

Приложения

Обработка результатов измерений

1. Введение

Величины, измеряемые в эксперименте, по своему характеру случайны, и это обусловлено либо статистической природой самого исследуемого явления, либо различными внешними воздействиями в процессе измерения. Полный набор всех возможных значений, которые может принимать случайная величина (называемой генеральной совокупностью), может представлять совокупность непрерывных или дискретных величин. Отдельные измерения представляют случайную выборку из генеральной совокупности.

Случайные величины принято описывать с помощью функции плотности распределения, которая определяет вероятность наблюдения различных значений случайной величины. Функция плотности распределения f непрерывной случайной величины x определяет вероятность ее наблюдения в интервале $x' \leq x \leq x' + dx'$ т. е.

$$P(x' \leq x \leq x' + dx') = f(x')dx'$$

При этом

$$\int_{-\infty}^{\infty} f dx' = 1,$$

поскольку при испытании обязательно будет наблюдаться какое-нибудь значение случайной величины x .

Функция плотности распределения характеризуется средним значением \bar{x} случайной величины x и дисперсией $D(x)$, равной среднему квадрату отклонения x от \bar{x} , т. е.,

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x' f dx',$$

$$D(x) = \overline{(x - \bar{x})^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (x' - \bar{x})^2 f dx'$$

Величина $\sigma = \sqrt{D}$ называется стандартным, или средним квадратичным отклонением.

В случаях, когда генеральная совокупность представляет набор дискретных значений, функция плотности распределения становится дискретной, т. е. $f(x_i)$ равна вероятности, обнаружения значений $x = x_i$. При этом

$$\sum_i f(x_i) = 1,$$

где суммирование распространяется на все возможные - значения x .

Параметры дискретного распределения определяются посредством операции усреднения

$$\phi(x) = \sum_i \phi(x_i) f(x_i)$$

Дисперсия $D = \sigma^2$ является важным понятием и характеризует рассеивание значений случайной величины в окрестности ее среднего значения (если, конечно, \bar{x} и D существуют).

Согласно теореме Чебышева для любого распределения вероятность события $|x - \bar{x}| > \sigma g$ (g - число, большее единицы) не больше, чем $1/g^2$, т. е.

$$P(|x - \bar{x}| > \sigma g) \leq 1/g^2$$

Таким образом, вероятность обнаружения в эксперименте больших отклонений от среднего тем меньше, чем больше (в единицах среднего квадратичного отклонения σ) это отклонение.

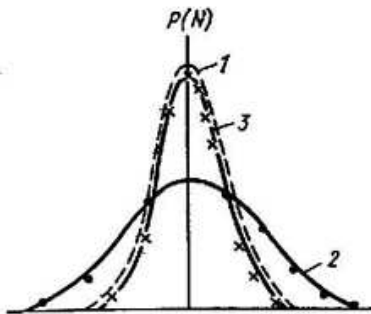


Рис. 1. Распределение Гаусса для $\bar{N} = 20, \sigma = 20$ (кривая 1), $\bar{N} = 20, \sigma = 40$ (кривая 2) и распределение Пуассона для $\bar{N} = 20$ (кривая 3)

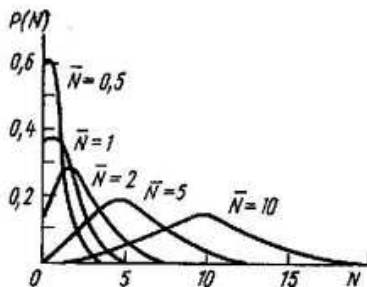


Рис. 2. Распределение Пуассона для малых, значений \bar{N} .

В качестве примера распределений, описывающих класс непрерывных случайных величин, рассмотрим распределение Гаусса, называемое *нормальным распределением*¹

$$f_{\Gamma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma^2},$$

причем предполагается, что случайная величина может принимать любые значения $-\infty < x < \infty$.

Значение \bar{x} соответствует точке симметрии распределения, а дисперсия $D = \sigma^2$. Геометрически величина σ совпадает с расстоянием от \bar{x} до точек перегиба кривой f_{Γ} (рис. 1).

