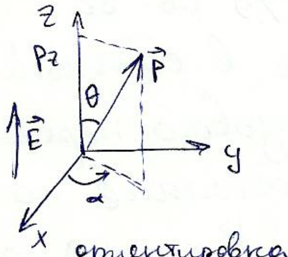
$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum\limits_{\Delta V} \varkappa\varepsilon_0 \vec{E}^* = \varkappa\varepsilon_0\vec{E}^* \frac{1}{\Delta V}\sum\limits_{\Delta V} 1 = \varkappa\varepsilon_0 N \vec{E}^*$, где N — концентрация мол-л.

Для плотных газов: $\vec{E}^* = \vec{E} + \vec{P}/3\varepsilon_0 \} \Rightarrow \vec{P} = \varkappa\varepsilon_0 N[\vec{E} + \vec{P}/3\varepsilon_0]$, откуда:

$\vec{P} = \frac{\varkappa\varepsilon_0 N}{1 - \frac{\varkappa N}{3}}\vec{E}$. Отсюда получаем: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \frac{\varkappa\varepsilon_0 N}{1-\frac{\varkappa N}{3}}\vec{E}$

$$\boxed{\frac{3(\varepsilon-1)}{\varepsilon+2} = \varkappa N}$$ — ф-ла Клаузиуса-Моссотти.

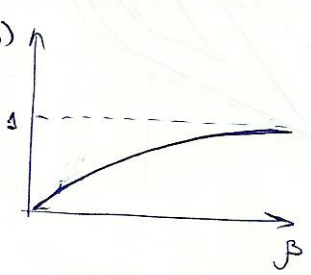
Полярный диэл-к — диэл-к, состоящий из полярных молекул, обладающих собственным дипольным моментом.

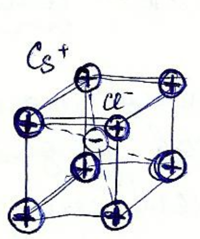


ориентировка диполя в сфер. СК

$\langle p_z \rangle = pL(\beta)$

$$\boxed{L(\beta) = \mathrm{cth}\,\beta - \frac{1}{\beta}}$$ — ф-ция Ланжевена



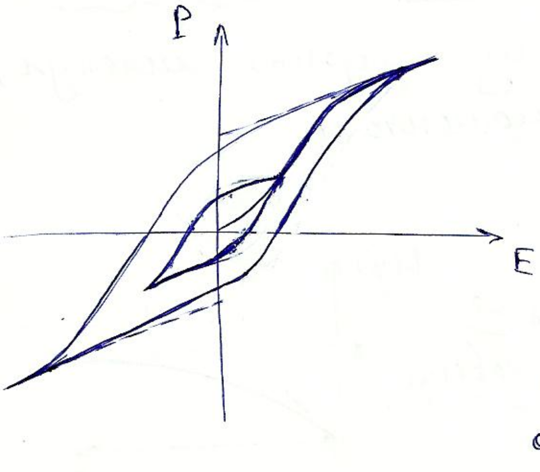


В кристаллических в-вах возможно смещение положительной и отрицательной ионных подрешёток отн-но друг друга под действием внешнего эл. поля. Такая поляризация наз. ионной поляризацией.

Пироэлектрики: У некоторых кристаллов в состоянии Т/д равновесия решётки положительных и отрицательных ионов смещены, т.е. они имеют спонтанную поляризацию (например, кристалл турмалина).

Пьезоэлектрики: У ряда кристаллов при деформациях возникает эл. поляризация (прямой пьезоэффект) и наоборот при наложении эл. поля происходит деформация (обратный пьезоэффект). К таким в-вам относятся кристаллы кварца, турмалина, сегнетовой соли, титаната бария и др.

Сегнетоэлектрики: Некоторые кристаллические в-ва (сегнетова соль, титанат бария и др.) в определённом диапазоне температур находятся в состоянии спонтанной поляризации. Их вектор спонтанной поляризации, в отличие от пироэлектриков, может быть легко ориентирован отн-но слабым эл. полем. Эти в-ва (сегнетоэл-ки) в данном диапазоне температур могут иметь гигантские значения диэл. проницаемости $\varepsilon \sim 10^4$. Зависимость $\vec{P}(\vec{E})$ явл. нелинейной, то есть восприимчивость $\varkappa = \varkappa(\vec{E})$. Процесс поляризации имеет гистерезис.



При повышении темп-ры выше некоторого значения $T_к$, характерного для каждого сегнетоэл-ка, его с/э св-ва исчезают и он превращается в обычный полярный диэл-к. Точка фазового перехода из состояния с/э-ка в состояние полярного диэл-ка наз. точкой Кюри, а соответствующая ей температура $T_к$ – температурой Кюри.

С/э-ки находят широкое применение при изготовлении малогабаритных конденсаторов в кач-ве нелинейных эл-тов радиотехнических устройств, в технике ультразвука. Во внешнем эл. поле изменяются преломляющие св-ва с/э-ких кристаллов: это явление используется для управления световыми пучками (электрооптические затворы, модуляторы и умножители частоты лазерного излучения и т.д.).

Лекция 8.

Постоянный эл. ток. Сила и плотность тока. Линии тока. Эл. поле в проводнике с током и его источники. Ур-ние непрерывности. Условие стационарности тока. Эл. напряжение. З-н Ома для участка цепи. Электросопротивление.

З-н Ома в диф. форме. Удельная электропроводность в-ва. Токи в сплошных средах. Заземление.

Эл. током наз. любое упорядоченное движение эл. зарядов.

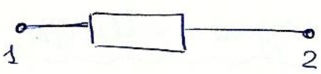
Сила эл. тока ч/з заданную пов-ть определяется величиной заряда, проходящего ч/з эту пов-ть за единицу времени.

Плотность тока — это векторная величина, проекция которой на нормаль к элементарной пов-ти равна величине эл. заряда, проходящего ч/з единицу пов-ти за единицу времени.

Линии тока — это линии, касательные к которым направлены по направлению средней (или дрейфовой) скорости. Для стационарных токов вдоль этих линий движутся заряды.

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{\partial}{\partial t} Q_V = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\, dV = \\ &= -\oint_{S_V} j\, dS = -\int_V \operatorname{div}\vec{j}\, dV \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j} = 0}$$ — ур-ние непрерывности.

В стационарном случае: $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \operatorname{div}\vec{j} = 0$.



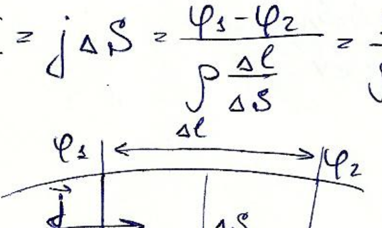
$U = \varphi_1 - \varphi_2$ — эл. напряжение на участке 1-2.

$\boxed{I = \frac{U}{R}}$ — з-н Ома для участка цепи.

$[R] = [В/А] = [Ом]$.

$$R = \rho\frac{l}{S}$$

$$I = j\Delta S = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\rho\frac{\Delta l}{\Delta S}} = \frac{1}{\rho}\underbrace{\left(-\frac{d\varphi}{dl}\right)}_{=E}\Delta S = \frac{1}{\rho}E\Delta S \Rightarrow j = \frac{1}{\rho}E = \lambda E$$



$\boxed{\vec{j} = \lambda\vec{E}}$ — з-н Ома в диф. форме.

$\lambda = \frac{1}{\rho}$ — уд. электропроводность в-ва.

∡ 2 проводника произв. формы, которые находятся в безграничной однородной слабопроводящей среде с уд. сопротивлением ρ и диэл. проницаемостью ε. Зарядим мысленно проводники зарядами $+q$ и $-q$. Т.к. среда м/у ними слабопроводящая, то пов-ти проводников явл. эквипотенциальными и конфигурация поля такова же, как и при отсутствии среды. Окружим положительно заряженный проводник замкнутой пов-тью S, прилегающей к пов-ти проводника. Тогда: (14)

$$R=\frac{U}{I}=\frac{U}{\oint j_n dS}=\frac{U}{\gamma\oint E_n dS}\;;\; C=\frac{q}{U}=\frac{\oint D_n dS}{U}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0\oint E_n dS}{U}$$

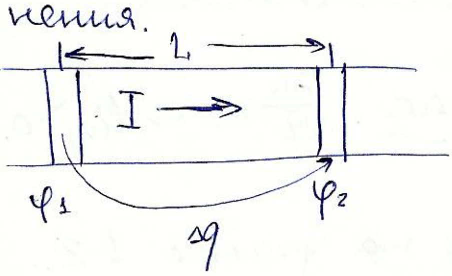
$$\boxed{RC=\rho\varepsilon\varepsilon_0}$$

Заземление — подключение элемента (-тов) цепи к точке удалённого объекта, потенциал которого считается нулевым.

Лекция 9.

Работа и мощность постоянного тока. З-н Джоуля-Ленца и его диф. форма. Сторонние силы. ЭДС. З-н Ома для замкнутой цепи.

Разветвлённые цепи. Правила Кирхгофа. Примеры их применения.

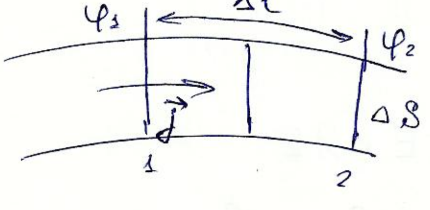


$$\Delta q=I\Delta t,\; \Delta A=\Delta W=\Delta q(\varphi_1-\varphi_2)=\Delta q U$$

$$\Delta W=I\Delta t U=\Delta Q$$

$$\boxed{Q=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t}$$ — з-н Джоуля-Ленца.

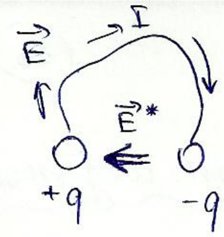
$$P=\frac{A}{t}=\frac{Q}{t}=\boxed{IU=I^2R=\frac{U^2}{R}=P}$$ — мощность постоянного тока.



$$\frac{dQ}{dt}=I^2R=(j\Delta S)^2\rho\frac{\Delta l}{\Delta S}=j^2\rho\underbrace{\Delta S\Delta l}_{=\Delta V}$$

$$\frac{1}{\Delta V}\frac{dQ}{dt}=j^2\rho=j\frac{E}{\rho}\cdot\rho=jE$$

$$\boxed{\frac{1}{\Delta V}\frac{dQ}{dt}=\vec{j}\vec{E}}$$ — диф. форма з-на Джоуля-Ленца.



