**Колебания и волны**

1. Гармонический осциллятор. Дифференциальное уравнение гармонического осциллятора и его решение. Частота, период, амплитуда и фаза собственных колебаний.

Второй закон динамики для механической системы, находящейся вблизи положения равновесия, с учетом закона Гука можно записать в форме

***Уравнение гармонического осциллятора:***

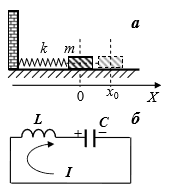
Общее решение такого уравнения может быть записано в виде гармонической функции:

Величина ω0 играет роль ***частоты собственных гармонических колебаний*** системы, определяется только свойствами самой колебательной системы. Величина называется ***периодом*** колебаний, – ***фазой***. Постоянные А и ϕ0 – называются ***амплитудой*** и ***начальной фазой*** колебаний, соответственно. Их величина зависит от способа возбуждения колебаний в системе – начальных условий. Для определения амплитуды и начальной фазы нужно знать начальное отклонение системы от положения равновесия и начальную скорость .

Таким образом, «***гармоническим осциллятором***» является любая система, совершающая колебания по закону гармонической функции и, соответственно, подчиняющаяся уравнению гармонического осциллятора.

Модель гармонического осциллятора может быть использована только в тех случаях, когда правомерно пренебрежение членами высших порядков в разложении потенциальной энергии системы (т.е. когда амплитуда колебаний достаточно мала) и отсутствуют диссипативные силы (например, силы трения).

1. Энергия колебаний гармонического осциллятора и осциллятора с малым затуханием (механического и электрического). Особенности колебаний в нелинейных консервативных системах.

На рисунке (*а*) показан простейший механический осциллятор – тело массой *m* на пружине с коэффициентом упругости *k*, которое может скользить по гладкой горизонтальной поверхности. Уравнение движения тела (второй закон Ньютона) в этом случае (без учета сил трения):

Уравнение гармонического осциллятора:

Для идеализированного электрического контура без потерь энергии на рисунке (*б*) напряжение на конденсаторе равно ЭДС самоиндукции на катушке *εsi*:

С учётом того, что ток имеем:

Здесь *q* и *C* – заряд и ёмкость конденсатора, *L* – индуктивность катушки, *I* – сила тока в контуре.

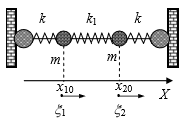
Таким образом, механический осциллятор без трения и электрический *LC*-контур без омического сопротивления описываются идентичными с математической точки зрения уравнениями. Величина *q*, как и отклонение механической системы от положения равновесия *ξ*, с течением времени изменяется по гармоническому закону:

Энергия механического осциллятора:

Энергию, запасенную в электрическом контуре:

Первое слагаемое в соотношении представляет собой энергию магнитного поля катушки индуктивности, второй член – энергию электрического поля конденсатора.

1. Свободные колебания связанных осцилляторов. Нормальные координаты и нормальные колебания (моды) для системы, состоящей из двух одинаковых связанных осцилляторов.

 Любая система из N связанных одномерных осцилляторов может быть описана системой N дифференциальных уравнений, в каждое из которых в общем случае входит более, чем одна функция времени. Например, недиссипативная система, состоящая из двух одинаковых механических осцилляторов, между которыми имеется упругое взаимодействие, в соответствии со вторым законом Ньютона описывается двумя уравнениями:

Здесь ξ1 и ξ2 – отклонения левой и правой масс m от положений равновесия, k и k1 – коэффициенты упругости крайних и средней пружин, соответственно. Эти уравнения в общем случае не являются дифференциальными уравнениями гармонических колебаний, в каждое из них входят две неизвестные функции времени – ξ1(t) и ξ2(t). Можно, однако, преобразовать эту систему таким образом, чтобы в каждое уравнение входила только одна функция времени и её вторая производная. В результате получаем независимые дифференциальные линейные уравнения:

Уравнения являются дифференциальными уравнениями, описывающими гармонические колебания. Они имеют решения вида (***нормальные колебания***, или ***нормальные моды***):

Соответствующие новые переменные ξI и ξII называются ***нормальными координатами***. Движение каждого из осцилляторов представляет собой наложение нормальных мод:

Если в начальный момент времени созданы несимметричные условия (разные начальные отклонения, либо разные начальные скорости), то в системе сосуществуют оба нормальных колебания. Если в рассматриваемой системе возбуждена только первая нормальная мода (ξII = 0), то ξ1 = ξ2 = ξI/2 и оба осциллятора совершают *синфазные* гармонические колебания с частотой ωI. При возбуждении только второй нормальной моды (ξI = 0) ξ1 = −ξ2 = ξII/2, т.е. осцилляторы совершают гармонические колебания с частотой ωII, двигаясь в *противофазе*.

*В общем случае колебательное движение каждого осциллятора представляет собой суперпозицию двух нормальных гармонических колебаний с частотами ωI и ωII.* Число нормальных координат равно числу исходных уравнений движения, описывающих колебания системы (т.е. количеству колебательных степеней свободы системы).

1. Колебания молекул. Количество нормальных колебаний молекул и их типы. Моды колебаний простейших молекул.

***Колебание молекул*** – один из основных видов внутримолекулярного движения, при котором происходит периодичное изменение относительно расположения ядер атомов, составляющих молекул.

***Валентные молекулярные колебания*** – колебания атомов, происходящие вдоль направления химических связей. Могут быть симметричными (атомы колеблются синфазно – возбуждена низкочастотная мода) и асимметричными (атомы колеблются в противофазе – возбуждена высокочастотная мода).

***Деформационные молекулярные колебания*** – колебания, при которых изменяются углы связей, без изменения длины связей.

Колебательные степени свободы:

Если молекула состоит из N атомов, то для её описания требуется 3N уравнений (каждый атом представляется как МТ, имеющая три поступательные степени свободы). Молекула, в целом, имеет три поступательные и три (две для линейной молекулы) вращательные степени свободы. Тогда колебания атомов в молекуле описываются 3N-6 (3N-5) уравнениями, то есть молекула имеет 3N-6 (3N-5) колебательных степеней свободы.

Молекула H2O нелинейна Nk = 3 Молекула CO2 нелинейна Nk = 4

Нормальные колебания молекулы H2O

1. Симметричное валентное колебание
2. Деформационные колебания
3. Антисимметричное валентное колебание

Нормальные колебания молекулы CO2

1. Симметричное валентное колебание
2. Деформационное колебание, дважды вырожденное (искривление молекулы в двух взаимноперпендикулярных плоскостях)
3. Колебательные степени свободы линейных и нелинейных молекул. Типы нормальных колебаний молекул CO2 и H2O.

***Колебание молекул*** – один из основных видов внутримолекулярного движения, при котором происходит периодичное изменение относительно расположения ядер атомов, составляющих молекул.

***Валентные молекулярные колебания*** – колебания атомов, происходящие вдоль направления химических связей. Могут быть симметричными (атомы колеблются синфазно – возбуждена низкочастотная мода) и асимметричными (атомы колеблются в противофазе – возбуждена высокочастотная мода).

***Деформационные молекулярные колебания*** – колебания, при которых изменяются углы связей, без изменения длины связей.

Колебательные степени свободы:

Если молекула состоит из N атомов, то для её описания требуется 3N уравнений (каждый атом представляется как МТ, имеющая три поступательные степени свободы). Молекула, в целом, имеет три поступательные и три (две для линейной молекулы) вращательные степени свободы. Тогда колебания атомов в молекуле описываются 3N-6 (3N-5) уравнениями, то есть молекула имеет 3N-6 (3N-5) колебательных степеней свободы.

Молекула H2O нелинейна Nk = 3 Молекула CO2 нелинейна Nk = 4

Нормальные колебания молекулы H2O

1. Симметричное валентное колебание
2. Деформационные колебания
3. Антисимметричное валентное колебание

Нормальные колебания молекулы CO2

1. Симметричное валентное колебание
2. Деформационное колебание, дважды вырожденное (искривление молекулы в двух взаимноперпендикулярных плоскостях)
3. Затухающие колебания. Осциллятор с небольшим затуханием. Характеристики затухающих колебаний.

В реальных колебательных системах всегда происходят потери энергии. Поэтому свободные колебания будут затухающими (а, следовательно, не гармоническими). Учтём это обстоятельство, добавляя силу трения, которую будем считать пропорциональной скорости тела. Параметр r называется ***коэффициентом сопротивления***.

В результате второй закон динамики для механического осциллятора при наличии вязкого трения можно записать так:

Совершенно аналогичное уравнение можно получить для электрического контура с учётом затухания, добавив падение напряжения на сопротивлении UR. При этом .

Рассмотрим случай ***малого затухания*** β < ω0:

Здесь – частота собственных затухающих колебаний. Амплитуда колебаний постепенно уменьшается по экспоненциальному закону. Параметр β, определяющий темп затухания амплитуды, называется ***коэффициентом затухания***.

1. ***Время релаксации амплитуды*** τA – время уменьшения амплитуды колебаний в “e” раз:
2. ***Количество колебаний*** Ne, за которое амплитуда уменьшится в “e” раз:
3. ***Декремент затухания*** D:
4. ***Логарифмический декремент затухания*** γ:
5. ***Добротность колебательной системы*** Q:

При очень малом затухании (β << ω0) можно использовать приближенное соотношение

которое в случае электрического контура легко преобразуется к виду:

Этот параметр при малом затухании пропорционален отношению энергии, запасённой осциллятором, к энергии, теряемой за период.

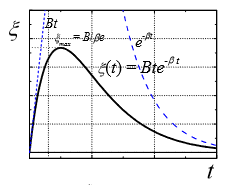
1. Дифференциальное уравнение осциллятора с затуханием и вид его решения в критическом режиме.

В реальных колебательных системах всегда происходят потери энергии. Поэтому свободные колебания будут затухающими (а, следовательно, не гармоническими). Учтём это обстоятельство, добавляя силу трения, которую будем считать пропорциональной скорости тела. Параметр r называется ***коэффициентом сопротивления***.

В результате второй закон динамики для механического осциллятора при наличии вязкого трения можно записать так:

Совершенно аналогичное уравнение можно получить для электрического контура с учётом затухания, добавив падение напряжения на сопротивлении UR. При этом .

В «***критическом***» режиме β = ω0, решением уравнения является функция

Параметр А в этом случае имеет смысл начального смещения ξ(0), начальная скорость равна . Если начальное отклонение от положения равновесия равно нулю (А = 0), то параметр В определяет величину начальной скорости осциллятора. В рассматриваемом случае зависимость смещения тела от времени получается умножением спадающей экспоненты на функцию Bt.

Дифференцируя по времени и приравнивая производную нулю, находим, что максимальное отклонение от положения равновесия достигается в момент времени . В этот момент

Таким образом, максимальное отклонение от положения равновесия в рассматриваемом случае оказывается пропорциональным начальной скорости .

1. Дифференциальное уравнение осциллятора с затуханием и вид его решения для случая большого затухания.

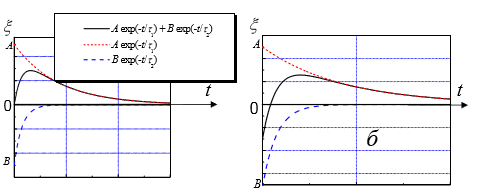
В реальных колебательных системах всегда происходят потери энергии. Поэтому свободные колебания будут затухающими (а, следовательно, не гармоническими). Учтём это обстоятельство, добавляя силу трения, которую будем считать пропорциональной скорости тела. Параметр r называется ***коэффициентом сопротивления***.

В результате второй закон динамики для механического осциллятора при наличии вязкого трения можно записать так:

Совершенно аналогичное уравнение можно получить для электрического контура с учётом затухания, добавив падение напряжения на сопротивлении UR. При этом .

Закономерности поведения осциллятора с большим затуханием (β > ω0). Решение дифференциального уравнения:

Здесь , , .

Два параметра – А и В определяются из начальных условий (начальная координата и начальная скорость должны быть заданы). В частности, если в начальный момент времени смещение равно нулю, то и . Если начальное отклонение от положения равновесия не равно нулю, то .

Режим с большим затуханием часто называют «***апериодическим***». Существенно, что время возвращения системы к равновесию определяется в апериодическом режиме экспонентой с наибольшей постоянной времени .

При очень сильном затухании (β >> ω0) эта постоянная времени может быть весьма большой.

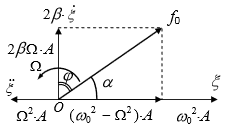
1. Дифференциальное уравнение вынужденных гармонических колебаний. Определение амплитуды и фазы установившихся колебаний методом векторных диаграмм.

