Задачи к зачету и экзамену по курсу
«Теория функций комплексной переменной»

1. Элементарные действия с комплексными числами.

1.1 Записать комплексное число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах:

а) $\dfrac{1+i}{1-i}$; б) $\dfrac{1}{i}$; в) $\dfrac{\sqrt{2}}{1+i}$; г) $\dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$;

д) $(1+i)^{20}$; е) $(\sqrt{3}+i)^{6}$; ж) $(1-i)^{20}$; з) $(1+i)^{10}$

1.2 Найти модуль и аргумент комплексного числа:

а) $\dfrac{5i}{i+2}$; б) $\dfrac{5i-5}{2i+1}$; в) $\dfrac{4i-2}{i-1}$; г) $\dfrac{5i+5}{2i-1}$

1.3 Вычислить:

а) $z-\dfrac{1}{\overline{z}}$, если $z=i-1$; б) $z-\dfrac{1}{\overline{z}}$, если $z=i+1$; в) $\dfrac{z}{\overline{z}}$, если $z=3i+1$;

г) $\left|(1+3i)\overline{(3+i)}\right|$; д) $\left|\dfrac{3+i}{1-3i}\right|$; е) $\left|\left(\dfrac{2+4i}{3+i}\right)^2\right|$;

ж) $\left|(1+i)^6\right|$; з) $\operatorname{Im}\left(\dfrac{3-i}{2+i}\right)^{13}$; и) $\operatorname{Re}\left(\dfrac{2-i}{3+i}\right)^{11}$.

1.4 Найти значение выражения $z=z_1z_2$, если x – действительное число и

а) $z_1=x+3i$, $z_2=1+2i$ и $\operatorname{Re} z=-4$; б) $z_1=x+5i$, $z_2=2-i$ и $\operatorname{Re} z=9$;

в) $z_1=x+3i$, $z_2=1+2i$ и $\operatorname{Im} z=7$; г) $z_1=1+ix$, $z_2=2x+i$ и $\operatorname{Im} z=1$;

д) $z_1=2-i$, $z_2=5+ix$ и $\operatorname{Re} z=5$.

2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Изобразить на комплексной плоскости множества точек, задаваемые уравнениями и неравенствами

2.1 а) $|z-i|+|z+i|=4$; б) $|z-i|-|z+i|=2$; в) $|z-1+i|=|z+3|$

2.2 а) $|z|-3\operatorname{Im} z=6$; б) $3|z|-\operatorname{Re} z=12$; в) $\overline{z}=z^2$

2.3 а) $|z-i|<3$; б) $|z+1+i|>\sqrt{2}$; в) $1<|z-1+2i|<3$

2.4 а) $\dfrac{\pi}{4}<\arg z<\dfrac{\pi}{3}$; б) $\dfrac{\pi}{2}<\arg(z+i)<\dfrac{3\pi}{4}$; в) $\pi<\operatorname{Im} z<2\pi$

2.5 а) $|z-i|+|z+i|<5$; б) $|z-2|+|z+2|>3$; в) $|z|>\operatorname{Re} z+1$

2.6 а) $\operatorname{Im} z>0$; б) $\operatorname{Im} iz>2$; в) $\pi<\operatorname{Re} z<2\pi$

2.7 а) $\operatorname{Re} z+\operatorname{Im} z<1$; б) $|z+i|>|z-1|$; в) $|2z|>|1+z^2|$

3. Функции комплексной переменной. Решение простейших уравнений

3.1 Вычислить (результат представить в виде $z = x + iy$):

3.1.1 а) $\cos(2+i)$; б) $\sin 2i$; в) $\cos \pi i$; г) $\operatorname{tg}(2-i)$

3.1.2 а) $\operatorname{Ln} 2$; б) $\ln 2$; в) $\operatorname{Ln} i$; г) $\operatorname{Ln}(2-3i)$;

д) $\ln\left(i^i\right)$; е) $\ln\left(1^i\right)$

3.1.3 а) $1^{\left(\frac{1+i}{1-i}\right)}$; б) i^{π}; в) π^i; г) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^i$

3.2 Найти все решения уравнения:

3.2.1 а) $z^3 - 8 = 0$; б) $z^4 - 1 = 0$; в) $z^4 + 1 = 0$

3.2.2 а) $z^2 + z + 1 = 0$; б) $z^2 - 4z + 13 = 0$; в) $|z| = z^2$

3.2.3 а) $z^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$; б) $z^i = i$; в) $z^{\frac{1}{i}} = 1$; г) $z^{\frac{1}{i}} = i$

3.2.4 а) $\sin z = 2$; б) $\cos z = i$; в) $\operatorname{tg} z = 2 + i$; г) $\sin z + \cos z = 2$;

д) $\sin z - \cos z = 3$

3.2.5 а) $e^{2z} + e^z - 3 = 0$; б) $e^z + i = 0$ в) $\operatorname{ch} z = i$; ; г) $\operatorname{ch} z - \operatorname{sh} z = 1$;

д) $\operatorname{sh} z - \operatorname{ch} z = 2i$.

4. Условия Коши-Римана. Аналитические и гармонические функции.

4.1 Проверить, выполняются ли условия Коши-Римана для функций

4.1.1 а) $f(z) = \frac{i}{z}$, б) $f(z) = z^2$, в) $f(z) = (z + 2i)^3$;

4.1.2 а) $f(z) = e^{iz}$, б) $f(z) = \sin 2z$, в) $f(z) = \operatorname{ch} z$;

4.1.3 а) $f(z) = \operatorname{Ln} z$, б) $f(z) = \frac{1}{2}\cdot\left(z + \frac{1}{z}\right)$, в) $f(z) = z^n$;

4.1.4 а) $f(z) = \overline{z}$, б) $f(z) = z \cdot |z|$, в) $f(z) = z \cdot \operatorname{Re} z$;

4.2 Проверить, может ли указанная пара функций $u(x, y)$ и $v(x, y)$ быть действительной и мнимой частью аналитической функции комплексной переменной $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, где $z = x + iy$

4.2.1 $u(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$, $v(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ (в области, не содержащей точку $z = 0$)

4.2.2 $u(x, y) = \frac{-x}{x^2 + y^2}$, $v(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$ (в области, не содержащей точку $z = 0$)

4.2.3 $u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$, $v(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$ (в области, не содержащей точку $z = 0$)

4.2.4 $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - x$, $v(x, y) = 3x^2 y - y^3 - y$

4.2.5 $u(x, y) = x^3 - 3xy^2$, $v(x, y) = 3x^2 y - y^3$

4.2.6 $u(x,y)=x^2-3xy^2$, $v(x,y)=2xy-y^3$

4.3 Проверить, может ли указанная пара функций $R(x,y)$ и $\Phi(x,y)$ быть модулем и аргументом аналитической функции комплексной переменной $f(z)=R(x,y)\cdot e^{i\cdot\Phi(x,y)}$, где $z=x+iy$

4.3.1 $R(x,y)=e^{x+y}$, $\Phi(x,y)=y-x$

4.3.2 $R(x,y)=e^{x^2-y^2}$, $\Phi(x,y)=2xy$

4.3.3 $R(x,y)=e^{x^2+y^2}$, $\mathit{\Phi}(x,y)=2xy$

4.3.4 $R(x,y)=e^{x-y}$, $\Phi(x,y)=x+y$

4.3.5 $R(x,y)=e^{x-y^2}$, $\mathit{\Phi}(x,y)=y-x^2$

4.3.6 $R(x,y)=e^{x^2-y^2+x}$, $\mathit{\Phi}(x,y)=2xy+x+y$

4.4 Доказать, что указанные ниже функции могут быть действительной $u(x,y)$ или мнимой $v(x,y)$ частью аналитической функции комплексной переменной $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$, где $z=x+iy$. Найти функцию $f(z)$.

4.4.1 $u(x,y)=x^3-3xy^2-x$,

4.4.2 $u(x,y)=x^2-y^2+5x+y-\dfrac{y}{x^2+y^2}$

4.4.3 $v(x,y)=3x^2y-y^3-y$

4.4.4 $v(x,y)=\dfrac{x}{x^2+y^2}$

4.4.5 $v(x,y)=\ln\left(x^2+y^2\right)+x^3-2y$

5. Интеграл по кривой на комплексной плоскости. Интегральная формула Коши.