Для поддержания эл. тока в замкнутой цепи необходимо устр-во (источник тока), совершающее посредством сторонних сил перемещение зарядов против действия эл. сил. (15)

$\vec{E}^*$ – напряжённость сторонних сил; $\vec{E}$ – напряжённость эл. сил.

$\boxed{\mathcal{E} = U + Ir = I(R+r)}$ – З-н Ома для замкн. цепи.

Правила Кирхгофа:

1) алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю: $\sum_k I_k = 0$.

2) $\sum_n I_n R_n = \sum_k \mathcal{E}_k$.

Лекция 10.

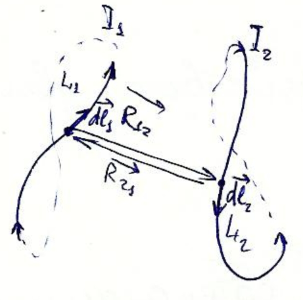
Магнитостатика. Взаимодействие токов. Элемент тока. З-н Био-Савара-Лапласа и его полевая трактовка. Вектор индукции магн. поля.

Действие магн. поля на ток. З-н Ампера.

Теорема о циркуляции вектора индукции магн. поля.

Диф. форма теоремы о циркуляции. Вихревой хар-р магн. поля. Ур-ние $\operatorname{div}\vec{B} = 0$. Понятие о векторном потенциале.

Релятивистская природа магн. взаимодействий.



Магнитостатика изучает з-ны взаимодействия м/у неподвижными магн. телами и проводниками со стационарными токами.

$Id\vec{l}_1$ – элемент тока.

$$d\vec{F}_{12} = k\,\frac{[I_2 d\vec{l}_2, [I_1 d\vec{l}_1, \vec{R}_{12}]]}{R_{12}^3}\ ; \quad d\vec{F}_{21} = k\,\frac{[I_1 d\vec{l}_1, [I_2 d\vec{l}_2, \vec{R}_{21}]]}{R_{21}^3}.$$

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{[I_2 d\vec{l}_2, \vec{R}]}{R^3}}$$ – з-н Био-Савара-Лапласа.

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{L_2}\frac{[I_2 d\vec{l}_2, \vec{R}_{21}]}{R_{21}^3} \longrightarrow \boxed{d\vec{F}_{21} = [I_1 d\vec{l}_1, \vec{B}_2]}$$ – З-н Ампера.

$$\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mathrm{rot}\,\underbrace{\mathrm{rot}\,\vec{A}}_{\text{вект. потенциал}} = \mathrm{grad}\,\underbrace{\mathrm{div}\,\vec{A}}_{0} - \underbrace{\Delta\vec{A}}_{-\mu_0\vec{j}} = \mu_0\vec{j}.$$

$\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0\vec{j}}$ – диф. форма т. о циркуляции вектора магн. индукции.

$$\oint_L \vec{B}\,d\vec{l} = \int_{S_L} \mathrm{rot}\,\vec{B}\cdot d\vec{S} = \mu_0\int_{S_L} \vec{j}\,d\vec{S} = \mu_0\sum_{S_L} I$$

$\boxed{\oint_L \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0\int_{S_L} \vec{j}\,d\vec{S}}$ – инт. форма т. о циркуляции вектора магн. индукции.

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = \mathrm{div}(\mathrm{rot}\,\vec{A}) = 0,\ \text{т.к.}\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A_x}{\partial x} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \equiv 0 \Rightarrow \text{магн. поле вихревое.}$$

$$\int_{S_V} \vec{B}\,d\vec{S} = \int_V \mathrm{div}\,\vec{B}\,dV = 0.$$

$\vec{A}$ наз. векторным потенциалом магн. поля, если $\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$.

Лекция 11.

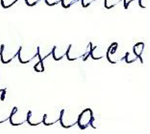
Элементарный ток и его магн. момент. Магн. поле элементарного тока. Элементарный ток в магнитном поле.

Магн. поле движущегося заряда. Взаимодействие движущихся зарядов.

Сила Лоренца. Эффект Холла.

Элем. ток — это линейный замкнутый ток, обтекающий пов-ть с бесконечно малыми линейными размерами.

$\boxed{\vec{p_m} = iS\vec{n}}$ – магн. момент тока ($\vec{n}$ – единичный вектор нормали к пов-ти).



$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{3(\vec{p_m},\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p_m}}{r^3}\right)}$$ – магн. поле элементарного тока.

$\vec{j} = qn\vec{u}$, $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{j},\vec{R}]}{R^3}dV = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{u},\vec{R}]}{R^3}\underbrace{qndV}_{dN}$

для одной частицы: $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{u},\vec{R}]}{R^3}q = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\vec{u}, \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\frac{\vec{R}q}{R^3}\right] =$

$= \underbrace{\mu_0\varepsilon_0}_{1/c^2}\left[\vec{u}, \underbrace{k\frac{q\vec{R}}{R^3}}_{\vec{E}}\right] = \boxed{\frac{1}{c^2}[\vec{u},\vec{E}]}$

$d\vec{F}_A = I[d\vec{l},\vec{B}] = [\vec{j},\vec{B}]dV$; $\vec{F}_A = I\int\limits_L[d\vec{l},\vec{B}] = \int\limits_V[\vec{j},\vec{B}]dV$

$\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{u},\vec{B}]}$ — сила Лоренца.

Элем. ток в магн. поле: $\vec{B} = \vec{B}_\perp + \vec{B}_\parallel$

~~$\vec{F}_1 = \oint[Id\vec{l}_1, \vec{B}_\perp] = 0$; $d\vec{F}_2 = [Id\vec{l}_1$~~ В однородном поле, сила, действующая на контур с током, равна: $\vec{F} = \sum[Id\vec{l},\vec{B}] = I[\underbrace{\sum d\vec{l}}_{=0},\vec{B}] = 0$.

Эффект Холла — возникновение поперечной разности потенциалов при помещении проводника с постоянным током в магн. поле.

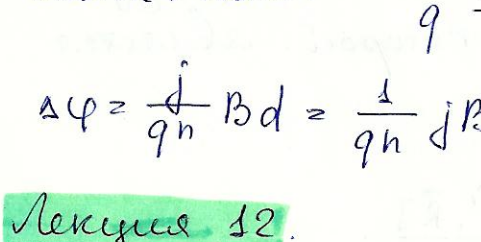
$$q\frac{\Delta\varphi}{d} = qvB$$

$\Delta\varphi = \frac{j}{qn}Bd = \frac{1}{qn}jBd = RjBd$, где $R = \frac{1}{qn}$ — постоянная Холла.

Лекция 12.

Поток вектора магн. индукции. Индуктивность. Коэффициент самоиндукции. Коэф-т взаимной индукции двух контуров. Потенциальная ф-ция тока. Силы, действующие на контур с током. Взаимодействие двух контуров с током.

$\boxed{\Phi_S = \int\limits_S \vec{B}d\vec{S}}$ — поток вектора магн. индукции.



$F_A = IlB$

$\Delta A = F\Delta x = IBl\Delta x = IB\Delta S = I\Delta\Phi$

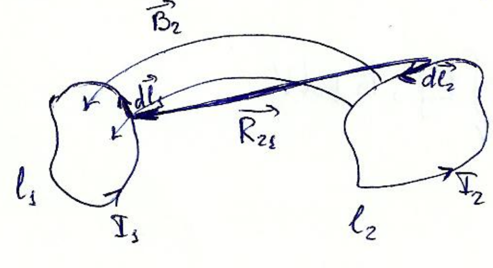
Определим потенциальную ф-цию тока:

$\boxed{U = -I\Phi}$, тогда $\Delta A = F\Delta x = -\Delta U$, из этого соотношения имеем $F = -\frac{\Delta U}{\Delta x} = -\frac{\partial U}{\partial x}$.

Сила, действующая на контур с током в неоднородном м.п.: (18)

для элем. тока, когда $I = const$ и $S = const$, потенц. ф-ция:

$$U = W = -(\vec{p}_m, \vec{B}) \Rightarrow \left.\begin{aligned} F_x &= -\frac{\partial U}{\partial x} \\ F_y &= -\frac{\partial U}{\partial y} \\ F_z &= -\frac{\partial U}{\partial z} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla} U = \vec{\nabla}(\vec{p}_m, \vec{B})}.$$

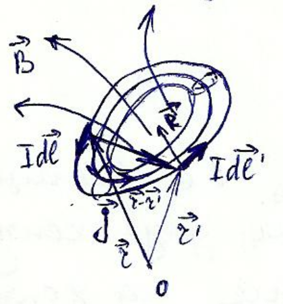


$$\Phi_{12} = \int\limits_{S_{l_1}} \underbrace{\vec{B}_2}_{\text{rot}\vec{A}_2} d\vec{S}_1 = \oint\limits_{l_1} \vec{A}_2 d\vec{l} = \oint\limits_{l_1} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{l_2} \frac{I_2 d\vec{l}_2}{R_{21}} \right) d\vec{l}_1 =$$

$$= \underbrace{\left(\frac{\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{l_1} \oint\limits_{l_2} \frac{d\vec{l}_2 d\vec{l}_1}{R_{21}} \right)}_{L_{12}} I_2 = L_{12} I_2$$

Аналогично получим: $\Phi_{21} = L_{21} I_1$, где $L_{21} = L_{12}$ – коэф-ты взаимной индукции двух контуров.