***Вынужденные колебания*** – это колебания, которые происходят под действием внешней периодической силы. Рассмотрим случай, когда “вынуждающая” сила изменяется со временем по гармоническому закону:

Как только на систему начнёт действовать посторонняя сила, система будет выведена из положения равновесия и в ней будут возбуждаться собственные колебания с частотой ωс. Кроме того, система будет вынуждена “подчиняться” внешней силе, действующей в общем случае с частотой Ω. Поэтому на начальном этапе колебания системы будут сложными, состоящими из двух колебательных процессов с разными частотами. Однако в системе с затуханием собственные колебания прекратятся по истечению времени порядка τA = 1/β. После этого осциллятор будет совершать только вынужденные колебания с частотой вынуждающей силы Ω. Этот режим называется режимом ***установившихся вынужденных колебаний***. Дифференциальное уравнение вынужденных гармонических колебаний:

Аналогичное уравнение можно записать для электрического контура с внешней ЭДС

Решение будем искать в виде:

Для решения уравнения воспользуемся методом векторных диаграмм – заменим гармонические функции векторами, вращающимися против часовой стрелки с угловой скоростью Ω. Длина каждого вектора равна амплитуде соответствующего колебания, а полярный угол – его фазе. Для определения амплитуды вынужденных колебаний А и фазового сдвига α надо провести сложение векторов, соответствующих гармоническим функциям в левой части уравнения.

Результат сложения трёх векторов, соответствующих трём членам в левой части уравнения, должен быть равным вектору, соответствующему правой части. Длина этого вектора равна *f0*, угол *α* – сдвиг по фазе между силой и смещением в соотношении. По теореме Пифагора:

1. Вынужденные гармонические колебания. Резонансы смещения и скорости.

***Вынужденные колебания*** – это колебания, которые происходят под действием внешней периодической силы. Рассмотрим случай, когда “вынуждающая” сила изменяется со временем по гармоническому закону:

Как только на систему начнёт действовать посторонняя сила, система будет выведена из положения равновесия и в ней будут возбуждаться собственные колебания с частотой ωс. Кроме того, система будет вынуждена “подчиняться” внешней силе, действующей в общем случае с частотой Ω. Поэтому на начальном этапе колебания системы будут сложными, состоящими из двух колебательных процессов с разными частотами. Однако в системе с затуханием собственные колебания прекратятся по истечению времени порядка τA = 1/β. После этого осциллятор будет совершать только вынужденные колебания с частотой вынуждающей силы Ω. Этот режим называется режимом ***установившихся вынужденных колебаний***. Дифференциальное уравнение вынужденных гармонических колебаний:

Аналогичное уравнение можно записать для электрического контура с внешней ЭДС

***Резонанс смещения*** - условия, при которых достигается максимальная амплитуда колебаний.

Амплитуда смещения и тангенс угла сдвига фаз между смещением и силой при резонансе:

В условиях очень малого затухания (β << ω0):

***Резонанса скорости*** - условия, при которых достигается максимальная амплитуда тока в цепи (скорость для механического осциллятора). Так как , получаем:

Резонанс скорости (или тока в цепи, состоящей из последовательно соединённых катушки индуктивности, конденсатора и резистора) наблюдается при частоте .

1. Зависимости амплитуды и фазы установившихся вынужденных колебаний от частоты вынуждающего воздействия.

***Вынужденные колебания*** – это колебания, которые происходят под действием внешней периодической силы. Рассмотрим случай, когда “вынуждающая” сила изменяется со временем по гармоническому закону:

Как только на систему начнёт действовать посторонняя сила, система будет выведена из положения равновесия и в ней будут возбуждаться собственные колебания с частотой ωс. Кроме того, система будет вынуждена “подчиняться” внешней силе, действующей в общем случае с частотой Ω. Поэтому на начальном этапе колебания системы будут сложными, состоящими из двух колебательных процессов с разными частотами. Однако в системе с затуханием собственные колебания прекратятся по истечению времени порядка τA = 1/β. После этого осциллятор будет совершать только вынужденные колебания с частотой вынуждающей силы Ω. Этот режим называется режимом ***установившихся вынужденных колебаний***. Дифференциальное уравнение вынужденных гармонических колебаний:

Аналогичное уравнение можно записать для электрического контура с внешней ЭДС

***Амплитуда поглощения*** и ***амплитуда дисперсии***:

При Ω << ω0 в области низких частот:

Таким образом, на низких частотах смещение успевает следовать за силой без отставания по фазе, механический осциллятор ведёт себя практически так же, как под действием постоянной силы. В электрическом контуре все внешнее напряжение падает целиком на конденсаторе.

На высоких частотах (Ω >> ω0) амплитуда A стремится к нулю при а сдвиг фаз между силой и смещением при этом приближается к π (). Амплитуды поглощения и дисперсии также асимптотически стремятся к нулю

В этих условиях осциллятор вообще не успевает следовать за внешней силой, отсюда – малая амплитуда и отставание по фазе на π.

1. Мощность, затрачиваемая на поддержание вынужденных колебаний. Определение добротности осциллятора из амплитудно-частотной характеристики для установившихся вынужденных колебаний.

По определению, мгновенная величина мощности есть произведение действующей силы на скорость тела

Мгновенная мощность, затрачиваемая внешней силой на поддержание вынужденных колебаний с частотой Ω, изменяется со временем с удвоенной частотой 2Ω. Средняя по времени величина затрачиваемой на поддержание колебаний мощности равна

Таким образом, величина оказывается пропорциональной амплитуде поглощения.

Для электрической цепи:

Угол равен сдвигу фаз между током и напряжением. При ток отстаёт по фазе от напряжения.

Отношение амплитуды колебаний при резонансе к амплитуде на низкой частоте с высокой степенью точности равно добротности:

Для электрического контура величина добротности равна отношению амплитуды напряжения на конденсаторе при резонансе к амплитуде внешнего напряжения:

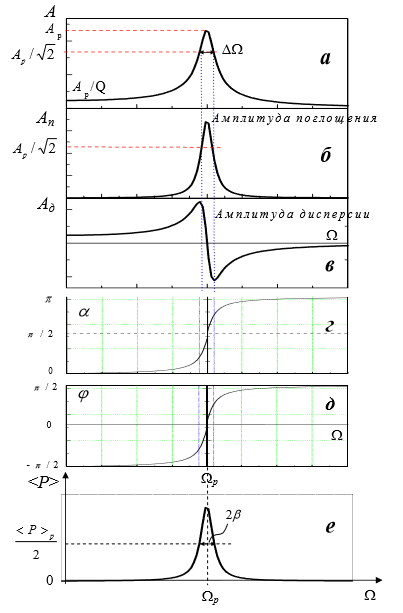
1. Лоренцева форма линии для мощности при установившихся вынужденных колебаниях. Связь ширины линии с добротностью осциллятора.

Зависимости от частоты внешнего воздействия величины мощности, затрачиваемой на поддержание вынужденных колебаний. Для электрических контуров эта зависимость определяет их резонансные свойства. Для молекул или их ансамблей зависимость такого типа отражает вид полос поглощения, связанных с возбуждением колебаний того или иного типа под действием, например, инфракрасного излучения (в ***ИК-спектроскопии***) или электромагнитных волн сантиметрового диапазона (***ЭПР-спектроскопия***), коротких радиоволн (***ЯМР-спектроскопия***).

Частотная зависимость поглощаемой мощности:

Поскольку

характер зависимости средней поглощаемой мощности от частоты может быть приближённо отображён функцией

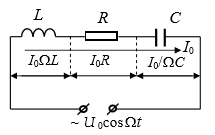
В спектроскопии функция R(Ω) называется ***“лоренцевской” функцией формы линии***.

Она обладает следующими свойствами:

Ширина функции R(ω) на полувысоте ∆Ω (“полуширина”):

Необходимо указать диапазон частот, в котором формула R(Ω) “работает”. Диапазон ограничен весьма нежестким условием:

1. Резонанс в последовательном контуре, состоящем из резистора, катушки индуктивности и конденсатора. Представление о резонансе в параллельном контуре.

Колебания, которые происходят в электрическом контуре под действием периодически изменяющейся электродвижущей силы (ЭДС), называются ***вынужденными колебаниями***. В случае свободных колебаний амплитуда и начальная фаза определяются начальными условиями, а частота зависит только от свойств самой системы (ее параметров L, C и R). Частота вынужденных колебаний определяется частотой вынуждающей силы. Поэтому можно предположить, что, если в цепи контура действует ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону , то колебания в контуре будут происходить с той же частотой ω.

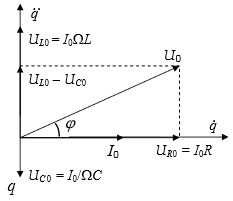
Сумма падений напряжений на конденсаторе , индуктивности и активном сопротивлении по второму правилу Кирхгофа равна внешней ЭДС:

Этому уравнению удовлетворяет функция описывающая гармоническое колебание с частотой внешней ЭДС.

В этой функции α представляет собой разность фаз колебаний заряда и внешней ЭДС.

***Резонанс смещения*** - условия, при которых достигается максимальная амплитуда колебаний.

Для электрического контура величина добротности равна отношению амплитуды напряжения на конденсаторе при резонансе к амплитуде внешнего напряжения:

1.  Условие квазистационарности переменного тока. Закон Ома для участка цепи, состоящего из последовательно соединённых резистора, катушки индуктивности и конденсатора.

Для цепи, состоящей из последовательно соединенных конденсатора, катушки индуктивности и резистора, векторная диаграмма, на которой представлены напряжения на конденсаторе с амплитудой , катушке , резисторе .

Условие ***квазистационарности***: значения силы тока во всех последовательно соединенных участках цепи в один и тот же момент времени одинаковы.

Сила тока в общем случае не совпадает по фазе с приложенным напряжением. Закон Ома между ***мгновенными значениями*** силы тока и напряжения не выполняется – это соотношение изменяется со временем. Интерес представляет только соотношение между их ***амплитудными*** (или ***действующими***) значениями, которое не меняется со временем.

Это отношение называется ***полным сопротивлением*** цепи (или ее участка). ***Закон Ома для переменного тока:***

Связь между амплитудой тока в цепи и амплитудой внешнего напряжения для «последовательного» и «параллельного» контуров:

***Полное сопротивление*** переменному току цепи, состоящей из последовательно соединённых индуктивности, ёмкости и сопротивления, равно

Величина называется ***реактивным сопротивлением***, тогда как R называется ***омическим*** сопротивлением.

С помощью векторной диаграммы также можно найти и фазовый сдвиг между напряжением и током в цепи:

Угол *φ* – величина отставания по фазе тока в цепи от напряжения. В «индуктивных» цепях () значение *φ* положительно, в «ёмкостных» () – отрицательно.

1. Мощность, рассеивающаяся в цепи переменного тока. Эффективные (действующие) значения напряжения и силы переменного тока.

***Мгновенная мощность***, выделяющаяся в цепи, к которой приложено напряжение и по которой протекает ток , по закону Джоуля–Ленца может быть записана в виде:

Мгновенная мощность, затрачиваемая внешней силой на поддержание вынужденных колебаний с частотой Ω, изменяется со временем с удвоенной частотой 2Ω. В то же время тепловое действие тока определяется не мгновенным, а средним (за большой по сравнению с периодом колебаний промежуток времени) значением мощности 〈P〉. Это значение может быть найдено усреднением P(t) за период:

Угол равен сдвигу фаз между током и напряжением. При ток отстаёт по фазе от напряжения.

Протекание по цепи с сопротивлением R переменного тока вызывает в ней такое же тепловое действие, что и постоянного тока величиной

Эта величина называется «***действующим***» (или «***эффективным***») ***значением*** силы переменного тока. По аналогии вводится и действующее значение напряжения

Выражение для средней мощности может быть записано в виде:

Множитель cosϕ называют «***коэффициентом мощности***», потому что именно сдвиг фаз между током и напряжением определяет величину выделяемой в цепи мощности при прочих равных условиях. В частности, для идеальных (без потерь) конденсатора и катушки индуктивности выделяющаяся мощность при любых I и U равна нулю, так как равен нулю коэффициент мощности (сдвиг фаз между током и напряжением ϕ = π/2).

В общем случае несинусоидального переменного тока коэффициент, связывающий амплитудные и действующие значения тока или напряжения, будет иным. Процедура нахождения этого коэффициента определяется равенствами:

1. Классическое дифференциальное волновое уравнение. Уравнение плоской и сферической бегущих гармонических волн.

