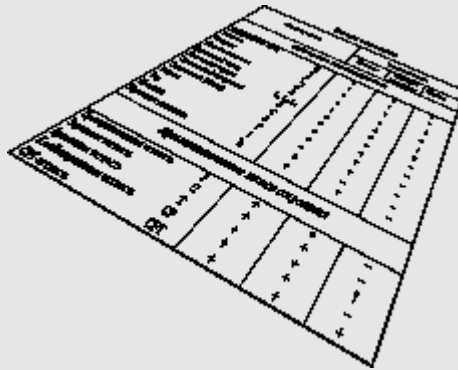


**Н.Г.Гончарова, Б.С.Ишханов, И.М.Капитонов,  
Э.И.Кэбин, М.Е.Степанов**



**ФИЗИКА ЯДРА И ЧАСТИЦ**  
**Задачи с решениями**

Гончарова Н.Г., Ишханов Б.С., Капитонов И.М., Кэбин Э.И., Степанов М.Е. Физика ядра и частиц. Задачи с решениями

Москва, Из-во УНЦДО, 2003 г. - 114 стр.

Решебник. 166 задач .

Учебное пособие является частью заключительного раздела курса общей физики, посвященного физике атомного ядра и частиц, и соответствует программе физических факультетов университетов. Учебное пособие содержит около 200 задач с подробными решениями. Оно разбито на разделы, которые посвящены свойствам атомных ядер, ядерным моделям, радиоактивности, ядерным реакциям, свойствам частиц и взаимодействиям, нуклеосинтезу, взаимодействию частиц с веществом. Для решения большинства задач достаточно начальных сведений из квантовой механики. Предназначено для студентов, аспирантов, изучающих физику ядра и частиц, а также для преподавателей, ведущих занятия по данному курсу.

## Содержание:

<b>ФИЗИКА ЯДРА И ЧАСТИЦ</b> .....	1
<b>Задачи с решениями</b> .....	1
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>3</b>
Задачи 1-6.....	3
Решения.....	3
<b>СВОЙСТВА АТОМНЫХ ЯДЕР</b> .....	<b>7</b>
Задачи 1 - 14 .....	7
Решение .....	8
<b>МОДЕЛИ ЯДЕР</b> .....	<b>16</b>
Задачи 1 - 9 .....	16
Решение .....	17
<b>РАДИОАКТИВНЫЙ РАСПАД</b> .....	<b>23</b>
Задачи 1 - 20 .....	23
Решение: .....	25
<b>ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ</b> .....	<b>38</b>
Задачи 1 - 55 .....	38
Решение .....	42
<b>СВОЙСТВА ЧАСТИЦ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ</b> .....	<b>71</b>
Задачи 1 - 52 .....	71
Решение: .....	75
<b>НУКЛЕОСИНТЕЗ</b> .....	<b>106</b>
Задачи 1 - 5 .....	106
Решения .....	106
<b>ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ С ВЕЩЕСТВОМ</b> .....	<b>109</b>
Задачи 1 - 3 .....	109
Решение .....	109
<b>ИСТОЧНИКИ ГАММА - ИЗЛУЧЕНИЯ</b> .....	<b>112</b>
Задачи 1 - 2 .....	112
Решения .....	112

## Введение

### Задачи 1-6

1. Чему равна скорость частицы  $v$ , кинетическая энергия  $T$  которой равна ее энергии покоя  $mc^2$ ?
2. На каком расстоянии интенсивность пучка мюонов с кинетической энергией  $T = 0.5$  ГэВ, движущихся в вакууме, уменьшается до половины первоначального значения?
3. Ядро  $^{10}\text{B}$  из возбужденного состояния с энергией  $0.72$  МэВ распадается путем испускания  $\gamma$ -квантов с периодом полураспада  $T_{1/2} = 6.7 \cdot 10^{-10}$  с. Оценить неопределенность в энергии  $\Delta E$  испущенного  $\gamma$ -кванта.
4. Рассчитать длины волн  $\lambda$  протона и электрона с кинетической энергией  $T = 10$  МэВ.
5. Протон, электрон и фотон имеют одинаковую длину волны  $\lambda = 10^{-9}$  см. Какое время  $t$  им необходимо для пролета расстояния  $L = 10$  м?
6. Длина волны фотона  $\lambda = 3 \cdot 10^{-11}$  см. Вычислить импульс  $p$  фотона.

### Решения

1. Чему равна скорость частицы  $v$ , кинетическая энергия  $T$  которой равна ее энергии покоя  $mc^2$ ?

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = T + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

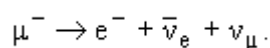
В случае  $T = mc^2$ , получаем

$$2mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

откуда  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} c \approx 0.87 c$ .

2. На каком расстоянии интенсивность пучка мюонов с кинетической энергией  $T = 0.5$  ГэВ, движущихся в вакууме, уменьшается до половины первоначального значения?

Уменьшение интенсивности пучка мюонов происходит в результате распада мюонов



Число мюонов  $N(t)$ , не распавшихся к моменту времени  $t$ , определяется соотношением

$$N(t) = N(0) \exp(-t/\tau), \quad 2.1$$

где  $\tau$  - среднее время жизни мюона,  $N(0)$  - число мюонов в начальный момент времени. Среднее время жизни покоящихся мюонов равно  $2.2 \cdot 10^{-6}$  с. В данном случае

$$N(t) = N(0)/2 = N(0) \exp(-t/\tau), \quad 2.2$$

то есть  $\exp(-t/\tau) = 1/2$ , или же  $t = \tau \ln 2$ . Релятивистское замедление течения времени определяется соотношением

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad 2.3$$

где  $t_0$  - время в системе, связанной с движущимся телом. В нашем случае получаем

$$t = \frac{\tau \ln 2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad 2.4$$

Связь между кинетической энергией  $T$  и импульсом  $p$  частицы

$$p = \frac{\sqrt{T^2 + 2Tm c^2}}{c}. \quad 2.5$$

Релятивистский импульс частицы

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad 2.6$$

где  $m$  - масса покоя частицы,  $v$  - ее скорость. Из (2.5) и (2.6) получим

$$v = \frac{p \sqrt{1 - v^2/c^2}}{m} = \frac{\sqrt{T^2 + 2Tm c^2} \sqrt{1 - v^2/c^2}}{m c} \quad 2.7$$

Энергия покоя  $m c^2$  мюона 106 МэВ. Пробег мюона

$$l = v t \quad 2.8$$

Подставляя в (2.8) (2.4) и (2.7), получим

$$l = \frac{\tau c \ln 2 \sqrt{T^2 + 2Tm c^2}}{m c^2} = \frac{2.2 \cdot 10^{-6} \text{ с} \times 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} \times 0.693 \times \sqrt{(500 \text{ МэВ})^2 + 2 \times 500 \text{ МэВ} \times 106 \text{ МэВ}}}{106 \text{ МэВ}} = 2.6 \cdot 10^5 \text{ см}$$

**3.** Ядро  $^{10}\text{B}$  из возбужденного состояния с энергией 0.72 МэВ распадается путем испускания  $\gamma$  -квантов с периодом полураспада  $T_{1/2} = 6.7 \cdot 10^{-10}$  с. Оценить неопределенность в энергии  $\Delta E$  испущенного  $\gamma$ -кванта.

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга получим

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar \ln 2}{T_{1/2}} = \frac{6.6 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{с} \times 0.69}{6.7 \cdot 10^{-10} \text{ с}} \approx 7 \cdot 10^{-7} \text{ эВ}.$$

где  $\tau$ -среднее время жизни возбужденного состояния.

4. Рассчитать длины волн  $\lambda$  протона и электрона с кинетической энергией  $T = 10 \text{ МэВ}$ .

Протон нерелятивистский ( $T_p \ll m_p c^2$ ).

В этом случае

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} \approx \frac{\hbar c}{\sqrt{2m c^2 T}},$$

учитывая, что  $\hbar c = 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}$ , имеем

$$\lambda_p = \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{\sqrt{2 \times 9383 \text{ МэВ} \times 10 \text{ МэВ}}} \approx 1.4 \text{ Фм}.$$

Электрон релятивистский ( $T_e \gg m_e c^2$ ).

В этом случае

$$\lambda_e = \frac{\hbar c}{T_e} = \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{10 \text{ МэВ}} \approx 20 \text{ Фм}.$$

5. Протон, электрон и фотон имеют одинаковую длину волны  $\lambda = 10^{-9} \text{ см}$ . Какое время  $t$  им необходимо для пролета расстояния  $L = 10 \text{ м}$ ?

Для протона и электрона:

$$p = \frac{\hbar}{\lambda}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \text{т.е.} \quad \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

откуда получаем, что

$$v = \frac{\hbar c^2}{\sqrt{(m c^2)^2 \lambda^2 + \hbar^2 c^2}}.$$

Время пролета

$$t = \frac{L}{v} = \frac{L \sqrt{(m c^2)^2 \lambda^2 + (\hbar c)^2}}{\hbar c \cdot c}.$$

Протон: 
$$t = \frac{10^3 \text{ см} \cdot \sqrt{(9383 \text{ МэВ})^2 \times (10^4 \Phi_M)^2 + (197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M)^2}}{197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M \times 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Электрон: 
$$t = \frac{10^3 \text{ см} \cdot \sqrt{(0.511 \text{ МэВ})^2 \times (10^4 \Phi_M)^2 + (197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M)^2}}{197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M \times 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 0.9 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Фотон: 
$$t = \frac{L}{c} = \frac{10^3 \text{ см}}{3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}} \approx 3.3 \cdot 10^{-8} \text{ с.}$$

6. Длина волны фотона  $\lambda = 3 \cdot 10^{-11} \text{ см}$ .

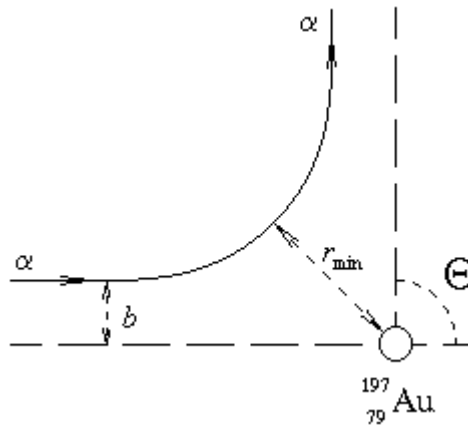
Вычислить импульс  $p$  фотона.

$$p = \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar c}{\lambda c} \approx \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M}{300 \Phi_M \cdot c} = 0.66 \text{ МэВ/с.}$$

## Свойства атомных ядер

### Задачи 1 - 14

1. Альфа-частицы с кинетической энергией  $T = 6.5$  МэВ испытывают резерфордовское рассеяние на ядре золота  $^{197}\text{Au}$ . Определить: 1) параметр столкновения  $b$  для альфа-частиц, наблюдаемых под углом  $\theta = 90^\circ$ ; 2) минимальное расстояние  $r_{\min}$  сближения альфа-частиц с ядром; 3) кинетическую ( $T$ ) и 4) потенциальную ( $E$ ) энергии альфа-частиц в этой точке.



2. Протон с кинетической энергией  $T = 2$  МэВ налетает на неподвижное ядро  $^{197}\text{Au}$ . Определить дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma/d\Omega$  на угол  $\theta = 60^\circ$ . Как изменится величина дифференциального сечения рассеяния, если в качестве рассеивающего ядра выбрать  $^{27}\text{Al}$ ?

3. Вычислить сечение рассеяния  $\alpha$ -частицы с кинетической энергией  $T = 5$  МэВ кулоновским полем ядра  $^{208}\text{Pb}$  под углами больше  $90^\circ$ .

4. Золотая пластинка толщиной  $l = 1$  мкм облучается пучком  $\alpha$ - частиц с плотностью потока

$j = 10^5$  частиц/см<sup>2</sup>·с. Кинетическая энергия  $\alpha$ - частиц  $T = 5$  МэВ. Сколько  $\alpha$ - частиц на единицу телесного угла падает в секунду на детектор, расположенный под углом  $\theta = 170^\circ$  к оси пучка? Площадь пятна пучка на мишени  $S = 1$  см<sup>2</sup>.

5. Рассчитать дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  упругого рассеяния протонов на ядрах золота  $^{197}\text{Au}$  под углом  $15^\circ$ , если известно, что за сеанс облучения мишени толщиной  $d = 7$  мг/см<sup>2</sup> протонами с суммарным зарядом  $Q = 1$  нКл на детектор площадью  $S = 0.5$  см<sup>2</sup>, расположенный на расстоянии  $l = 30$  см от мишени, попало  $\Delta N = 1.97 \cdot 10^5$  упруго рассеянных протонов. Сравнить экспериментально измеренное сечение с резерфордовским.

6. При упругом рассеянии электронов с энергией  $T = 750$  МэВ на ядрах  $^{40}\text{Ca}$  в сечении наблюдается дифракционный минимум под углом  $\theta_{\min} = 18^\circ$ . Оценить радиус ядра  $^{40}\text{Ca}$ .

7. Эмпирическая зависимость радиуса ядра  $R$  от числа нуклонов  $A$  ( $A > 10$ )  $R \approx r_0 A^{1/3}$ .

Параметр  $r_0 \approx 1.23 \cdot 10^{-13}$  см = 1.23 Фм приблизительно одинаков для всех ядер.

Оценить радиусы атомных ядер  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{238}\text{U}$ .

8. Оценить плотность ядерной материи.

9. Массы нейтрона и протона в энергетических единицах равны соответственно  $m_n = 939.6$  МэВ и  $m_p = 938.3$  МэВ. Определить массу ядра  ${}^2\text{H}$  в энергетических единицах, если энергия связи дейтрона  $E_{\text{св}}(2,1) = 2.2$  МэВ.

10. Масса нейтрального атома  ${}^{16}\text{O}$   $m_{\text{ат}}(A,Z) = 15.9949$  а.е.м. Определить удельную энергию связи ядра  ${}^{16}\text{O}$ .

11. Массы нейтральных атомов в а.е.м.:  ${}^{16}\text{O} - 15.9949$ ,  ${}^{15}\text{O} - 15.0030$ ,  ${}^{15}\text{N} - 15.0001$ . Чему равны энергии отделения нейтрона и протона в ядре  ${}^{16}\text{O}$ ?

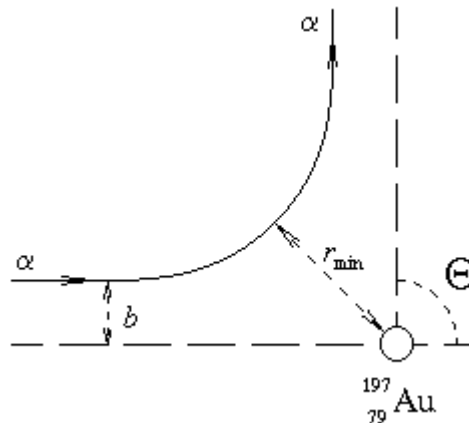
12. С помощью формулы Вайцзеккера рассчитать энергии отделения нейтронов в четно-четных изотопах  ${}^{38}\text{Ca}$ ,  ${}^{40}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}\text{Ca}$ .

13. Считая, что разность энергий связи зеркальных ядер определяется только различием энергий кулоновского отталкивания в этих ядрах, вычислить радиусы зеркальных ядер  ${}^{23}\text{Na}$ ,  ${}^{23}\text{Mg}$ .  $E_{\text{св}}({}^{23}\text{Na}) = 186.56$  МэВ,  $E_{\text{св}}({}^{23}\text{Mg}) = 181.72$  МэВ.

14. Ядро  ${}^{27}\text{Si}$  в результате  $\beta^+$ -распада  ${}^{27}\text{Si} \rightarrow {}^{27}\text{Al} + e^+ + \nu_e$  переходит в "зеркальное" ядро  ${}^{27}\text{Al}$ . Максимальная энергия позитронов 3.48 МэВ. Оценить радиус этих ядер.

## Решение

1. Альфа-частицы с кинетической энергией  $T = 6.5$  МэВ испытывают резерфордское рассеяние на ядре золота  ${}^{197}\text{Au}$ . Определить: 1) параметр столкновения  $b$  для альфа-частиц, наблюдаемых под углом  $\theta = 90^\circ$ ; 2) минимальное расстояние  $r_{\text{min}}$  сближения альфа-частиц с ядром; 3) кинетическую ( $T$ ) и 4) потенциальную ( $E$ ) энергии альфа-частиц в этой точке.