Вычислить интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

5.1 $\int\limits_C z\,dz$

а) по отрезку прямой, соединяющему точки $z=0$ и $z=1+i$;

б) по дуге параболы $y=x^2$, соединяющей точки $z=0$ и $z=1+i$;

в) по кривой, состоящей из двух прямолинейных отрезков, соединяющих точки $z=0$, $z=1$ и $z=1+i$.

5.2 $\int\limits_C \bar{z}\,dz$

а) по отрезку прямой, соединяющему точки $z=0$ и $z=1+i$;

б) по дуге параболы $y=x^2$, соединяющей точки $z=0$ и $z=1+i$;

в) по кривой, состоящей из двух прямолинейных отрезков, соединяющих точки $z=0$, $z=1$ и $z=1+i$.

5.3 $\int\limits_C |z|^2\,dz$

а) по отрезку прямой, соединяющему точки $z=-2i$ и $z=2i$;

б) по дуге окружности $|z|=2,\ \operatorname{Re} z\ge 0$ соединяющей точки $z=-2i$ и $z=2i$.

5.4 $\int\limits_C z^2\,dz$ а) по отрезку прямой, соединяющему точки $z=-2i$ и $z=2i$;

б) по дуге окружности $|z|=2,\ \operatorname{Re} z\ge 0$ соединяющей точки $z=-2i$ и $z=2i$.

5.5 $\oint\limits_{|z|=R}\dfrac{dz}{z}$ (обход окружности $|z|=R$ в положительном направлении)

5.6 $\oint\limits_{|z|=R}\dfrac{dz}{\overline{z}}$ (обход окружности $|z|=R$ в положительном направлении)

Вычислить интегралы, используя интегральную формулу Коши

5.7 $\oint\limits_C\dfrac{dz}{z(z^2-1)}$ (C – замкнутая спрямляемая кривая, не проходящая через точки $z=0$, $z=1$ и $z=-1$). Найти все возможные значения указанного интеграла при различных положениях контура C.

5.8 $\oint\limits_{|z|=2}\dfrac{e^z dz}{(z+1)^3}$ 5.9 $\oint\limits_{|z+i|=2}\dfrac{\sin z dz}{z(1-z)^2}$ 5.10 $\oint\limits_{|z-3|=3}\dfrac{z\,dz}{z^4-1}$

6. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана.

6.1 Определить область сходимости степенного ряда

а) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(\dfrac{z}{1-i}\right)^n$; б) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}e^{in}(z-2)^n$; в) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}i^n(z+1)^n$; г) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\cos(in)(z-i)^n$;

д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{\pi i}{n}(z+1-i)^n$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{ch}\dfrac{i}{n}(z+i)^n$; ж) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}n^n z^n$; з) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}z^{n!}$;

и) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}z^{2^n}$; к) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}z^{n!}$; л) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(3+(-1)^n\right)^n(z+2)^n$.

6.2 Разложить функцию $f(z)$ в ряд Тейлора с центром в указанной точке (выписать весь ряд или указать 4 первые ненулевые слагаемые). Найти радиус сходимости полученного ряда.

6.2.1 $f(z)=\dfrac{(1+z)^2}{z}$ с центром в точке а) $z=1$; б) $z=-1$

6.2.2 $f(z)=\dfrac{(z-1)^2}{2-z}$ с центром в точке а) $z=1$; б) $z=0$

6.2.3 $f(z)=\dfrac{1}{1+z^2}$ с центром в точке а) $z=0$; б) $z=1$

6.2.4 $f(z)=\cos z$ с центром в точке: а) $z=0$; б) $z=-\dfrac{\pi}{4}$

6.2.5 $f(z)=\sin(2z+1)$ с центром в точке: а) $z=0$; б) $z=-1$

6.2.6 $f(z)=\dfrac{1}{3z+1}$ с центром в точке: а) $z=-2$; б) $z=0$

6.2.7 $f(z)=\dfrac{z}{z^2+i}$ с центром в точке: а) $z=0$; б) $z=-1$

6.2.8 $f(z)=\ln z$ с центром в точке: а) $z=1$; б) $z=-1$

6.2.9 $f(z)=\ln(2-z)$ с центром в точке: а) $z=0$; б) $z=1$

6.2.10 $f(z)=\dfrac{\operatorname{ch}\sqrt{z}}{1+z^2}$ с центром в точке $z=0$

6.2.11 $f(z)=\dfrac{\cos\sqrt{z}}{1+z^2}$ с центром в точке $z=0$

6.2.12 $f(z)=\operatorname{tg} z$ с центром в точке $z=0$

6.2.13 $f(z)=\ln\cos z$ с центром в точке $z=0$

.