***Волны*** – это распространяющиеся в пространстве колебания. Распространяющиеся в непоглощающей и недиспергирующей (среда, в которой скорости распространения волн с разными частотами одинаковы). среде волны подчиняются ***классическому дифференциальному волновому уравнению***:

*Скорость упругой волны* в твёрдом теле зависит от величиной модуля упругости G (модуля Юнга) и плотности вещества ρ: , *скорость электромагнитной волны* зависит от диэлектрической проницаемости ε и магнитной восприимчивости μ среды, в которой распространяется волна: здесь – скорость электромагнитной волны в вакууме, – показатель преломления среды.

В одномерном случае (волна распространяется по оси ОX):

***Уравнение волны*** – соотношение, в явной форме отражающее зависимость .

Если фронт волны и волновые поверхности – плоскости, то волна называется ***плоской***. Плоскую волну можно наблюдать в тех случаях, когда расстояние до источника волн х много меньше размеров источника D:

Уравнение ***плоской гармонической волны***, распространяющейся по оси ОX, имеет вид:

Здесь А – амплитуда волны, ω – циклическая частота, – волновое число.

Поверхность, во всех точках которой колебания происходят в одной фазе, называется ***волновой поверхностью***. Волновых поверхностей бесконечно много. «Самая передняя» из них (т.е. самая дальняя от источника) называется ***фронтом волны***.

Если размерами источника волн можно пренебречь (точечный источник),

то волновые поверхности являются ***сферическими*** и уравнение волны принимает вид:

Здесь – радиус вектор, соединяющий источник с данной точкой пространства, – волновой вектор (направлен по нормали к волновой поверхности в сторону распространения волны).

1. Уравнения плоской и сферической бегущих гармонических волн. Продольные и поперечные волны. Учёт поглощения волн средой.

Упругие волны могут быть ***продольными*** и ***поперечными*** (смещения частиц происходят вдоль направления распространения волны и перпендикулярно ему, соответственно). В жидкостях и газах распространяются только продольные волны, в твёрдых телах – как продольные, так и поперечные. Электромагнитные волны – всегда поперечные (векторы Eи B перпендикулярны скорости волны v, причем E⊥B). Направление скорости электромагнитной волны v совпадает с направлением векторного произведения [E, B].

***Уравнение волны*** – соотношение, в явной форме отражающее зависимость .

Если фронт волны и волновые поверхности – плоскости, то волна называется ***плоской***. Плоскую волну можно наблюдать в тех случаях, когда расстояние до источника волн х много меньше размеров источника D:

Уравнение ***плоской гармонической волны***, распространяющейся по оси ОX, имеет вид:

Здесь А – амплитуда волны, ω – циклическая частота, – волновое число.

Все точки, лежащие на одной и той же волновой поверхности, колеблются одинаково.

Поверхность, во всех точках которой колебания происходят в одной фазе, называется ***волновой поверхностью***. Волновых поверхностей бесконечно много. «Самая передняя» из них (т.е. самая дальняя от источника) называется ***фронтом волны***.

Если размерами источника волн можно пренебречь (точечный источник),

то волновые поверхности являются ***сферическими*** и уравнение волны принимает вид:

Здесь – радиус вектор, соединяющий источник с данной точкой пространства, – волновой вектор.

Энергия, приходящаяся на одну частицу, обратно пропорциональна площади соответствующей волновой поверхности. Поскольку энергия колеблющейся частицы пропорциональна квадрату амплитуды, амплитуда колебаний частиц в сферической волне обратно пропорциональна r.

Если часть энергии волны теряется в среде из-за ***поглощения***, то происходит постепенное ***затухание волны***, которое нужно учесть аналогично введением дополнительного экспоненциального множителя перед косинусом:

Коэффициент η называется ***коэффициентом поглощения*** среды.

1. Энергетические характеристики упругих и электромагнитных волн: плотность потока энергии, интенсивность, векторы Умова и Пойтинга.

***Плотностью энергии*** волны *w* называется энергия, приходящаяся на единицу объёма среды, в которой распространяется волна.

Упругая волна несёт с собой кинетическую и потенциальную энергии (первая представляет собой кинетическую энергию колеблющихся частиц T, вторая – энергию деформации среды U): . Плотности кинетической (*wT*) и потенциальной (*wU*) энергий упругой гармонической волны одинаковы:

Полная плотность энергии упругой волны:

Энергия электромагнитной волны складывается из энергии электрического и магнитного полей. Поэтому полная плотность энергии электромагнитной волны

В распространяющейся электромагнитной волне напряжённость электрического и индукция магнитного полей изменяются в фазе, причём в любой момент времени в данной точке пространства . Отсюда следует связь между величинами электрического и магнитного полей в волне:

Плотность энергии электромагнитной волны:

***Плотность потока энергии*** – количество энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную распространению волны:

***Интенсивностью волны*** – среднее по времени значение плотности потока энергии волны:

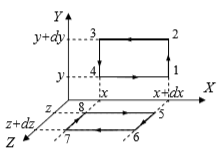
***Вектор Умова*** – векторная характеристика переноса энергии упругой волной

***Вектор Пойтинга*** – векторная характеристика переноса энергии электромагнитной волной

1. Уравнение электромагнитной волны в однородной непроводящей среде. Связь между амплитудами и фазами колебаний векторов E и B в электромагнитной волне.

Для вывода уравнения электромагнитной волны в однородной непроводящей среде воспользуемся ***уравнениями Максвелла в интегральной форме*** – обобщенными выражениями ***закона электромагнитной индукции*** и ***теоремы о циркуляции***:

Будем предполагать, что напряжённость электрического поля и индукция магнитного поля – функции только координаты х, т.е. волна плоская.

Выберем прямоугольный контур в плоскости ХY и будем осуществлять обход по пути 1-2-3-4, предполагая величины dх и dy малыми. Учтём, что на участке 1-2 перемещение происходит по оси Y, поэтому ; на участке 3-4 перемещение происходит против оси Y, поэтому , участки 2-3 и 4-1 абсолютно одинаковы, но проходятся в разные стороны, следовательно . В итоге имеем:

Аналогичным образом выберем прямоугольный контур в плоскости XZ и осуществим обход по пути 5-6-7-8.

После дифференцирования по координате x и перестановки:

Эти уравнения абсолютно одинаковы – изменения электрического и магнитного полей в электромагнитной волне строго взаимосвязаны.

Из уравнений следует, что электромагнитная волна, в отличие от упругой, может распространяться в вакууме фазовой скоростью c = 3∙108. Получив это число из своих уравнений, Максвелл сделал фундаментальный вывод – свет представляет собой электромагнитную волну. Из уравнений и следует ещё один принципиальный вывод – электромагнитная волна всегда является поперечной.

Взаимосвязь между амплитудами и фазами колебаний векторов E и B:

Равенства и могут выполняться, только если равны амплитуды и фазы гармонических функций в левых и правых частях этих равенств. Следовательно, фазы колебаний векторов одинаковы (*φ* = 0).

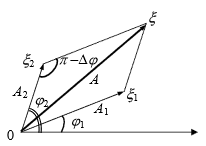
Поскольку фазы колебаний векторов совпадают, соотношение выполняется для величин напряжённости электрического поля и индукции магнитного поля в произвольные моменты времени:

Направление скорости волны всегда совпадает с направлением векторного произведения [E, B]. Максимумы напряжённости электрического поля в электромагнитной волне совпадают с максимумами индукции магнитного поля.

**Волновая оптика**

1. Когерентные волны. Интерференция волн от двух точечных источников. Опыт Юнга.

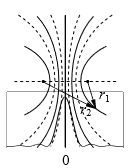
Когерентные волны

**Пусть в данную точку пространства приходят две волны и выполняется принцип суперпозиции (принцип наложения волн), т.е. допустим, что результирующий эффект от наложения двух волн это сумма эффектов, вызываемых каждой волной (отсутствует влияние волн друг на друга). Тогда если в рассматриваемую точку приходят две монохроматические гармонические волны с частотами *ω1* и *ω2*, результирующее колебание можно найти сложением двух колебаний:

Интенсивность пропорциональна средней по времени величине квадрата амплитуды колебаний:

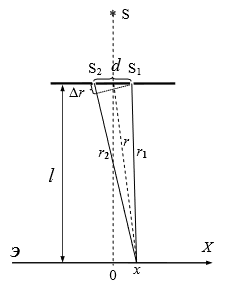
Если за время *τ* разность фаз *∆φ* будет беспорядочно изменяться, то средняя величина интерференционного слагаемого будет равной нулю. Если за время *τ* разность фаз *∆φ* будет меньше π, интенсивность волны в данной точке может быть как меньше, так и больше суммы . При это происходит перераспределение энергии волн в пространстве, причём в некоторых областях будут максимумы, а в некоторых минимумы интенсивности. Складывающиеся друг с другом волны называются ***когерентными***, а наблюдаемое явление «интерференцией волн». Таким образом, ***интерференция – это сложение когерентных волн, сопровождающееся перераспределением энергии волн в пространстве***.

Интерференция волн от двух точечных источников

Рассмотрим случай, когда гармонические волны испускают два точечных источника, характеризующиеся одинаковыми величинами частоты, начальной фазы и амплитуды. Разность фаз колебаний будет сохраняться постоянной, колебания будут когерентными и будет наблюдаться интерференция волн.

Если волны распространяются в однородной среде, то величина *∆φ* в любой точке пространства полностью определяется разностью путей *r2* и *r1*, пройденных волнами от двух источников до данной точки. Геометрическое место точек на плоскости, для которых одинакова разность фаз колебаний, приходящих от двух источников – гипербола. Таким образом, максимумы интенсивности на будут располагаться на гиперболах, в фокусах которых находятся источники. Между максимумами будут находиться минимумы интенсивности. Положения максимумов и минимумов интерференционной картины в пространстве получаются вращением относительно оси, проходящей через источники. На плоском экране будет наблюдаться интерференционная картина, представляющая собой последовательность светлых и темных гипербол – кривых, по которым гиперболоиды вращения пересекаются с экраном.

Опыт Юнга

В опыте Юнга между точечным монохроматическим источником света S и экраном Э, на котором наблюдается интерференция, располагается преграда с двумя маленькими отверстиями, которые играют роль двух вторичных когерентных источников S1 и S2. Рассмотрим результат сложения волн от вторичных источников: и . Так как расстояния от источников до центральной части экрана практически одинаковы, амплитуды этих волн одинаковыми: ; :

Целое число называется ***порядком интерференции***.

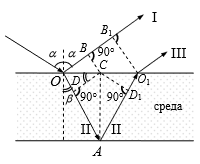
Два источника расположены близко друг от друга и далеко от экрана, . При этом , и по оси X:

Рассмотрим случай, когда волны от двух источников распространяются в разных средах. Если частоты одинаковы, то в разных средах будут отличаться скорости распространения, длины волн и волновые числа k.

Каждый луч проходит через несколько разных сред:

Условие максимумов и минимумов:

1. Интерференция света в тонких плёнках. Полосы равной толщины и равного наклона.

Пусть три различные среды разделены плоскими, параллельными границами раздела. В первой среде распространяется плоская волна (длина волны λ1), падающая на границу раздела сред 1 и 2 под углом α. Луч I, соответствующий волне, отражённой от этой границы, также составляет угол α с нормалью к граничной плоскости. Прошедшая во вторую среду волна II (длина волны во второй среде λ2) частично отразится от “нижней” границы раздела и снова выйдет в первую среду (луч III). Таким образом, между колебаниями в точках О1 и В1 возникает разность фаз, поскольку лучи I и III попадают в эти точки по разным оптическим путям – ОВ1 и ОАО1 соответственно. В дальнейшем это фазовое соотношение не меняется.

Оптическая разность хода

Если величина ∆ меньше длины когерентности *lk*, то при наложении лучей I и III возникнет интерференционная картина. Поскольку лучи I и III параллельны, говорят, что интерференционная картина “локализована в бесконечности”. Лучи I и III собирают с помощью линзы в её фокальной плоскости.