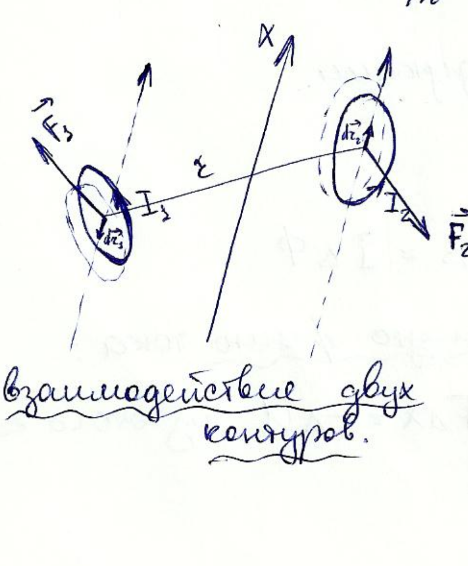
Индуктивность — коэф-т пропорциональности м/у эл. током, текущим в замкнутом контуре и магн. потоком, создаваемым этим током ч/з пов-ть, границей которой является этот контур. $\Phi = LI$.



$$\Phi = \int\limits_{S_l} \vec{B} d\vec{S} = LI; \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{l} \frac{I[d\vec{l}', \vec{R}]}{R^3};$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{l} \frac{I[d\vec{l}', (\vec{r}-\vec{r}')]}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3};$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{V} \frac{dV'[\vec{j}(\vec{r}), (\vec{r}-\vec{r}')]}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}.$$



$$F_{2x} = -\frac{\partial U_2}{\partial x_2} = I_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_2} = I_2 I_1 \frac{\partial L_{21}}{\partial x_2};$$

$$F_{1x} = -\frac{\partial U_1}{\partial x_1} = I_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_1} = I_1 I_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial x_1}.$$

$$d\vec{r}_1 = -d\vec{r}_2, \quad \frac{\partial L_{12}}{\partial x_1} = -\frac{\partial L_{21}}{\partial x_2}$$

взаимодействие двух контуров.

$$F_{1x} = -F_{2x}, \quad \boxed{\vec{F}_1 = -\vec{F}_2}.$$

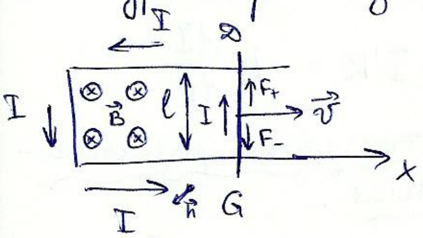
Лекция 13.

Э/м индукция. З-н Э/м индукции Фарадея и его дифференциальная форма. Правило Ленца. Индукционные методы измерения магн. полей. Токи Фуко.

Явление самоиндукции. Экстратоки замыкания и размыкания.

Магн. энергия тока. Магн. энергия системы контуров с током. Энергия магн. поля и её объёмная плотность.

Э/м индукция — явление возникновения эл. тока в замкн. контуре при изменении магн. потока, проходящего ч/з него.



Сила Лоренца: $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$ — сторонняя сила, создающая ЭДС.

$$\vec{E}_{ст} = \frac{\vec{F}}{q} = [\vec{v}, \vec{B}].$$

$$\mathcal{E}_i = \int\limits_G^{\otimes} \vec{E}_{ст}\, d\vec{l} = \int\limits_G^{\otimes} ([\vec{v}, \vec{B}] \cdot d\vec{l}) = vBl = \frac{d(xBl)}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$$ (знак „—" означает, что $\vec{n}$ и $\vec{B}$ разнонаправлены).

Итак, $\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$ — з-н Э/м индукции Фарадея.

$$\left.\begin{aligned} &\mathcal{E}_i = \oint\limits_L \vec{E}\, d\vec{l}\,;\ \Phi = \int\limits_S \vec{B}\, d\vec{S} \rightarrow \oint\limits_L \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int\limits_S \vec{B}\, d\vec{S} \\ &\text{По ф-ле Стокса: } \oint\limits_L \vec{E}\, d\vec{l} = \int\limits_S \operatorname{rot}\vec{E} \cdot d\vec{S} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \int\limits_S \operatorname{rot}\vec{E}\, d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\int\limits_S \vec{B}\, d\vec{S} = -\int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$ — з-н Фарадея в диф. форме.

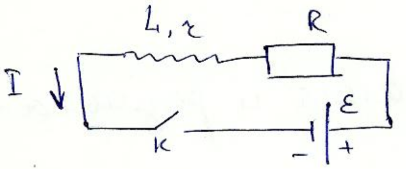
Правило Ленца: „Индукционный ток всегда имеет такое направление, что он ослабляет действие причины, возбуждающей ток."

Инд. методы измерения магн. полей: $I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$; $q = \int I dt = -\frac{1}{R}\int\limits_{\Phi}^{0} d\Phi = \frac{\Phi}{R}$

q — измеряется с помощью гальванометра.

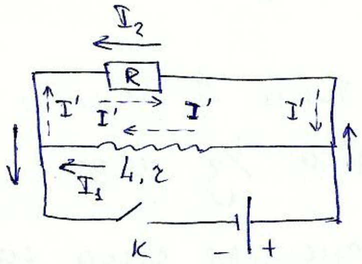
Токи Фуко — вихревые индукционные токи, возникающие в проводниках при измерении пронизывающего их магн. поля.

Самоиндукция — явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении протекающего ч/з контур тока. $\mathcal{E}_{is} = -L\frac{dI}{dt}$.



$$IR + Ir = \mathcal{E} - L\frac{dI}{dt} \to I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$\boxed{I_з = -\frac{\mathcal{E}}{R+r}e^{-t/\tau}}$ — экстраток замыкания, здесь $\tau = \frac{L}{R+r}$ — время установления тока.



после установления тока: $I_1 = \mathcal{E}/r$, $I_2 = \mathcal{E}/R$.

После размыкания ключа: $I'r + I'R = -L\frac{dI'}{dt}$

$$I' = I_0 e^{-t/\tau} = \{I_0 = I_1 = \mathcal{E}/r\} = \boxed{\frac{\mathcal{E}}{r}e^{-t/\tau}}$$ — экстраток размыкания.

Магн. энергия тока:
$$\left.\begin{aligned} dA &= -\mathcal{E}_i I dt = \frac{d\Phi}{dt} I dt = I d\Phi \\ \Phi &= LI \Rightarrow dA = dW = ILdI = d\left(\frac{LI^2}{2}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{W = L\int_0^I I dI = \frac{LI^2}{2}}.$$

Магн. энергия системы контуров с током:
$$dW_1 = I_1 d\Phi_1 = I_1 d(L_{11} I_1 + L_{12} I_2)$$
$$dW_2 = I_2 d\Phi_2 = I_2 d(L_{22} I_2 + L_{21} I_1)$$

$$dW = dW_1 + dW_2 = L_{11} d\left(\frac{I_1^2}{2}\right) + L_{12} I_1 dI_2 + L_{22} d\left(\frac{I_2^2}{2}\right) + L_{21} I_2 dI_1 = d\left(\frac{L_{11} I_1^2}{2}\right) +$$
$$+ \frac{d(L_{12} I_1 I_2 + L_{21} I_2 I_1)}{2} + d\left(\frac{L_{22} I_2^2}{2}\right) = d\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} L_{ij} I_i I_j\right).$$

Обобщением на случай N контуров имеем: $\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} L_{ij} I_i I_j}$.

$W = \int \omega dV$, где $\boxed{\omega = \frac{B^2}{2\mu_0}}$ — объёмная плотность энергии магн. поля.

Лекция 14.

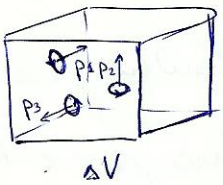
Магнетики. Понятие о молекулярных токах. Вектор намагниченности в-ва и его связь с молекулярными токами. Вектор напряжённости магн. поля. Магн. проницаемость и магн. восприимчивость в-ва. Материальное ур-ние для векторов магн. поля.

Граничные условия для векторов напряжённости и индукции магн. поля. Магн. защита. Влияние формы магнетика на его намагниченность.

Магнетиками наз. в-ва, которые при внесении их во внешнее магн. поле сами становятся источниками магн. поля. В этом случае говорят, что в-во намагничивается.

Полная индукция магн. поля равна векторной сумме внешнего магн. поля и поля, порождённого магнетиком: $\vec B = \vec B_{внеш} + \vec B'$.

Согласно гипотезе Ампера, внешнее магн. поле индуцирует в магнетике молекулярные токи, которые и порождают доп. магн. поле $\vec B'$.



Для хар-ки намагниченности магнетика вводят понятие вектора намагниченности $\vec M$.

$\vec p_1 = I_1 \vec S_1$, $\vec p_2 = I_2 \vec S_2$, ... $\boxed{\vec M = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \vec p_i}$.

$\vec j' = [\vec M, \vec n]$; $\boxed{\mathrm{rot}\, \vec M = \vec j'}$

$\mathrm{rot}\, \vec B = \mu_0 (\vec j + \vec j') = \mu_0 (\vec j + \mathrm{rot}\, \vec M) \Rightarrow \mathrm{rot}\left(\frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M\right) = \vec j \; :\Rightarrow \mathrm{rot}\, \vec H = \vec j$

$\boxed{\vec H = \frac{\vec B}{\mu_0} - \vec M}$ — вектор напряжённости магн. поля.

Для изотропных сред: $\vec M = \chi \vec H$, где χ — магн. восприимчивость.

$\vec B = \mu_0 (\vec H + \vec M) = \mu_0 \underbrace{(1+\chi)}_{\mu} \vec H = \boxed{\mu_0 \mu \vec H}$, где μ — магн. проницаемость.

Граничные условия:
$$\begin{cases} B_{2n} = B_{1n}, \\ \dfrac{B_{2\tau}}{\mu_2} = \dfrac{B_{1\tau}}{\mu_1}, \\ H_{2\tau} - H_{1\tau} = j. \end{cases}$$

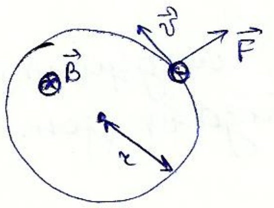
Лекция 15.

Классификация магнетиков. Диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики. Классическое описание диамагнетизма. Ларморова прецессия. Парамагнетизм. Теория Ланжевена.

Микроскопические носители магнетизма. Магнитомеханический опыт Эйнштейна-де-Гааза. Механомагнитный опыт Барнетта. Гиромагнитное отношение.