6.3 Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана в окрестности точки $z=0$

а) $f(z)=\dfrac{\sin z}{z^2}$; б) $f(z)=\dfrac{\sin^2 z}{z}$; в) $f(z)=\dfrac{e^z}{z}$; г) $f(z)=z^3 e^{\frac{1}{z}}$;

д) $f(z)=z^4\cos\dfrac{1}{z}$; е) $f(z)=\dfrac{1-\cos z}{z^2}$; ж) $f(z)=\dfrac{1-e^{-z}}{z^3}$.

6.4 Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана в указанном кольце, либо в окрестности заданной точки (в последнем случае найти область сходимости ряда).

6.4.1 $f(z)=\dfrac{1}{(z-2)(z-3)}$ в кольце $2<|z|<3$, в окрестности точек $z=3,\ z=\infty$

6.4.2 $f(z)=\dfrac{1}{z^2+z}$ в окрестности точек $z=0,\ z=1,\ z=\infty$

6.4.3 $f(z)=\dfrac{z^2-z+3}{z^3-3z+2}$ в кольце $1<|z|<2$, в окрестности точек $z=1,\ z=\infty$

6.4.4 $f(z)=\dfrac{2}{z^2-1}$ в кольце $1<|z+2|<3$, в окрестности точек $z=-1,\ z=\infty$

6.4.5 $f(z)=\dfrac{1}{(z^2+1)^2}$ в окрестности точек $z=-i,\ z=\infty$

6.4.6 $f(z)=z^2\sin\dfrac{1}{z-1}$ в окрестности точки $z=1$

6.4.7 $f(z)=\dfrac{z}{\sin z}$ в окрестности точек $z=0$, $z=\pi$ (выпишите первые 3 ненулевые слагаемые)

6.4.8 $f(z)=\operatorname{ctg} z$ в окрестности точки $z=0$ (выпишите первые 3 ненулевые слагаемые)

7. Классификация особых точек.

Найти <u>все</u> особые точки функции $f(z)$ и определить их тип (если особая точка изолированная). Исследовать поведение функции в окрестности точки $z^*=\infty$.

7.1 $f(z)=\dfrac{\sin z}{z}$ 7.2 $f(z)=\dfrac{\sin z}{z^2}$ 7.3 $f(z)=\dfrac{e^z-1}{z^3}$

7.4 $f(z)=\dfrac{1}{z(z-1)^2}$ 7.5 $f(z)=z^2+\dfrac{1}{z^5}$ 7.6 $f(z)=\dfrac{z^4}{1+z^4}$

7.7 $f(z)=\dfrac{\cos z}{e^z+1}$ 7.8 $f(z)=\dfrac{\sin z}{e^z-1}$ 7.9 $f(z)=\dfrac{1-\cos z}{\sin z}$

7.10 $f(z)=\dfrac{z}{\sin z}$ 7.11 $f(z)=\dfrac{1}{\cos z}$ 7.12 $f(z)=\dfrac{\operatorname{tg} z}{z^3}$

7.13 $f(z)=\cos\left(\dfrac{1}{z^2}\right)$ 7.14 $f(z)=\sin\left(\dfrac{1}{z}\right)$ 7.15 $f(z)=z^2\cdot\sin\left(\dfrac{1}{z^2}\right)$

7.16 $f(z)=\dfrac{z}{\sin\left(\frac{1}{z}\right)}$ 7.17 $f(z)=\dfrac{\operatorname{ctg} z}{z^2}$ 7.18 $f(z)=\operatorname{ctg} z-\dfrac{1}{z}$

7.19 $f(z)=z\cdot\operatorname{ctg} z$ 7.20 $f(z)=z\cos z$ 7.21 $f(z)=z\cdot e^z$

7.22 $f(z)=\operatorname{Ln}(\cos z)$ 7.23 $f(z)=\sqrt{\sin z}$

8. Вычеты. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

8.1 Найдите вычеты функции $f(z)$ относительно всех изолированных особых точек и бесконечно удаленной точки, если она не является предельной для особых точек.