Согласно распределению Гаусса вероятность событий: $P(|x - \bar{x}| \leq \sigma)$ равна

$$P(|x - \bar{x}| \leq \sigma) = \int_{\bar{x}-\sigma}^{\bar{x}+\sigma} f_{\Gamma} dx' = 0,683.$$

Соответственно

$$P(|x - \bar{x}| \leq 2\sigma) = 0,954,$$

¹Это распределение описывает наиболее «естественный» вид случайных величин: непрерывность, симметричность, меньшая вероятность наблюдения больших отклонений от среднего значения.

$$P(|x - \bar{x}| \leq 3\sigma) = 0,997,$$

что не противоречит теореме Чебышева.

Помимо случайных процессов с непрерывным распределением, часто встречаются явления, имеющие дискретный характер. Допустим, мы исследуем частоту появления какого-либо случайного события при определенных условиях в серии независимых экспериментов. Пусть условия таковы, что в каждом из экспериментов событие либо наблюдается, либо нет. Если в среднем вероятность наблюдения в отдельном опыте равна p , то в серии из n экспериментов следовало бы ожидать

$$\bar{N} = np$$

событий. Какова вероятность $P_N(n)$, что мы обнаружим N событий ($N = 0, 1, \dots, n$)?

Заметим, что такая постановка охватывает чрезвычайно широкий класс экспериментов. Исследуется ли радиоактивный распад, наблюдается ли рассеяние частиц в данном интервале углов, изучаются ли ядерные реакции и т. д., во всех этих случаях фактически имеют дело с событиями, которые либо происходят, либо не происходят. Так, в заданный интервал времени радиоактивное ядро либо распадается, либо нет, частицы либо попадут, либо нет в интересующий нас интервал углов, реакция пойдет по данному каналу, либо нет и т. д.

Распределение подобных вероятностей описывается биномиальным распределением

$$P_N(n) = \frac{n!}{N!(n-N)!} p^N (1-p)^{n-N}$$

Если $n \gg 1$, но $\bar{N} = np$ остается конечной величиной (например, число исследуемых радиоактивных ядер n очень велико, но вероятность распада мала), биномиальное распределение переходит в распределение Пуассона:

$$P_N = \frac{\bar{N}^N}{N!} e^{-\bar{N}}$$

Зависимость P_N при различных \bar{N} показана на рис. 2. По мере роста \bar{N} кривая все более размывается и становится симметричной относительно точки $N = \bar{N}$. Напротив, при малых \bar{N} наблюдается резкая асимметрия. Дисперсия распределения Пуассона равна \bar{N} :

$$\sigma^2 = \sum_{N=0}^{\infty} (N - \bar{N})^2 P_N = \bar{N}$$

При $\bar{N} \gg 1$ распределение Пуассона становится практически непрерывным и совпадает с распределением Гаусса со средним значением и дисперсией, равными \bar{N} (см. рис. 1.).

2. Ошибки измерений

На результаты измерений помимо статистических флуктуаций, связанных с вероятностной природой явления, оказывают влияние случайные воздействия, возникающие в процессе эксперимента и обработки. Совокупность внешних возмущений увеличивает разброс результатов и может вызывать также смещение среднего значения. Каждая из случайных причин обычно подчиняется собственному распределению. Ситуация усугубляется действием целого ряда систематических ошибок измерений («сдвинутая» шкала приборов, плохая геометрия опыта и т. д.).

Таким образом, результаты измерений будут описываться распределением, возникающим как наложение многих частных распределений. Однако в итоге форма его будет приближаться к гауссовой, если только нет каких-либо превалирующих причин.

Это обстоятельство формулируется в так называемой центральной предельной теореме теорий вероятности, утверждающей, что действие большого числа причин с интенсивностями воздействия примерно одного порядка приводит к нормальному распределению величин, возникающих под действием этих воздействий.

В опыте отклонение результатов от среднего значения интерпретируется как ошибка измерений. При этом различают случайные и систематические ошибки, обусловленные соответственно случайными и систематическими причинами. Однако понятием «ошибка измерений» следует пользоваться с известной осторожностью.

Если разброс значений, возникающий в процессе самого эксперимента, и может трактоваться как ошибка измерений, то определенность результатов, связанная с природой исследуемого процесса, позволяет лишь судить о статистических закономерностях рассматриваемого явления и не может называться собственной ошибкой.

К сожалению, на практике погрешности методики измерения не всегда поддаются оценке. Поэтому в настоящее время вместо «чистой» ошибки принято указывать *доверительный интервал*, в пределах которого с определенной вероятностью (*доверительной вероятностью*) можно ожидать обнаружения значения исследуемых величин в условиях предлагаемой методики измерения.