1) Угол  $\theta$ , на который рассеивается нерелятивистская заряженная частица в кулоновском поле неподвижного ядра, определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2bT},$$

где  $Z_1$  - заряд частицы, а  $Z_2$  - заряд ядра. Тогда

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{2 \times 6.5 \text{ МэВ} \times 1} \approx 18 \Phi_{\text{М}}.$$

2) Запишем в полярных координатах закон сохранения энергии



$$\frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} = \frac{mv^2}{2}$$

и закон сохранения момента импульса

$$m b v = m r^2 \dot{\varphi}$$

При  $r = r_{\min}$  производная  $\dot{r} = 0$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{m r_{\min}^2 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\min}} = \frac{m v^2}{2} \\ \dot{\varphi} = \frac{b v}{r_{\min}^2} \end{cases}$$

Подставив второе уравнение в первое и учитывая выражение для  $b$ , получаем

$$r_{\min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \left( 1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}} \times (1 + 1.41)}{2 \times 6.5 \cdot \text{МэВ}} \approx 42 \Phi_{\text{М}}$$

3) Потенциальная энергия частицы в точке наибольшего сближения с ядром

$$E' = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\min}} = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{42 \Phi_{\text{М}}} \approx 5.4 \text{ МэВ},$$

и, соответственно,

4) кинетическая энергия

$$T' = T - E' = 6.5 \text{ МэВ} - 5.4 \text{ МэВ} = 1.1 \text{ МэВ}.$$

**2.** Протон с кинетической энергией  $T = 2 \text{ МэВ}$  налетает на неподвижное ядро  $^{197}\text{Au}$ . Определить дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma/d\Omega$  на угол  $\theta = 60^\circ$ . Как изменится величина дифференциального сечения рассеяния, если в качестве рассеивающего ядра выбрать  $^{27}\text{Al}$ ?

Дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния на угол  $\theta$  определяется формулой Резерфорда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

где  $Z_1$  - заряд налетающей частицы,  $Z_2$  - заряд ядра. Тогда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{1 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{4 \times 2 \text{ МэВ}} \right)^2 \times \frac{1}{(1/2)^4} \approx 3200 \Phi_{\text{М}}^2 / \text{ср} = 326 / \text{ср}.$$

Из формулы Резерфорда следует, что отношение дифференциальных сечений рассеяния при замене ядра  $^{197}\text{Au}$  на  $^{27}\text{Al}$  будет определяться отношением квадратов зарядов этих ядер:

$$R = \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big|_{\text{Au}} / \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big|_{\text{Al}} = \frac{Z_{\text{Au}}^2}{Z_{\text{Al}}^2} = \frac{79^2}{13^2} = 37,$$

то есть при одинаковых условиях сечение рассеяния на золоте будет в 37 раз больше, чем на алюминии.

3. Вычислить сечение рассеяния  $\alpha$ -частицы с кинетической энергией  $T = 5$  МэВ кулоновским полем ядра  $^{208}\text{Pb}$  под углами больше  $90^\circ$ .

Искомое сечение получим интегрированием формулы Резерфорда

$$\begin{aligned} \sigma(\theta > \theta_0) &= \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_{\theta_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\varphi = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{\sin\theta d\theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \\ &= 4\pi \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \left( -\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right) \Big|_{\theta_0}^{\pi} = 4\pi \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \left( \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_0}{2}} - 1 \right) = \\ &= 4\pi \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \right)^2 = 4 \times 3.14 \left( \frac{2 \times 82 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{2 \times 5 \text{ МэВ}} \right)^2 = 7000 \Phi_{\text{М}}^2 = 706. \end{aligned}$$

4. Золотая пластинка толщиной  $l = 1$  мкм облучается пучком  $\alpha$ - частиц с плотностью потока  $j = 10^5$  частиц/см $^2$ ·с. Кинетическая энергия  $\alpha$ - частиц  $T = 5$  МэВ. Сколько  $\alpha$ - частиц на единицу телесного угла падает в секунду на детектор, расположенный под углом  $\theta = 170^\circ$  к оси пучка? Площадь пятна пучка на мишени  $S = 1$  см $^2$ .

Число частиц, рассеянных в единицу времени в единичный телесный угол равно  $N = j S n (d\sigma / d\Omega)$ , где  $n$  - число ядер на единицу площади поверхности мишени, а  $d\sigma / d\Omega$  - дифференциальное сечение упругого рассеяния.

Число ядер на единицу площади поверхности мишени

$$n = \frac{\rho l N_A}{A},$$

где  $\rho$ - плотность вещества мишени,  $l$  - ее толщина,  $A$  - массовое число вещества мишени и  $N_A$  - число Авогадро.

Поток частиц через детектор

$$N = \frac{j S \rho_1 N_A}{A} \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} =$$

$$= \frac{10^3 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \times 1 \text{ см}^2 \times 19.3 \text{ г/см}^3 \times 10^{-4} \text{ см} \times 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{197 \text{ г/моль}} \times$$

$$\times \left( \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M \times 10^{-13} \text{ см/}\Phi_M}{4 \times 5 \text{ МэВ}} \right)^2 \times 1.015 \approx 0.77 \text{ с}^{-1}.$$

5. Рассчитать дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  упругого рассеяния протонов на ядрах золота  $^{197}\text{Au}$  под углом  $15^\circ$ , если известно, что за сеанс облучения мишени толщиной  $d = 7 \text{ мг/см}^2$  протонами с суммарным зарядом  $Q = 1 \text{ нКл}$  на детектор площадью  $S = 0.5 \text{ см}^2$ , расположенный на расстоянии  $l = 30 \text{ см}$  от мишени, попало  $\Delta N = 1.97 \cdot 10^5$  упруго рассеянных протонов. Сравнить экспериментально измеренное сечение с Резерфордским.

Дифференциальным сечением реакции  $a + A \rightarrow B + b$  называется величина

$$\frac{d\sigma_{ab}(\theta, \varphi)}{d\Omega} = \frac{1}{nN} \frac{dN}{d\Omega},$$

где  $n$  - количество частиц мишени на единицу площади,  $N$  - количество попавших на мишень частиц  $a$ ,  $dN/d\Omega$  - количество частиц, продуктов данной реакции  $b$ , вылетевших в элемент телесного угла  $d\Omega$  в направлении, характеризуемом полярным  $\theta$  и азимутальным  $\varphi$  углами. Дифференциальное сечение обычно измеряется в барнах на стерадиан.

$dN/d\Omega = \Delta N/\Delta\Omega$ ,  $\Delta\Omega = S/l^2$ ,  $N = Q/e_p$ ,  $n = d \cdot N_A/A$ , где  $e_p$  - заряд протона,  $N_A$  - число Авогадро и  $A$  - массовое число ядра  $^{197}\text{Au}$ . Дифференциальное сечение будет

$$\frac{d\sigma_{ab}(\theta, \varphi)}{d\Omega} = \frac{A e_p}{d N_A Q} \frac{\Delta N l^2}{S} = \frac{197 \text{ г/моль} \times 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \times 1.97 \cdot 10^5 \times (30 \text{ см})^2}{7 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^2 \times 6.02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль} \times 1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \times 0.5 \text{ см}^2} =$$

$$= 2.65 \cdot 10^3 \text{ б/ср.}$$

Дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния по формуле Резерфорда для протонов с кинетической энергией  $T = 3 \text{ МэВ}$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_{\text{Au}} Z_p e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \left( \frac{79 \times 1 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M}{4 \times 3 \text{ МэВ}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 (15^\circ/2)} = 3.1 \cdot 10^3 \text{ б/ср.}$$

Полученная величина близка к экспериментально измеренному сечению.

6. При упругом рассеянии электронов с энергией  $T = 750 \text{ МэВ}$  на ядрах  $^{40}\text{Ca}$  в сечении наблюдается дифракционный минимум под углом  $\theta_{\min} = 18^\circ$ . Оценить радиус ядра  $^{40}\text{Ca}$ .

Положение первого минимума в сечении упругого рассеяния  $\theta_{\min}$  можно оценить с помощью формулы для дифракции плоской волны на диске радиуса  $R$

$$\sin \theta_{\min} = \frac{0.6\lambda}{R}$$

Учитывая, что электроны ультра релятивистские, получаем

$$R = \frac{0.6\lambda}{\sin \theta_{\min}} = \frac{0.6}{\sin \theta_{\min}} \frac{2\pi \hbar c}{T} = \frac{0.6 \times 6.28 \times 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{750 \text{ МэВ} \times 0.31} \approx 3.2 \text{ Фм}$$

**7.** Эмпирическая зависимость радиуса ядра  $R$  от числа нуклонов  $A$  ( $A > 10$ )  $R \approx r_0 A^{1/3}$ .

Параметр  $r_0 \approx 1.23 \cdot 10^{-13} \text{ см} = 1.23 \text{ Фм}$  приблизительно одинаков для всех ядер.

Оценить радиусы атомных ядер  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{238}\text{U}$ .

$$\text{Для } ^{27}\text{Al } R = 1.23 \text{ Фм} \times 27^{1/3} = 3.7 \text{ Фм}$$

$$\text{Для } ^{90}\text{Zr } R = 1.23 \text{ Фм} \times 90^{1/3} = 5.5 \text{ Фм}$$

$$\text{Для } ^{238}\text{U } R = 1.23 \text{ Фм} \times 238^{1/3} = 7.6 \text{ Фм}$$

**8.** Оценить плотность ядерной материи.

Масса одного нуклона в ядре  $m_N \approx 1 \text{ а.е.м.} = 1.66 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ . Плотность ядерной материи есть масса ядра, деленная на его объем

$$\rho = \frac{m_N A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3m_N A}{4\pi r_0^3 A} = \frac{3m_N}{4\pi r_0^3} = \frac{3 \times 1.66 \cdot 10^{-24} \text{ г}}{4 \times 3.14 \times (1.3 \cdot 10^{-13} \text{ см})^3} = 1.8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3 = 180 \frac{\text{млн. тонн}}{\text{см}^3}$$

Плотность ядерной материи не зависит от  $A$ .

**9.** Массы нейтрона и протона в энергетических единицах равны соответственно  $m_n = 939.6 \text{ МэВ}$  и  $m_p = 938.3 \text{ МэВ}$ . Определить массу ядра  $^2\text{H}$  в энергетических единицах, если энергия связи дейтрона  $E_{\text{св}}(2,1) = 2.2 \text{ МэВ}$ .

Масса ядра  $M(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - E_{\text{св}}(A,Z)$ , где  $Z$  и  $A$  - соответственно заряд и масса ядра. Тогда для дейтрона

$$M(2,1) = 1 \times 938.3 \text{ МэВ} + 1 \times 939.6 \text{ МэВ} - 2.2 \text{ МэВ} = 1875.7 \text{ МэВ}$$

**10.** Масса нейтрального атома  $^{16}\text{O}$   $m_{\text{ат}}(A,Z) = 15.9949 \text{ а.е.м.}$  Определить удельную энергию связи ядра  $^{16}\text{O}$ .

Удельная энергия связи ядра

$$\varepsilon(A,Z) = E_{\text{св}}(A,Z)/A,$$

где  $E_{\text{св}}(A,Z)$  - энергия связи ядра,  $A$  - массовое число. Полная энергия связи ядра

$$E_{\text{св}}(A,Z) = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{я}}(A,Z)]c^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{ат}}(A,Z) - Zm_e]c^2$$

Используя энергетические единицы для масс 1 а.е.м. = 931.49 МэВ, получаем для ядра  $^{16}\text{O}$

$$\varepsilon = \frac{8 \times 938.27 \text{ МэВ} + (16 - 8) \times 939.57 \text{ МэВ} - 15.9949 \times 931.49 \text{ МэВ} - 8 \times 0.511 \text{ МэВ}}{16} =$$

$$= 7.5 \text{ МэВ/нуклон.}$$

**11.** Массы нейтральных атомов в а.е.м.:  $^{16}\text{O}$  - 15.9949,  $^{15}\text{O}$  - 15.0030,  $^{15}\text{N}$  - 15.0001. Чему равны энергии отделения нейтрона и протона в ядре  $^{16}\text{O}$ ?

Энергия отделения нейтрона

$$\varepsilon_n(A,Z) = m_n + m(A-1,Z) - m(A,Z),$$

протона

$$\varepsilon_p(A,Z) = m_p + m(A-1,Z-1) - m(A,Z).$$

В обеих формулах массы должны быть в энергетических единицах.

Для ядра  $^{16}\text{O}$

$$\varepsilon_n = 939.6 \text{ МэВ} + (15.0030 \text{ а.е.м.} - 15.9949 \text{ а.е.м.}) \times 931.5 \text{ МэВ} = 15.6 \text{ МэВ},$$

$$\varepsilon_p = 938.3 \text{ МэВ} + (15.0001 \text{ а.е.м.} - 15.9949 \text{ а.е.м.}) \times 931.5 \text{ МэВ} = 15.6 \text{ МэВ}.$$

**12.** С помощью формулы Вайцзеккера рассчитать энергии отделения нейтронов в четно-четных изотопах  $^{38}\text{Ca}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ .

Энергия отделения нейтрона в ядре  $(A,Z)$

$$\varepsilon_n(A,Z) = [m_n + m(A-1,Z) - m(A,Z)]c^2.$$

Масса ядра

$$m(A,Z)c^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n]c^2 - E_{\text{св}}(A,Z).$$

Энергия отделения нейтрона

$$\varepsilon_n(A,Z) = [m_n + Zm_p + (A-1-Z)m_n]c^2 - E_{\text{св}}(A-1,Z) - [Zm_p + (A-Z)m_n]c^2 + E_{\text{св}}(A,Z) = E_{\text{св}}(A,Z) - E_{\text{св}}(A-1,Z).$$

Энергия связи атомных ядер описывается с помощью формулы Вайцзеккера

$$E_{\text{св}}(A,Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + a_5 \frac{1}{A^{3/4}},$$

где  $a_1 = 15.78 \text{ МэВ}$ ,  $a_2 = 17.8 \text{ МэВ}$ ,  $a_3 = 0.71 \text{ МэВ}$ ,  $a_4 = 94.8 \text{ МэВ}$ ,  $a_5 = 0$  для ядер с нечетным  $A$ ,  $a_5 = +34 \text{ МэВ}$  для четно-четных ядер и  $a_5 = -34 \text{ МэВ}$  для нечетно-нечетных ядер.

Тогда для ядер (A,Z) энергия связи будет:

**<sup>38</sup>Ca**

$$E_{св}(38,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 38 - 17.8 \text{ МэВ} \times 38^{2/\beta} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{38^{1/\beta}} - \\ - 94.8 \text{ МэВ} \times \frac{(38/2 - 20)^2}{38} + \frac{34 \text{ МэВ}}{38^{3/4}} = 317.9 \text{ МэВ},$$

**<sup>40</sup>Ca**

$$E_{св}(40,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 40 - 17.8 \text{ МэВ} \times 40^{2/\beta} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{40^{1/\beta}} + \frac{34 \text{ МэВ}}{40^{3/4}} = 346.3 \text{ МэВ},$$

**<sup>48</sup>Ca**

$$E_{св}(48,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 48 - 17.8 \text{ МэВ} \times 48^{2/\beta} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{48^{1/\beta}} - \\ - 94.8 \text{ МэВ} \times \frac{(48/2 - 20)^2}{48} + \frac{34 \text{ МэВ}}{48^{3/4}} = 418.4 \text{ МэВ}.$$

Для ядер (A -1,Z) энергия связи будет:

**<sup>37</sup>Ca**

$$E_{св}(37,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 37 - 17.8 \text{ МэВ} \times 37^{2/\beta} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{37^{1/\beta}} - \\ - 94.8 \text{ МэВ} \times \frac{(37/2 - 20)^2}{37} = 299.5 \text{ МэВ},$$

**<sup>39</sup>Ca**

$$E_{св}(39,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 39 - 17.8 \text{ МэВ} \times 39^{2/\beta} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{39^{1/\beta}} - \\ - 94.8 \text{ МэВ} \times \frac{(39/2 - 20)^2}{39} = 330.6 \text{ МэВ},$$

**<sup>47</sup>Ca**

$$E_{св}(47,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 47 - 17.8 \text{ МэВ} \times 47^{2/\beta} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{47^{1/\beta}} - \\ - 94.8 \text{ МэВ} \times \frac{(47/2 - 20)^2}{47} = 410.3 \text{ МэВ}.$$

Энергия отделения нейтрона:

$$\text{<sup>38</sup>Ca } \varepsilon_n(38,20) = 317.9 \text{ МэВ} - 299.5 \text{ МэВ} = 18.4 \text{ МэВ},$$

$$\text{<sup>40</sup>Ca } \varepsilon_n(40,20) = 346.3 \text{ МэВ} - 330.6 \text{ МэВ} = 15.7 \text{ МэВ},$$

$$\text{<sup>48</sup>Ca } \varepsilon_n(48,20) = 418.4 \text{ МэВ} - 410.3 \text{ МэВ} = 8.1 \text{ МэВ}.$$

13. Считая, что разность энергий связи зеркальных ядер определяется только различием энергий кулоновского отталкивания в этих ядрах, вычислить радиусы зеркальных ядер  $^{23}\text{Na}$ ,  $^{23}\text{Mg}$ .  $E_{\text{св}}(^{23}\text{Na}) = 186.56 \text{ МэВ}$ ,  $E_{\text{св}}(^{23}\text{Mg}) = 181.72 \text{ МэВ}$ .