8.1.1 а) $f(z)=\dfrac{e^z}{z^2\left(z^2+1\right)}$; б) $f(z)=\dfrac{z}{(z+1)^3(z-2)^2}$; в) $f(z)=\dfrac{e^{iz}}{\left(z^2-1\right)(z+2)}$;

г) $f(z)=\dfrac{z^2+z-2}{z^3+1}$; д) $f(z)=\dfrac{\sin z}{(z+2)^3}$

8.1.2 а) $f(z)=\sin\left(\dfrac{1}{z}\right)$; б) $f(z)=\sin\left(\dfrac{1}{z^2}\right)$; в) $f(z)=z^3e^{\frac{1}{z}}$;

г) $f(z)=z^3e^{\left(\frac{1}{z^2}\right)}$; д) $f(z)=\cos\dfrac{1}{z-1}$; д) $f(z)=z^3\cos\dfrac{1}{z-1}$

8.1.3 а) $f(z)=\dfrac{1}{\sin z}$; б) $f(z)=\dfrac{z}{\sin z}$; в) $f(z)=\dfrac{\operatorname{tg} z}{z^3}$;

г) $f(z)=\operatorname{ctg} z$; д) $f(z)=\operatorname{ctg}^2 z$

8.2 Вычислить интегралы (обход контура – в положительном направлении)

8.2.1 $\displaystyle\oint_{|z|=1}\frac{\sin z}{z^3}dz$ 8.2.2 $\displaystyle\oint_{|z-z_0|=R_0}\frac{dz}{(z-z_0)^2}$ 8.2.3 $\displaystyle\oint_{|z|=1}\frac{e^z}{z^2+2z}dz$

8.2.4 $\displaystyle\oint_{|z|=1}\frac{\cos z-1}{z^3}dz$ 8.2.5 $\displaystyle\oint_{|z|=2}\sin\left(\frac{1}{z}\right)dz$ 8.2.6 $\displaystyle\oint_{|z|=2}\frac{1}{z^2+z^3}dz$

8.2.7 $\displaystyle\oint_{|z|=\frac{1}{2}}\frac{1}{z^2+z^3}dz$ 8.2.8 $\displaystyle\oint_{|z|=2}\frac{1}{1+z^3}dz$ 8.2.9 $\displaystyle\oint_{|z|=2}\frac{1}{z^4+1}dz$

9. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов.

9.1 Вычислить определенные интегралы, сведя их к интегралам по окружности $|z|=1$ с помощью замены переменной $z=e^{i\cdot x}$

9.1.1 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{\cos x-5}$ 9.1.2 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{26-10\cos x}$ 9.1.3 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{10-6\cos x}$

9.1.4 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{2+\cos x}$ 9.1.5 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{4+\cos x}$ 9.1.5 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{2+\sin x}$

9.1.7 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{5-\sin x}$ 9.1.8 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{2-\sin x}$ 9.1.9 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{3-\sin x}$

9.1.10 $\int\limits_0^{2\pi}\frac{dx}{4-\cos x}$

9.2 Вычислить несобственные интегралы

9.2.1 $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\,dx}{\left(x^2-4x+13\right)^2}$ 9.2.2 $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\left(x^2+2x+2\right)^2}$ 9.2.3 $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\left(x^2+1\right)^3}$

9.2.4 $\int\limits_0^{+\infty}\frac{\left(x^2-1\right)dx}{x^4+1}$ 9.2.5 $\int\limits_0^{+\infty}\frac{x\,dx}{1+x^3}$ 9.2.6 $\int\limits_0^{+\infty}\frac{dx}{1+x^6}$

9.3 Вычислить несобственные интегралы, используя лемму Жордана

9.3.1 $\int\limits_0^{\infty}\frac{\cos x\,dx}{x^2+1}$ 9.3.2 $\int\limits_0^{\infty}\frac{\cos 2x\,dx}{x^2+1}$ 9.3.3 $\int\limits_0^{\infty}\frac{\cos x\,dx}{x^2+4}$