Для случайной величины x доверительный интервал $[\bar{x} - \Delta x; \bar{x} + \Delta x]$ соответствует доверительной вероятности $(1 - \varepsilon)$, если

$$P(|x - \bar{x}| < \Delta x) = 1 - \varepsilon$$

Вероятность $(1 - \varepsilon)$ называют также коэффициентом надежности, а величину ε — уровнем значимости. Согласно сказанному выше, надежным критерием для оценки доверительного интервала при заданном уровне значимости является среднеквадратичное отклонение σ .

Однако в эксперименте параметры \bar{x} и σ заранее не известны. Поэтому остановимся на способах их оценки. Допустим, что при измерениях получены результаты x_1, x_2, \dots, x_n . Тогда в качестве оценки среднего значения \bar{x} и дисперсии σ_2 принимают соотношения:

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\tilde{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{x})^2$$

Эти соотношения тем точнее, чем больше n .

Ограниченный объем реального экспериментального материала (случайная выборка малого объема) не позволяет с абсолютной точностью сделать суждения об истинных значениях \bar{x} и σ . Поэтому было бы неправильно, вычисляя доверительный интервал, не делать поправку на его расширение за счет погрешностей, допускаемых в оценке \bar{x} и σ , особенно при малом числе n измерений.

Соответствующую поправку можно сделать, используя дополнительные коэффициенты $C_{\varepsilon n}$ — коэффициенты Стьюдента. При заданной доверительной вероятности $1 - \varepsilon$, доверительный интервал при оценке \bar{x} определяется как:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm C_{\varepsilon n} \tilde{\sigma}_x$$

где \tilde{x} и $\tilde{\sigma}_x$ находятся из вышеуказанных соотношений, а коэффициенты $C_{\varepsilon n}$ представлены в таблице 54.

Коэффициенты Стьюдента

Число измерений	$\varepsilon = 0.3$	$\varepsilon = 0.2$	$\varepsilon = 0.1$	$\varepsilon = 0.05$
2	2,0	3,1	6,3	12,7
3	1,3	1,9	2,9	4,3
4	1,3	1,6	2,4	3,2
5	1,2	1,5	2,1	2,8
6	1,2	1,5	2,0	2,6
7	1,1	1,4	1,9	2,5
8	1,1	1,4	1,9	2,4
9	1,1	1,4	1,9	2,3
10	1,1	1,4	1,8	2,3
∞	1,0	1,3	1,6	1,96

Традиционно доверительный интервал с доверительной вероятностью $P = 0,68 \approx 0,7$ называют среднеквадратичным (его размах совпадает со среднеквадратичным отклонением σ для нормального распределения), а его величина - среднеквадратичной ошибкой. Как следует из предыдущего, среднеквадратичная ошибка равна $\tilde{\sigma}_{\bar{x}}C_{0,3;n}$ (а не $\tilde{\sigma}$!). Кроме того, в реальном статистическом материале результаты рассеяны шире, чем в нормальном распределении. Поэтому при оформлении результатов принято указывать помимо среднеквадратичного также интервал с большей доверительной вероятностью, например с $P = 0,95$.

Пример 1. В серии опытов получены три значения x (10,5;10,0;9,5). Требуется оценить \bar{x} и указать точность оценки.

Предполагаемое среднее $\tilde{x} = 10$. При этом $\tilde{\sigma}_{\bar{x}} = 0,29$. При доверительных вероятностях 0,7 и 0,95 имеем $C_{0,3;3} = 1,3$ и $C_{0,05;3} = 4,3$. Таким образом, среднюю величину можно оценить как

$$\bar{x} = 10,0 \pm 0,138$$

при доверительной вероятности $P = 0,7$, и

$$\bar{x} = 10,0 \pm 1,25$$

при $P = 0,95$.

Вообще говоря, предыдущие оценки относятся к измерениям величин, подчиняющихся нормальному распределению. Реальные физические распределения с достаточной точностью близки к нормальным. Во всяком случае, подходящим преобразованием можно до-

стичь необходимого сходства в наиболее важной области средних значений.

Так, статистика радиоактивного распада описывается распределением Пуассона, которое уже при $N \gtrsim 20$ практически совпадает с нормальным, но с важной особенностью: среднее и дисперсия равны \bar{N} . Это обстоятельство позволяет оценить параметры распределения на основании однократного непрерывного измерения. Действительно, используя предыдущие данные, можно предположить следующие оценки средней интенсивности ν источника радиоактивного излучения.