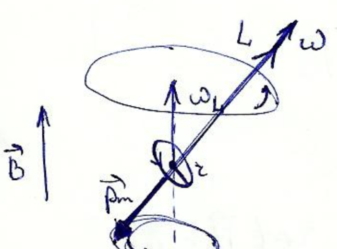
$\left.\begin{aligned} &\mu < 1 \text{ или } \chi < 0 \text{ – диамагнетики,} \\ &\mu > 1 \text{ или } \chi > 0 \text{ – парамагнетики,} \end{aligned}\right\}$ В отсутствие внеш. поля: $\vec{M} = 0$

$\mu \gg 1$ или $\chi \gg 1$ – ферромагнетики. $\}$ $\vec{M} \neq 0$.



$$m\omega_0^2 r = F_ц, \quad F = |e|\omega r B$$
$$m\omega^2 r = F_ц \pm |e|\omega r B$$
$$m\omega^2 r - m\omega_0^2 r = \pm|e|\omega r B.$$

Полагая, что $|\Delta\omega| = |\omega - \omega_0| \ll \omega$ и преобразуя $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\Delta\omega\,\omega$, находим $\Delta\omega = \pm|e|\dfrac{B}{2m} \Rightarrow \omega_L = |e|\,B/2m$. Направление $\vec{\omega}_L$ совпадает с $\vec{B}$, т.е. $\vec{\omega}_L = -\dfrac{e\vec{B}}{2m}$ (учтено, что $e<0$).



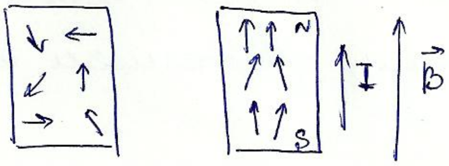
для произв. ориентации орбиты вращения электрона отн-но индукции внеш. магн. поля $\vec{B}$:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \text{ где } \vec{L} = mr^2\vec{\omega}, \ \vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}].$$

$$\vec{p}_m = I\vec{S} = e\frac{\vec{\omega}}{2\pi}\pi r^2 = \frac{e}{2m}\vec{L}.$$ Получим:

$\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \dfrac{e}{2m}[\vec{L}, \vec{B}] = -\dfrac{e}{2m}[\vec{B}, \vec{L}]$. Известно, что для произв. вектора с $|\vec{A}| = const$, $d\vec{A}/dt = [\vec{\Omega}, \vec{A}]$.

$$\boxed{-\frac{e}{2m}\vec{B} = \vec{\Omega} = \vec{\omega}_L}$$ – Ларморова прецессия.



$W = -\vec{p}_m \vec{B} \Rightarrow dn = Ae^{-\frac{W}{kT}} d\xi$, где $d\xi = \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$ — эл-т телесного угла.

$$\langle p_{m,z}\rangle = \int p_{m,z}\, dn \Big/ \int dn .$$

Воспользуемся теорией полярных диэл-ков:

$\vec{p} \to \vec{p}_m$; $\vec{E} \to \vec{B} \Rightarrow \langle p_{m,z}\rangle = p_m L(\beta)$, где $\beta = \frac{p_m B}{kT}$, $L(\beta)$ — ф-ция Ланжевена.

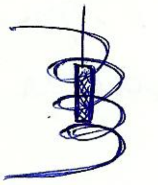
Если $\beta \ll 1$, $L(\beta) \approx \frac{\beta}{3}$, $\langle p_{m,z}\rangle = p_m \frac{p_m B}{3kT} = \frac{p_m^2 \mu_0 \mu H}{3kT}$.

Если $\mu \approx 1$, то $M_z = n\langle p_{m,z}\rangle = \underbrace{\frac{n\mu_0 p_m^2}{3kT}}_{=\chi} H \to M = \chi H$.

$$\chi = \mu - 1 = \frac{n\mu_0 p_m^2}{3kT} = \frac{C}{T} \text{ — з-н Кюри.}$$

Теория Ланжевена хорошо описывает лишь газы.

Магнитомеханическое явление — это возникновение вращения тел при их намагничивании. В 1915 г. экспериментально обнаружено в опытах Эйнштейна и де-Гааза.

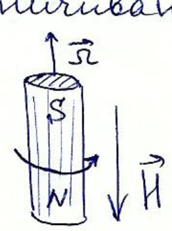


$\sum_V \vec{p}_{m,i} = \vec{M} V$, но $\vec{p}_{m,i} = \Gamma \vec{L}_i \Rightarrow \vec{L} = \sum_V \vec{L}_i = \frac{1}{\Gamma}\vec{M}\cdot V$

$L_z = J_z \omega_z = \frac{1}{\Gamma} M_z V$, здесь Γ — гиромагнитное отношение.

(отношение дипольного магн. момента частицы к её механич. моменту).

Механомагнитное явление — это намагничивание магнетика при его вращении. В опытах Барнетта при вращении железного цилиндра 6000 об/мин наблюдалось намагничивание, эквивалентное наличию внешнего поля 10^{-2} А/м.



Для магнитомехан. и механомагн. явлений: $\Gamma < 0$. След-но, магнетизм обусловлен движением электронов.

Для магнетиков: $-\frac{e}{m} < \Gamma < \frac{e}{m}$.

Для ферромагнетиков: $\Gamma = -\frac{e}{m}$, что указывает на то, что магнетизм нельзя объяснить только орбитальным движением электронов.

Лекция 16.

Ферромагнетики. Спонтанная намагниченность и температура Кюри. Доменная структура. Гистерезис намагничивания, кривая Столетова. Остаточная индукция и коэрцитивная сила. Температурная зависимость намагниченности.

Силы, действующие на магнетики в магн. поле.

Ферромагнетики — это сильномагнитные магнетики, относительная проницаемость которых может достигать десятков тысяч единиц.

Ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения в микроскопических областях (доменах) даже в отсутствие внешнего магн. поля. Спонтанная намагниченность обусловлена ориентацией собственных магн. моментов электронов ($\Gamma = -\frac{e}{m}$).

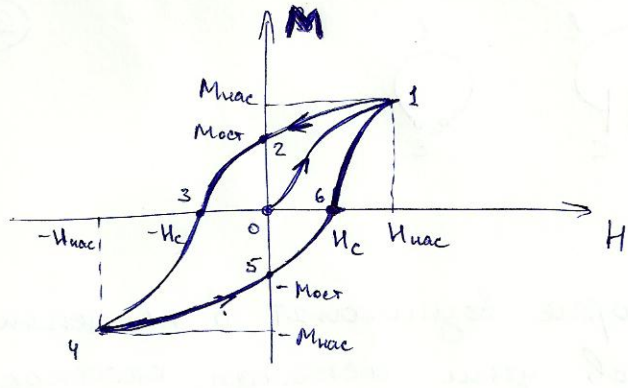
Ферромагнитное упорядочение существует только при температурах, меньших некоторого критического значения $T_к$. При $T > T_к$ ф/м упорядочение пропадает и ф/м-тик превращается в парамагнетик.

$$\boxed{\chi = \frac{C}{T - T_к}}$$ – з-н Кюри-Вейса.

$$M = \frac{kTn}{I_s b \mu_0}\beta - \frac{H}{b},$$ где b – постоянная Вейса (молек. поле $\vec{B}_{эфф} = \mu_0(\vec{H} + b\vec{M})$),

$$I_s = n p_m, \quad \beta = \frac{p_m B_{эфф}}{kT}.$$

Имеет место гистерезис намагничивания:

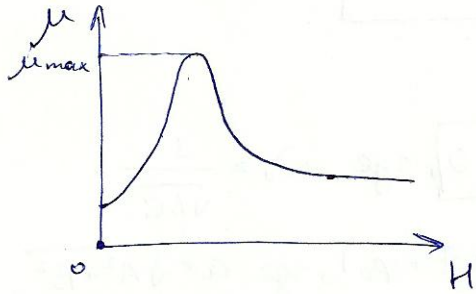


Эта зависимость определяется предысторией намагничивания.

H_c – коэрцитивная сила (такое размагничивающее внешнее поле, которое необх. приложить к ф/м-ку, предварительно намагниченному до насыщения, чтобы довести до нуля его намагниченность M или индукцию магн. поля B внутри).

$M_{ост}$ – остаточная намагниченность (намагниченность, которую имеет ф/м-ный материал при напряжённости внешнего магн. поля, равной нулю).

Магн. проницаемость зависит от напряжённости магн. поля. Такая зависимость имеет вид кривой Столетова:



Лекция 17.

Квазистационарные токи. Условия квазистационарности. Переходные процессы в RC- и RL-цепях.

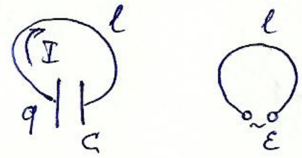
Э/м колебания. Колебательный контур. Собственные колебания в контуре. Уравнение гармонических колебаний.

Энергия, запасённая в контуре. Затухающие колебания. Показатель затухания. Время релаксации. Логарифмический декремент затухания. Добротность контура.

Колебания в связанных контурах. Парциальные колебания и их частоты. Нормальные колебания (моды).

В квазистационарном приближении полагается, что в рассматриваемой электродинамической системе все распределённые в пр-ве заряды, токи и поля изменяются синхронно и мгновенно. То есть в каждый момент времени нестационарные заряды и токи порождают электрическое и магнитное поле, соответствующее эквивалентным стационарным зарядам и токам.

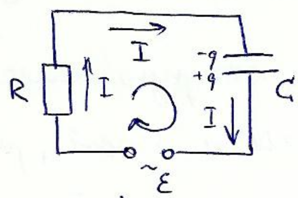
Критерий квазистационарности:



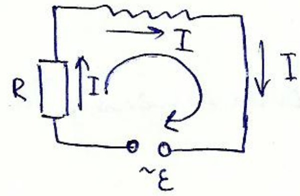
$\tau \sim \frac{l}{c} \Rightarrow \tau \ll T = \frac{\lambda}{c} \longrightarrow \boxed{l \ll \lambda}$

время „скачка" параметров

Переходные процессы — процессы, которые возникают в эл. цепях после того, как один из параметров цепи испытал скачкообразное изменение.



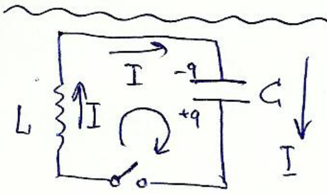
$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \longrightarrow \boxed{q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$



$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} = \mathcal{E} \longrightarrow L\frac{dI}{dt} + RI = \mathcal{E}$

$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$

Колебательный контур:



$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0}$, где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

$q = A\sin\omega_0 t + B\cos\omega_0 t = a\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, где $a = \sqrt{A^2 + B^2}$,

$\operatorname{tg}\varphi_0 = -A/B$.