Кулоновская энергия равномерно заряженного шара радиуса  $R$  определяется соотношением

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R}.$$

Обозначим заряд ядра  $^{23}\text{Na}$  как  $Z$ , а ядра  $^{23}\text{Mg}$  как  $Z+1$ . Тогда разность энергий связи ядер  $^{23}\text{Na}$  и  $^{23}\text{Mg}$  будет

$$\Delta E_{\text{св}} = E_{\text{св}}(A, Z) - E_{\text{св}}(A, Z+1) = -\Delta E_c = \frac{3}{5} \frac{2Ze^2}{R} = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{R}.$$

Для радиуса ядра получаем

$$R = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{\Delta E_{\text{св}}} = \frac{6 \times 11 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{5 \times (18656 - 18172) \text{ МэВ}} \approx 3.9 \text{ Фм}.$$

На основе эмпирической зависимости  $R = 1.23 A^{1/3} \text{ Фм}$  получаем  $R(^{23}\text{Mg}) = R(^{23}\text{Na}) \cdot 1.23 \times 23^{1/3} = 3.5 \text{ Фм}$ .

14. Ядро  $^{27}\text{Si}$  в результате  $\beta^+$ -распада  $^{27}\text{Si} \rightarrow ^{27}\text{Al} + e^+ + \nu_e$  переходит в "зеркальное" ядро  $^{27}\text{Al}$ . Максимальная энергия позитронов  $3.48 \text{ МэВ}$ .

Оценить радиус этих ядер.

Разность энергий связи двух зеркальных ядер

$$\Delta E_{\text{св}} = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{R},$$

где  $R$  - радиус ядра,  $e$  - заряд электрона и  $Z$  - атомный номер, в данном случае ядра  $^{27}\text{Al}$ , откуда

$$R = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{\Delta E_{\text{св}}}.$$

Максимальная энергия спектра позитронов при  $\beta^+$ -распаде  $E_{\beta^+}^{\text{max}} \cong Q_{\beta^+} = E_{\text{св}}(A, Z-1) - E_{\text{св}}(A, Z) - (m_n - m_p) - m_e = E_{\text{св}}(A, Z-1) - E_{\text{св}}(A, Z) - 1.80 \text{ МэВ} = \Delta E_{\text{св}} - 1.80 \text{ МэВ}$ .

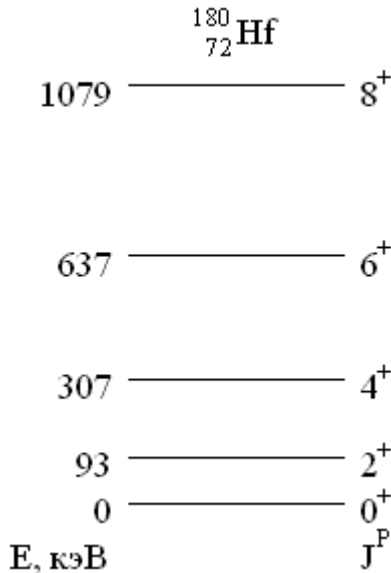
Тогда для радиуса ядра можно записать следующее соотношение

$$R = \frac{6Ze^2}{5(E_{\beta^+}^{\text{max}} + 1.80 \text{ МэВ})} = \frac{6 \times 13 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{5 \times (3.48 + 1.80) \text{ МэВ}} \approx 4.3 \text{ Фм}.$$

## Модели ядер

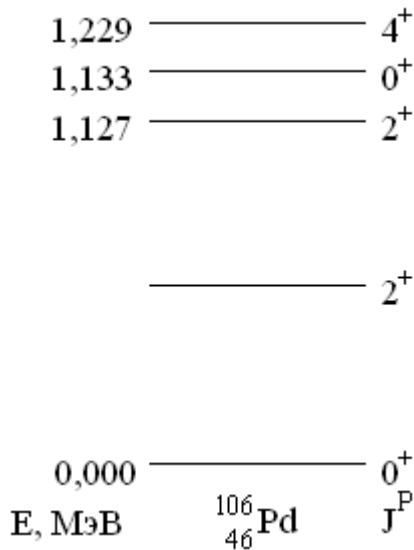
### Задачи 1 - 9

- А. Нейтрон и протон находятся в состояниях с  $|l,s,j\rangle_n = |1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ ,  $|l,s,j\rangle_p = |1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ . Какие значения может иметь полный момент системы  $j$ ?
- Б. Два нейтрона находятся в состояниях  $|l,s,j\rangle_1 = |1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\rangle$  и  $|l,s,j\rangle_2 = |1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ . Какие значения может иметь полный момент системы  $j$ ?
- Сравнив экспериментально измеренное значение магнитного момента дейтрона  $\mu = 0.86 \mu_N$  с магнитным моментом системы нейтрон-протон в состоянии с  $j = 1$  и относительным орбитальным моментом  $L = 0$  ( $S_1$ -состояние), оценить вклад компоненты с  $j = 1$  и  $L = 2$  ( $D_1$ -состояние) в волновую функцию дейтрона.
- Известно, что внутренний электрический квадрупольный момент  $Q_0$  ядра  $^{175}\text{Lu}$  равен  $+5.9 \text{ Фм}^2$ . Какую форму имеет это ядро? Чему равен параметр деформации этого ядра?
- Внешний наблюдаемый квадрупольный момент ядра  $^{85}\text{Rb}$   $Q = 0.7 \text{ б}$ . Определить собственный квадрупольный момент ядра  $Q_0$ , если спин ядра  $^{85}\text{Rb}$  равен  $J = \frac{5}{2}$ .
- Определить значения изоспинов  $I$  основных состояний ядер изотопов углерода  $^{10}\text{C}$ ,  $^{11}\text{C}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{C}$ .
- Рассчитать расстояние между уровнями  $1s$ ,  $2s$  и  $3$  ядра  $^{90}\text{Zr}$  для прямоугольной потенциальной ямы бесконечной глубины и ямы гармонического осциллятора.
- На основании одночастичной модели оболочек определить значения спинов и четностей  $J^P$  основных состояний изотопов кислорода -  $^{15}\text{O}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$ ,  $^{18}\text{O}$ .
- Показать, что спектр возбужденных состояний деформированного ядра  $^{180}\text{Hf}$  представляет собой "вращательную полосу".



- На схеме показан спектр возбужденных состояний ядра  $^{106}\text{Pd}$ . Оценить энергию первого возбужденного состояния  $2^+$ .





## Решение

1. **А.** Нейтрон и протон находятся в состояниях с  $|l,s,j\rangle_n = |1,1/2,3/2\rangle$ ,  $|l,s,j\rangle_p = |1,1/2,3/2\rangle$ . Какие значения может иметь полный момент системы  $j$ ?

**Б.** Два нейтрона находятся в состояниях  $|l,s,j\rangle_1 = |1,1/2,3/2\rangle$  и  $|l,s,j\rangle_2 = |1,1/2,3/2\rangle$ . Какие значения может иметь полный момент системы  $j$ ?

В случае **А** нейтрон и протон не являются тождественными частицами, поэтому полный момент системы  $|j_1 - j_2| \leq j \leq j_1 + j_2$ , то есть  $j = 0, 1, 2, 3$ .

В случае **Б** значения  $j = 1, 3$  запрещены принципом Паули, т.к. в этом случае тождественные частицы будут иметь одинаковый набор квантовых чисел  $l, s, j, j_z$ , что недопустимо. Поэтому  $j = 0, 2$ .

Поясним сказанное. В таблице представлены возможные значения суммарной проекции полного момента  $j$  двух фермионов с  $j_1 = j_2 = 3/2$  на ось  $Z$ , то есть значения  $j_z = (j_1)_z + (j_2)_z$ .

$(j_2)_z \backslash (j_1)_z$	$-3/2$	$-1/2$	$1/2$	$3/2$
$-3/2$	-3	-2	-1	0
$-1/2$	-2	-1	0	1
$1/2$	-1	0	1	2
$3/2$	0	1	2	3

Если фермионы тождественны, то они не могут иметь одинаковые наборы  $n, l, j, j_z$ . Поэтому необходимо исключить все наборы  $j_z = (j_1)_z + (j_2)_z$ , находящиеся на диагонали таблицы. Кроме того, два состояния, различающиеся обменом  $(j_1)_z$  и  $(j_2)_z$ , являются одним и тем же состоянием. Поэтому можно исключить  $j_z$ , находящиеся ниже диагонали. Итак, приходим к следующей таблице

$(j_2)_z \backslash (j_1)_z$	$-3/2$	$-1/2$	$1/2$	$3/2$
$-3/2$		-2	-1	0

$-1/2$			0	1
$1/2$				2
$3/2$				

Набор  $j_z = -2, -1, 0, 1, 2$  соответствует  $j = 2$ . Оставшееся значение  $j_z = 0$  соответствует  $j = 0$ . Таким образом, для тождественных фермионов остаются  $j = 0$  и  $2$ .

2. Сравним экспериментально измеренное значение магнитного момента дейтрона  $\mu = 0.86 \mu_N$  с магнитным моментом системы нейтрон-протон в состоянии с  $j = 1$  и относительным орбитальным моментом  $L = 0$  ( $S_1$ -состояние), оценить вклад компоненты с  $j = 1$  и  $L = 2$  ( $D_1$ -состояние) в волновую функцию дейтрона.

Магнитные моменты ядер измеряются в ядерных магнетонах. Ядерный магнетон

$$\mu_N = e\hbar/2m_p c,$$

где  $m_p$  - масса протона.

Магнитный дипольный момент системы нуклонов  $\mu = \mu_N \left( \sum g_l \vec{l} + \sum g_s \vec{s} \right)$ , где  $\vec{l}$  - орбитальный момент нуклона,  $\vec{s}$  - его спин, а сумма берется по всем нуклонам системы. Безразмерные константы  $g_l$  и  $g_s$  называются соответственно орбитальными и спиновыми гиромагнитными отношениями.

	Протон	Нейтрон
$g_l$	+1	0
$g_s$	+5.586	-3.826

Состояние дейтрона с  $j = 1$  может быть представлено суперпозицией  $S_1$  и  $D_1$  состояний с относительными орбитальными моментами  $L = 0$  и  $L = 2$ . В случае  $L = 0$  спины протона и нейтрона параллельны, а в случае  $L = 2$  их векторы направлены противоположно вектору орбитального момента. В этом последнем случае орбитальный момент каждого нуклона  $l = L/2 = 1$  (см. рисунок).

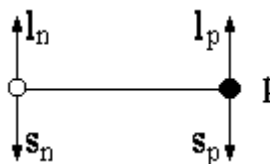
Случай  $L = 0$  ( $l_n = l_p = 0$ ):

$$\mu = \mu_N(1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 5.586 \cdot 1/2 - 3.862 \cdot 1/2) = 0,88 \mu_N \cdot \mathbf{n}$$



Случай  $L = 2$  ( $l_n = l_p = 1$ ):

$$\mu = \mu_N(1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 - 5.586 \cdot 1/2 + 3.862 \cdot 1/2) = 0,12 \mu_N \cdot \mathbf{n}$$



Обозначим вклад состояния с  $L = 2$  как  $X$ . Тогда  $X \cdot 0,12 \mu_N + (1 - X) \cdot 0,88 \mu_N = 0,86 \mu_N$ . Получаем  $X = 0.026$ . То есть вклад состояния с  $L = 2$  в волновую функцию дейтрона составляет 2,6%.

3. Известно, что внутренний электрический квадрупольный момент  $Q_0$  ядра  $^{175}\text{Lu}$  равен  $+5.9 \text{ Фм}^2$ . Какую форму имеет это ядро? Чему равен параметр деформации этого ядра?

Для равномерно заряженного аксиально симметричного эллипсоида, имеющего заряд  $Ze$   $Q_0 = 2Z(b^2 - a^2)/5$ , где  $b$  - полуось эллипсоида, направленная по оси симметрии  $Z$ , а  $a$  - по осям  $X$  и  $Y$ . Параметр деформации ядра

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{b^2 - a^2}{\bar{R}^2},$$

где  $\bar{R} = (b + a)/2$  - средний радиус ядра. Тогда

$$\beta = \frac{5}{4} \frac{Q_0}{Z(r_0 A^{1/3})^2} = \frac{5 \times 5.9}{4 \times 71 \times (1.2 \times 175^{1/3})^2} = 0.002$$

Здесь учтено, что при малых деформациях  $\bar{R} \approx R = r_0 A^{1/3}$ . Так как  $Q_0 > 0$ , то  $b > a$ , и ядро представляет из себя эллипсоид вытянутый вдоль оси симметрии  $Z$ .

4. Внешний наблюдаемый квадрупольный момент ядра  $^{85}\text{Rb}$   $Q = 0.7 \text{ б}$ . Определить собственный квадрупольный момент ядра  $Q_0$ , если спин ядра  $^{85}\text{Rb}$  равен  $J = 5/2$ .

Внешний наблюдаемый электрический квадрупольный момент ядра в лабораторной системе координат  $Q$  связан с собственным квадрупольным моментом ядра  $Q_0$  соотношением

$$Q = \frac{J(2J - 1)}{(J + 1)(2J + 3)} Q_0,$$

где  $J$  - спин ядра. Отсюда

$$Q_0 = \frac{7/2 \times 8}{5/2 \times 4} Q = 1.96 \text{ б}.$$

5. Определить значения изоспинов  $I$  основных состояний ядер изотопов углерода  $^{10}\text{C}$ ,  $^{11}\text{C}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{C}$ .

В основном состоянии ядра значение изоспина  $I$  совпадает с модулем проекции изоспина  $I = |I_z|$ . Проекция изоспина  $I_z$  ядра, состоящего из  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов, равна

$$I_z = \sum_{j=1}^A (I_z)_j = \frac{Z - N}{2}.$$

То есть для основных состояний ядер  $I = |Z - N|/2$ .

Для указанных ядер значение изоспина будет:

$$\text{для } ^{10}\text{C} - I = (6 - 4)/2 = 1,$$

$$\text{для } {}^{11}\text{C} - I = (6 - 5)/2 = 1/2,$$

$$\text{для } {}^{12}\text{C} - I = (6 - 6)/2 = 0,$$

$$\text{для } {}^{13}\text{C} - I = (7 - 6)/2 = 1/2,$$

$$\text{для } {}^{14}\text{C} - I = (8 - 6)/2 = 1.$$

6. Рассчитать расстояние между уровнями 1s, 2s и 3s ядра  ${}^{90}\text{Zr}$  для прямоугольной потенциальной ямы бесконечной глубины и ямы гармонического осциллятора.

В прямоугольной яме энергии уровней с  $l = 0$  определяются соотношением:

$$E_n = \frac{(n\hbar\pi)^2}{2mR^2},$$

где  $n$  - главное квантовое число,  $m$  - масса нуклона и  $R$  - радиус ядра (ширина ямы). Величина расстояний между уровнями 1s, 2s и 3s будет

$$\Delta E_{1s \rightarrow 2s} = 3 \frac{(\pi\hbar)^2}{2mR^2} = 3 \frac{(\pi\hbar c)^2}{2mc^2 (r_0 A^{1/3})^2} \approx \frac{3 \times (3.14 \times 200)^2 \text{ МэВ}^2 \cdot \Phi_m^2}{2 \times 931.5 \text{ МэВ} \times (1.2 \times 90^{1/3})^2 \Phi_m^2} =$$

$$= 3 \times 7.3 \text{ МэВ} = 22 \text{ МэВ}$$

$$\Delta E_{2s \rightarrow 3s} = 5 \frac{(\pi\hbar)^2}{2mR^2} = 5 \frac{(\pi\hbar c)^2}{2mc^2 (r_0 A^{1/3})^2} \approx$$

$$5 \times 7.3 \text{ МэВ} = 36.5 \text{ МэВ}$$

В яме гармонического осциллятора выражение для энергии уровней с  $l = 0$  определяется соотношением

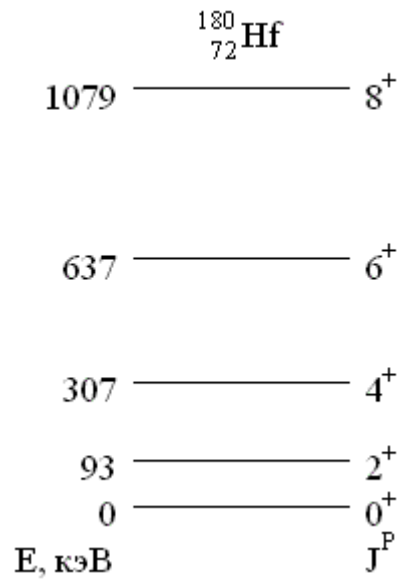
$$E_n = \hbar \omega (2n + 3/2), \text{ где } \hbar \omega = 41 A^{1/3} = 41 \times 90^{1/3} = 9.1 \text{ МэВ для } {}^{90}\text{Zr}.$$

$$\text{Расстояние будет } \Delta E_{1s \rightarrow 2s} = \Delta E_{2s \rightarrow 3s} = 2\hbar \omega = 18.2 \text{ МэВ}.$$

7. На основании одночастичной модели оболочек определить значения спинов и четностей  $J^P$  основных состояний изотопов кислорода -  ${}^{15}\text{O}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{17}\text{O}$ ,  ${}^{18}\text{O}$ .