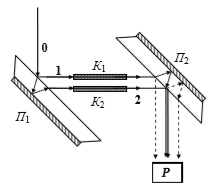
1. Отражение на каждой границе происходит от более плотной среды.
2. Среда 3 идентична среде 1, причём более плотной является среда 2.
3. **Цвета тонких плёнок.** При наблюдении тонких плёнок в отражённом белом свете они окрашиваются в цвета, для которых выполняются условия максимумов. В проходящем свете эти плёнки будут окрашены в “дополнительные” цвета.
4. **Полосы равной толщины.** Если тонкая плёнка неоднородна по толщине и освещается параллельным пучком монохроматического света, то области разной толщины будут иметь различную интенсивность. При освещении такой плёнки белым светом участки плёнки, имеющие одинаковые толщины, будут одинаково окрашены. В частности, если плёнка представляет собой клин с малым углом, то полосы равной толщины будут параллельны ребру клина и расположены на одинаковых расстояниях друг от друга. Интерференционная картина в этом случае локализована в плоскости, проходящей через ребро клина. Другой частный случай полос равной толщины – кольца, наблюдаемые, при отражении или прохождении света через систему, состоящую из плоской пластины и лежащей на ней линзы с большим радиусом («кольца Ньютона»).
5. **Полосы равного наклона.** Такие полосы наблюдаются, когда на тонкую плоскопараллельную плёнку падает пучок света. Интерференционная картина в этом случае состоит из системы концентрических тёмных и светлых колец, поскольку положения максимумов и минимумов целиком определяются углом, под которым лучи света падают на плёнку. Для всех лучей с одинаковыми углами падения, условия интерференции одинаковы. При освещении плёнки монохроматическим пучком наблюдаются интерференционные кольца одного цвета, но разной интенсивности; если используется пучок белого света, то кольца будут разных цветов.
6. Интерференционная рефрактометрия: схема Юнга, рефрактометр Жамена.

***Рефрактометрия*** — это метод исследования веществ, основанный на определении показателя (коэффициента) преломления (рефракции) и некоторых его функций.

***Рефрактометр*** — прибор, измеряющий показатель преломления света в среде при известной разности хода лучей и длины волны света.

***Рефрактометр Жамена*** – типичный двухлучевой интерференционный прибор, широко использующийся для измерения показателей преломления жидкостей и газов.

Параллельный пучок монохроматического света О после отражения от передней и задней поверхностей стеклянной пластины П1 разделяется на два пучка – 1 и 2. Затем пучки 1 и 2 проходят через одинаковые кюветы К1 и К2 и попадают на стеклянную пластину П2, которая слегка повёрнута относительно пластины П1.

Два из четырёх лучей, отраженных от передней и задней поверхностей пластины П2, накладываются друг на друга и интерферируют в регистрирующем устройстве Р. Если в качестве регистрирующего устройства используется зрительная труба, то наблюдатель будет видеть систему полос равной толщины (П1 и П2 образуют “воздушный клин”).

В контрольном эксперименте обе кюветы заполнены одним и тем же веществом, положение максимумов и минимумов интерференционной картины строго фиксируется. После этого одна из кювет заполняется исследуемым веществом и регистрируется величина сдвига, интерференционной картины. Из-за того, что показатели преломления веществ, находящихся в кюветах К1 и К2, разные, между лучами 1 и 2 возникает дополнительная оптическая разность хода ∆ = (n2 – n1)l, где n1 и n2 – показатели преломления веществ в кюветах К1 и К2, l – длина кювет. Направление смещения интерференционной картины по сравнению с контрольной указывает, какой из показателей преломления (n2 или n1) больше, а из величины сдвига легко вычислить искомый показатель преломления n2.

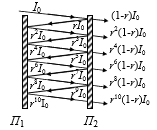
Точность определения показателя преломления. Пусть длина кювет l = 5 см, длина волны используемого света λ = 5⋅10-7 м, а минимальная величина сдвига интерференционной картины, регистрируемая прибором Р, соответствует смещению на 0,1 полосы.

Точность определения может быть повышена, во-первых, удлинением кювет К1 и К2, а во-вторых, использованием более совершенной регистрирующей аппаратуры.

Измерение показателя преломления вещества позволяет проверить правильность предположений о составе и строении этого вещества путем определения «молекулярной рефракции»:

1. Полосы равного наклона. Спектральный аппарат Фабри-Перо.

**Полосы равного наклона.** Такие полосы наблюдаются, когда на тонкую плоскопараллельную плёнку падает пучок света. Интерференционная картина в этом случае состоит из системы концентрических тёмных и светлых колец, поскольку положения максимумов и минимумов целиком определяются углом, под которым лучи света падают на плёнку. Для всех лучей с одинаковыми углами падения, условия интерференции одинаковы. При освещении плёнки монохроматическим пучком наблюдаются интерференционные кольца одного цвета, но разной интенсивности; если используется пучок белого света, то кольца будут разных цветов.

***Интерферометр Фабри-Перо*** представляет собой многолучевой прибор, предназначенный для исследования тонкой структуры спектров в достаточно узком спектральном диапазоне.

Интерферометр состоит из двух прозрачных стеклянных или кварцевых пластинок, внутренние поверхности которых покрыты отражающей пленкой и установлены строго параллельно друг другу.

На систему направляется слегка непараллельный пучок света интенсивностью I0, который претерпевает многократные отражения от зеркальных покрытий пластин П1 и П2. При каждом отражении из системы выходит часть энергии света (лучи 1, 2, 3, ...); Интенсивности нескольких отраженных и проходящих через пластину П2 лучей показаны на рисунке. Интенсивность каждого последующего луча, выходящего из интерферометра, меньше интенсивности предыдущего в r2 раз. При условии сохранения когерентности все выходящие лучи, накладываясь друг на друга, образуют интерференционную картину. Без применения собирающей линзы эта картина, локализована в бесконечности. Поскольку падающий на интерферометр пучок света слегка непараллелен, картина состоит из светлых и тёмных полос равного наклона. Чем большее количество лучей интерферирует, тем более резкой получится интерференционная картина. Поскольку условия максимумов и минимумов интерференции зависят от длины волны света, положения максимумов для разных длин волн будут отличаться. *Таким образом, интерферометр Фабри-Перо будет осуществлять разложение падающего луча света в спектр, т.е. будет выполнять функции спектрального аппарата.*

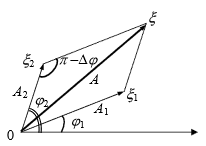
Оценим количество интерферирующих лучей N, выходящих из аппарата. Будем полагать, что “последний” интерферирующий луч ослаблен по сравнению с первым в K раз.

Тогда разрешающая способность . Для увеличения разрешающей способности спектрального аппарата Фабри-Перо нужно увеличивать расстояние между зеркалами, а также коэффициент отражения покрытий r.

Другой важный параметр спектрального аппарата – свободная спектральная область. Так как величина свободной спектральной области равна отношению минимальной длины волны в рабочем диапазоне к порядку интерференции, получаем, что для спектрометра Фабри-Перо эта область очень узкая. Поэтому основное применение этого прибора – изучение тонкой структуры оптических спектров в весьма узкой спектральной области.

1. Интерференция света. Когерентные волны. Роль немонохроматичности источников. Время и длина когерентности.

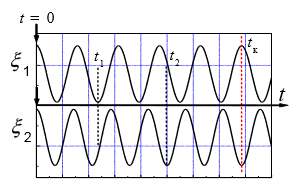
Интерференция света и когерентные волны

**Пусть в данную точку пространства приходят две волны и выполняется принцип суперпозиции (принцип наложения волн), т.е. допустим, что результирующий эффект от наложения двух волн это сумма эффектов, вызываемых каждой волной (отсутствует влияние волн друг на друга). Тогда если в рассматриваемую точку приходят две монохроматические гармонические волны с частотами *ω1* и *ω2*, результирующее колебание можно найти сложением двух колебаний:

Интенсивность пропорциональна средней по времени величине квадрата амплитуды колебаний:

Если за время *τ* разность фаз *∆φ* будет беспорядочно изменяться, то средняя величина интерференционного слагаемого будет равной нулю. Если за время *τ* разность фаз *∆φ* будет меньше π, интенсивность волны в данной точке может быть как меньше, так и больше суммы . При это происходит перераспределение энергии волн в пространстве, причём в некоторых областях будут максимумы, а в некоторых минимумы интенсивности. Складывающиеся друг с другом волны называются ***когерентными***, а наблюдаемое явление «интерференцией волн». Таким образом, ***интерференция – это сложение когерентных волн, сопровождающееся перераспределением энергии волн в пространстве***.

Немонохроматичность волн

1. В спектральный состав источника входит всего два значения частоты *ω1* и *ω2*, мало отличающиеся друг от друга. Предположим, что в какой-то точке пространства А в момент времени t = 0 две волны с частотами *ω1* и *ω2*, интерферируя, дают усиление колебаний.

Когерентность колебаний *ξ1* и *ξ2* полностью нарушится через время *t = τk*, когда эти колебания ослаблять друг друга (∆ϕ=π). Время, за которое это произойдет, называется ***временем когерентности τk***.

В интервале разность фаз между «крайними волнами» равна 2π.

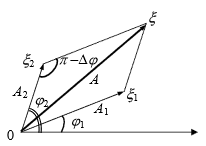
Число колебаний, которое произойдёт за время когерентности, мы будем называть ***числом когерентных колебаний***:

***Длиной когерентности*** называется расстояние, на которое распространяется волна за время когерентности:

Колебания в пределах любого цуга волн длиной *lk* остаются когерентными.

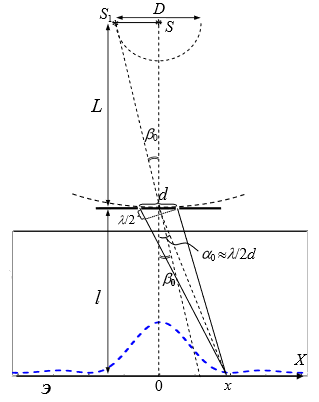
1. Интерференция света. Роль размера источников. Радиус когерентности.

Интерференция света и когерентные волны

**Пусть в данную точку пространства приходят две волны и выполняется принцип суперпозиции (принцип наложения волн), т.е. допустим, что результирующий эффект от наложения двух волн это сумма эффектов, вызываемых каждой волной (отсутствует влияние волн друг на друга). Тогда если в рассматриваемую точку приходят две монохроматические гармонические волны с частотами *ω1* и *ω2*, результирующее колебание можно найти сложением двух колебаний:

Интенсивность пропорциональна средней по времени величине квадрата амплитуды колебаний:

Если за время *τ* разность фаз *∆φ* будет беспорядочно изменяться, то средняя величина интерференционного слагаемого будет равной нулю. Если за время *τ* разность фаз *∆φ* будет меньше π, интенсивность волны в данной точке может быть как меньше, так и больше суммы . При это происходит перераспределение энергии волн в пространстве, причём в некоторых областях будут максимумы, а в некоторых минимумы интенсивности. Складывающиеся друг с другом волны называются ***когерентными***, а наблюдаемое явление «интерференцией волн». Таким образом, ***интерференция – это сложение когерентных волн, сопровождающееся перераспределением энергии волн в пространстве***.

Размер источника

Предположим, что источник монохроматический и имеет конечные размеры D. Интерференционная картина от точки S1 на экране будет смещена относительно интерференционной картины от точки S на угол , где L – расстояние от источника до преграды (т.е. до волновой поверхности). Если , где α0 – угловое положение первого минимума интерференционной картины от точки S, соответствующего m = 0 в соотношении , то полная интерференционная картина от всего протяжённого источника окажется “смазанной”, и наблюдать перераспределение энергии в пространстве не удастся. Таким образом две точки на сферической поверхности испускают некогерентные волны. Итак, интерференцию волн от протяженного источника можно наблюдать только при выполнении . Учитывая, что согласно , приходим к условию наблюдения интерференции

Это неравенство можно переписать несколько иначе:

В соотношении введены «радиус когерентности» *rk* и «угол когерентности» *φk*:

По физическому смыслу радиус когерентности – это размер области на сферической поверхности, окружающей источник, в пределах которой колебания можно считать когерентными. Размеры этих областей обратно пропорциональны размерам источника. Угол когерентности – это телесный угол, в который протяжённый источник испускает когерентные волны. Чем больше размеры источника, тем этот угол меньше. Источник можно считать точечным, если его размеры меньше или порядка длины волны.

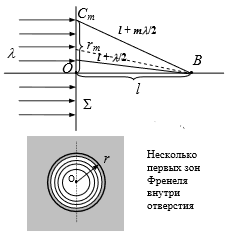
***Объем когерентности*** определяет объем той области пространства, в которой испускаемые источником волны когерентны.

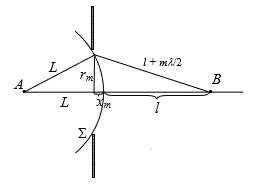
1. Дифракция волн. Принцип Гюйгенса-Штейнера. Кольцевые зоны Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске.