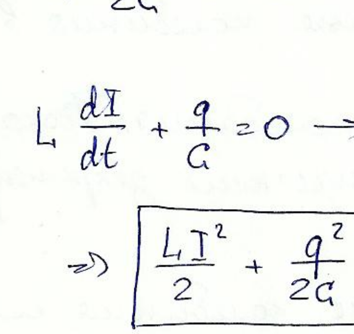
если при $t = 0$, $q = q_0$ и $I = I_0 = 0$, то $A = 0$, $B = q_0$:

$$\boxed{\begin{aligned} q &= q_0\cos\omega_0 t \\ I &= -\omega_0 q_0 \sin\omega_0 t \end{aligned}}$$

$W_C = \frac{q^2}{2C}$; $W_I = W_L = \frac{LI^2}{2}$.

$L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \longrightarrow L\frac{d}{dt}\left(I^2/2\right) + \frac{dq}{dt}\cdot\frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\underbrace{\frac{LI^2}{2}}_{W_L} + \underbrace{\frac{q^2}{2C}}_{W_C}\right) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = const}$



$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0}$, где

$\gamma = \frac{R}{2L}$; $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Пусть $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, тогда : $\boxed{q = q_0 e^{-\gamma t}\cos\omega t}$, $\gamma < \omega_0$.

$\gamma > \omega_0$: $\boxed{q = A\exp\left(-\left(\gamma+\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2}\right)t\right) + B\exp\left(-\left(\gamma-\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2}\right)t\right)}$.

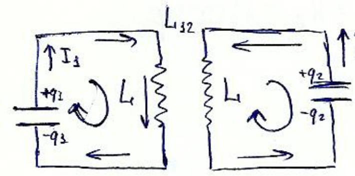
$\gamma = \omega_0$: $\boxed{q = (a+bt)e^{-\gamma t}}$.

$\gamma = \dfrac{R}{2L}$ — декремент (показатель) затухания.

$\tau = \dfrac{1}{\gamma}$ — время релаксации, за которое амплитуда колебаний $a = a_0 e^{-\gamma t}$ уменьшится в e раз.

$\theta = \ln\dfrac{a(t)}{a(t+T)} = \gamma T$ — логарифмический декремент затухания.

$Q = \dfrac{\pi}{\theta}$ — добротность колебательного контура.



$$\begin{cases} \dfrac{q_1}{C} = -L\dfrac{dI_1}{dt} - L_{12}\dfrac{dI_2}{dt}, \\ \dfrac{q_2}{C} = -L\dfrac{dI_2}{dt} - L_{12}\dfrac{dI_1}{dt}; \end{cases} \qquad \begin{cases} L\dfrac{d^2 I_1}{dt^2} + L_{12}\dfrac{d^2 I_2}{dt^2} + \dfrac{I_1}{C} = 0, \\ L\dfrac{d^2 I_2}{dt^2} + L_{12}\dfrac{d^2 I_1}{dt^2} + \dfrac{I_2}{C} = 0; \end{cases} \quad \pm$$

$$\begin{cases} (L+L_{12})\dfrac{d^2}{dt^2}(I_1+I_2) + \dfrac{1}{C}(I_1+I_2) = 0, \\ (L-L_{12})\dfrac{d^2}{dt^2}(I_1-I_2) + \dfrac{1}{C}(I_1-I_2) = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2}{dt^2}(I_1+I_2) + \overbrace{\dfrac{1}{(L+L_{12})C}}^{\omega_1^2}(I_1+I_2) = 0, \\ \dfrac{d^2}{dt^2}(I_1-I_2) + \underbrace{\dfrac{1}{(L-L_{12})C}}_{\omega_2^2}(I_1-I_2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = a_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1^\circ), \\ I_1 - I_2 = a_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2^\circ); \end{cases} \qquad \begin{cases} I_1 = \dfrac{a_1}{2}\cos(\omega_1 t + \varphi_1^\circ) + \dfrac{a_2}{2}\cos(\omega_2 t + \varphi_2^\circ), \\ I_2 = \dfrac{a_1}{2}\cos(\omega_1 t + \varphi_1^\circ) - \dfrac{a_2}{2}\cos(\omega_2 t + \varphi_2^\circ). \end{cases}$$

$\boxed{\omega_{1,2} = \dfrac{1}{\sqrt{(L \pm L_{12})C}}}$ — нормальные частоты.

Парциальная частота — это частота колебаний системы с N степенями свободы при фиксированных $(N-1)$ степенях.

В рассмотренном случае обе парциальные частоты совпадают: $\omega_{п1} = \omega_{п2} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

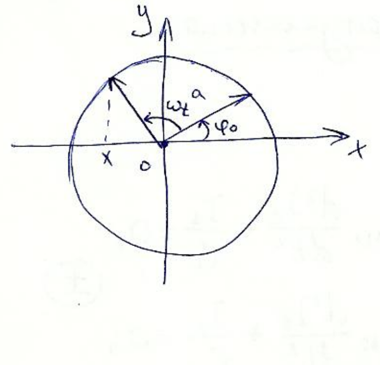
Для нормальных и парциальных частот справедливо нер-во:

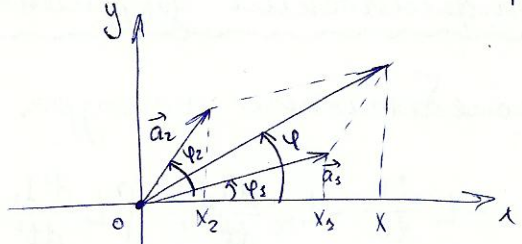
$$\omega_1 < \omega_{п1} \le \omega_{п2} < \omega_2 .$$

Лекция 18.

Вынужденные колебания в контуре. Процесс установления вынужденных колебаний. Переменный синусоидальный ток. Активное, ёмкостное и индуктивное сопротивления. Импеданс. Закон Ома для цепей переменного тока. Метод векторных диаграмм и метод комплексных амплитуд.

метод векторных диаграмм: $x = a\cos(\underbrace{\omega t + \varphi_0}_{\varphi}) = \underbrace{a_0 e^{-\gamma t}}_{a} \cos(\omega t + \varphi_0)$





$x_1 = a_1\cos\varphi_1$, где $\varphi_1 = \omega_1 t + \varphi_{1,0}$

$x_2 = a_2\cos\varphi_2$, где $\varphi_2 = \omega_2 t + \varphi_{2,0}$

$x = x_1 + x_2 = a\cos\varphi$

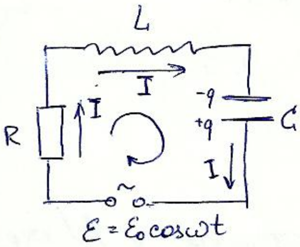
метод комплексных амплитуд: $z = x + iy = \rho e^{i\varphi}$, где $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$, $\operatorname{tg}\varphi = y/x$

$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi \to z = \rho\cos\varphi + i\rho\sin\varphi$.

Имеем: $x = a\cos(\omega t + \varphi_0) = \mathrm{Re}\,[a e^{i(\omega t + \varphi_0)}]$

$$z = a e^{i(\omega t + \varphi_0)} = a\cos(\omega t + \varphi_0) + ia\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$z = a e^{i(\omega t + \varphi_0)} = z = a e^{i\varphi_0} e^{i\omega t} = z_0 e^{i\omega t}$, где $z_0 = a e^{i\varphi_0}$ – комплексная амплитуда.



$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_0\cos\omega t$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\underbrace{\frac{R}{2L}}_{\gamma}\frac{dq}{dt} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}q = \underbrace{\frac{\mathcal{E}_0}{L}}_{x_0}\cos\omega t$$

$\boxed{\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = x_0\cos\omega t}$ – ур-ние вынужденных колебаний.

$q = q_{\text{общ.одн.}} + q_{\text{частн.неодн.}}$: $\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = 0 \Rightarrow q_{\text{общ.одн.}} = a_0 e^{-\gamma t}\cos(\underbrace{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}_{\omega_1}t + \varphi_0)$

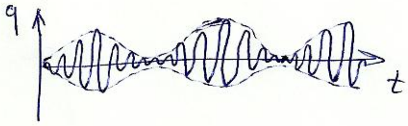
$q_{\text{частн.неодн.}} = \dfrac{x_0}{\rho}\cos(\omega t - \varphi)$, где

$\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$, $\rho = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$.

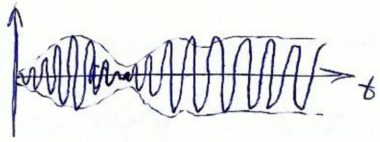
Итак, общее решение: $\boxed{q = a_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_1 t + \varphi_0) + \dfrac{x_0}{\rho}\cos(\omega t - \varphi)}$

Если при $t=0$, $q=0$ и $\dot{q}=0$, то:

если $\gamma=0$, $\omega_1 \sim \omega$



если $\gamma \neq 0$



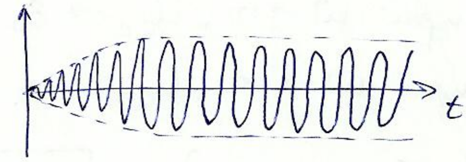
Процесс установления вынужденных колебаний при резонансе:

пусть при $t=0$, $q=0$ и $\dot{q}=I=0$, тогда:

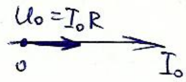
$$\begin{cases} a_0 \cos\varphi_0 + \dfrac{x_0}{\rho}\cos\varphi = 0, \\ -a_0\omega_1 \sin\varphi_0 - \gamma a_0 \cos\varphi_0 + \dfrac{x_0}{\rho}\omega \sin\varphi = 0. \end{cases}$$

Если $\gamma \ll \omega_0$ и $\omega \approx \omega_0$, то $\varphi_0 \approx -\varphi$, $a_0 \approx -x_0/\rho$.