Изотопы  ${}^{16}\text{O}$  и  ${}^{18}\text{O}$  четно-четные, то есть имеют в основном состоянии спин и четность  $J^P = 0^+$ . Спин и четность ядра  ${}^{15}\text{O}$  определяются "нейтронной дыркой" (по отношению к четно-четному ядру  ${}^{16}\text{O}$ ) в состоянии  $1p_{1/2}$ . Спин ядра  $J$  равен полному моменту "нейтронной дырки" в этом состоянии  $J = 1/2$ , а четность определяется орбитальным моментом  $l$  нуклона в данном состоянии  $P = (-1)^l = (-1)^1 = -1$ , то есть  $J^P = 1/2^-$ . Спин и четность ядра  ${}^{17}\text{O}$  определяется одним нейтроном в состоянии  $1d_{5/2}$  сверх четно-четного остова ядра  ${}^{16}\text{O}$ . Для ядра  ${}^{17}\text{O}$   $J^P = 5/2^+$ .

8. Показать, что спектр возбужденных состояний деформированного ядра  $^{180}_{72}\text{Hf}$  представляет собой "вращательную полосу".



Для четно-четных деформированных ядер энергия вращательных состояний

$$E = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I},$$

где  $J$  - спин состояния, который принимает лишь четные значения  $J = 0, 2, 4, \dots$ ,  $I$  - момент инерции ядра. Отношение энергий уровней должно быть следующим:

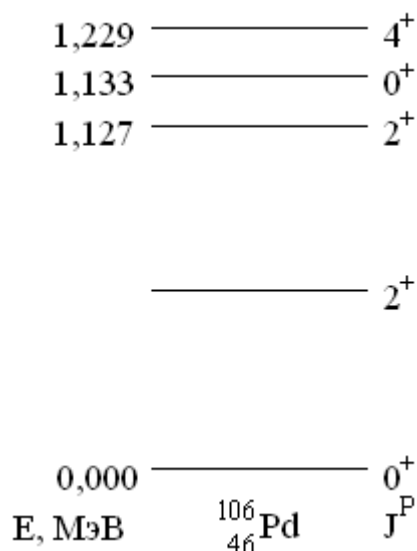
$$E_2 : E_4 : E_6 : E_8 = J_2(J_2 + 1) : J_4(J_4 + 1) : J_6(J_6 + 1) : J_8(J_8 + 1) = 2(2 + 1) : 4(4 + 1) : 6(6 + 1) : 8(8 + 1) = 3 : 10 : 21 : 36.$$

Подставим приведенные на рисунке значения энергий и получим:

$$E_2 : E_4 : E_6 : E_8 = 93 : 307 : 637 : 1079 = \frac{93}{31} : \frac{307}{31} : \frac{637}{31} : \frac{1079}{31} = 3 : 9.90 : 20.55 : 34.81.$$

Полученные отношения, а также отсутствие в спектре уровней с  $J = 1, 3, 5, \dots$  указывают, что это "вращательная полоса" ядра.

9. На схеме показан спектр возбужденных состояний ядра  $^{106}\text{Pd}$ . Оценить энергию первого возбужденного состояния  $2^+$ .



Это типичный спектр квадрупольных колебаний сферически симметричного ядра, имеющего в основном состоянии  $J^P = 0^+$ . Квадрупольные колебания атомных ядер характеризуются фононом  $J^P = 2^+$ . Положение энергетических уровней определяется числом фононов  $N$ :  $E_N = (N + 5/2) \hbar \omega$ , где  $\hbar \omega$  - энергия квадрупольного фонона. На рисунке есть только два уровня с  $J^P = 2^+$ , нижний (искомый) уровень имеет  $N = 1$ , а второй  $N = 2$ .

Тогда  $E_0 = 5/2 \hbar \omega$ ,  $E_1 = 7/2 \hbar \omega$ ,  $E_2 = 9/2 \hbar \omega$ .

Энергия второго  $2^+$  - состояния

$$E_2 - E_0 = (9/2 - 5/2) \hbar \omega = 2 \hbar \omega = 1.127 \text{ МэВ.}$$

Энергия первого (искомого)  $2^+$ -состояния

$$E_1 - E_0 = (7/2 - 5/2) \hbar \omega = \hbar \omega = 0.564 \text{ МэВ.}$$

Для спектра квадрупольных колебаний четно-четных ядер имеющих в основном состоянии характерными особенностями являются следующие:

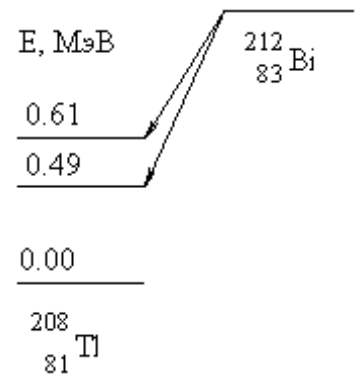
1. Первое возбужденное состояние имеет  $J^P = 2^+$ .
2. При энергиях возбуждения, вдвое превышающих энергию первого возбужденного состояния должны находиться три состояния с примерно одинаковой энергией и имеющих квантовые характеристики  $J^P = 0^+, 2^+, 4^+$ , что соответствует сумме двух квадрупольных фононов  $2^+$ .

# Радиоактивный распад

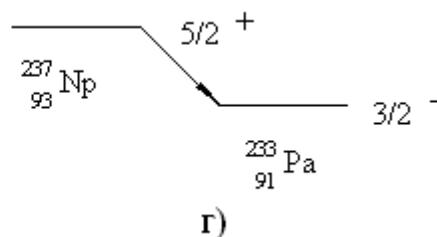
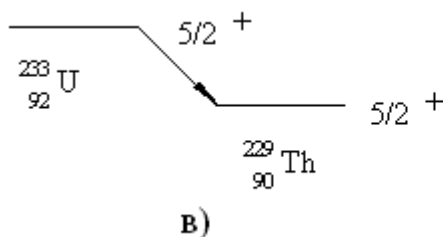
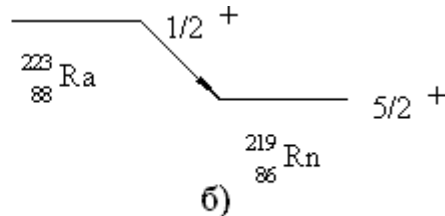
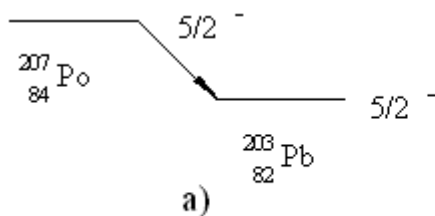
## Задачи 1 - 20

1. Активность препарата  $^{32}\text{P}$  равна 2 мкКи. Сколько весит такой препарат?
2. Во сколько раз число распадов ядер радиоактивного иода  $^{131}\text{I}$  в течение первых суток больше числа распадов в течение вторых суток? Период полураспада изотопа  $^{131}\text{I}$  равен 193 часам.
3. Определить энергию  $W$ , выделяемую 1 мг препарата  $^{210}\text{Po}$  за время, равное среднему времени жизни, если при одном акте распада выделяется энергия  $E = 5.4$  МэВ.
4. Определить верхнюю границу возраста Земли, считая, что весь имеющийся на Земле  $^{40}\text{Ar}$  образовался из  $^{40}\text{K}$  в результате е-захвата. В настоящее время на каждые 300 атомов  $^{40}\text{Ar}$  приходится один атом  $^{40}\text{K}$ .
5. В результате  $\alpha$ -распада радий  $^{226}\text{Ra}$  превращается в радон  $^{222}\text{Rn}$ . Какой объем радона при нормальных условиях будет находиться в равновесии с 1 г радия? Период полураспада  $^{226}\text{Ra}$   $T_{1/2}(\text{Ra}) = 1600$  лет,  $^{222}\text{Rn}$  -  $T_{1/2}(\text{Rn}) = 3.82$  дня.
6. Определить сечение  $\sigma$  реакции  $^{31}\text{P}(n,p)^{31}\text{Si}$ , если известно, что после облучения мишени  $^{31}\text{P}$  толщиной  $d = 1$  г/см<sup>2</sup> в потоке нейтронов  $J = 2 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>·см<sup>-2</sup> в течение времени  $t_{\text{обл}} = 4$  ч ее  $\beta$ -активность  $I$ , измеренная через время  $t_{\text{охл}} = 1$  час после окончания облучения, оказалась  $I(t_{\text{охл}}) = 3.9 \cdot 10^6$  распадов/с. Период полураспада  $T_{1/2}(^{31}\text{Si}) = 157.3$  мин.

7. Определить кинетические энергии  $\alpha$ -частиц  $T_\alpha$ , образующихся при  $\alpha$ -распаде  $^{212}\text{Bi}$  на возбужденные состояния ядра  $^{208}\text{Tl}$  с энергиями 0.49 и 0.61 МэВ. Энергия связи  $E_{\text{св}}(A,Z)$  ядра  $^{212}\text{Bi}$  - 1654.32 МэВ, ядра  $^{208}\text{Tl}$  - 1632.23 МэВ и  $\alpha$ -частицы - 28.30 МэВ.



8. Определить орбитальный момент  $l$ , уносимый  $\alpha$ -частицей в следующих распадах:



9. Используя значения масс атомов, определить верхнюю границу спектра позитронов, испускаемых при

$\beta^+$ -распаде ядра  $^{27}\text{Si}$ .

10. Определить энергию отдачи ядра  $^7\text{Li}$ , образующегося при  $e^-$ -захвате в ядре  $^7\text{Be}$ . Даны энергии связи ядер -  $E_{\text{св}}(^7\text{Be}) = 37.6 \text{ МэВ}$ ,  $E_{\text{св}}(^7\text{Li}) = 39.3 \text{ МэВ}$ .

11. Определить кинетическую энергию конечного ядра при  $\beta^-$ -распаде ядра  $^{64}\text{Cu}$  ( $^{64}\text{Cu} \rightarrow ^{64}\text{Zn} + e + \bar{\nu}_e$ ) когда

1) энергия антинейтрино  $T_{\bar{\nu}} = 0$ , 2) энергия электрона  $T_e = 0$ . Энергии связи ядер  $^{64}\text{Cu}$  - 559.32 МэВ и  $^{64}\text{Zn}$  - 559.12 МэВ.

12. Даны избытки масс атомов -

$\Delta(^{114}\text{Cd}) = -90.021 \text{ МэВ}$ ,  $\Delta(^{114}\text{In}) = -88.379 \text{ МэВ}$  и  $\Delta(^{114}\text{Sn}) = -90.558 \text{ МэВ}$ .

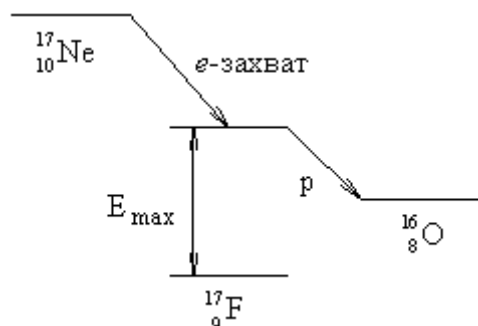
Определить возможные виды  $\beta$ -распада ядра  $^{114}\text{In}$ .

13. Показать, что в случае  $\beta$ -распада  $^{42}\text{Sc}$  имеет место разрешенный переход типа Ферми, а  $^{32}\text{P}$  - типа Гамова-Теллера.

14. Определить порядок запрета следующих  $\beta$ -переходов:

1.  $^{89}\text{Sr}(5/2^+) \rightarrow ^{89}\text{Y}(1/2^-)$ ;
2.  $^{36}\text{Cl}(2^+) \rightarrow ^{36}\text{Ar}(0^+)$ ;
3.  $^{137}\text{Cs}(7/2^+) \rightarrow ^{137}\text{Ba}(3/2^+)$ .

15. Для ядра  $^{17}\text{Ne}$  определить максимальную энергию запаздывающих протонов, вылетающих из ядра  $^{17}\text{F}$ , образующегося в результате  $e^-$ -захвата на ядре  $^{17}\text{Ne}$ . Энергии связи  $E_{\text{св}}(^{17}\text{Ne}) = 112.91 \text{ МэВ}$ ,  $E_{\text{св}}(^{17}\text{F}) = 128.23 \text{ МэВ}$  и  $E_{\text{св}}(^{16}\text{O}) = 126.63 \text{ МэВ}$ .



16. Определить типы и мультипольности  $\gamma$ -переходов:

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $1^- \rightarrow 0^+$ , | 4) $2^+ \rightarrow 3^-$ , |
| 2) $1^+ \rightarrow 0^+$ , | 5) $2^+ \rightarrow 3^+$ , |
| 3) $2^- \rightarrow 0^+$ , | 6) $2^+ \rightarrow 2^+$ . |

17. По схеме низших возбужденных состояний ядра  $^{208}\text{Pb}$  определить наиболее вероятный путь распада возбужденного состояния  $4^-$  с энергией 3.475 МэВ. Указать мультипольности переходов.



$$\begin{array}{l}
 3.475 \text{ ————— } 4^- \\
 3.197 \text{ ————— } 5^- \\
 2.610 \text{ ————— } 3^-
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0.000 \text{ ————— } 0^+ \\
 \text{E, МэВ} \quad {}^{208}\text{Pb} \quad \text{J}^{\text{P}}
 \end{array}$$

18. Согласно классической электродинамике, электрический диполь размера  $l$  в единицу времени излучает энергию, определяемую соотношением

$$I = \frac{dE}{dt} = \frac{\omega^4 (Ze l)^2}{3c^3},$$

где  $\omega$  - циклическая частота колебаний диполя,  $Ze$  и  $l$  - заряд и размер диполя. Используя это соотношение, оценить среднее время для электрических дипольных переходов  $\gamma$ -квантов с энергией 1 МэВ в ядре  $A \approx 70$ .

19. Оценить доплеровское уширение спектральной линии с энергией  $E_\gamma = 1$  МэВ при комнатной температуре ( $T = 300$  К).

20. Используя формулу Вайцзеккера, получить соотношение для вычисления энергии спонтанного деления на два одинаковых осколка и рассчитать энергию симметричного деления ядра  ${}^{238}\text{U}$ .

## Решение:

1. Активность препарата  ${}^{32}\text{P}$  равна 2 мКи. Сколько весит такой препарат?

Закон радиоактивного распада:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N_0$  - количество радиоактивных ядер в произвольно выбранный начальный момент времени  $t = 0$ ,  $N(t)$  - количество радиоактивных ядер, не распавшихся к моменту времени  $t$ ,  $\lambda$  - постоянная распада (вероятность распада в единицу времени).  $\lambda N$  - активность (интенсивность излучения) радиоактивного препарата, измеряется в Ки,  $1 \text{ Ки} = 3.7 \cdot 10^{10}$  распадов/с.  $T_{1/2}$  - период полураспада данного ядра (время, в течение которого количество радиоактивных ядер уменьшается в два раза) равен для  ${}^{32}\text{P}$  14.5 суток. Период полураспада  $T_{1/2}$  связан с постоянной распада  $\lambda$  соотношением  $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$ .