Дифракцией света можно назвать любое ***отклонение от законов геометрической оптики при распространении света в среде с резкими оптическими неоднородностями***. При этом наблюдается чередование максимумов и минимумов освещённости.

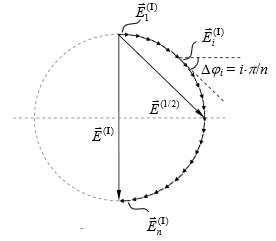
***Принцип Гюйгенса-Френеля*** состоит из двух положений:

1. Любой малый элемент волнового фронта может рассматриваться как самостоятельный источник сферических волн. Эти волны обычно называют “вторичными”.
2. Интенсивность волн в любой точке пространства можно найти, вычислив результат интерференции когерентных вторичных волн в этой точке.

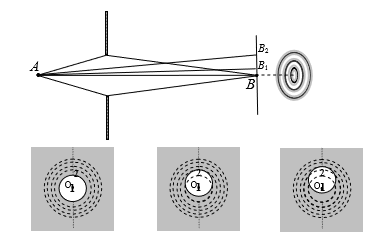
Дифракция на круглом отверстии

Рассмотрим дифракцию плоской монохроматической волны, падающей нормально на непрозрачную плоскую преграду с круглым отверстием (источник на бесконечности). Найдём интенсивность в точке B, используя метод зон Френеля. Метод зон Френеля состоит в том, что часть волнового фронта, ограниченную краями препятствия, разбивают на участки конечных размеров таким образом, чтобы ***расстояния от границ этих участков до точки наблюдения B отличались на λ/2***. Радиусы границ зон (m – номер зоны-кольца).

Пусть теперь источник А находится на конечном расстоянии L от препятствия. Как видно из рисунка, внешний радиус m-й зоны Френеля удовлетворяет условию:

Интенсивность определяется методом векторных диаграмм. Разобьём зону Френеля на n участков одинаковой площади. Изобразим векторами *Ei(I)* амплитуду колебания, возбуждаемого в точке B от каждого участка. Так как колебания проходят больший путь с увеличением номера участка, колебание от каждого следующего запаздывает на угол *∆φi*, для n-го колебания этот угол равен π, ведь разность хода между соответствующими лучами равна *λ*/2.

При перемещении экрана по направлению к преграде интенсивность волн в точке В пульсирует – максимумы и минимумы интенсивности сменяют друг друга в зависимости от того, открыто нечётное или чётное число зон Френеля.

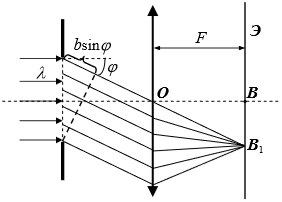
Дифракционная картина представляет собой систему концентрических колец большей и меньшей интенсивности, в центре картины будет светлое или темное пятно (в зависимости от числа открытых зон Френеля). Чем дальше от отверстия находится экран, тем больше радиусы всех зон Френеля, и тем больше будут радиусы соответствующих темных и светлых колец на экране (т.е. тем шире будет интерференционная картина).

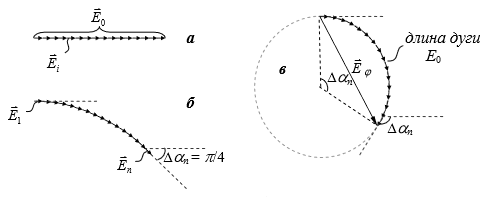
Дифракции волн на небольших круглых препятствиях. Если круглое препятствие закрывает две зоны Френеля, то это означает, что из спирали, изображающей векторную диаграмму для всех зон Френеля, нужно “удалить” две первых (“внешних”) полуокружности. Ясно, что результирующая амплитуда колебаний в центре экрана (точке B) изменится при этом мало. Это заключение останется справедливым при любом небольшом количестве закрытых зон. Таким образом, в центре дифракционной картины от не очень большого диска всегда должно находиться светлое пятно (“пятно Пуассона”). Очевидно, что вблизи края тени от круглого экрана, как и при дифракции на отверстии, должны наблюдаться светлые и темные кольца.

1. Дифракция Фраунгофера на щели. Условия максимумов и минимумов дифракционной картины.

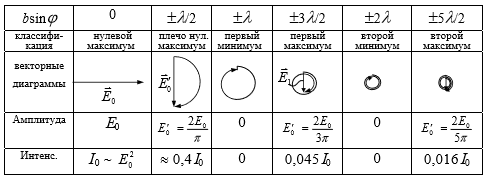
Дифракция Фраунгофера

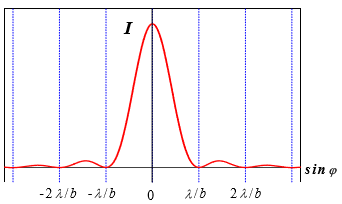
Источник света и экран, на котором наблюдается дифракционная картина, находятся на большом расстоянии от препятствия. В этом случае на препятствие падают параллельные лучи света, а освещённость в каждой точке дифракционной картины есть результат сложения волн, распространяющихся в одном направлении.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на щели шириной b, на которую перпендикулярно к ней падает плоская волна, длина которой λ. Из соображений симметрии очевидно, что интерференционная картина при дифракции монохроматического света на щели будет представлять собой семейство тёмных и светлых полос, параллельных щели. Для того чтобы определить точный вид дифракционной картины, воспользуемся методом векторных диаграмм. Разобьём волновой фронт, совпадающий с плоскостью щели, на n одинаковых узких полосок, параллельных краям щели. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля, каждая такая полоска может рассматриваться как самостоятельный источник “вторичных” волн.

Разность хода между волнами, испускаемыми “крайними” вторичными источниками *∆ = bsinφ*. **Таутохронизм** – линза не вносит дополнительной разности хода между отдельными лучами проходящего сквозь неё параллельного пучка света.

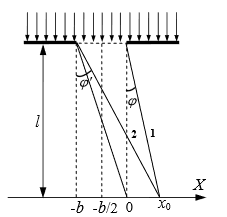
*∆αn* – это фазовое запаздывание колебаний, приходящих от n–го источника относительно первого. Искомый сдвиг фаз между крайними лучами, идущими от щели под углом ϕ к нормали, равен

Неизменной остаётся полная длина спирали – E0, следовательно, постепенно уменьшается диаметр спирали.



1. положения минимумов и максимумов (кроме центрального) зависят от длины волны, т.е. щель является простейшим спектральным аппаратом
2. для наблюдения дифракции Фраунгофера использование линзы необязательно, необходимо лишь, чтобы экран находился достаточно далеко от щели
3. Классификация дифракционных явлений (дифракция Френеля, дифракция Фраунгофера, приближение геометрической оптики).

Качественные отличия. При *дифракции Френеля* на отверстиях различной формы в центре дифракционной картины может наблюдаться как максимум, так и минимум интерференции – светлая или тёмная область (точка, полоса) в окружении чередующихся тёмных и светлых областей с затухающим контрастом. Такую картину можно наблюдать, если экран установлен не слишком далеко за препятствием, в т.н. “ближней зоне”. На достаточно большом расстоянии, в т.н. “дальней зоне”, наблюдается *дифракционная картина Фраунгофера* – в центре всегда максимум освещённости, в окружении чередующихся тёмных и светлых областей с быстро уменьшающейся интенсивностью максимумов.

Количественные отличия. Для того чтобы выработать количественные критерии, вернёмся к задаче о падении плоской волны на длинную щель в бесконечно большой преграде. Интенсивность в любой точке экрана (координата которой x0) определяется результатом сложения волн от вторичных источников, расположенных в открытой части препятствия (узкие полоски, параллельные краям щели). Лучи от крайних вторичных источников (первого и n-ого), обозначены на рисунке цифрами 1 и 2; углы дифракции этих лучей – ϕ и ϕ’.

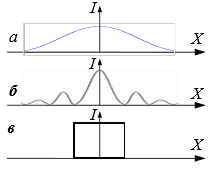
При *дифракции Фраунгофера* экран находится настолько далеко за препятствием, что все волны, интерферирующие в точке экрана х0, распространяются от вторичных источников в почти параллельных направлениях, а это означает, что ϕ ≈ ϕ’. Это возможно при условии:

Ближайшая к центру особенность дифракционной картины – первый минимум, координата которого x01. Дли *дифракции Фраунгофера* условию подчиняются координаты всех точек дифракционной картины в пределах центрального максимума:

В этом случае для точек, расположенных вблизи центра дифракционной картины, оказывается открытой только небольшая часть первой зоны Френеля (разность хода между лучами 1 и 2 гораздо меньше длины волны).

Условие наблюдения *дифракции Френеля*:

Это означает, что из центра дифракционной картины видно, что щель оставляет открытыми лишь несколько зон Френеля.



Качественный вид дифракционных картин

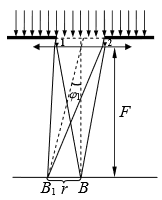
Наконец, явление дифракции проявляется слабо, когда координата первого дифракционного минимума находится вблизи проекции на экран края щели:

Отсюда, используя соотношение получаем условие того, что можно с достаточной степенью точности пользоваться представлениями *геометрической оптики*:

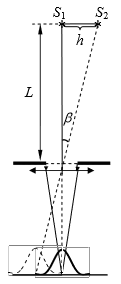
В этом случае открыто очень много зон Френеля.

1. Роль дифракции в формировании оптических изображений. Условие разрешения близких объектов оптическими приборами.

Дифракционные эффекты ограничивают ***разрешающую способность оптической аппаратуры***.

Предположим, что источник волн, который мы хотим зарегистрировать с помощью оптического прибора, находится достаточно далеко от нас (источник можно считать точечным). Если бы законы геометрической оптики выполнялись совершенно точно, то отверстие объектива просто ограничивало бы размеры светового пучка, направление световых лучей не изменялось бы. Крайние лучи этого пучка – 1 и 2 (из-за того, что расстояние до источника волн много больше размера отверстия объектива, лучи 1 и 2 почти параллельны). После прохождения отверстия все лучи пучка остаются параллельными, затем собирающей линзой эти лучи фокусируются в одной точке фокальной плоскости В. Таким образом, при идеальном выполнении законов геометрической оптики линза отобразила бы точечный источник волн в виде точки на фотоплёнке.

Угловое отклонение крайних лучей пучка определяется положением первого дифракционного минимума. В случае дифракции Фраунгофера на круглом отверстии с диаметром *d* угол, под которым наблюдается первый минимум, определяется условием . Т.е. крайние лучи пучка волн в результате дифракции отклоняются на угол ϕ1:

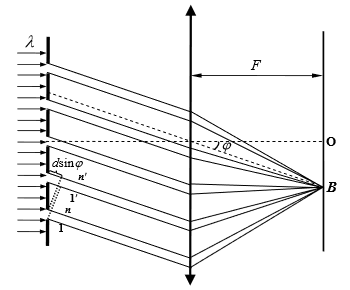
Лучи, идущие под углом ϕ1 к направлению падающего пучка, сфокусируются на экране в точке B1 – дифракция приведёт к “расплыванию” изображения источника на экране. В рассматриваемом случае вместо точки на фотоплёнке будет пятно радиусом .

Дифракция будет ограничивать возможности ***пространственного разрешения*** наблюдаемых объектов оптической аппаратурой. Два отдельных точечных объекта могут быть разрешены оптическим прибором, находящимся на расстоянии L, только в том случае, когда угловое расстояние между ними больше, чем угловой размер изображения от одного точечного источника . Если входное отверстие объектива прибора d, а расстояние между объектами h, то из соотношений , , получаем условие различимости удалённых объектов:

Неравенство означает потерю когерентности волн, распространяющихся от каждого из источников S1 и S2, в пределах входного отверстия регистрирующего прибора

Если бы неравенство не выполнялось, излучение от рассматриваемых источников было бы когерентным, а значит, неотличимым от излучения одного точечного источника.

1. Дифракционная решётка. Положения максимумов и минимумов дифракционной картины.

Рассмотрим дифракционную картину от N параллельных щелей шириной b, расположенных на одинаковых расстояниях d друг от друга. Такую систему щелей называют ***дифракционной решёткой***, расстояние d – ***периодом решётки***. Для наблюдения дифракционной картины Фраунгофера за решёткой поставим собирающую линзу. Все лучи, дифрагирующие под определенным углом ϕ будут сфокусированы линзой в одной точке в фокальной плоскости линзы. Падающий на дифракционную решётку световой поток будем считать когерентным.