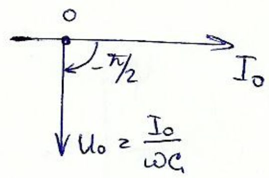
$$q \simeq \frac{x_0}{\rho}\left(1-e^{-\gamma t}\right)\cos(\omega t-\varphi), \quad t \gg \tau = 1/\gamma$$



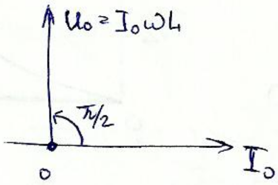
$\boxed{R}$ - активное сопротивление



$\boxed{R_C = \dfrac{1}{\omega C}}$ - ёмкостное сопротивление



$\boxed{R_L = \omega L}$ - индуктивное сопротивление



Для RLC-контура: $\boxed{\hat{Z} = \dfrac{1}{i\omega C} + i\omega L + R}$ - комплексное сопротивление или импеданс.

$$\boxed{I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{\underbrace{R^2}_{\text{активное сопротивление}} + \underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}_{\text{реактивное}}}}}$$

— закон Ома для переменного тока.

Лекция 19.

Резонанс напряжений. Напряжение и токи при резонансе. Ширина резонансной кривой.

Резонанс токов. Правила Кирхгофа для цепей переменного тока.

Работа и мощность переменного тока. Эффективные значения тока и напряжения.

Исследуем зависимость амплитуды $U_{C,0}$ и фазы φ от частоты ω вынуждающей ЭДС в последовательном RLC-контуре: $\underline{\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos\omega t}$

а) $U_C = \dfrac{q}{C} = \dfrac{x_0}{C\rho}\cos(\omega t - \varphi)$, где $\rho = \sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$, $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{2\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$.

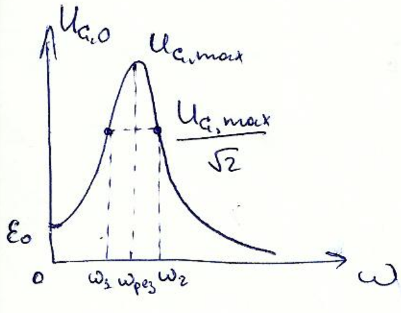
$$U_{C,0} = \frac{x_0}{C\rho} = \frac{\mathcal{E}_0\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2}}.$$

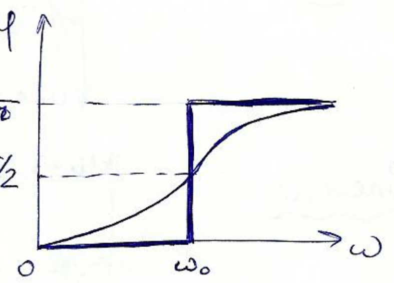
при $\omega \to 0$, $U_{C,0} \to \mathcal{E}_0$ – статическое напряжение.

при $\omega \to \infty$, $U_{C,0} \to 0$.

$\dfrac{dU_{C,0}}{d\omega} = 0$ при $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$ и $\boxed{U_{C,max} = \dfrac{\mathcal{E}_0\omega_0^2}{2\gamma\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}}}$.

В частности, если $\gamma \ll \omega_0$, то: $U_{C,max} = \mathcal{E}_0\dfrac{\omega_0}{2\gamma} = \mathcal{E}_0\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}} = Q\mathcal{E}_0$.





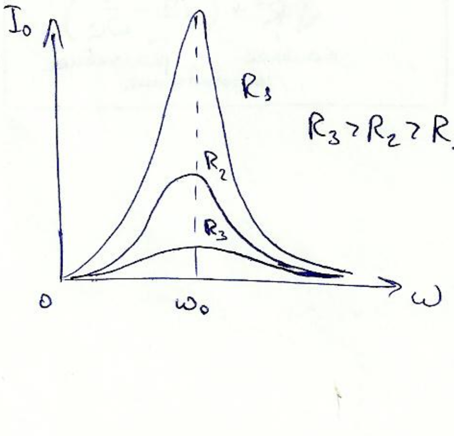
$$U_{L,0} = \omega L I_0 = \omega^2 \underbrace{LC}_{1/\omega_0^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{\omega C} I_0}_{U_{C,0}} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} U_{C,0}$$

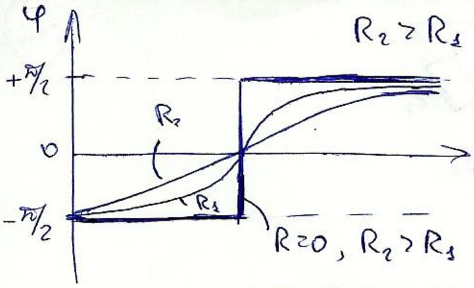
при резонансе $\omega = \omega_{рез} \approx \omega_0$, если $\gamma \ll \omega_0$, тогда $U_{L,0} = U_{C,0} = \mathcal{E}_0 Q$, фаза отличается на π.

$$\boxed{\frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{2\pi}{2\gamma T} = \frac{\pi}{\theta} = Q}.$$

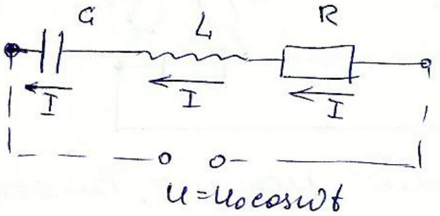
б) $I = \dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{\omega x_0}{\rho}\sin(\omega t - \varphi) = \underbrace{\dfrac{\omega x_0}{\rho}}_{I_0}\cos(\omega t - \underbrace{(\varphi - \pi/2)}_{\phi})$

$\omega_{рез} = \omega_0$ для $I_0 = \dfrac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$





Правила Кирхгофа записываются аналогично правилам Кирхгофа для постоянного тока. Только сопротивление заменяется на комплексное (импеданс).



$$I=\frac{U}{\hat{Z}}=\frac{U_0 e^{i\omega t-i\phi}}{|\hat{Z}|}$$

$$I=\frac{U_0}{|\hat{Z}|}\cos(\omega t-\phi)=I_0\cos(\omega t-\phi)$$

$$P=UI=U_0\cos\omega t\cdot I_0\cos(\omega t-\phi)=\frac{I_0U_0}{2}[\cos(\omega t-\phi)+\cos\phi]$$

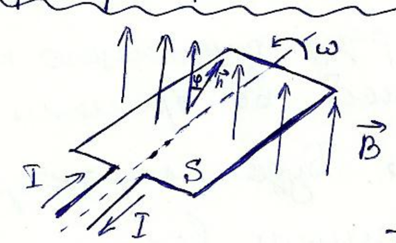
$$\langle P\rangle=\frac{1}{T}\int_t^{t+T}P\,dt=\frac{I_0U_0}{2}\cos\phi=\{U_0\cos\phi=I_0R\}=\frac{I_0^2R}{2}=I_e^2R,\text{ где } I_e=\frac{I_0}{\sqrt{2}}\ -$$

эфф. значение силы тока, $\cos\phi$ – коэф-т мощности.

Лекция 20.

Техническое применение переменных токов. Генераторы и электродвигатели. Трёхфазный ток. Получение и использование вращающегося магнитного поля. Соединение обмоток „звездой" и „треугольником". Фазное и линейное напряжения. Трансформатор. Принцип действия, устройство, применение. Коэффициент трансформации. Роль сердечника.

<u>генератор переменного тока:</u>

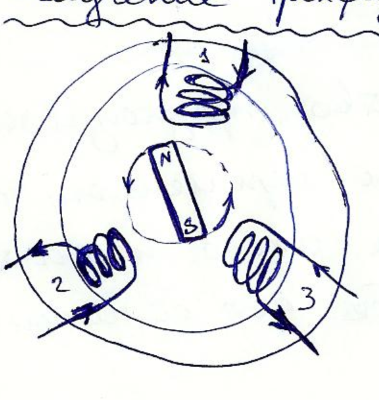


$$\Phi=BS\cos\varphi;\ \varphi=\omega t+\varphi_0$$

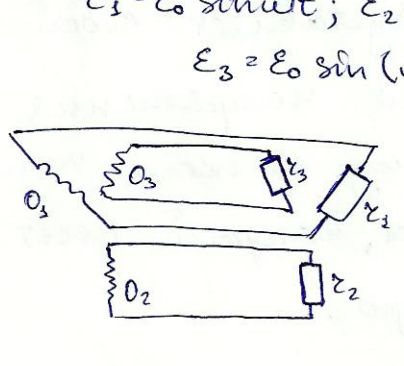
$$\mathcal{E}=-\frac{d\Phi}{dt}=\underbrace{BS\omega}_{\mathcal{E}_0}\sin(\omega t+\varphi_0)=\mathcal{E}_0\sin(\omega t+\varphi_0)$$

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{\mathcal{E}_0}{R}\sin(\omega t+\varphi_0)=I_0\sin(\omega t+\varphi_0)$$

<u>Получение трёхфазного тока:</u>



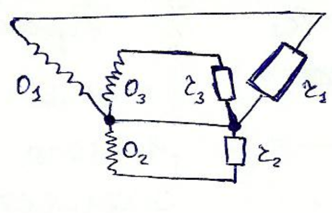
$$\mathcal{E}_1=\mathcal{E}_0\sin\omega t;\ \mathcal{E}_2=\mathcal{E}_0\sin(\omega t-120°);$$
$$\mathcal{E}_3=\mathcal{E}_0\sin(\omega t-240°)$$



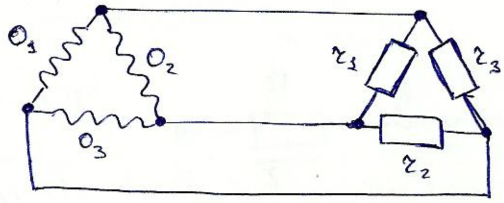
– трёхфазная система токов.

O_1, O_2, O_3 – обмотки.

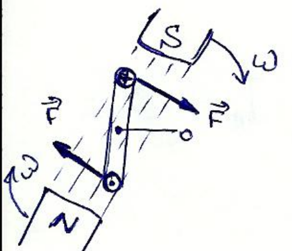
соединение обмоток „звездой“:



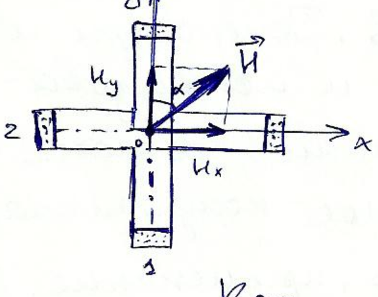
соединение обмоток „треугольником“:



Представим себе вращающийся постоянный магнит. Вместе с магнитом будет перемещаться и ~~его~~ создаваемое им магнитное поле, и мы получим вращающееся магн. поле.