Количество ядер в образце массой  $m$  грамм

$$N = \frac{m N_A}{A},$$

где  $N_A$  - число Авогадро,  $A$  - массовое число. Активность препарата

$$I_0 = N_0 \lambda = \frac{m N_A \ln 2}{T_{1/2} A}$$

тогда его масса будет

$$m = \frac{I_0 T_{1/2} A}{N_A \ln 2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ Ки} \times 3,7 \cdot 10^{10} \text{ распадов/с} \cdot \text{Ки} \times 14,5 \text{ суток} \times 86400 \text{ с/сутки} \times 32}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \times 0,693} = 7,1 \cdot 10^{-12} \text{ г.}$$

2. Во сколько раз число распадов ядер радиоактивного иода  $^{131}\text{I}$  в течение первых суток больше числа распадов в течение вторых суток? Период полураспада изотопа  $^{131}\text{I}$  равен 193 часам.

Из закона радиоактивного распада  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$  следует, что в течение первых суток (первых 24 часов) распалось  $N_1 = N_0 (1 - e^{-24\lambda})$  ядер.

В течение вторых суток распалось  $N_2 = N_0 (1 - e^{-24\lambda}) e^{-24\lambda}$  ядер.

Отношение числа распадов за первые сутки к числу распадов за вторые сутки  $N_1 / N_2 = e^{24\lambda} = e^{24 \ln 2 / T_{1/2}}$ , где  $T_{1/2}$  - период полураспада  $^{131}\text{I}$  в часах, связанный с  $\lambda$  соотношением  $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda$ .

Окончательно  $N_1 / N_2 = e^{24 \times 0,693 / T_{1/2}} = e^{24 \times 0,693 / 193} = 1,09$ .

3. Определить энергию  $W$ , выделяемую 1 мг препарата  $^{210}\text{Po}$  за время, равное среднему времени жизни, если при одном акте распада выделяется энергия  $E = 5,4 \text{ МэВ}$ .

Количество ядер радиоактивного препарата за среднее время жизни уменьшается в  $e = 2,718$  раз. Тогда количество распавшихся за это время ядер будет  $D = 1 - 1/2,718 = 0,632$  от их первоначального числа. Начальное число ядер  $N$  в образце массой  $m$  грамм определяется из соотношения  $N = m N_A / A$ , где  $N_A$  - число Авогадро,  $A$  - массовое число. Количество энергии, выделившейся за время, равное среднему времени жизни изотопа  $^{210}\text{Po}$

$$W = \frac{D m N_A E}{A} = \frac{0,632 \times 10^{-3} \text{ г} \times 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \times 5,4 \text{ МэВ} \times 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}}{210 \text{ г/моль}} = 1,6 \cdot 10^{13} \text{ эрг}$$

4. Определить верхнюю границу возраста Земли, считая, что весь имеющийся на Земле  $^{40}\text{Ar}$  образовался из  $^{40}\text{K}$  в результате  $e$ -захвата. В настоящее время на каждые 300 атомов  $^{40}\text{Ar}$  приходится один атом  $^{40}\text{K}$ .

Число нераспавшихся к настоящему времени ядер  $^{40}\text{K}$

$$N_K = N_{Ar}/300 = N_0 e^{-t \ln 2 / T_{1/2}},$$

где  $N_0$  - начальное число ядер  $^{40}\text{K}$  в момент образования Земли,  $t$  - возраст Земли.  $T_{1/2}$  - период полураспада  $^{40}\text{K}$ , составляющий  $1.277 \cdot 10^9$  лет. При радиоактивном распаде  $^{40}\text{K}$  путем  $e^-$  захвата распадается только 10.67% ядер, поэтому число ядер аргона к настоящему времени будет

$$N_{Ar} = 0.1067 N_0 (1 - e^{-t \ln 2 / T_{1/2}}).$$

Получаем уравнение:

$$300 N_0 e^{-t \ln 2 / T_{1/2}} = 0.1067 N_0 (1 - e^{-t \ln 2 / T_{1/2}}),$$

откуда

$$t = -\ln\left(\frac{0.1067}{300 + 0.1067}\right) \frac{1.277 \cdot 10^9 \text{ лет}}{\ln 2} \approx 1.5 \cdot 10^{10} \text{ лет.}$$

5. В результате  $\alpha$ -распада радий  $^{226}\text{Ra}$  превращается в радон  $^{222}\text{Rn}$ . Какой объем радона при нормальных условиях будет находиться в равновесии с 1 г радия? Период полураспада  $^{226}\text{Ra}$   $T_{1/2}(\text{Ra}) = 1600$  лет,  $^{222}\text{Rn}$  -  $T_{1/2}(\text{Rn}) = 3.82$  дня.

При установлении векового равновесия количество радиоактивных ядер обоих изотопов и их постоянные распада связаны уравнением

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2,$$

откуда

$$N_{Rn} = N_{Ra} \lambda_{Ra} / \lambda_{Rn} = N_{Ra} T_{1/2}(\text{Rn}) / T_{1/2}(\text{Ra}).$$

Количество ядер  $^{226}\text{Ra}$

$$N_{Ra} = m N_A / A,$$

где  $m$  и  $A$  - масса и массовое число  $^{226}\text{Ra}$ ,  $N_A$  - число Авогадро. Искомый объем

$$V = V_M N_{Rn} / N_A,$$

где  $V_M$  - молярный объем газа (22.4 л/моль). Получаем

$$V = \frac{V_M m T_{1/2}(\text{Rn})}{A T_{1/2}(\text{Ra})} = \frac{22.4 \text{ л/моль} \times 1 \text{ г} \times 3.82 \text{ дня}}{226 \text{ г/моль} \times 1600 \text{ лет} \times 365 \text{ дней/год}} = 6.5 \cdot 10^{-7} \text{ л.}$$

6. Определить сечение  $\sigma$  реакции  $^{31}\text{P}(n,p)^{31}\text{Si}$ , если известно, что после облучения мишени  $^{31}\text{P}$  толщиной  $d = 1 \text{ г/см}^2$  в потоке нейтронов  $J = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$  в течение времени  $t_{\text{обл}} = 4 \text{ ч}$  ее  $\beta^-$ -активность  $I$ , измеренная через время  $t_{\text{охл}} = 1 \text{ час}$  после окончания облучения, оказалась  $I(t_{\text{охл}}) = 3.9 \cdot 10^6$  распадов/с. Период полураспада  $T_{1/2}(^{31}\text{Si}) = 157.3$  мин.

Число ядер  $^{31}\text{Si}$ , образующихся в 1 с в данной реакции

$$N(t) = \sigma J n = \sigma J \frac{d N_A}{A},$$

где  $n$  - число ядер на единицу площади мишени,  $N_A$  - число Авогадро,  $A$  - массовое число  $^{31}\text{Si}$ . Число распадающихся в 1 с ядер  $\lambda N(t)$ , где  $\lambda = \ln 2/T_{1/2} = 60 \times 0.693/157.3 = 0.264 \text{ ч}^{-1}$  - постоянная распада  $^{31}\text{Si}$ . Тогда

$$\frac{dN(t)}{dt} = \sigma J \frac{d N_A}{A} - \lambda N(t),$$

при этом  $N(0) = 0$ . Получаем, что к моменту времени  $t_{\text{обл}}$  образовалось ядер  $^{31}\text{Si}$

$$N(t_{\text{обл}}) = \frac{\sigma J d N_A}{\lambda A} (1 - e^{-\lambda t_{\text{обл}}})$$

Через промежуток времени  $t_{\text{охл}}$  после окончания облучения число ядер  $^{31}\text{Si}$

$$N(t_{\text{охл}}) = N(t_{\text{обл}}) e^{-\lambda t_{\text{охл}}} = \frac{\sigma J d N_A}{\lambda A} (1 - e^{-\lambda t_{\text{обл}}}) e^{-\lambda t_{\text{охл}}}.$$

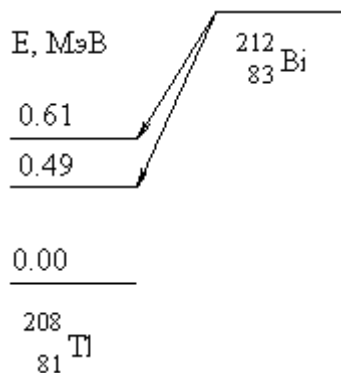
Активность препарата

$$I(t_{\text{охл}}) = \frac{\sigma J d N_A}{A} (1 - e^{-\lambda t_{\text{обл}}}) e^{-\lambda t_{\text{охл}}}.$$

Для сечения реакции получаем

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{I(t_{\text{охл}}) A}{J d N_A (1 - e^{-\lambda t_{\text{обл}}}) e^{-\lambda t_{\text{охл}}}} = \\ &= \frac{3.9 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \times 31 \text{ г} \cdot \text{моль}}{2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1} \times 1 \text{ г} \cdot \text{см}^{-2} \times 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} (1 - e^{-0.264 \text{ ч}^{-1} \times 4 \text{ ч}}) e^{-0.264 \text{ ч}^{-1} \times 1 \text{ ч}}} \cong \\ &\cong 2 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2 = 20 \text{ мб}. \end{aligned}$$

7. Определить кинетические энергии  $\alpha$ -частиц  $T_\alpha$ , образующихся при  $\alpha$ -распаде  $^{212}\text{Bi}$  на возбужденные состояния ядра  $^{208}\text{Tl}$  с энергиями 0,49 и 0,61 МэВ. Энергия связи  $E_{\text{св.}}(A,Z)$  ядра  $^{212}\text{Bi}$  - 1654.32 МэВ, ядра  $^{208}\text{Tl}$  - 1632.23 МэВ и  $\alpha$ -частицы - 28.30 МэВ.



Энергия  $\alpha$ -распада из основного состояния исходного ядра в основное состояние конечного ядра  $Q_0$  определяется из соотношения

$$Q_0 = [M(A,Z) - M(A-4,Z-2) - M(\alpha)]c^2 = E_{\text{св.}}(A-4,Z-2) + E_{\text{св.}}(\alpha) - E_{\text{св.}}(A,Z),$$

где  $M(A, Z)$  - масса исходного ядра,  $M(A-4, Z-2)$  - масса конечного ядра,  $M(\alpha)$  - масса  $\alpha$ -частицы и  $E_{св.}(A, Z)$ ,  $E_{св.}(A-4, Z-2)$ ,  $E_{св.}(\alpha)$  соответственно их энергии связи. В общем случае, когда распад происходит из возбужденного состояния начального ядра в возбужденное состояние конечного ядра, энергия  $\alpha$ -распада определяется соотношением

$$Q = Q_0 + E_i - E_f,$$

где  $E_i$  и  $E_f$  - энергии возбуждения начального и конечного ядер.

Кинетическая энергия  $\alpha$ -частиц с учетом энергии отдачи конечного ядра

$$T_\alpha = (Q_0 + E_i - E_f) \frac{M(A-4, Z-2)}{M(A-4, Z-2) + M(\alpha)} \approx (Q_0 + E_i - E_f) \frac{A-4}{A}.$$

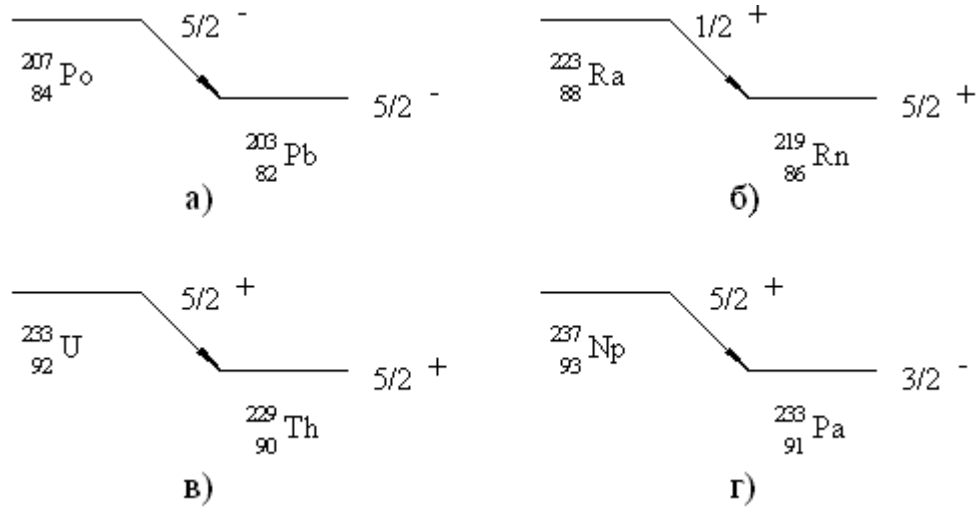
При распаде на первое возбужденное состояние (0.49 МэВ) ядра  $^{208}\text{Tl}$

$$T_\alpha = (1632.23 + 28.30 - 1654.32 - 0.49) \text{ МэВ} \times 208 \text{ а.е.м.} / 212 \text{ а.е.м.} = 5.61 \text{ МэВ.}$$

При распаде на второе возбужденное состояние (0.61 МэВ) энергия  $\alpha$ -частиц будет

$$T_\alpha = (1632.23 + 28.30 - 1654.32 - 0.61) \text{ МэВ} \times 208 \text{ а.е.м.} / 212 \text{ а.е.м.} = 5.49 \text{ МэВ.}$$

8. Определить орбитальный момент  $l$ , уносимый  $\alpha$ -частицей в следующих распадах:



Для распада  $A \rightarrow B + b$  запишем законы сохранения момента и четности

$$\vec{J}_A = \vec{J}_B + \vec{s}_b + \vec{l},$$

где  $\vec{J}_A, \vec{J}_B, \vec{s}_b$  - спины частиц A, B и b соответственно,  $\vec{l}$  - орбитальный момент частицы b.

$$P_A = P_B P_b (-1)^l$$

где  $P_A, P_B, P_b$  - внутренние четности частиц A, B и b соответственно. Спин  $\alpha$ -частицы 0, четность положительная. Законы сохранения момента и четности для  $\alpha$ -распада можно записать в виде

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{l} \text{ или } |J_i - J_f| \leq l \leq J_i + J_f,$$

где  $\vec{J}_i, \vec{J}_f$  - начального и конечного ядер.

$$P_i = P_f (-1)^l,$$

где  $P_i, P_f$  - четности начального и конечного ядер. Таким образом в случае

а)  $0 \leq l \leq 5$ , четность не меняется и поэтому  $l = 0, 2, 4$ ; в случае

б)  $2 \leq l \leq 3$ , четность не меняется и  $l = 2$ ; в случае

в)  $0 \leq l \leq 5$ , четность не меняется и  $l = 0, 2, 4$ ; и в случае

г)  $1 \leq l \leq 4$ , четность меняется и  $l = 1, 3$ .

**9.** Используя значения масс атомов, определить верхнюю границу спектра позитронов, испускаемых при

$\beta^+$ -распаде ядра  $^{27}\text{Si}$ .

Энергия  $\beta^+$ -распада

$$Q = M_{\text{ат.}}(A, Z) - M_{\text{ат.}}(A, Z - 1) - 2m_e,$$

где  $M_{\text{ат.}}(A, Z)$  - масса атома исходного ядра и  $M_{\text{ат.}}(A, Z - 1)$  - масса атома ядра-продукта (массы в энергетических единицах). Масса атома  $^{27}\text{Si}$  равна 25137.961 МэВ, а  $^{27}\text{Al}$  - 25133.150 МэВ. Верхняя граница спектра позитронов равна энергии распада

$$T^{\text{max}} = Q = 25137.961 \text{ МэВ} - 25133.150 \text{ МэВ} - 2 \times 0.511 \text{ МэВ} = 3.789 \text{ МэВ}.$$

**10.** Определить энергию отдачи ядра  $^7\text{Li}$ , образующегося при  $e^-$ -захвате в ядре  $^7\text{Be}$ .

Даны энергии связи ядер -  $E_{\text{св}}(^7\text{Be}) = 37.6 \text{ МэВ}$ ,  $E_{\text{св}}(^7\text{Li}) = 39.3 \text{ МэВ}$ .