9.3.4 $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin x\,dx}{x^2+1}$ 9.3.5 $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin 2x\,dx}{x^2+1}$ 9.3.6 $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin x\,dx}{x^2+4}$

9.3.7 $\int\limits_0^{\infty}\frac{x\sin 2x\,dx}{x^2+1}$ 9.3.8 $\int\limits_0^{\infty}\frac{x\sin x\,dx}{x^2+4}$ 9.3.9 $\int\limits_0^{\infty}\frac{x\sin 2x\,dx}{x^2+4}$

9.3.10 $\int\limits_0^{\infty}\frac{x\sin 3x\,dx}{x^2+4}$

9.4 Вычислить несобственные интегралы

9.4.1 $\int\limits_0^{\infty}\frac{\sqrt{x}\,dx}{x^2+1}$ 9.4.2 $\int\limits_0^{\infty}\frac{\sqrt[3]{x}\,dx}{x^2+1}$ 9.4.3 $\int\limits_0^{\infty}\frac{\sqrt[3]{x^2}\,dx}{x^2+1}$

9.4.4 $\int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$ 9.4.5 $\int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{(x+1)\cdot\sqrt[3]{x}}$ 9.4.6 $\int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{(x+1)\cdot\sqrt[4]{x}}$

9.4.7 $\int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{(x^2+1)\cdot\sqrt{x}}$ 9.4.8 $\int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{(x^2+1)\cdot\sqrt[3]{x}}$ 9.4.9 $\int\limits_0^{\infty}\frac{\sqrt{x}\,dx}{x^2+4}$

9.4.10 $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x}\ dx}{x^2+9}$

10. Преобразование Лапласа

10.1 Применяя преобразование Лапласа, решить задачу Коши

10.1.1 $\begin{cases} y''+y=t\sin t, & t>0 \\ y(0)=1, & y'(0)=0 \end{cases}$

10.1.2 $\begin{cases} y''+y=t\sin t, & t>0 \\ y(0)=0, & y'(0)=1 \end{cases}$

10.1.3 $\begin{cases} y''+y=te^t, & t>0 \\ y(0)=1, & y'(0)=0 \end{cases}$

10.1.4 $\begin{cases} y''+y=te^t, & t>0 \\ y(0)=0, & y'(0)=1 \end{cases}$

10.1.5 $\begin{cases} y''-y=te^{2t}, & t>0 \\ y(0)=1, & y'(0)=0 \end{cases}$

10.1.6 $\begin{cases} y''-y=te^{2t}, & t>0 \\ y(0)=0, & y'(0)=1 \end{cases}$

10.1.7 $\begin{cases} y''-y=te^{-2t}, & t>0 \\ y(0)=0, & y'(0)=1 \end{cases}$

10.1.8 $\begin{cases} y''+y=te^{-2t}, & t>0 \\ y(0)=0, & y'(0)=1 \end{cases}$

10.1.9 $\begin{cases} y''+y'=te^{-t}, & t>0 \\ y(0)=1, & y'(0)=0 \end{cases}$

10.1.10 $\begin{cases} y''+y'=te^{-t}, & t>0 \\ y(0)=0, & y'(0)=1 \end{cases}$

10.2 Формула Меллина. Вычислить интегралы

10.2.1 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p+2}\,dp$, считая, что $t>0$

10.2.2 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p+2}\,dp$, считая, что $t<0$

10.2.3 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p^2+4}\,dp$, считая, что $t>0$

10.2.4 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{p\cdot e^{pt}}{p^2+4}\,dp$, считая, что $t>0$

10.2.5 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p}\,dp$, считая, что $t>0$

10.2.6 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p^2}\,dp$, считая, что $t>0$

10.2.7 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p^2}\,dp$, считая, что $t<0$

10.2.8 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p(p+1)}\,dp$, считая, что $t>0$

10.2.9 $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{1-i\cdot\infty}^{1+i\cdot\infty} \frac{e^{pt}}{p(p+1)}\,dp$, считая, что $t<0$