Вращающееся магн. поле можно получить и с помощью переменных токов. Рассмотрим сначала получение вращающегося поля при помощи двухфазного тока:



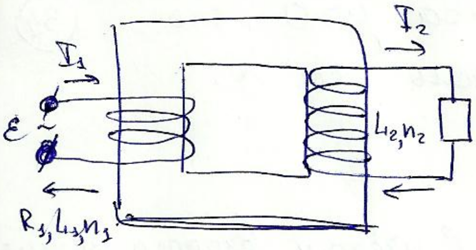
1 и 2 – катушки, повёрнутые на 90° друг отн-но друга. Если ток i_1 меняется по з-ну $i_1 = i_0 \sin\omega t$, то ток i_2 будет: $i_2 = i_0 \sin(\omega t - 90°)$. Катушка 1 создаёт переменное магн. поле $H_x = H_0 \sin\omega t$.

Катушка 2 создаёт магн. поле H_y, направленное $\perp$-но к полю H_x и отстающее от него по фазе на 90°: $H_y = -H_0 \cos\omega t$.

Тогда: $H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = H_0$ – напряжённость результирующего поля остаётся постоянной во времени.

Направление же этого поля изменяется. Будем характеризовать это направление углом α, составленным вектором $\vec{H}$ и осью Y. Тогда: $tg\alpha = H_x/H_y = -tg\omega t$, $\alpha = -\omega t$.

Трансформатор представляет собой устройство, предназначенное для преобразования напряжения и силы переменного тока. Он имеет сердечник из мягкого железа или иного магнитно-мягкого ферромагнетика, который несёт на себе две обмотки – первичную и вторичную.



$$R_1 I_1 = \underbrace{U_1}_{\mathcal{E}} - \underbrace{\dot{\Phi}_1}_{i\omega\Phi_1},$$

$$\underbrace{R_2 I_2}_{U_2} = -\underbrace{\dot{\Phi}_2}_{i\omega\Phi_2}.$$

Обычно $I_1 R_1 \ll \mathcal{E} \Rightarrow U_1 = i\omega\Phi_1$; $U_2 = -i\omega\Phi_2$; $\Phi_1 = n_1\Phi_0$; $\Phi_2 = n_2\Phi_0$

$\boxed{\dfrac{|U_2|}{|U_1|} = \dfrac{n_2}{n_1} = K}$ – коэф. трансформации.

$$P_1 - P_2 = 0 \Rightarrow I_1 U_1 = I_2 U_2 \Rightarrow \boxed{\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}}.$$

Сердечник является магнитопроводом. Роль сердечника заключается в том, чтобы по возможности без потерь пропустить магнитный поток ч/з все обмотки трансформатора. Использование сердечника с магн. проницаемостью μ в μ раз увеличивает магн. поток Φ в сердечнике и уменьшает потери на рассеяние магнитного потока. Магн. поле концентрируется внутри магнитопровода.

Лекция 21.

Высокочастотные токи. Скин-эффект. Толщина скин-слоя. Система ур-ний Максвелла как обобщение опытных данных. Ток проводимости и ток смещения. Взаимные превращения электрического и магнитного полей. Э/м волны. Волновое уравнение. Вектор Умова-Пойнтинга. Скорость распространения э/м волн.

Постоянный ток распределяется равномерно по поперечному сечению прямолинейного проводника. У переменного тока благодаря индукционному взаимодействию различных элементов тока м/у собой происходит перераспределение плотности тока по поперечному сечению проводника, в результате чего ток сосредотачивается преимущественно в поверхностном слое проводника. Концентрация переменного тока вблизи поверхности проводника наз. скин-эффектом.

Пусть проводник занимает область пространства $y \geq 0$, его пов-ть лежит в плоскости XZ, а ток течёт вдоль оси X.

Ур-ния Максвелла: $\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{j}$ и $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\vec{j} = \lambda \vec{E}$, тогда из 1-го ур-ния: $\operatorname{rot} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu \lambda \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. С учётом второго ур-ния:

$-\operatorname{rot}\operatorname{rot} \vec{E} = \mu \lambda \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Поскольку $\operatorname{rot}\operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E}$ и $\operatorname{div} \vec{E} = 0$, окончательно имеем:

$\nabla^2 \vec{E} = \mu \lambda \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

С учётом выше выбранной геометрии: $j_x = j_x(y,t)$, $j_y = j_z = 0$, $E_x = E_x(y,t)$, $E_y = E_z = 0$. Тогда:

$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} = \mu \lambda \frac{\partial E_x}{\partial t}$. Будем искать решение в виде $E_x(y,t) = E_0(y) e^{i\omega t}$:

$\frac{\partial^2 E_0}{\partial y^2} = i \lambda \mu \omega E_0 \rightarrow E_0 = A_1 e^{-ky} + A_2 e^{ky}$.

Учитывая, что $k = \sqrt{i\lambda\mu\omega} = \alpha(1+i)$, где $\alpha = \sqrt{\frac{\lambda\mu\omega}{2}}$, находим:

$E_0(y) = A_1 e^{-\alpha y} e^{-i\alpha y} + A_2 e^{\alpha y} e^{i\alpha y}$.

При удалении от пов-ти проводника ($y \to \infty$) второе слагаемое в выражении для $E_0(y)$ неограниченно возрастает, что является физически недопустимой ситуацией. След-но, $A_2 = 0$. Тогда решение задачи с учётом гармонической зависимости $E_x(y,t)$ имеет вид:

$E_x(y,t) = A_1 e^{-\alpha y} e^{i(\omega t - \alpha y)}$. Взяв действительную часть этого выражения, получаем, переходя к плотности тока в проводнике с помощью соотношения $\vec{j} = \gamma \vec{E}$: $j_x(y,t) = j_0 e^{-\alpha y} \cos(\omega t - \alpha y)$.

Итак, если ток течёт параллельно границе раздела проводник-вакуум, то плотность тока j убывает с глубиной проникновения в проводник по экспоненциальному з-ну: $j(y) = j_0 \exp(-y/\delta)$,

где $\boxed{\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\omega\mu\lambda/2}}}$ – величина, характеризующая глубину проникновения тока или толщину скин-слоя.

Система ур-ний Максвелла как обобщение опытных данных:

$$\begin{cases} \operatorname{div}\vec{D} = \rho, \\ \operatorname{rot}\vec{E} = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int\limits_{S_V} \vec{D}d\vec{S} = \int\limits_V \rho dV, \\ \oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = 0. \end{cases}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P},$$

$$\begin{cases} \operatorname{div}\vec{B} = 0, \\ \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j}_{пр}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int\limits_{S_V} \vec{B}d\vec{S} = 0, \\ \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_{S_L} \vec{j}_{пр}d\vec{S}. \end{cases}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{I}),$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int\limits_S \vec{B}d\vec{S}.$$

Итак:
$$\begin{cases} \operatorname{div}\vec{D} = \rho, \\ \operatorname{div}\vec{B} = 0, \\ \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j}_{пр} + \underbrace{\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}_{\vec{j}_{см}}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int\limits_{S_V} \vec{D}d\vec{S} = \int\limits_V \rho dV, \\ \int\limits_{S_V} \vec{B}d\vec{S} = 0, \\ \oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int\limits_S \vec{B}d\vec{S}, \\ \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_{S_L} \vec{j}_{пр}d\vec{S} + \underbrace{\frac{d}{dt}\int\limits_S \vec{D}d\vec{S}}_{I_{см}}. \end{cases}$$

$\vec{j}_{см} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ – плотность тока смещения.

$I_{см} = \int\limits_S \vec{j}_{см}d\vec{S} = \int\limits_S \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}d\vec{S}$ – ток смещения (скорость изменения во времени электрической индукции).

$\vec{j}_{пр} = \lambda\vec{E}$ – плотность тока проводимости.

$I_{пр} = \int\limits_S \vec{j}_{пр}dS = \lambda\int\limits_S \vec{E}d\vec{S}$ – ток проводимости (явление направленного движения свободных носителей заряда в в-ве или в вакууме).

Всякое изменение магн. поля порождает в окружающем пр-ве вихревое эл. поле, силовые линии которого замкнуты.

Гипотеза Максвелла: „Изменяющееся во времени эл. поле порождает в окружающем пр-ве магн. поле."

$$\begin{cases} \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}; \end{cases} \begin{cases} \operatorname{grad}\underbrace{\operatorname{div}\vec{E}}_{=0} - \Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\vec{B} = -\mu\mu_0\frac{\partial^2\vec{D}}{\partial t^2}, \\ \operatorname{grad}\underbrace{\operatorname{div}\vec{H}}_{=0} - \Delta\vec{H} = \frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\vec{D} = -\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}; \end{cases} \begin{cases} \Delta\vec{E} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}; \\ \Delta\vec{H} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}. \end{cases} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

$\boxed{\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]}$ – вектор Умова-Пойнтинга (плотность потока энергии сквозь пов-ть, ограничивающую объём V).

$|\vec{S}| = \frac{\omega}{k} w = v w$ и cw (для вакуума), где $w = \frac{(\vec{E},\vec{D})}{2} + \frac{(\vec{H},\vec{B})}{2}$.

$(\vec{D} = -[\frac{\vec{k}}{\omega}, \vec{H}],\ \vec{B} = [\frac{\vec{k}}{\omega}, \vec{E}])$.

Лекция 22.

Классическая теория электронной проводимости Друде-Лоренца. Опыт Толмена и Стюарта. Законы Ома, Джоуля-Ленца и Видемана-Франца. Ограниченность классической электронной теории.

Понятие о зонной теории твёрдых тел. Энергетические уровни и формирование энергетических зон. Принцип Паули. Статистика Ферми-Дирака. Особенности зонной структуры диэлектриков, полупроводников и металлов. Объяснение проводимости твёрдых тел с помощью зонной теории.

Исходя из представлений о свободных электронах как основных носителях тока в металлах, Друде разработал классическую теорию электропроводности металлов, которая затем была усовершенствована Лоренцем.