Процесс  $^7\text{Be} + e^- \rightarrow ^7\text{Li} + \nu_e$ . Энергия  $e^-$ -захвата

$$Q_e = E_{\text{св}}(A, Z-1) - E_{\text{св}}(A, Z) - (m_n - m_p)c^2 + m_e c^2 = E_{\text{св}}(A, Z-1) - E_{\text{св}}(A, Z) - 0.78 \text{ МэВ},$$

где  $E_{\text{св}}(A, Z)$  и  $E_{\text{св}}(A, Z-1)$  - энергии связи исходного и конечного ядер;  $m_n$ ,  $m_p$  и  $m_e$  - массы нейтрона, протона и электрона.

$$Q_e = E_{\text{св}}(^7\text{Li}) - E_{\text{св}}(^7\text{Be}) - 0.78 \text{ МэВ} = (39.3 - 37.6 - 0.78) \text{ МэВ} \approx 0.9 \text{ МэВ}.$$

Из законов сохранения энергии и импульса следует

$$\begin{cases} T_{\text{Li}} + T_{\nu} = Q_e, \\ |p_{\text{Li}}| = |p_{\nu}|, \end{cases}$$

где  $T_{\text{Li}}$ ,  $T_{\nu}$  - кинетические энергии отдачи ядра и нейтрино. Нейтрино - релятивистская частица, а ядро - нерелятивистское:

$$p_{\text{Li}} = \frac{\sqrt{2m_{\text{Li}}c^2 T_{\text{Li}}}}{c^2}; \quad p_{\nu} = \frac{T_{\nu}}{c};$$

Окончательно имеем

$$T_{\text{Li}} = \frac{T_{\nu}^2}{2m_{\text{Li}}c^2} \approx \frac{Q_e^2}{2A_{\text{Li}} \times 931} = \frac{(0.9 \text{ МэВ})^2}{2 \times 7 \times 931 \text{ МэВ}} \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ МэВ} = 60 \text{ эВ}$$

**11.** Определить кинетическую энергию конечного ядра при  $\beta^-$ -распаде ядра  $^{64}\text{Cu}$  ( $^{64}\text{Cu} \rightarrow ^{64}\text{Zn} + e + \bar{\nu}_e$ ) когда

1) энергия антинейтрино  $T_{\bar{\nu}} = 0$ , 2) энергия электрона  $T_e = 0$ . Энергии связи ядер  $^{64}\text{Cu}$  - 559.32 МэВ и  $^{64}\text{Zn}$  - 559.12 МэВ.

Энергия  $\beta^-$ -распада

$$Q_{\beta^-} = E_{\text{св}}(A, Z+1) - E_{\text{св}}(A, Z) + (m_n - m_p)c^2 - m_e c^2 = E_{\text{св}}(A, Z+1) - E_{\text{св}}(A, Z) + 0.78 \text{ МэВ} = 0.58 \text{ МэВ},$$

где  $E_{\text{св}}(A, Z)$  и  $E_{\text{св}}(A, Z+1)$  - энергии связи исходного и конечного ядер;  $m_n$ ,  $m_p$  и  $m_e$  - массы нейтрона, протона и электрона. Энергия отдачи ядра при  $\beta^-$ -распаде будет:

1)  $T_{\bar{\nu}} = 0$ . Запишем законы сохранения энергии и импульса

$$\begin{cases} Q_{\beta^-} = T_{\text{Zn}} + T_{\bar{\nu}} + T_e = T_{\text{Zn}} + T_e, \\ |p_{\text{Zn}}| = |p_e|. \end{cases}$$

Для импульсов, учитывая, что  $p_{\text{Zn}}$  - нерелятивистский импульс,  $p_e$  - релятивистский

$$p_{\text{Zn}} = \frac{1}{c} \sqrt{2m_{\text{Zn}}c^2 T_{\text{Zn}}}, \quad p_e = \frac{1}{c} \sqrt{T_e^2 + 2T_e m_e c^2},$$

импульс, можно записать

где  $m_{\text{Zn}}$  - масса ядра  $^{64}\text{Zn}$ . Из законов сохранения имеем

$$2m_{\text{Zn}}c^2 T_{\text{Zn}} = T_e^2 + 2T_e m_e c^2 = T_e (T_e + 2m_e c^2) = (Q_{\beta^-} - T_{\text{Zn}})(Q_{\beta^-} - T_{\text{Zn}} + 2m_e c^2)$$

Далее, т.к.  $m_e \ll m_{\text{Zn}}$ , то  $T_{\text{Zn}} \ll Q_{\beta^-}$

$$T_{\text{Zn}} \approx \frac{Q_{\beta^-} - (Q_{\beta^-} + 2m_e c^2)}{2m_{\text{Zn}}c^2} \approx \frac{Q_{\beta^-} - (Q_{\beta^-} + 2m_e c^2)}{2A_{\text{Zn}} \times 931} = \frac{0.58 \times (0.58 + 2 \times 0.51) \text{ МэВ}^2}{2 \times 64 \times 931 \text{ МэВ}} \approx 7.8 \text{ эВ}$$

2)  $T_e = 0$ .

Аналогично как и в первом случае

$$\begin{cases} Q_{\beta^-} = T_{\text{Zn}} + T_{\bar{\nu}}, \\ |p_{\text{Zn}}| = |p_{\bar{\nu}}|. \end{cases}$$

Импульс антинейтрино ультрарелятивистский  $p_{\bar{\nu}} = \frac{T_{\bar{\nu}}}{c}$

Окончательно получим

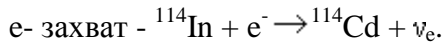
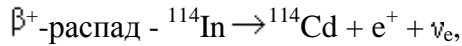
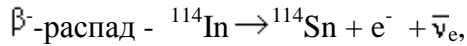
$$T_{\text{Zn}} \approx \frac{T_{\bar{\nu}}^2}{2m_{\text{Zn}}c^2} \approx \frac{Q_{\beta^-}^2}{2A_{\text{Zn}} \times 931} = \frac{0.58^2}{2 \times 64 \times 931} \approx 2.8 \text{ эВ}.$$

**12.** Даны избытки масс атомов -

$$\Delta(^{114}\text{Cd}) = -90.021 \text{ МэВ}, \quad \Delta(^{114}\text{In}) = -88.379 \text{ МэВ} \quad \text{и} \quad \Delta(^{114}\text{Sn}) = -90.558 \text{ МэВ}.$$

Определить возможные виды  $\beta$ -распада ядра  $^{114}\text{In}$ .

Для ядра  $^{114}\text{In}$   $\beta$  - распады выглядят так:



Если величина энергии распада положительна, то ядро неустойчиво к распаду этого типа.

Энергии распадов:

$$\beta^- \text{-распад} - Q_{\beta^-} = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z+1);$$

$$\beta^+ \text{-распад} - Q_{\beta^+} = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z-1) - 2m_e c^2;$$

$$e^- \text{- захват} - Q_e = \Delta(A, Z) - \Delta(A, Z-1);$$

где  $\Delta(A, Z)$  - избыток масс исходного ядра,  $\Delta(A, Z+1)$  и  $\Delta(A, Z-1)$  - избытки масс конечных ядер,  $m_e$  - масса электрона. Подставим значения:

$$\beta^- \text{-распад} - Q_{\beta^-} = 90.558 - 88.379 = 2.179 \text{ МэВ} > 0;$$

$$\beta^+ \text{-распад} - Q_{\beta^+} = 90.021 - 88.379 - 1.022 = 0.62 \text{ МэВ} > 0;$$

$$e^- \text{- захват} - Q_e = 90.021 - 88.379 = 1.642 \text{ МэВ} > 0;$$

Таким образом, ядро  $^{114}\text{In}$  испытывает все три вида  $\beta$ -распада.

**13.** Показать, что в случае  $\beta$ -распада  $^{42}\text{Sc}$  имеет место разрешенный переход типа Ферми, а  $^{32}\text{P}$  - типа Гамова-Теллера.

К разрешенным  $\beta$  -переходам относятся переходы, при которых суммарный орбитальный момент  $l$ , уносимый электроном и нейтрино, равен нулю. Разрешенные переходы делятся на переходы типа Ферми, при которых спины электрона и нейтрино антипараллельны, и типа Гамова-Теллера, при которых спины электрона и нейтрино параллельны. Для разрешенных  $\beta$ -переходов справедливы соотношения

$$\vec{J}_i + \vec{J}_j = 0, P_i = P_f \text{ для переходов Ферми,}$$

$\vec{J}_i + \vec{J}_j = 0, 1$  (кроме  $0 \rightarrow 0$  переходов),  $P_i = P_f$  для переходов Гамова-Теллера,  $i$  и  $f$  обозначают начальное и конечное ядро.

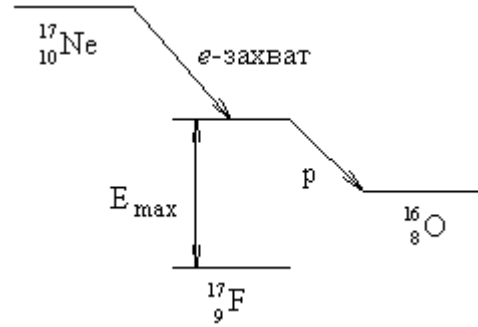
Рассмотрим переход  $^{42}\text{Sc} (0^+) \rightarrow ^{42}\text{Ca} (0^+)$ : для него  $P_i = P_f$  и  $\vec{J}_i + \vec{J}_j = 0$ , то есть выполнены все условия для перехода типа Ферми.

Рассмотрим переход  $^{32}\text{P} (1^+) \rightarrow ^{32}\text{S} (0^+)$ : для него  $P_i = P_f$  и  $\vec{J}_i + \vec{J}_j = 1$ , то есть все условия для перехода типа Гамова-Теллера выполнены.



14. Определить порядок запрета следующих  $\beta$ -переходов:

1.  $^{89}\text{Sr}(5/2^+) \rightarrow ^{89}\text{Y}(1/2^-)$ ;
2.  $^{36}\text{Cl}(2^+) \rightarrow ^{36}\text{Ar}(0^+)$ ;
3.  $^{137}\text{Cs}(7/2^+) \rightarrow ^{137}\text{Ba}(3/2^+)$ .



Запрещенные переходы подразделяются по порядку запрета, который определяется суммарным орбитальным моментом  $l$ , уносимым электроном и нейтрино. Если  $l = 1$ , то это запрещенный переход первого порядка,  $l = 2$  - второго порядка и т.д. Справедливы следующие соотношения:

$$|1| = \begin{cases} |\Delta J| - 1 & \text{при } P_i = (-1)^{|\Delta J|+1} P_f \\ |\Delta J| & \text{при } P_i = (-1)^{|\Delta J|} P_f \end{cases}$$

1.  $^{89}\text{Sr}(5/2^+) \rightarrow ^{89}\text{Y}(1/2^-)$  - возможны два варианта:
2.  $\Delta J = 2; l = 1; P_i = (-1)^3 P_f$  - первого порядка запрета и
3.  $\Delta J = 3; l = 3; P_i = (-1)^3 P_f$  - третьего порядка запрета.
4. Так как вероятность  $\beta$ -переходов сильно падает при увеличении порядка запрета, то в данном случае будет преобладать  $\beta$ -переход первого порядка запрета.
5.  $^{36}\text{Cl}(2^+) \rightarrow ^{36}\text{Ar}(0^+)$  - возможен всего один вариант:
6.  $\Delta J = 2; l = 2; P_i = (-1)^2 P_f$  - это  $\beta$ -переход второго порядка запрета.
7.  $^{137}\text{Cs}(7/2^+) \rightarrow ^{137}\text{Ba}(3/2^+)$  - возможны два варианта:
8.  $\Delta J = 2, 3; l = 2; P_i = (-1)^{2,4} P_f$  -  $\beta$ -переход второго порядка запрета и
9.  $\Delta J = 4, 5; l = 4; P_i = (-1)^{4,6} P_f$  - это  $\beta$ -переход четвертого порядка запрета.
10. Преобладающим будет  $\beta$ -переход второго порядка.

15. Для ядра  $^{17}\text{Ne}$  определить максимальную энергию запаздывающих протонов, вылетающих из ядра  $^{17}\text{F}$ , образующегося в результате  $e$ -захвата на ядре  $^{17}\text{Ne}$ . Энергии связи  $E_{\text{св}}(^{17}\text{Ne}) = 112.91$  МэВ,  $E_{\text{св}}(^{17}\text{F}) = 128.23$  МэВ и  $E_{\text{св}}(^{16}\text{O}) = 126.63$  МэВ.

Рассматриваемый процесс  $^{17}\text{Ne} + e^- \rightarrow ^{17}\text{F}^* + \nu_e \rightarrow ^{16}\text{O} + p$ . Максимальная энергия возбуждения ядра  $^{17}\text{F}^*$  равна энергии  $e$ -захвата

$$E_{\text{max}}(^{17}\text{F}^*) = Q_e = E_{\text{св}}(^{17}\text{F}) - E_{\text{св}}(^{17}\text{Ne}) - 0.78 \text{ МэВ} = 128.23 \text{ МэВ} - 112.91 \text{ МэВ} - 0.78 \text{ МэВ} = 14.54 \text{ МэВ}.$$

$$\text{где } 0.78 = [m(n) - m(^1\text{H})]c^2.$$

Энергия отделения протона для ядра  $^{17}\text{F}$

$$\varepsilon_p = E_{\text{св}}(A, Z) - E_{\text{св}}(A-1, Z-1) = E_{\text{св}}(^{17}\text{F}) - E_{\text{св}}(^{16}\text{O}) = 128.23 \text{ МэВ} - 126.63 \text{ МэВ} = 1.6 \text{ МэВ}.$$

Максимальная энергия запаздывающих протонов  $T_p^{\max}$  есть

$$T_p^{\max} = (E_{\max}(^{17}\text{F}) - \varepsilon_p) \frac{M(^{16}\text{O})}{M(^{16}\text{O}) + m_p} \approx (E_{\max}(^{17}\text{F}) - \varepsilon_p) \frac{16}{17} \approx$$

$$\approx (14.54 \text{ МэВ} - 1.6 \text{ МэВ}) \frac{16}{17} \approx 12.2 \text{ МэВ}.$$

Для решения задачи энергия связи  $^{17}\text{F}$  не требуется. Действительно,

$$E_{\max}(^{17}\text{F}^*) - \varepsilon_p = E_{\text{св}}(^{17}\text{F}) - E_{\text{св}}(^{17}\text{Ne}) - 0.78 \text{ МэВ} - E_{\text{св}}(^{17}\text{F}) + E_{\text{св}}(^{16}\text{O}) = E_{\text{св}}(^{16}\text{O}) - E_{\text{св}}(^{17}\text{Ne}) - 0.78 \text{ МэВ} = 12.94 \text{ МэВ}.$$

**16.** Определить типы и мультипольности  $\gamma$ -переходов:

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $1^- \rightarrow 0^+$ , | 4) $2^+ \rightarrow 3^-$ , |
| 2) $1^+ \rightarrow 0^+$ , | 5) $2^+ \rightarrow 3^+$ , |
| 3) $2^- \rightarrow 0^+$ , | 6) $2^+ \rightarrow 2^+$ . |

Изменения состояний атомных ядер, сопровождающиеся испусканием или поглощением квантов электромагнитного поля, называются  $\gamma$ -переходами. Полный момент количества движения фотона  $J$  называется его мультипольностью. Значение спина фотона  $J_{\min} = 1$ . Полный момент  $J$  может принимать только целочисленные значения (кроме нуля).

Различаются переходы электрические (EJ) и магнитные (MJ). Для электрических фотонов четность  $P = (-1)^J$ . Для магнитных фотонов  $P = (-1)^{J+1}$ .

- $1^- \rightarrow 0^+ - J = 1; P = -1$ , фотоны типа E1;
- $1^+ \rightarrow 0^+ - J = 1; P = +1$ , фотоны типа M1;
- $2^- \rightarrow 0^+ - J = 2; P = -1$ , фотоны типа M2;
- $2^+ \rightarrow 3^- - J = 1, 2, 3, 4, 5; P = -1$ , фотоны типа E1, M2, E3, M4, E5; преобладают фотоны типа E1;
- $2^+ \rightarrow 3^+ - J = 1, 2, 3, 4, 5; P = +1$ , фотоны типа M1, E2, M3, E4, M5; преобладают фотоны типа M1 и E2;
- $2^+ \rightarrow 2^+ - J = 1, 2, 3, 4; P = +1$ , фотоны типа M1, E2, M3, E4; преобладают фотоны типа M1 и E2.

**17.** По схеме низших возбужденных состояний ядра  $^{208}\text{Pb}$  определить наиболее вероятный путь распада возбужденного состояния  $4^-$  с энергией 3.475 МэВ. Указать мультипольности переходов.

$$\begin{array}{l}
 3.475 \text{ ————— } 4^- \\
 3.197 \text{ ————— } 5^- \\
 2.610 \text{ ————— } 3^-
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0.000 \text{ ————— } 0^+ \\
 \text{E, МэВ} \quad {}^{208}\text{Pb} \quad \text{J}^{\text{P}}
 \end{array}$$

Период полураспада  $T_{1/2}$   $\gamma$ -переходов зависит от мультипольности перехода  $J$  и длины волны излучения  $\lambda$ .

Для электрических переходов EJ -  $\frac{1}{T_{1/2}} \sim \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2(J-1)}$ ,

для магнитных переходов MJ -  $\frac{1}{T_{1/2}} \sim \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2J}$ ,

где  $R$  - радиус ядра.