***Главные минимумы*** расположены там же, где расположены минимумы в случае дифракции на одной щели:

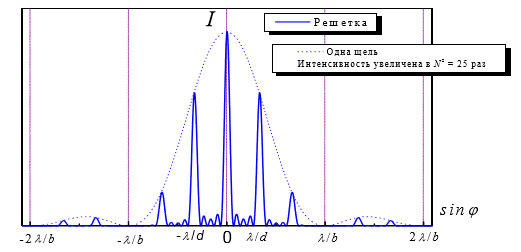
Интенсивность светового потока, испускаемого каждой щелью по этим направлениям (задаваемым углом ϕ) равна нулю, значит, будет наблюдаться минимум и от всей решётки.

***Главные максимумы*** можно представить, как результат сложения колебаний от вторичных источников по отдельности. В тех точках экрана, для которых разность хода между любыми “эквивалентными” лучами, идущими от разных щелей, кратна длине волны λ, колебания происходят в одной фазе. На векторной диаграмме векторы выстраиваются вдоль одной прямой, амплитуда результирующего колебания равна сумме для этих векторов, интенсивность в N2 превышает интенсивность при дифракции на одной щели. Условие:

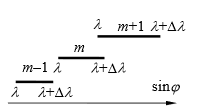
***Дополнительные максимумы и минимумы*** регистрируются между любыми соседними главными максимумами. Векторы напряжённости на векторной диаграмме выстраиваются в замкнутую ломаную линию (“почти окружность” или “спираль”).

Дополнительные минимумы возникают тогда, когда разность хода между “эквивалентными” лучами, идущими от “первой” и “последней” щелей, кратна длине волны λ:

Общее условие наблюдения дополнительных максимумов:



1. Почти вся энергия света, проходящего через решётку, сосредоточена в области центрального максимума дифракционной картины от одной щели.
2. С увеличением числа щелей интенсивность главных максимумов растёт пропорционально N2, ширина максимумов уменьшается обратно пропорционально N.
3. Положение главных максимумов (кроме центрального) зависит от длины волны света λ, поэтому максимумы для разных длин волн будут расположены в разных местах экрана. Следовательно, дифракционная решётка является спектральным аппаратом.
4. При падении лучей на решётку под углом θ, дифракционная картина будет такой же, как при нормальном падении с периодом , где d – период решётки.
5. Характеристики дифракционной решётки как спектрального аппарата: свободная спектральная область, угловая и линейная дисперсии, разрешающая способность.
6. ***Свободная спектральная область***

Если на дифракционную решётку падает немонохроматический свет, то разным длинам волн будут соответствовать различные положения главных дифракционных максимумов. Если при этом спектральный состав падающего излучения достаточно широкий, возможно частичное перекрытие спектров соседних порядков. Свободной спектральной областью спектра *m*-го порядка называется та область спектра, которая не накладывается на спектры соседних порядков. Оценим протяженность свободной спектральной области ∆λс. Условия отсутствия наложения спектров *m*-1 и *m*+1 порядков на интересующий нас спектр *m*-го порядка таковы:

Чем выше порядок спектра, тем больше спектр “растянут”. В итоге получаем искомую протяженность свободной спектральной области для спектра *m*-го порядка:

Итак, *чем выше порядок спектра, тем уже свободная спектральная область*.

1. ***Угловая дисперсия Dϕ*** спектрального аппарата характеризует угловое расстояние между спектральными линиями. По определению она равна

т.е. отношению изменения направления на главный максимум дифракции при малом изменении длины волны падающего света к величине этого изменения.

Чтобы найти угловую дисперсию для дифракционной решётки, продифференцируем условие главного максимума:

Угловая дисперсия *тем больше, чем больше порядок спектра и меньше период дифракционной решётки*.

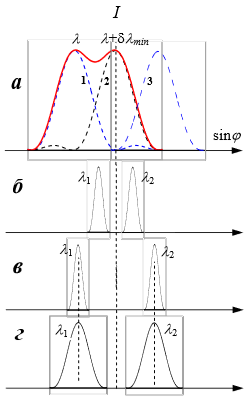
1. ***Линейная дисперсия Dx***характеризует линейное расстояние между спектральными линиями (на экране или фотоплёнке).

При малых углах дифракции

1. ***Разрешающая способность*** *(разрешающая сила)*

Способность спектрального аппарата к разложению света на монохроматические компоненты определяемая шириной и формой дифракционных максимумов. Она равна отношению длины волны λ, на которой проводятся измерения, к минимальной разрешаемой данным аппаратом разнице в длинах волн δλmin:

1. Критерий Рэлея разрешения двух близких спектральных линий. Разрешающая способность дифракционной решётки.

***Разрешающая способность*** *(разрешающая сила).* Способность спектрального аппарата к разложению света на монохроматические компоненты определяемая шириной и формой дифракционных максимумов. Она равна отношению длины волны λ, на которой проводятся измерения, к минимальной разрешаемой данным аппаратом разнице в длинах волн δλmin:

На рисунке *а* показано угловое распределение интенсивности для двух спектрально близких линий 1 и 2. Линии воспринимаются раздельно, если на кривой результирующей интенсивности между максимумами наблюдается “провал” интенсивности.

Согласно ***критерию Рэлея***, две близкие спектральные линий λ и λ + δλ ещё можно разрешить, если минимум одной из них совпадает с максимумом другой.

Условие совпадения границы максимума (первого побочного минимума) для длины волны λ с максимумом для длины волны λ + δλ в спектре *m*-порядка можно записать так:

Отсюда получаем, что

а разрешающая способность равна:

Таким образом, разрешающая способность дифракционной решётки пропорциональна числу щелей и порядку интерференции *m*.

Необходимо, однако, иметь в виду, что бесконечно увеличивать число щелей (и, следовательно, общую ширину решётки) нельзя, так как при больших размерах решётки может нарушиться одно из условий когерентности волн от удалённых друг от друга щелей.

На рисунке *б–г* представлены положения максимумов близких спектральных линий при дифракции на решётках, отличающихся по величине дисперсии D и разрешающей способности R. Решётки *б* и *в* обладают одинаковой разрешающей способностью, но различной дисперсией. Решетки *в* и *г*, напротив, характеризуются одинаковой дисперсией, но различной разрешающей способностью.

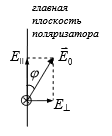
1. Плоскополяризованный и естественный свет. Прохождение света через идеальный поляризатор. Закон Малюса. Степень поляризации света.

Свет называется ***поляризованным***, если направление колебаний вектора напряжённости электрического поля сохраняется неизменным или меняется закономерным образом.

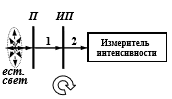
Свет называют ***плоско (или линейно) поляризованным***, если колебания вектора напряжённости электрического поля происходят в одной плоскости. Плоскость, в которой колеблется вектор напряжённости электрического поля, принято называть плоскостью колебаний.

Световые волны, испускаемые обычными источниками света, не имеют какого-либо выделенного направления колебаний вектора напряжённости электрического поля, такой свет принято называть ***естественным.*** Вектор напряжённости очень быстро и беспорядочно меняет свое направление.

***Анизотропия*** – зависимость поглощения волн от плоскости колебаний в проходящей волне.

***Идеальным поляризатором*** принято называть устройство, которое пропускает 100% энергии световых волн, если плоскость колебаний вектора напряжённости параллельна так называемой «главной плоскости поляризатора», и совсем не пропускает те волны, в которых колебания вектора напряжённости перпендикулярны этой плоскости.

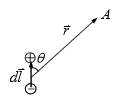
Пусть на идеальный поляризатор падает световая волна с плоскостью колебаний, составляющей угол ϕ с главной плоскостью поляризатора. Векторы напряжённости электрического поля можно разложить на две составляющие – параллельную главной плоскости поляризатора и перпендикулярную к ней с амплитудами и . Через поляризатор пройдёт только первая составляющая. После прохождения идеального поляризатора световая волна становится ***плоскополяризованной***. Интенсивность прошедшего через поляроид света связана с интенсивностью падающего света соотношением, которое носит название ***закона Малюса***:

Для реальных поляризаторов коэффициенты пропускания (отношение интенсивностей) для составляющих, параллельных и перпендикулярных главной плоскости поляризатора, α1 < 1 и α2 > 0, соответственно. Для хорошего поляризатора всегда α1 >> α2. Свет, прошедший через реальный поляризатор, является частично поляризованным. Световой поток можно считать состоящим из плоскополяризованного и естественного (неполяризованного) света. Такой свет принято количественно характеризовать ***степенью поляризации Р***:

Здесь Imax и Imin – максимальная и минимальная интенсивности света, которые регистрируются при вращении идеального поляризатора ИП вокруг луча 1 частично поляризованного света, вышедшего из реального поляроида П. Для полностью плоскополяризованного света P = 1, для естественного P = 0.

1. Закономерности излучения диполя. Диаграмма направленности излучения и его поляризация.

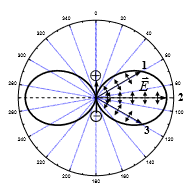
Движущийся относительно положительно заряженного атомного остова электрон можно рассматривать как элемент тока. Согласно закону Био–Савара–Лапласа, магнитное поле такого элемента тока равно:

Здесь *dl* – длина элемента тока, *r* – радиус-вектор, проведённый от элемента тока до точки А, в которой определяется индукция магнитного поля *dB*.

Создаваемое диполем в некоторой точке магнитное поле пропорционально величине силы тока и синусу угла θ между векторами dl и r. Смещение электрона относительно положения равновесия обозначим ξ, так как ток пропорционален скорости движения заряженной частицы:

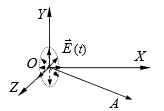
Из закона электромагнитной индукции следует, что изменяющееся магнитное поле вызовет появление электрического поля, напряжённость которого пропорциональна скорости изменения магнитного поля:

Изменение электрического поля приведёт к возникновению магнитного поля и т.д. Таким образом, ***колеблющийся диполь будет источником электромагнитных волн***, интенсивность которых в данной точке пространства пропорциональна квадрату напряжённости электрического поля:

На рисунке изображена «***диаграмма направленности***» излучения диполя (зависимость интенсивности волн от направления излучения θ) в плоскости рисунка. Трёхмерная диаграмма направленности излучения диполя может быть получена вращением относительно оси диполя – она имеет вид деформированного тороида. Диполь вообще не излучает в направлении своей оси, максимальная интенсивность регистрируется для волн, испускаемых по нормали к оси диполя.

Так как в электромагнитной волне вектор напряжённости всегда перпендикулярен вектору магнитной индукции, излучение диполя является плоскополяризованным, причём плоскость колебаний испускаемых диполем волн совпадает с плоскостью, в которой лежат ось диполя и направление распространения излучаемых им волн. В испускаемой диполем электромагнитной волне вектор напряжённости электрического поля колеблется в той же плоскости, что и электрические заряды самого диполя.

1. Поляризация света при рассеянии. Рассеяние мутными средами и молекулярное рассеяние. Закон Рэлея. Представление о рассеянии Ми.

При прохождении света через вещество возбуждаются вынужденные колебания электронов в атомах или молекулах, из которых это вещество состоит. Каждый возбуждённый атом (или молекула) становится диполем, испускающим “вторичные” электромагнитные волны. Направление распространения вторичных волн может сильно отличаться от направления распространения исходной (возбуждающей) волны. Поэтому в результате взаимодействия пучка света со средой может происходить уход части энергии волн в стороны – то есть ***свет может рассеиваться средой***.

Поляризация рассеянного света. Предположим, что пучок параллельных лучей *естественного* (неполяризованного) света распространяется в рассеивающей среде. Вектор напряжённости может быть ориентирован произвольным образом, его можно представить, как совокупность составляющих Ey и Ez, как и для дипольных излучателей вторичных волн. Свет, рассеянный под прямым углом к исходному пучку, оказывается плоско поляризованным. При рассеянии естественного света интенсивность рассеянного по нормали к исходному пучку света не будет зависеть от ориентации этой нормали в пространстве.

Если первичный пучок света *плоско поляризован*, то дипольные моменты всех элементарных вторичных излучателей ориентированы одинаково (по направлению вектора напряжённости в исходном пучке) и, следовательно, излучение вторичных волн происходит несимметрично относительно направления OХ. Например, если плоскость колебаний падающего света YOХ, то по оси OY ни один вторичный элементарный излучатель вообще не испускает электромагнитных волн, тогда как интенсивность излучения по оси OZ максимальна.

Вторичные волны, распространяющиеся в произвольном направлении (например, по оси ОА), плоско поляризованы частично, если исходный световой пучок не имеет преимущественной плоскости поляризации, и, конечно, полностью плоско поляризованы, если падающий на вещество свет плоско поляризован.