Пусть в течение интервала времени t сосчитано N частиц. При $N \gg 1$ отклонение $|N - \nu t|$ не превышает величину $C_{\varepsilon, \infty} \sigma_N = C_{\varepsilon, \infty} \sqrt{\nu t}$ с вероятностью $P = 1 - \varepsilon$, т. е.

$$P(|N - \nu t| \leq C_{\varepsilon, \infty} \sqrt{\nu t}) = 1 - \varepsilon,$$

где границы интервала, т. е. коэффициенты $C_{\varepsilon, \infty}$, находятся из Таблицы 1 (при $n = \infty$, так как $N \gg 1$). Тогда среднее значение интенсивности может быть оценено, как

$$\nu = \frac{N}{t} \left(1 + \frac{C_{\varepsilon, \infty}^2}{2N} \pm \frac{C_{\varepsilon, \infty}^2}{\sqrt{N}} \right)$$

Сдвиг среднего значения обусловлен зависимостью дисперсии распределения от средней интенсивности.

Последнее соотношение определяет число регистрируемых частиц, необходимое для достижения требуемой точности в оценке средней интенсивности. Так, $N = 10^2$ гарантирует «ошибку» в 10% ($\varepsilon = 0.3$), при $N = 10^3 \rightarrow 3\%$, а при $N = 10^4$ ошибка составляет 1%.

3. Ошибки функции измеряемых величин

Функция $\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ случайных переменных x_1, x_2, \dots, x_n является также случайной величиной, которая в общем случае может иметь достаточно сложное распределение. Тем не менее, оценки параметров распределения Φ могут быть получены, следуя следующей процедуре.

Функцию $\Phi(x_i)$ можно разложить в ряд Тейлора около средних значений \bar{x}_i и пренебречь членами разложения выше первого поряд-

ка малости, т. е.

$$\Phi(x_1, \dots, x_n) \cong \Phi(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i) \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}$$

Усредняя разложение $\Phi(x_1, \dots, x_n)$ по x_i , имеем:

$$\bar{\Phi} \cong \Phi(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$$

а дисперсия σ_{Φ}^2 равна

$$\sigma_{\Phi}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2$$

Так, для суммы или разности двух величин

$$\sigma_{x_1 \pm x_2} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2},$$

относительная ошибка суммы и разности двух величин

$$\sigma_{x_1 \pm x_2} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}{x_1 \pm x_2}$$

Эти соотношения являются точными для линейных функций $\Phi = \Phi(x_i)$; для более сложных функций они могут быть уточнены путем последующих поправок.

Из полученных соотношений вытекает важное следствие. Пусть за время t зарегистрировано N частиц, тогда предполагаемая интенсивность частиц равна $\nu = N/t$. Дисперсия величины ν определяется выражением:

$$\sigma_{\nu}^2 = \frac{\sigma_N^2}{t^2} = \frac{\nu t}{t^2} = \frac{\nu}{t}$$

среднеквадратичная ошибка:

$$\sigma_{\nu} = \sqrt{\frac{\nu}{t}}$$

а относительная ошибка

$$\delta_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Пример 2. При измерениях важно правильно распределить время между отдельными измерениями, чтобы ошибка результатов была наименьшей. Пусть, например, определяется интенсивность источника ν в условиях фона. Сначала измеряется суммарная интенсивность источника и фона ν_1 , затем интенсивность фона ν_2 , интенсивность источника определяется, как разность $\nu = \nu_1 - \nu_2$.

Здесь полное время измерений T должно делиться между временами t_1 и t_2 для измерений ν_1 и ν_2 . Используя вариационный метод, находим, что минимум дисперсии при определении ν достигается, если времена для отдельных измерений распределяются в соответствие с соотношением

$$t_1 : t_2 = \sqrt{\nu_1} : \sqrt{\nu_2},$$

где величины определяются путем приблизительных оценок. Так, при $\nu_1 \sim 900$ имп/мин и $\nu_2 \sim 100$ имп/м находим, что в данном случае на измерение полезного эффекта следует затрачивать в три раза больше времени, чем на измерение фона.

4. Обработка результатов по методу наименьших квадратов

Очень часто в эксперименте исследуется зависимость некоторой физической величины y от другой физической величины x

$$y = \varphi(x)$$

На Рис. 3 представлена совокупность экспериментальных точек (x_i, y_i) , где $i = 1, 2, 3, \dots, n$. При этом y_i - случайные величины, каждая из которых может отклоняться от предполагаемого истинного значения на некоторую случайную величину.