Рассмотрим переходы с уровня  $E(J^{\text{P}} = 4^-) = 3.475$  МэВ:

- переход ( $4^- \rightarrow 5^-$ ) имеет  $J = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ;  $P_i / P_f = +1$  и типы переходов  $M1 + E2 + M3 + E4 + M5 + E6 + M7 + E8 + M9$ ; распад происходит в основном с излучением фотонов типа  $M1 + E2$ ;
- переход ( $4^- \rightarrow 3^-$ ) имеет  $J = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ;  $P_i / P_f = +1$  и типы переходов  $M1 + E2 + M3 + E4 + M5 + E6 + M7$ ; распад происходит в основном с излучением фотонов типа  $M1 + E2$ ;
- переход ( $4^- \rightarrow 0^+$ ) имеет  $J = 4$ ;  $P_i / P_f = -1$  и тип перехода  $M4$ .

Наибольшую вероятность имеют переходы с наименьшей мультипольностью, в данном случае это ( $4^- \rightarrow 5^-$ ) и ( $4^- \rightarrow 3^-$ ). Из этих двух переходов большую вероятность имеет переход ( $4^- \rightarrow 3^-$ ), так как энергия этого перехода

$$E(4^- \rightarrow 3^-) = 3.475 - 2.610 = 0.865 \text{ МэВ}$$
 больше энергии перехода

$E(4^- \rightarrow 5^-) = 3.475 - 3.197 = 0.278$  МэВ, и, соответственно, длина волны  $\lambda$  излучения, входящая в знаменатель выражения для вероятности перехода, меньше.

Таким образом, распад возбужденного состояния ядра  ${}^{208}\text{Pb}$  с  $E(J^{\text{P}} = 4^-) = 3.475$  МэВ происходит в основном по каналу ( $4^- \rightarrow 3^- \rightarrow 0^+$ ).

**18.** Согласно классической электродинамике, электрический диполь размера  $l$  в единицу времени излучает энергию, определяемую соотношением

$$I = \frac{dE}{dt} = \frac{\omega^4 (Ze l)^2}{3c^3},$$

где  $w$  - циклическая частота колебаний диполя,  $Ze$  и  $l$  - заряд и размер диполя. Используя это соотношение, оценить среднее время для электрических дипольных переходов  $\gamma$ -квантов с энергией 1 МэВ в ядре  $A \approx 70$ .

Предположим, что для ядра с массовым числом  $A=70$  зарядовое число  $Z=30$  и определим радиус диполя равным радиусу ядра -  $R = r_0 A^{1/3}$ , где величина  $r_0 = 1.2$  Фм. Число  $\gamma$ -квантов в единицу времени  $N$ , учитывая, что  $E_\gamma = \hbar\omega$ :

$$N = \frac{I}{E_\gamma} = \frac{(ZeR)^2 \omega^3}{3c^3 \hbar}$$

Оценим среднее время жизни:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{N} = \frac{3c^3 \hbar^4}{(ZeR)^2 E_\gamma^3} = \frac{3(c\hbar)^4}{(Zr_0 A^{1/3})^2 e^2 E_\gamma^3 c} \cong \\ &\cong \frac{3 \times (197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм})^4}{(30 \times 1.2 \text{ Фм} \times 70^{1/3})^2 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} \times (1 \text{ МэВ})^3 \times 3 \cdot 10^{23} \text{ Фм} \cdot \text{с}^{-1}} \approx 5 \cdot 10^{-19} \text{ с} \end{aligned}$$

**19.** Оценить доплеровское уширение спектральной линии с энергией  $E_\gamma = 1$  МэВ при комнатной температуре ( $T = 300$  К).

Доплеровское уширение спектральной линии

$$D = 2\sqrt{E_{\text{яд}} kT}$$

где  $T$  - температура в абсолютной шкале,  $k$  - постоянная Больцмана. Энергия отдачи ядра при испускании  $\gamma$ -кванта

$$E_{\text{яд}} = \frac{E_\gamma^2}{2M_{\text{яд}} c^2}$$

Предположим, что массовое число ядра  $A = 50$ . Учитывая, что для комнатной температуры  $T = 300$  К величина  $kT = 0.025$  эВ, получаем

$$D = 2E_\gamma \sqrt{\frac{kT}{2M_{\text{яд}} c^2}} \approx 2E_\gamma \sqrt{\frac{kT}{2Ac^2}} = 2 \times 10^6 \text{ эВ} \sqrt{\frac{0.025 \text{ эВ}}{2 \times 50 \times 931 \cdot 10^6 \text{ эВ}}} \approx 1 \text{ эВ}.$$

**20.** Используя формулу Вайцеккера, получить соотношение для вычисления энергии спонтанного деления на два одинаковых осколка и рассчитать энергию симметричного деления ядра  $^{238}\text{U}$ .

Энергия деления ядра на два одинаковых осколка  $Q_f = (m_{исх} - 2m_{оск}) = 2W_{оск} - W_{исх}$ , где  $m_{исх}$  и  $m_{оск}$  - массы исходного ядра и каждого из осколков, а  $W_{исх}$  и  $W_{оск}$  - их энергии связи. Формула Вайцзеккера для энергии связи ядра

$$W = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + a_5 \frac{1}{A^{3/4}}$$

где  $a_1 = 15.78$  МэВ,  $a_2 = 17.8$  МэВ,  $a_3 = 0.71$  МэВ,  $a_4 = 94.8$  МэВ,  $a_5 = 0$  для ядер с нечетным  $A$ ,  $a_5 = +34$  МэВ для четно-четных ядер и  $a_5 = -34$  МэВ для нечетно-нечетных ядер. Последний член  $a_5/A^{3/4}$  вследствие его малости рассматривать не будем.

При делении исходного ядра ( $A_{исх}, Z_{исх}$ ) на два одинаковых осколка ( $A_{оск}, Z_{оск}$ ) их массовые числа и заряды имеют следующие соотношения:  $A_{оск} = A_{исх}/2$  и  $Z_{оск} = Z_{исх}/2$ . Энергия деления ядра будет зависеть только от второго и третьего членов формулы Вайцзеккера - поверхностной и кулоновской энергии:

$$Q_f = W_{исх}^{пов} + W_{исх}^{кул} - 2W_{оск}^{пов} - 2W_{оск}^{кул}$$

Поверхностная энергия осколков

$$2W_{оск}^{пов} = 2a_2 A_{оск}^{2/3} = 2a_2 (A_{исх}/2)^{2/3} = 2(1/2)^{2/3} a_2 A_{исх}^{2/3} = 2^{1/3} W_{исх}^{пов} = 1.26 W_{исх}^{пов}$$

Кулоновская энергия осколков

$$2W_{оск}^{кул} = 2a_3 \frac{Z_{оск}^2}{A_{оск}^{1/3}} = 2a_3 \frac{(Z_{исх}/2)^2}{(A_{исх}/2)^{1/3}} = 2 \cdot 2^{1/3} \cdot (1/2)^2 a_3 \frac{Z_{исх}^2}{A_{исх}^{1/3}} = 2^{-2/3} W_{исх}^{кул} = 0.63 E_{исх}^{кул}$$

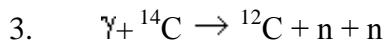
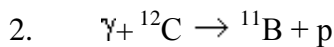
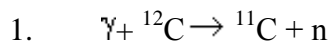
Энергия деления ядра  $Q_f$  выделяется в результате изменения кулоновской и поверхностной энергии исходного ядра и осколков

$$\begin{aligned} Q_f &= 0.37 W_{исх}^{кул} - 0.26 W_{исх}^{пов} = 0.37 a_3 \frac{Z_{исх}^2}{A_{исх}^{1/3}} - 0.26 a_2 A_{исх}^{2/3} = \\ &= \frac{0.37 \times 0.71 \text{ МэВ} \times 92^2}{238^{1/3}} - 0.26 \times 17.8 \text{ МэВ} \times 238^{2/3} \approx 360 \text{ МэВ} - 180 \text{ МэВ} = 180 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

## Ядерные реакции

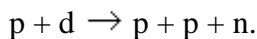
### Задачи 1 - 55

1. Перечислить несколько ядерных реакций, в которых может образоваться изотоп  ${}^8\text{Be}$ .
2. Какую минимальную кинетическую энергию в лабораторной системе  $T_{\min}$  должен иметь нейтрон, чтобы стала возможной реакция  ${}^{16}\text{O}(n,\alpha){}^{13}\text{C}$ ?
3. Является ли реакция  ${}^6\text{Li}(d,\alpha){}^4\text{He}$  эндотермической или экзотермической? Даны удельные энергии связи ядер в МэВ:  $\epsilon(d) = 1.11$ ;  $\epsilon(\alpha) = 7.08$ ;  $\epsilon({}^6\text{Li}) = 5.33$ .
4. Определить пороги  $T_{\text{пор}}$  реакций фоторасщепления  ${}^{12}\text{C}$ .

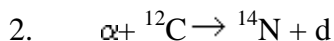


5. Определить пороги реакций:  ${}^7\text{Li}(p,\alpha){}^4\text{He}$  и  ${}^7\text{Li}(p,\gamma){}^8\text{Be}$ .

6. Определить, какую минимальную энергию должен иметь протон, чтобы стала возможной реакция

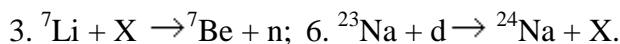
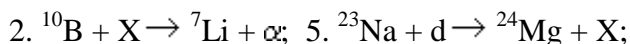
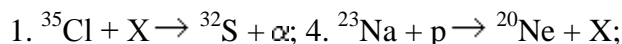


7. Возможны ли реакции:



под действием  $\alpha$ -частиц с кинетической энергией  $T = 10$  МэВ?

8. Идентифицировать частицу X и рассчитать энергии реакции Q в следующих случаях:



9. Какую минимальную энергию  $T_{\min}$  должен иметь дейтрон, чтобы в результате неупругого рассеяния на ядре  ${}^{10}\text{B}$  возбудить состояние с энергией  $E_{\text{возб}} = 1.75$  МэВ?

10. Вычислить порог реакции:  ${}^{14}\text{N} + \alpha \rightarrow {}^{17}\text{O} + p$ , в двух случаях, если налетающей частицей является:

1)  $\alpha$ -частица, 2) ядро  ${}^{14}\text{N}$ . Энергия реакции  $Q = 1.18$  МэВ. Объяснить результат.

11. Рассчитать энергии и пороги следующих реакций:



4.  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ ;                      8.  ${}^4\text{He}(\alpha, p){}^7\text{Li}$ ;

12. Какие ядра могут образовываться в результате реакций под действием : 1) протонов с энергией 10 МэВ на мишени из  ${}^7\text{Li}$ ; 2) ядер  ${}^7\text{Li}$  с энергией 10 МэВ на водородной мишени?

13. Ядро  ${}^7\text{Li}$  захватывает медленный нейтрон и испускает  $\gamma$ -квант. Чему равна энергия  $\gamma$ -кванта?

14. Определить в лабораторной системе кинетическую энергию ядра  ${}^9\text{Be}$ , образующегося при пороговом значении энергии нейтрона в реакции  ${}^{12}\text{C}(n, \alpha){}^9\text{Be}$ .

15. При облучении мишени из натурального бора наблюдалось появление радиоактивных изотопов с периодами полураспада 20.4 мин и 0.024 с. Какие образовались изотопы? Какие реакции привели к образованию этих изотопов?

16. Мишень из натурального бора бомбардируется протонами. После окончания облучения детектор  $\beta$ -частиц зарегистрировал активность 100 Бк. Через 40 мин активность образца снизилась до  $\sim 25$  Бк. Каков источник активности? Какая ядерная реакция происходит?

17.  $\alpha$ -Частица с кинетической энергией  $T = 10$  МэВ испытывает упругое лобовое столкновение с ядром  ${}^{12}\text{C}$ . Определить кинетическую энергию в л.с. ядра  ${}^{12}\text{C}$   $T_C$  после столкновения.

18. Определить максимальную и минимальную энергии ядер  ${}^7\text{Be}$ , образующихся в реакции  ${}^7\text{Li}(p, n){}^7\text{Be}$

( $Q = -1,65$  МэВ) под действием ускоренных протонов с энергией  $T_p = 5$  МэВ.

19.  $\alpha$ -Частицы, вылетающие под углом  $\theta_{\text{неупр}} = 30^\circ$  в результате реакции неупругого рассеяния с возбуждением состояния ядра  ${}^{12}\text{C}$  с энергией  $E_{\text{возб}} = 4.44$  МэВ, имеют такую же энергию в л.с., что и упруго рассеянные на том же ядре  $\alpha$ -частицы под углом  $\theta_{\text{упр}} = 45^\circ$ .

Определить энергию  $\alpha$ -частиц, падающих на мишень  $T_\alpha^{\text{нал}}$ .

20.  $\alpha$ -Частицы с энергией  $T = 5$  МэВ взаимодействуют с неподвижным ядром  ${}^7\text{Li}$ . Определить величины импульсов в с.ц.и., образующихся в результате реакции  ${}^7\text{Li}(\alpha, n){}^{10}\text{B}$  нейтрона  $p_\alpha$  и ядра  ${}^{10}\text{B}$   $p_{\text{Be}}$ .

21. С помощью реакции  ${}^{32}\text{S}(\alpha, p){}^{35}\text{Cl}$  исследуются низколежащие возбужденные состояния  ${}^{35}\text{Cl}$  (1.219; 1.763; 2.646; 2.694; 3.003; 3.163 МэВ). Какие из этих состояний будут возбуждаться на пучке  $\alpha$ -частиц с энергией 5.0 МэВ? Определить энергии протонов, наблюдаемых в этой реакции под углами  $0^\circ$  и  $90^\circ$  при  $E = 5.0$  МэВ.

22. Используя импульсную диаграмму получить связь между углами в л.с. и с.ц.и.

23. Протон с кинетической энергией  $T_a = 5$  МэВ налетает на ядро  ${}^1\text{H}$  и упруго рассеивается на нем. Определить энергию  $T_b$  и угол рассеяния  $\theta_b$  ядра отдачи  ${}^1\text{H}$ , если угол рассеяния протона  $\theta_a = 30^\circ$ .

24. Для получения нейтронов широко используется реакция  $t(d, n)\alpha$ . Определить энергию нейтронов  $T_n$ , вылетающих под углом  $90^\circ$  в нейтронном генераторе, использующем дейтроны, ускоренные до энергии  $T_d = 0.2$  МэВ.

25. Для получения нейтронов используется реакция  ${}^7\text{Li}(p, n){}^7\text{Be}$ . Энергия протонов  $T_p = 5$  МэВ. Для эксперимента необходимы нейтроны с энергией  $T_n = 1.75$  МэВ. Под каким углом  $\theta_n$  относительно направления протонного пучка будут вылетать нейтроны с такой энергией? Какой будет разброс энергий нейтронов  $\Delta T$ , если их выделять с помощью коллиматора размером 1 см, расположенного на расстоянии 10 см от мишени.