Зависимость интенсивности рассеянного света от частоты ω (или длины волны λ). Если среда, в которой распространяется свет, однородна, и расстояние между соседними элементарными излучателями много меньше длины волны света. Вторичные волны, приходящие от двух излучателей (расстояние λ/2) к наблюдателю, возбуждают противофазные колебания и поэтому взаимно компенсируются («***деструктивная интерференция***»). В результате интерференции волн интенсивность рассеянной волны оказывается близкой к нулю.

Если же вещество, через которое проходит свет, неоднородно, различные элементарные рассеиватели не идентичны (D << λ, r > λ) и в результате интерференции вторичных волн возникает рассеянная волна конечной интенсивности.

***Закон Рэлея***. Зависимость интенсивности рассеянного света от частоты ω или длины волны λ определяется закономерностями излучения вторичных волн элементарного диполя

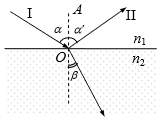
Два типа сред, для которых характерно рэлеевское рассеивание:

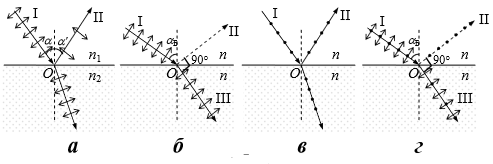
1. Мутные среды: дымы (частицы твёрдого вещества в газе), туманы (мелкие капельки жидкости в газе), суспензии и взвеси (частицы твёрдого вещества в жидкости), эмульсии (капельки одной жидкости в другой)
2. Молекулярное рассеяние. Неоднородность среды возникает из-за случайных флуктуаций плотности вещества в результате хаотического теплового движения атомов или молекул.

Рассеяние Ми.

С увеличением размеров частиц зависимость интенсивности рассеянного света от длины волны становится всё более слабой. Физическая причина этого понятна – с ростом D всё более заметную роль играет деструктивная интерференция. При рассеянии света на больших частицах (D ∼ λ) интенсивность рассеянного света очень слабо зависит от длины волны. Рассеяние света на частицах, размер которых D ≥ λ, теоретически рассмотрено немецким физиком Г.А. Ми, поэтому рассеяние на больших частицах иногда называют рассеянием Ми.

1. Поляризация света при отражении от поверхности диэлектрика. Угол Брюстера.

Пусть пучок световых волн падает на плоскую границу двух прозрачных диэлектриков, показатели преломления которых n1 и n2. Обе диэлектрические среды будем считать однородными, так что рассеяние света в объёме диэлектриков отсутствует. Однако граница раздела двух сред сама по себе – неоднородность, излучение элементарных диполей второй среды, расположенных вблизи поверхности раздела обусловливает возникновение отраженной волны II.

Пусть падающие световые волны плоско поляризованы, причём плоскость колебаний вектора напряжённости совпадает с плоскостью падения. Такие волны вызывают колебания электронов в атомах обоих диэлектриков, совпадающие по направлению с E. Элементарные диполи-излучатели также лежат в плоскости падения и перпендикулярны соответствующим лучам – *а*.

Отражённая от границы раздела диэлектриков волна II есть результат интерференции волн, испускаемых элементарными излучателями второй среды (вблизи её поверхности). При некотором значении угла падения α = αБ («***угол Брюстера***») элементарные излучатели второго диэлектрика будут направлены точно вдоль луча II – *б*. При этом излучение вторичных волн по направлению луча II невозможно. Отсюда следует, что интенсивность отраженного луча равна нулю, имеется только преломленный луч III. Значение угла Брюстера αБ по закону преломления:

Если плоскость колебаний падающего луча I перпендикулярна плоскости падения – *в*, то, независимо от величины угла падения α, элементарные излучатели диэлектрика с показателем преломления n2, перпендикулярны плоскости падения и отраженному лучу II. Интенсивность отражённого луча II для таких волн при любых значениях α отлична от нуля.

Если на границу раздела диэлектриков падает неполяризованный свет под углом Брюстера, то в отражённом луче будут присутствовать только волны, плоскость колебаний которых перпендикулярна плоскости падения (т.е. отраженный луч II плоско поляризован), преломленный луч будет частично плоско поляризован. При произвольной величине угла падения пучка естественного света оба частично плоско поляризованы.

1. Прохождение света через анизотропное одноосное вещество. Обыкновенный и необыкновенный лучи. Оптическая ось.
2. *Прохождение света через анизотропную среду*

Явление двойного лучепреломления состоит в раздвоении светового луча при прохождении через анизотропное вещество. Один из лучей подчиняется обычным законам преломления – он называется «***обыкновенным лучом***». Для ***необыкновенного*** луча отношение синуса угла падения к синусу угла преломления не остаётся постоянным при изменении угла падения. Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях.

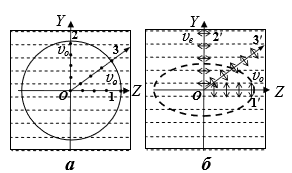
***Оптической осью*** - направление внутри кристалла, вдоль которого свет распространяется, не расщепляясь на два луча. Плоскость, содержащая оптическую ось и данный луч, называется ***главной плоскостью кристалла*** или его ***главным сечением***.

Экспериментально обнаружено, что ***плоскость колебаний Е для обыкновенного луча перпендикулярна плоскости соответствующего ему главного сечения, а для необыкновенного она лежит в плоскости главного сечения***.

1. *Природа явления двулучепреломления*

***Оптическая анизотропия кристалла*** - скорость электромагнитных волн с различной ориентацией плоскости колебаний неодинакова для разных направлений их распространения в кристалле.

Для ***одноосного кристалла*** свойства в любом перпендикулярном к оси направлении одинаковы. Показатели преломления по оси ne, перпендикулярно оси n0. В пространстве показатель преломления принимает промежуточное значение, зависимость от направления электрического поля изображается ***эллипсоидом вращения***, вытянутым по оси кристалла, которая и является ***оптической осью***.

1. Вектор Е колеблется перпендикулярно к рассматриваемому главному сечению кристалла, поляризация в перпендикулярных направлениях к оси кристалла, одинаковые ε0 и n0. Таким образом, волны распространяются с одинаковой скоростью v0. Волновые поверхности – сферические, волны подчиняются обыкновенному закону преломления.
2. Вектор E колеблется в плоскости главного сечения. Колебания под разными углами к оптической оси. Лучи, чьи волновые поверхности эллиптические – необыкновенные. Если ve < v0 – положительный, если ve > v0 – отрицательный.
3. *Распространение обыкновенных и необыкновенных лучей в одноосных кристаллах*

Построение по принципу Гюйгенса. Соединяем элементарный излучатель с точкой касания волнового фронта и волновой поверхности этого излучателя.

Огибающая волновых поверхностей для *обыкновенных* волн – плоскость, параллельная поверхности кристалла. Луч распространяется по нормали к поверхности, направление вектора E перпендикулярно главному сечению. Для необыкновенных вторичных волн волновые поверхности – эллипсоиды вращения, ось которых совпадает с оптической осью кристалла.

Таким образом, обыкновенный и необыкновенный лучи в рассматриваемом случае разделяются пространственно – из кристалла выйдут два луча, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях.

1. Получение и анализ эллиптически поляризованного света. Кристаллические пластинки «λ/4».

Получение эллиптически поляризованного света

При падении плоско поляризованного света (вектор напряжённости составляет угол α с оптической осью) по нормали на поверхность пластинки толщиной h, чья оптическая ось параллельна поверхности, обыкновенная и необыкновенная волны ***распространяются в пластинке по одному и тому же направлению*** – по нормали к поверхности, но ***с разными скоростями***. Возникает разность хода, и, соответственно, разность фаз:

Обыкновенный луч - вектор E по оси Y, необыкновенный луч - вектор E по оси Z. На передней поверхности кристаллической пластинки (x = 0):

На задней грани пластинки ():

Эти уравнения - параметрическое описание эллипса, из пластинки выйдет ***эллиптически поляризованная световая волна***. В предельных случаях эллипс вырождается в прямую (плоско поляризованный свет) при разности фаз π или окружность (круговая, или циркулярная поляризация) при разности фаз π/2.

Анализ эллиптически поляризованного света

Следует расположить теперь перед поляроидом П, за которым находится регистрирующее устройство Р, «четвертьволновую» пластинку (К) так, чтобы её оптическая ось была ориентирована вдоль главного направления поляроида, соответствующего максимуму (или минимуму) интенсивности света. Если на пластинку падает эллиптически поляризованный свет, то после прохождения пластинки «λ0/4» он преобразуется в плоско поляризованный и при вращении главной плоскости поляроида П регистрирующий прибор будет отмечать минимальную интенсивность света, равную нулю. Этого никогда не произойдет, если падающий на пластинку К свет частично плоско поляризован.

При прохождении естественного света через кристаллическую пластинку выйдет также естественный свет, но иной “внутренней поляризационной структуры” (вместо совокупности плоско поляризованных – набор эллиптически поляризованных волн).

Кристаллическая пластинка в четверть волны

Кристаллические пластинки, толщина которых соответствует оптической разности хода между обыкновенным и необыкновенным лучом .

Из плоскополяризованного в эллиптически поляризованный. Ориентация эллипса – одна из его осей направлена вдоль оптической оси пластинки, а другая – перпендикулярна к ней.

1. Прохождение плоскополяризованного света через анизотропное одноосное вещество. Кристаллические пластинки «λ/2».

При падении плоско поляризованного света (вектор напряжённости составляет угол α с оптической осью) по нормали на поверхность пластинки толщиной h, чья оптическая ось параллельна поверхности, обыкновенная и необыкновенная волны ***распространяются в пластинке по одному и тому же направлению*** – по нормали к поверхности, но ***с разными скоростями***. Возникает разность хода, и, соответственно, разность фаз:

Обыкновенный луч - вектор E по оси Y, необыкновенный луч - вектор E по оси Z. На передней поверхности кристаллической пластинки (x = 0):

На задней грани пластинки ():

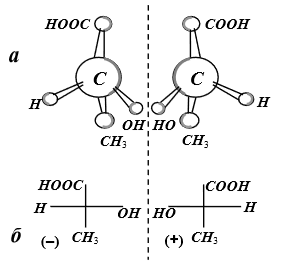
Эти уравнения - параметрическое описание эллипса, из пластинки выйдет ***эллиптически поляризованная световая волна***. В предельных случаях эллипс вырождается в прямую (плоско поляризованный свет) при разности фаз в целое число π или окружность (круговая, или циркулярная поляризация) при разности фаз в нечётное число π/2.

Кристаллическая пластинка в полволны

Кристаллические пластинки, создающие оптическую разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучом . Такие пластинки поворачивают плоскость поляризации света на угол 2α (симметрично относительно главной оптической плоскости). Если плоскость поляризации падающего луча составляет угол α = π /4 с главной оптической плоскостью, пластинка «λ0/2» осуществляет поворот плоскости поляризация на π/2 (плоскость поляризации выходящего из пластинки луча света перпендикулярна плоскости поляризации падающего луча).

1. Оптическая активность кристаллов и молекул. Закон Био. Гипотеза Френеля.

При прохождении плоско поляризованного света через некоторые вещества происходит постепенный ***поворот плоскости колебаний*** световой волны. Это явление получило название ***оптической активности***, а сами вещества – оптически-активными.

Ряд веществ проявляют оптическую активность в любом агрегатном состоянии – твердом, жидком и газообразном. Обнаружено, что эти вещества состоят из молекул, не имеющих ни центра, ни плоскости симметрии. Особенно это характерно для органических молекул, содержащих атом углерода, связанный с четырьмя разными заместителями. Для молекул такого типа характерно существование оптических изомеров, соответствующие вещества вращают плоскость поляризации света в разные стороны. Правовращающие оптические изомеры принято называть положительными, левовращающие – отрицательными. Смесь оптических изомеров в равных количествах («рацемат») не проявляет оптической активности.

Угол поворота плоскости поляризации света в растворе оптически-неактивного растворителя пропорционален концентрации раствора С и длине пути, пройденного лучом света в растворе *l*, это соотношение называется ***Законом Био***:

Здесь величина *[α]* – удельная оптическая активность. Удельная оптическая активность зависит от длины волны света.