Проведение кривой $y = \varphi(x)$ по экспериментальным точкам относится к так называемому регрессивному анализу, который обычно базируется на методе наименьших квадратов. При этом наилучшей оценкой кривой $\tilde{y} = \tilde{\varphi}(x)$ считается та, для которой минимальна сумма квадратов ее отклонений от экспериментальных точек с учетом точности измерений:

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \tilde{\varphi}(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 = \min$$

где σ_i — среднеквадратичная ошибка измерений в точках.

Например, допустим, что искомую функцию можно аппроксимировать полиномом степени $m - 1$, например:

$$y = \varphi(x) = \sum_{k=0}^{m-1} B_k x_k,$$

где B_k - коэффициенты, которые определяются по экспериментальным данным следующим образом.

Минимум указанной квадратичной формы достигается, варьируя сумму по коэффициентам B_k , т.е.:

$$\frac{\partial S}{\partial B_k} = 0 (k = 0, \dots, m - 1)$$

Тогда коэффициенты B_k определяются линейной системой уравнений:

$$\sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{k=0}^{m-1} B_k x_k^i \right) x_i^{k'} / \sigma_i^2 = 0, k = 0, \dots, m - 1$$

и вычисляются согласно общим методам решения системы линейных уравнений. Очевидно, что для нахождения m коэффициентов кривой регрессии требуется число экспериментальных точек $n > m$.

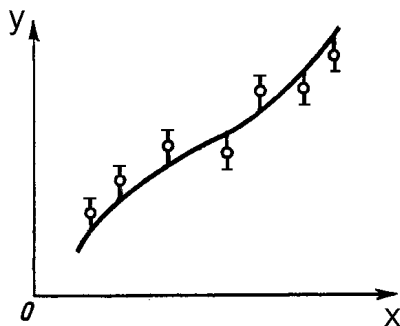


Рис. 3. Кривая, построенная по экспериментальным точкам методом наименьших квадратов.

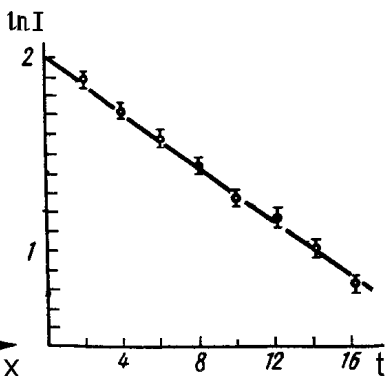


Рис. 4. График распада радиоактивного препарата с отмеченными точками измерений активности (в полулогарифмическом масштабе).

Рассмотрим частный случай, когда $\varphi(x)$ является линейной функцией (рис. 4). Подобная ситуация возникает при исследовании кривых распада радиоактивных препаратов или кривых поглощений, при построении градуировочной кривой и т.п. В этих случаях имеют

дело с экспоненциальной функцией, которая после логарифмирования принимает вид:

$$y = \alpha_0 - \alpha_1 x$$

где x — задаваемый аргумент (толщина мишени, время наблюдения и т.д.), $\alpha_{0,1}$ — неизвестные константы, определение которых и составляет цель эксперимента.

Итак, пусть приведено n измерений (y_i - экспериментальные значения, $i = 1, \dots, n$), при этом y описывается линейной функцией. Следуя указанной выше процедуре, имеем оценки

$$\tilde{\alpha}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n \omega_i (x_i - \bar{x})^2},$$

$$\tilde{\alpha}_0 = \sum_{i=1}^n \omega_i y_i x_i - \bar{x} \tilde{\alpha}_1$$

где

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i \omega_i$$

$$\omega_i = (1/\sigma_i^2) / \sum_{j=1}^n 1/\sigma_j^2$$

В итоге с учетом доверительного интервала (ограничимся коэффициентом α_1 с уровнем значимости $\varepsilon = 0,3$) имеем

$$\alpha_1 = \tilde{\alpha}_1 \pm S C_{\alpha n} / \sqrt{\sum_{i=1}^n \omega_i (x_i - \bar{x})^2}$$

где коэффициенты $C_{\alpha n}$ определяются по Таблице 1.

$$S^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i (y_i - \tilde{\alpha}_0 - \tilde{\alpha}_1 (x_i - \bar{x}))^2 / (n - 2)$$

Заметим, что дисперсии σ_i^2 в общем случае должны определяться с учётом также ошибок измерения независимой переменной x_i .