Осн. положения теории Друде-Лоренца:

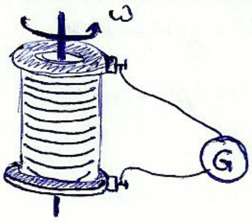
1) Носителями тока в металлах явл. электроны, движение которых подчиняется законам классической механики.

2) Поведение электронов подобно поведению молекул идеального газа (электронный газ), $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \approx 100$ км/с ($T = 300$ K).

3) При движении электронов в кристаллической решётке можно не учитывать столкновения электронов друг с другом.

4) При упругом столкновении электронов с ионами электроны полностью передают им накопленную в электрическом поле энергию.

Прямым док-вом, что эл. ток в металлах обусловливается движением электронов, были опыты Толмена и Стюарта, проведённые в 1916 г. Идея этих опытов была высказана Мандельштамом и Папалекси в 1913 г.



Если находящуюся в быстром вращении катушку резко затормозить, то свободные электроны в проволоке продолжают движение по инерции, в рез-те чего гальванометр должен зарегистрировать импульс тока.

Обозначим $\dot{v}$ - мгн. ускорение катушки при торможении.

$$E_{эф} = -\frac{m_e \dot{v}}{e} \Rightarrow \mathcal{E}_{эф} = \int\limits_L E_{эф}\, dl = -\frac{m_e}{e}\dot{v} L$$, где L - длина провода на катушке.

$$IR = \frac{m_e \dot{v} L}{e} \Rightarrow dQ = I dt = -\frac{m_e}{e}\frac{L}{R} dv$$

$$Q = \int dQ = -\frac{m_e}{e}\frac{L}{R}\int\limits_{v_0}^{0} dv = \frac{m_e}{e}\frac{L}{R} v_0 .$$

Значение Q находится по показаниям гальванометра, а значения L, R, v_0 известны. Поэтому можно найти как знак, так и абсолютное значение e/m_e. Эксперименты показали, что e/m_e соответствует отношению заряда электрона к его массе. Тем самым доказано, что наблюдаемый с помощью гальванометра ток обусловлен движением электронов.

З-н Ома: свободный электрон ускоряется полем, которое имеется внутри проводника: $ma = eE$

$\tau = l/v$ - ср. промежуток времени м/у столкновениями, где l - ср. длина пробега м/у столкновениями, v - ср. скорость электрона, обусловленная его тепловым движением.

$S = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}\tau^2$ - путь проходимый электроном из состояния покоя при ускорении эл. полем.

Скорость дрейфа электронов: $v_д = \frac{S}{\tau} = \frac{eEl}{2m_e v}$

Если n - концентрация электронов, то: $\boxed{j = env_д = \frac{e^2 n l E}{2m_e v}}$ - З-н Ома в диф. форме.

Сравнивая с $j = \lambda E$, имеем: $\lambda = \frac{e^2 n l}{2m_e v}$.

З-н Джоуля-Ленца: скорость, которая теряется электроном при столкновении, равна: $v_t = a\tau = \frac{eE}{m_e}\frac{l}{v}$.

Поэтому при каждом столкновении атомам проводника передаётся приобретённая м/у столкновениями кин. энергия:

$$W_k = \frac{m_e v_k^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{e^2E^2l^2}{m_e v^2}.$$

Частота столкновений каждого электрона с атомами равна v/l, а частота столкновений n электронов с атомами – $\frac{nv}{l}$. Поэтому объёмная плотность мощности выделения теплоты даётся выражением: $P_v = W_k\frac{nv}{l} = \frac{1}{2}\frac{e^2nl}{m_e v}E^2 = \lambda E^2$

$\boxed{P_v = \lambda E^2}$ – з-н Джоуля-Ленца в диф. форме.

З-н Видемана-Франца:

$\vec{J}_Q = \chi\vec{\nabla}T$, где $\chi = nc_v v_T\langle l\rangle/3$, здесь $\langle l\rangle = v_T\tau$, $c_v = \frac{3k}{2}$ – теплоёмкость, приходящаяся на один электрон.

$$\frac{\chi}{\lambda} = \frac{nc_v v_T^2\tau/3}{ne^2\tau/2m} = \frac{2}{3}\frac{mv_T^2}{e^2}c_v = \left\{v_T^2 = \frac{3kT}{m}\right\} = \underbrace{3\frac{k^2}{e^2}}_{a}T = aT$$

Итак, в 1853 г. Видеман и Франц установили, что для металлов $\boxed{\frac{\chi}{\lambda} = aT}$, где постоянная a не зависит от рода металла.

Главные расхождения теории с экспериментом:

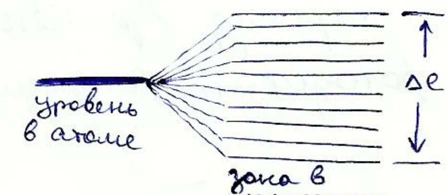
1) для того, чтобы по ф-ле $\lambda = \frac{1}{2}\frac{e^2nl}{m_e v}$ получить правильные значения λ, надо l принять очень большим (l в тысячи раз превосходит межатомные расстояния в проводнике). Понять возможность таких больших свободных пробегов затруднительно в рамках классических представлений;

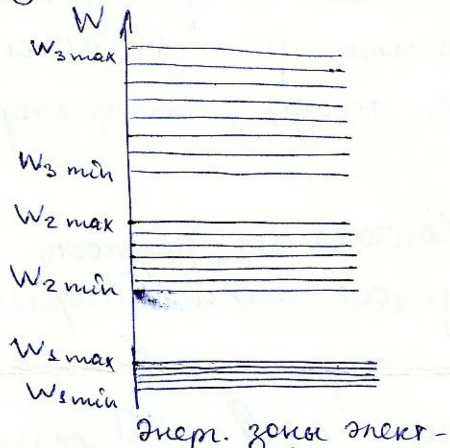
2) эксперимент для зависимости $\lambda(T)$ приводит к закону $\lambda\sim 1/T$. Объяснить это ф-лой $\lambda = \frac{1}{2}\frac{e^2nl}{m_e v}$ невозможно, поскольку МКТ даёт $v\sim\sqrt{T}$, допустить же зависимость $l\sim 1/\sqrt{T}$ невозможно в классической картине;

3) по теореме о равнораспределении энергии по степеням свободы следует ожидать от свободных электронов очень большого вклада в теплоёмкость проводников, которая в эксперименте не наблюдается.

О зонной теории:

В основе квантовой теории электропроводности твёрдых тел лежит зонная теория, базирующаяся на анализе энергетического спектра электронов. Электрический спектр разбивается на зоны, разделённые запрещёнными промежутками. Если в верхней зоне, где ещё имеются электроны, или заполнены не все квантовые состояния, т.е. в пределах зоны имеется возможность для перераспределения энергии и импульсов электронов, то соответствующее в-во явл. проводником эл. тока. Зона при этом наз. зоной проводимости, а соотв. в-во явл. проводником эл. тока с электронным типом проводимости.





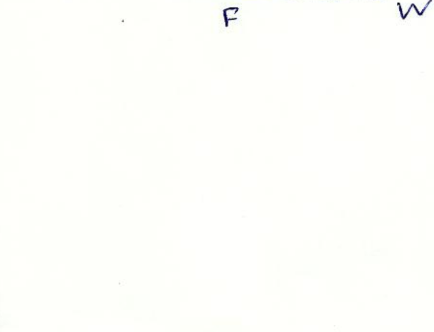
Энерг. зоны электрона в тв. теле

Принцип Паули:

„Два и более тождественных электрона не могут одновременно находиться в одном квантовом состоянии."

$$\boxed{f(W) = \frac{1}{1+\exp\left[\frac{W-F}{kT}\right]}}$$

– распределение Ферми-Дирака, где F – энергия Ферми (максимальная энергия фермиона в осн. состоянии при абсолютном нуле температур).

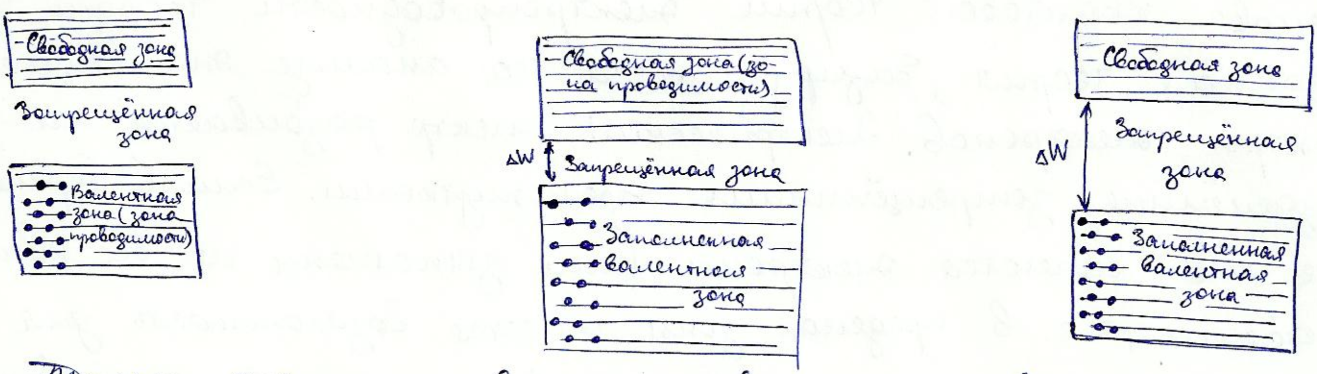


Ф-ция Ферми-Дирака:

1 – при $T=0$;

2 – при $T \neq 0$.

металл: полупроводник: диэлектрик:



Только электроны в зоне проводимости явл. носителями зарядов, осуществляющими эл. ток. Их движение подчиняется квантовым з-нам.

Лекция 23.

Полупроводники. Собственная и примесная проводимость полупроводников. Полупроводники p- и n-типа, p-n-переход. Применение полупроводников: п/п диоды, транзисторы, фотодиоды, фоторезисторы.

Контактные явления. Контактная разность потенциалов. Термоэлектричество. Термодвижущая сила. Термопары. Эффект Пельтье. Явление Томсона.

Сверхпроводимость. Основные св-ва сверхпроводников. Магнитная индукция внутри сверхпроводника. Эффект Мейснера. Критическое поле. Высокотемпературная сверхпроводимость. Применение сверхпроводников.