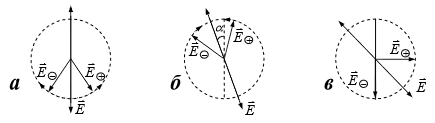
Помимо веществ, оптически активных “на молекулярном уровне”, имеется достаточно обширный класс веществ, проявляющих оптическую активность только в кристаллической форме. Оптическая активность таких веществ – свойство кристалла как целого. Общее свойство оптически-активных кристаллов – отсутствие зеркальной симметрии их структурных элементов. Подобно оптическим изомерам, существуют право- и левовращающие кристаллы. Такие кристаллы, абсолютно идентичные по физическим свойствам, отличающиеся только направлением вращения плоскости поляризации света, принято называть ***оптическими антиподами***. Обычно максимальная оптическая активность в кристаллах наблюдается при распространении света вдоль оптической оси.

Для кристаллических оптически-активных веществ закон Био принимает форму:

Удельная оптическая активность, как кристаллов, так и жидкостей, зависит от таких внешних факторов, как температура, давление, состав растворителя.

Объяснение физического механизма оптической активности было предложено Френелем в 20-х годах XIX века. Основная ***идея Френеля*** состоит в том, что в оптически-активных веществах циркулярно поляризованный ***в разных направлениях*** (т.е. левый и правый) свет распространяется ***с разными скоростями***. Условия поляризации вещества зависят от того, совпадает ли направление вращения вектора Е световой волны с направлением “спиральности” вещества.

Далее, Френель предложил рассматривать плоско поляризованную световую волну частоты *ω*, падающую на поверхность оптически активного вещества, как совокупность двух *циркулярно поляризованных в разных направлениях волн* одной и той же частоты и с одинаковыми амплитудами – *а*. Поскольку показатели преломления право поляризованной (n+) и лево поляризованной (n–) волн отличаются по величине, между право поляризованной и лево поляризованной волнами после прохождения слоя – *б* оптически активного вещества толщиной *l* возникает оптическая разность хода:

Для правовращающего (положительного) оптически-активного вещества плоскость колебаний поворачивается на угол α против часовой стрелки, . Для левовращающего (отрицательного) вещества .

Если оптическая разность хода право- и левополяризованной волн ∆ равна четверти длины волны света в вакууме, плоскость поляризации световой волны после прохождения слоя вещества толщиной l поворачивается на угол π /4 – *в*.

Угол поворота плоскости колебаний светового вектора при произвольном значении величины ∆ может быть определен по формуле:

Положительные значения угла α соответствуют правовращающему (положительному) оптически-активному веществу.

1. Поляризация волн. Интерференция поляризованного света. Цвета кристаллических пластинок. Представление о коноскопии.

Интерференция поляризованного света

Система из поляроида П1, кристаллической пластинки и поляроида П2, который позволит нам выделить составляющие с одинаковым направлением колебаний – а такие волны уже могут интерферировать. Интерференционные эффекты будут отсутствовать, если главные плоскости поляроидов П1 или П2 либо совпадают с главной оптической плоскостью кристалла, либо перпендикулярны к ней. При всех других взаимных ориентациях главных плоскостей поляроидов П1, П2 и главной оптической плоскости кристалла в луче света, падающем на регистрирующее устройство Р, будет происходить усиление или ослабление колебаний светового вектора в плоскости П2 – будет регистрироваться интерференция поляризованных волн.

Окрашивание кристаллических пластинок

Пусть на прозрачную двоякопреломляющую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси Z, падает по нормали параллельный пучок белого света. После выхода из пластинки пучок света будет состоять из эллиптически поляризованных лучей, причем для разных длин волн λ0 разности фаз между обыкновенными и необыкновенными волнами будут отличаться. Следовательно, ориентация и форма эллипсов, соответствующих волнам разных длин, будут различаться.

После прохождения поляроида П2 относительное содержание волн с разной длиной будет различаться. Это означает, что в результате интерференции поляризованных лучей произошло усиление волн с одной длиной λ0(1) и ослабление с другой λ0(2). Если толщина кристаллической пластинки всюду одинакова, то при наблюдении через поляроид П2 пластинка будет казаться окрашенной в цвет, соответствующий λ0(1). При повороте главной плоскости поляроида П2 на π/2 вместо усиления волн произойдет их ослабление, и кристаллическая пластинка окрасится в дополнительный цвет.

Если пластина неоднородна по толщине, то все области одинаковых толщин окрасятся в один цвет. Чередующиеся полосы одинаковой окраски соответствуют изменению оптической разности хода между обыкновенным и необыкновенным лучами на целое число длин волн.

Если в качестве источника света использовать лазер, то интерференционная картина получается одноцветной, но зато очень чёткой. Небольшое отклонение оптической оси кристалла от нормали к поверхности пластинки сразу проявляется в искажении центральной симметрии интерференционной картины. Поэтому поляризационно– оптический метод наблюдения кристаллов в сходящемся лазерном пучке света («***метод лазерной коноскопии***») широко используется для точного определения ориентации оптической оси кристаллов. Кроме того, метод позволяет легко отличать одноосные двоякопреломляющие кристаллы от двуосных.

1. Искусственная оптическая анизотропия: фотоупругость, электро- и магнитооптические эффекты.

Все физические воздействия, способные ориентировать структурные элементы первоначально изотропного вещества, могут вызывать возникновение ***искусственной оптической анизотропии***.

1. **Пьезооптический эффект («фотоупругость»)**

Пьезооптический эффект состоит в появлении оптической анизотропии при приложении к первоначально изотропному твёрдому телу механического напряжения. Физический механизм этого эффекта – при растяжении или сжатии твёрдого тела вдоль какой-либо оси происходит увеличение или уменьшение расстояния между атомами вдоль этой оси со всеми вытекающими отсюда последствиями. Эффект является линейным по напряжению:

Здесь σ = F/S – механическое напряжение, K1 – ***упругооптическая постоянная*** (иногда её называют ***постоянной Брюстера***).

Линейная зависимость между σ и (nе – nо) выполняется только при не очень больших механических напряжениях.

Метод фотоупругости используется для изучения распределения механических напряжений в сложных деталях, для которых расчётные методы неэффективны. Для этого изготавливается модель детали из прозрачного вещества и подвергается требуемым воздействиям; в некоторых случаях удобнее нанести на поверхность детали полимерное покрытие, которое затем под нагрузкой исследуется в отражённом поляризованном свете.

1. **Электрооптические эффекты**

Электрооптический эффект – это появление оптической анизотропии первоначально изотропного вещества при помещении его в электрическое поле.

1. ***Эффект Поккельса – линейный электрооптический эффект***, который удаётся наблюдать только в пьезоэлектрических кристаллах. Пьезоэлектриками (ниобат лития LiNbO3) называются вещества, сжатие или растяжение которых по определённым направлениям сопровождается появлением электрической поляризации («***прямой пьезоэффект***») и наоборот, приложение электрического поля вызывает растяжение или сжатие кристалла по направлению поля («***обратный пьезоэффект***»). Поскольку связь между деформацией и напряжённостью электрического поля для пьезоэлектриков линейна:

Здесь E – величина напряжённости электрического поля, K2 – ***постоянная Поккельса***.

1. ***Эффект Керра – квадратичный электрооптический эффект*** наблюдается в жидкостях, стёклах и кристаллических веществах. В результате приложения к этим веществам электрического поля появляется оптическая анизотропия (оптическая ось направлена вдоль поля), причём различие между показателями преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, квадратично зависит от величины поля:

Физическая причина эффекта Керра состоит в ориентации структурных элементов вещества в электрическом поле, либо в искажении электронных оболочек молекул или атомов в электрическом поле. В первом случае эффект Керра называется ориентационным, он может наблюдаться только в веществах, состоящих из дипольных молекул. Эффект Керра второго типа (“поляризационный”) характерен для веществ, молекулы или атомы которых первоначально не обладают дипольными моментами, но достаточно сильно поляризуются в электрическом поле.

Благодаря квадратичности эффекта Керра, переменное электрическое поле достаточно мощного лазерного излучения будет вызывать в этом веществе появление оптической анизотропии. Её легко обнаружить, пропуская луч света через вещество, находящееся под воздействием мощного лазерного облучения. Такой эффект Керра называют “оптическим”.

1. **Магнитооптический эффект (эффект Коттона-Мутона)**

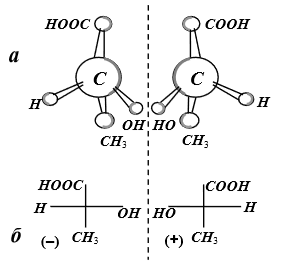
***Эффект Коттона-Мутона*** – это ***“магнитный аналог” эффекта Керра***. Объяснение этого эффекта аналогично изложенному выше объяснению эффекта Керра. Величина возникающей в магнитном поле оптической анизотропии вещества квадратично зависит от индукции магнитного поля:

***Постоянная Коттона-Мутона*** K4 обычно очень мала, поэтому практических применений эффект Коттона-Мутона пока не нашел. Тем не менее, его можно использовать в чисто научных целях для изучения магнитных свойств и структуры молекул, а также их комплексов.

*Для явления искусственной анизотропии характерна дисперсия – зависимость величин постоянных K1 – K4 от длины волны света.*

1. Оптическая активность кристаллов и молекул. Искусственная оптическая активность (эффект Фарадея).

При прохождении плоско поляризованного света через некоторые вещества происходит постепенный ***поворот плоскости колебаний*** световой волны. Это явление получило название ***оптической активности***, а сами вещества – оптически-активными.

Ряд веществ проявляют оптическую активность в любом агрегатном состоянии – твердом, жидком и газообразном. Обнаружено, что эти вещества состоят из молекул, не имеющих ни центра, ни плоскости симметрии. Особенно это характерно для органических молекул, содержащих атом углерода, связанный с четырьмя разными заместителями. Для молекул такого типа характерно существование оптических изомеров, соответствующие вещества вращают плоскость поляризации света в разные стороны. Правовращающие оптические изомеры принято называть положительными, левовращающие – отрицательными. Смесь оптических изомеров в равных количествах («рацемат») не проявляет оптической активности.

Помимо веществ, оптически активных “на молекулярном уровне”, имеется достаточно обширный класс веществ, проявляющих оптическую активность только в кристаллической форме. Оптическая активность таких веществ – свойство кристалла как целого. Общее свойство оптически-активных кристаллов – отсутствие зеркальной симметрии их структурных элементов. Подобно оптическим изомерам, существуют право- и левовращающие кристаллы. Такие кристаллы, абсолютно идентичные по физическим свойствам, отличающиеся только направлением вращения плоскости поляризации света, принято называть ***оптическими антиподами***. Обычно максимальная оптическая активность в кристаллах наблюдается при распространении света вдоль оптической оси.

Оптическую активность первоначально неактивного вещества можно вызвать искусственно. Для этого нужно это вещество поместить в достаточно сильное магнитное поле, а луч света направить по направлению вдоль магнитного поля***. Возникновение искусственной оптической активности в магнитном поле называется эффектом Фарадея***, поскольку именно Фарадей в середине XIX века впервые наблюдал этот эффект. Угол поворота плоскости колебаний световой волны определяется длиной пройденного в магнитном поле пути l и разницей показателей преломления:

Если величина магнитной индукции не слишком велика, разность показателей преломления право- и лево- поляризованного света линейно зависит от индукции магнитного поля:

Постоянная K5 называется ***удельным магнитным вращением***, или ***постоянной Верде***.

Знак постоянной Верде для большинства веществ положителен (правовращение в магнитном поле). Лишь некоторые вещества в магнитном поле являются левовращающими (K5 < 0). Величина постоянной Верде зависит от длины волны света и температуры.

Знак угла поворота плоскости поляризации света зависят только от направления магнитного поля и не зависит от направления распространения луча света. Поэтому при многократном отражении светового луча от зеркал и прохождении между полюсами магнита угол поворота плоскости колебаний увеличивается пропорционально числу прохождений. В случае же естественного вращения плоскости колебаний световых волн в оптически активном веществе при обратном прохождении луча, отраженного от зеркала, плоскость колебаний возвращается в исходное положение.

Для анализа структуры вещества вводят величину молекулярного вращения , где ρ – концентрация вещества. При изменениях концентрации и агрегатного состояния вещества молекулярная постоянная магнитного вращения сохраняется практически неизменной, где n – показатель преломления вещества.

Магнитное вращение плоскости поляризации света обусловлено возникновением индуцированного кругового движения электронов в магнитном поле. В результате условия распространения волн, поляризованных по кругу, становятся зависящими от направления вращения вектора напряженности электрического поля. Поскольку направление кругового движения электронов определяется только направлением магнитного поля, знак угла вращения плоскости поляризации света не зависит от того, в какую сторону распространяется световой луч – по магнитному полю или против него.