5. Экспериментальное разрешение

Довольно частым источником искажений реальных распределений является недостаточно высокая разрешающая способность регистрирующей аппаратуры (например, недостаточное спектральное или угловое разрешение детектора, большое мертвое время прибора и т.п.). Это приводит к усреднению результатов по некоторому интервалу изменения независимого аргумента. Последнее особенно чувствительно в окрестности пиков кривой, где оно уширяет резонансы.

В результате сигнал $\langle y(x) \rangle$, фиксируемый в точке x , называемой далее *каналом детектора*, (точнее, «приписываемый» к этому каналу) будет определяться как

$$\langle y(x) \rangle = \int A(x, x') y(x') dx',$$

где *аппаратная функция* $A(x, x')$ определяет вероятность того, что вследствие недостаточной разрешающей способности детектора сигнал $y(x')$ в канале x' может также фиксироваться при положении детектора в канале x . Таким образом, эмпирическая информация взаимно перераспределяется между каналами детектора. Лишь при очень высокой разрешающей способности детектора (когда аппаратная функция превращается в дельта-функцию) можно быть уверенным, что истинный и фиксируемый номера каналов совпадают.

Обычно предполагается, что функция разрешения $A(x, x')$ имеет вид нормального распределения

$$A(x, x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \exp\left(-\frac{(x' - x)^2}{2\sigma_A^2}\right),$$

где σ_A — величина, характеризующая разрешение детектора. Если истинное распределение сигнала $y(x)$ имеет вид нормального распределения (например, исследуется резонансный пик в реакции) со средним значением \bar{x} и дисперсией σ_y^2 , то наблюдаемое распределение является также гауссовским с дисперсией

$$\sigma_{\langle y \rangle}^2 = \sigma_y^2 + \sigma_A^2.$$

В итоге измеряемая полуширина резонанса составляет $\sigma_{\langle y \rangle}$.

6. Задачи

1. За 15 мин счетчик зарегистрировал 2534 импульса. Определить среднеквадратичную и относительную ошибки

- (a) общего числа зарегистрированных импульсов;
 - (b) интенсивности излучения источника.
2. Сколько времени следует производить измерения интенсивности фона и суммарной интенсивности (источник+фон)-для того, чтобы интенсивность источника определить с точностью 3%? Интенсивность фона около 40 имп/мин, суммарная интенсивность около 140 имп/мин.
 3. Рассчитать общую формулу для оценки среднеквадратичной ошибки логарифма интенсивности излучения с учетом погрешности в измерении времени.
 4. Интенсивность излучения источника в одном направлении 200 имп/мин, а в направлении, перпендикулярном к первому, - 10 имп/мин. Сколько времени следует затратить на измерение той и другой интенсивности, если их отношение требуется определить с точностью 1%?
 5. На определение интенсивности излучения источника дается один час. Как распределить время между измерениями фона интенсивностью около 100 имп/мин и общей интенсивностью (около 900 имп/мин) для получения наименьшей ошибки результата? Какова при этом статистическая точность?
 6. Интенсивность излучения радиоактивного источника около $3 \cdot 10^3$ имп/мин. Сколько времени следует затратить на ее измерение с точностью 1%? Время измеряется секундомером с ценой деления 0,5 с.
 7. Фон в опыте по рассеянию нейтронов составляет 50%; обусловленного ими числа импульсов. Сколько импульсов необходимо набрать, чтобы определить число зарегистрированных нейтронов со статистической точностью 5%?
 8. Каковы среднеквадратичная и относительная ошибки в определении интенсивности излучения источника, если суммарная интенсивность (источник + фон) измерялась 30 мин и составила 92 имп/мин, а интенсивность фона - $31,2 \pm 0,4$ имп/мин?
 9. За 20 с, измеренных по секундомеру с ценой деления 0,5 с, зарегистрировано 1130 импульсов. С какой точностью определена при этом интенсивность излучения радиоактивного источника (фоном пренебречь)?

10. Для понижения уровня фона с интенсивностью $\nu_{\text{ф}}$ применяется специальная схема регистрации, в которой уровень фона удалось понизить в q раз. Но при этом эффективность регистрации истинных событий с интенсивностью ν также уменьшилась в κ раз ($\kappa < q$). При каких отношениях $\nu/\nu_{\text{ф}}$ целесообразно применение подобной аппаратуры?