26. Определить орбитальный момент трития  $l_t$ , образующегося в реакции  $^{27}\text{Al}(\alpha, t)^{28}\text{Si}$ , если орбитальный момент налетающей  $\alpha$ -частицы  $l_\alpha = 0$ .
27. При каких относительных орбитальных моментах количества движения протона возможна ядерная реакция  
 $p + ^7\text{Li} \rightarrow ^8\text{Be}^* \rightarrow \alpha + \alpha$ ?
28. С какими орбитальными моментами  $l_p$  могут вылетать протоны в реакции  $^{12}\text{C}(\gamma, p)^{11}\text{B}$ , если: 1) конечное ядро образуется в основном состоянии, а поглотился E2- фотон; 2) конечное ядро образуется в состоянии  $1/2^+$ , а поглотился M1- фотон; 3) конечное ядро образуется в основном состоянии, а поглотился E1- фотон?
29. В результате поглощения ядром  $\gamma$ -кванта вылетает нейтрон с орбитальным моментом  $l_n = 2$ . Определить мультипольность  $\gamma$ -кванта, если конечное ядро образуется в основном состоянии.
30. Ядро  $^{12}\text{C}$  поглощает  $\gamma$ -квант, в результате чего вылетает протон с орбитальным моментом  $l = 1$ . Определить мультипольность поглощенного  $\gamma$ -кванта, если конечное ядро образуется в основном состоянии?
31. Определить орбитальный момент дейтрона  $l_d$  в реакции подхвата  $^{15}\text{N}(n, d)^{14}\text{C}$ , если орбитальный момент нейтрона  $l_n = 0$ .
33. Ядро  $^{40}\text{Ca}$  поглощает E1  $\gamma$ -квант. Какие одночастичные переходы возможны?
34. Ядро  $^{12}\text{C}$  поглощает E1  $\gamma$ -квант. Какие одночастичные переходы возможны ?
35. Можно ли в реакции неупругого рассеяния дейтронов на ядре  $^{10}\text{B}$  возбудить состояние с характеристиками  $J^P = 2^+$ ,  $I = 1$ ?
36. Вычислить сечение рассеяния  $\alpha$ -частицы с энергией 3 МэВ в кулоновском поле ядра  $^{238}\text{U}$  в интервале углов от  $150^\circ$  до  $170^\circ$ .
37. Золотая пластинка толщиной  $d = 0.1$  мм облучается пучком  $\alpha$ -частиц с интенсивностью  $N_0 = 10^3$  частиц/с. Кинетическая энергия  $\alpha$ -частиц  $T = 5$  МэВ. Сколько  $\alpha$ -частиц на единицу телесного угла падает в секунду на детектор, расположенный под углом  $= 170^\circ$ ? Плотность золота  $\rho = 19.3$  г/см<sup>3</sup>.
38. Коллимированный пучок  $\alpha$ -частиц с энергией  $T = 10$  МэВ падает перпендикулярно на медную фольгу толщиной  $\delta = 1$  мг/см<sup>2</sup>. Частицы, рассеянные под углом  $\theta = 30^\circ$ , регистрируются детектором площадью  $S = 1$  см<sup>2</sup>, расположенным на расстоянии  $l = 20$  см от мишени. Какая доля от полного числа рассеянных  $\alpha$ -частиц будет зарегистрирована детектором?
39. При исследовании реакции  $^{27}\text{Al}(p, d)^{26}\text{Al}$  под действием протонов с энергией  $T_p = 62$  МэВ в спектре дейтронов, измеренном под углом  $\theta_d = 90^\circ$  с помощью детектора с телесным углом  $d\Omega = 2 \cdot 10^{-4}$  ср, наблюдались пики с энергиями  $T_d = 45.3; 44.32; 40.91$  МэВ. При суммарном заряде протонов  $q = 2.19$  мКл, упавших на мишень толщиной  $\delta = 5$  мг/см<sup>2</sup>, количество отсчетов в этих пиках  $N$  составило 5180, 1100 и 4570 соответственно. Определить энергии уровней ядра  $^{26}\text{Al}$ , возбуждение которых наблюдалось в этой реакции. Рассчитать дифференциальные сечения  $d\sigma/d\Omega$  этих процессов.
40. Интегральное сечение реакции  $^{32}\text{S}(\gamma, p)^{31}\text{P}$  с образованием конечного ядра  $^{31}\text{P}$  в основном состоянии при энергии падающих  $\gamma$ -квантов, равной 18 МэВ, составляет 4 мб. Оценить величину интегрального сечения обратной реакции  $^{31}\text{P}(p, \gamma)^{32}\text{S}$ , отвечающей той



же энергии возбуждения ядра  $^{32}\text{S}$ , что и в реакции  $^{32}\text{S}(\gamma, p)^{31}\text{P}$ . Учтеть, что это возбуждение снимается за счет  $\gamma$ -перехода в основное состояние.

**41.** Рассчитать интенсивность пучка нейтронов  $J$ , которым облучали пластинку  $^{55}\text{Mn}$  толщиной  $d = 0.1$  см в течении  $t_{\text{акт}} = 15$  мин, если спустя  $t_{\text{охл}} = 150$  мин после окончания облучения ее активность  $I$  составила 2100 Бк. Период полураспада  $^{56}\text{Mn}$  2.58 ч, сечение активации  $\sigma = 0.48$  б, плотность вещества пластины  $\rho = 7.42$  г/см<sup>3</sup>.

**42.** Дифференциальное сечение реакции  $d\sigma/d\Omega$  под углом  $90^\circ$  составляет 10 мб/ср. Рассчитать величину интегрального сечения, если угловая зависимость дифференциального сечения имеет вид  $1+2\sin\theta$ .

**43.** Рассеяние медленных ( $T_n \approx 1$  кэВ) нейтронов на ядре изотропно. Как можно объяснить этот факт?

**44.** Определить энергию возбуждения составного ядра, образующегося при захвате  $\alpha$ -частицы с энергией  $T = 7$  МэВ неподвижным ядром  $^{10}\text{B}$ .

**45.** В сечении реакции  $^{27}\text{Al}(\alpha, p)^{30}\text{Si}$  наблюдаются максимумы при энергиях  $\alpha$ -частиц  $T$  3.95; 4.84 и 6.57 МэВ. Определить энергии возбуждения составного ядра, соответствующие максимумам в сечении.

**46.** С каким орбитальным моментом могут рассеиваться протоны с  $T_p = 2$  МэВ на ядре  $^{112}\text{Sn}$ ?

**47.** Оценить сечение образования составного ядра при взаимодействии нейтронов с кинетической энергией  $T_n = 1$  эВ с ядрами золота  $^{197}\text{Au}$ .

**48.** Оценить сечение образования составного ядра при взаимодействии нейтронов с кинетической энергией  $T_n = 30$  МэВ с ядрами золота  $^{197}\text{Au}$ .

**49.** Сравнить полные сечения реакции для  $\alpha$ -частиц с энергией 20 МэВ на ядрах  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{197}\text{Au}$ .

**50.** Оценить сечение реакции  $^{63}\text{Cu}(p, n)^{63}\text{Zn}$ , если известны сечения реакций, идущих с образованием того же составного ядра с той же энергией возбуждения:

$^{60}\text{Ni}(\alpha, p)^{63}\text{Zn} - 0.7$  б;  $^{63}\text{Cu}(p, pn)^{62}\text{Cu} - 0.87$  б;  $^{60}\text{Ni}(\alpha, pn)^{62}\text{Cu} - 0.97$  б.

**51.** Оценить нейтронную ширину  $\Gamma_n$  изолированного уровня  $0^+$  ядра  $^{108}\text{Rh}$  (энергия уровня  $E_0 = 1.21$  эВ, полная ширина  $\Gamma = 0.21$  эВ), если при резонансном поглощении нейтронов с образованием этого уровня составного ядра сечение поглощения для энергии нейтронов  $T_n = 1$  эВ  $\sigma_{\text{аб}} = 2700$  б. Спин ядра-мишени  $I(^{107}\text{Rh}) = 1/2$ .

**52.** Получить, исходя из модели оболочек, отношение сечений реакций подхвата  $^{16}\text{O}(p, d)^{15}\text{O}$ , с образованием конечного ядра  $^{15}\text{O}$  в основном состоянии ( $J^P = 1/2^-$ ) и в состоянии ( $J^P = 3/2^-$ ).

**53.** Для реакции срыва  $^{35}\text{Cl}(d, p)^{36}\text{Cl}$  найти возможные значения орбитального момента  $l_n$  захваченного ядром нейтрона. Указать, исходя из простейшей оболочечной модели, какое из значений  $l_n$  реализуется, если ядро  $^{36}\text{Cl}$  образуется в основном состоянии.

**54.** Оценить спин и четность состояния ядра  $^{24}\text{Mg}$  с энергией 1.37 МэВ, если при возбуждении этого состояния в реакции неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергией  $T = 40$  МэВ, первый максимум в угловом распределении  $\alpha$ -частиц наблюдается под углом  $10^\circ$ .

**55.** Найти угол  $\theta$ , под которым должен быть максимум углового распределения протонов в реакции  $(d, p)$  на ядре  $^{58}\text{Ni}$ , вызванной дейтронами с энергией  $T = 15$  МэВ, с образованием ядра  $^{59}\text{Ni}$  в основном состоянии.

## Решение

1. Перечислить несколько ядерных реакций, в которых может образоваться изотоп  ${}^8\text{Be}$ .

Используя закон сохранения заряда и закон сохранения числа нуклонов, получим

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\alpha + \alpha \rightarrow {}^8\text{Be} + \gamma$ ,   | 5. $\gamma + {}^{10}\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + d$ ,        |
| 2. $d + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^8\text{Be} + \gamma$ , | 6. $p + {}^{10}\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + {}^3\text{He}$ , |
| 3. $p + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^8\text{Be} + \gamma$ , | 7. $p + {}^{11}\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \alpha$ ,        |
| 4. $\gamma + {}^9\text{Be} \rightarrow {}^8\text{Be} + n$ , | 8. $p + {}^{10}\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \alpha$ .        |

2. Какую минимальную кинетическую энергию в лабораторной системе  $T_{\min}$  должен иметь нейтрон, чтобы стала возможной реакция  ${}^{16}\text{O}(n,\alpha){}^{13}\text{C}$ ?

Минимальная энергия, при которой возможна реакция, равна порогу реакции. Вычислим энергию реакции:

$$Q = 8.071 - 4.737 - 2.424 - 3.125 = -2.215 \text{ МэВ}$$

Для вычисления пороговой энергии  $T_{\text{пор}}$  используем нерелятивистское приближение.

В нерелятивистском приближении ( $Q \ll 2m_{\text{Ac}}^2$ )

$$T_{\text{пор}} \cong |Q| \left( 1 + \frac{m_{\text{a}}}{m_{\text{A}}} \right)$$

$$T_{\min} = T_{\text{пор}} = 2.215(1 + 1/17) = 2.35 \text{ МэВ}.$$

3. Является ли реакция  ${}^6\text{Li}(d, \alpha){}^4\text{He}$  эндотермической или экзотермической? Даны удельные энергии связи ядер в МэВ:  $\varepsilon(d) = 1.11$ ;  $\varepsilon(\alpha) = 7.08$ ;  $\varepsilon({}^6\text{Li}) = 5.33$ .

Полная энергия связи ядра, выраженная через массу атома, имеет вид:

$$E_{\text{св}}(A, Z) = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_{\text{n}} - M_{\text{ат}}(A, Z) - Zm_{\text{e}} c^2, \quad (1.5)$$

**Удельная энергия связи ядра** ( $A, Z$ ) это энергия связи, приходящаяся на один нуклон

$$\bar{\varepsilon}(A, Z) = E_{\text{св}}(A, Z) / A, \quad (1.6)$$

где  $A$  - массовое число.

**Энергией реакции** называется разность масс начального и конечного состояний системы.

$$Q = c^2 \sum_i m_i - c^2 \sum_f m_f. \quad (2.2)$$

Используя (1.5-1.6) и (2.2), вычислим величину энергии реакции:

$$Q = 2E_{\alpha}(^4\text{He}) - E_{\alpha}(^6\text{Li}) - E_{\alpha}(^2\text{H}) = 2A(^4\text{He})\varepsilon(^4\text{He}) - A(^6\text{Li})\varepsilon(^6\text{Li}) - A(^2\text{H})\varepsilon(^2\text{H}) =$$

$$= 247.08 - 65.33 - 21.11 = 22.44 \text{ МэВ.}$$

Реакция является эндотермической.

4. Определить пороги  $T_{\text{пор}}$  реакций фоторасщепления  $^{12}\text{C}$ .

1.  $\gamma + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{11}\text{C} + n$
2.  $\gamma + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{11}\text{B} + p$
3.  $\gamma + ^{14}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{C} + n + n$

Рассчитаем энергии реакций 1) - 3), используя табличные данные по избыткам масс атомов

$$1) Q = 0 - (8.071 + 10.650) = -18.721 \text{ МэВ}$$

$$2) Q = 0 - (8.668 + 7.289) = -15.957 \text{ МэВ}$$

$$3) Q = 3.02 - (0 + 28.071) = -13.122 \text{ МэВ}$$

$$T_{\text{пор}} = \frac{[(m_b + m_B)^2 - (m_a + m_A)^2]c^2}{2m_A} =$$

$$= \frac{(m_b + m_B - m_a - m_A)(m_b + m_B + m_a + m_A)c^2}{2m_A}$$

или

$$T_{\text{пор}} = |Q| \left( 1 + \frac{m_a}{m_A} + \frac{|Q|}{2m_A c^2} \right) \quad (2.14)$$

Для пороговой энергии (2.14) можно записать:  $T_{\text{пор}} \cong Q$

так как для реакций 1) - 3)  $m_a = m_{\gamma} = 0$  и  $|Q| \ll 2m_A c^2$

5. Определить пороги реакций:  $^7\text{Li}(p,\alpha)^4\text{He}$  и  $^7\text{Li}(p,\gamma)^8\text{Be}$ .

Рассчитаем [энергии реакций](#):

**Энергией реакции** называется разность масс начального и конечного состояний системы.

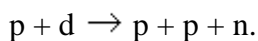
$$Q = c^2 \sum_i m_i - c^2 \sum_f m_f \quad (2.2)$$

$$1) ^7\text{Li}(p,\alpha)^4\text{He} \quad Q = +17.348 \text{ МэВ}$$

$$2) ^7\text{Li}(p,\gamma)^8\text{Be} \quad Q = +17.26$$

Реакции 1) - 2) экзотермические, идут при любых энергиях протонов.

6. Определить, какую минимальную энергию должен иметь протон, чтобы стала возможной реакция



Энергия реакции:  $Q = \Lambda(^1\text{H}) + \Lambda(^2\text{H}) - 2\Lambda(^1\text{H}) - \Lambda(n) = 13.136 - 7.289 - 8.071 = -2.224 \text{ МэВ}$

Так как  $|Q| \ll 2m_p c^2$ , используя выражение  $T_{\text{пор}} \cong |Q| \left(1 + \frac{m_a}{m_A}\right)$  получим

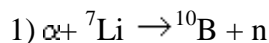
$$E_{\text{min}} = T_{\text{пор}} = 2.224(1 + 0.5) = 3.34 \text{ МэВ}.$$

7. Возможны ли реакции:

1.  $\alpha + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^{10}\text{B} + n;$
2.  $\alpha + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{14}\text{N} + d$

под действием  $\alpha$ -частиц с кинетической энергией  $T = 10 \text{ МэВ}$ ?

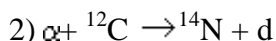
Пороги реакций:



$$Q = 2.424 + 14.907 - 12.05 - 8.071 = -2.79 \text{ МэВ}$$

$$T_{\text{пор}} = 2.79(1 + 4/7) = 4.38 \text{ МэВ}$$

Реакция возможна, т.к.  $T = 10 \text{ МэВ} > T_{\text{пор}}$



$$Q = 2.424 + 0 - 2.863 - 13.136 = -13.575 \text{ МэВ}$$

$$E_{\text{пор}} = 18.1 \text{ МэВ}$$

Реакция невозможна, т.к.  $T < T_{\text{пор}}$ .

8. Идентифицировать частицу X и рассчитать энергии реакции Q в следующих случаях:

1.  ${}^{35}\text{Cl} + X \rightarrow {}^{32}\text{S} + \alpha;$  4.  ${}^{23}\text{Na} + p \rightarrow {}^{20}\text{Ne} + X;$
2.  ${}^{10}\text{B} + X \rightarrow {}^7\text{Li} + \alpha;$  5.  ${}^{23}\text{Na} + d \rightarrow {}^{24}\text{Mg} + X;$
3.  ${}^7\text{Li} + X \rightarrow {}^7\text{Be} + n;$  6.  ${}^{23}\text{Na} + d \rightarrow {}^{24}\text{Na} + X.$

Для того чтобы идентифицировать частицу X, нужно использовать законы [сохранения заряда](#) и [числа нуклонов](#).

В ядерных реакциях суммарный электрический заряд Q во входном канале равен суммарному электрическому заряду в выходном канале, т.е. выполняется закон сохранения электрического заряда.

В ядерных реакциях сохраняется число нуклонов, что эквивалентно сохранению массового числа A.

<b>1</b>	<b><sup>35</sup>Cl</b>	<b>X</b>	<b><sup>32</sup>S</b>	<b><math>\alpha</math></b>	$Q = -29.013 + 7.289 - (-26.016 + 2.424) = 1.87 \text{ МэВ}$
Z	17	1	16	2	Реакция экзотермическая
A	35	1	32	4	
		X = p			
<b>2</b>	<b><sup>10</sup>B</b>	<b>X</b>	<b><sup>7</sup>Li</b>	<b><math>\alpha</math></b>	$Q = 12.05 + 8.071 - (14.907 + 2.424) = 2.79 \text{ МэВ}$
Z	5	0	3	2	Реакция экзотермическая
A	10	1	7	4	
		X = n			
<b>3</b>	<b><sup>7</sup>Li</b>	<b>X</b>	<b><sup>7</sup>Be</b>	<b>n</b>	$Q = 14.907 + 7.29 - (15.768 + 8.07) = -1.643 \text{ МэВ}$
Z	3	1	4	0	Реакция эндотермическая
A	7	1	7	1	( $T_{\text{пор}} = 1.643(1 + 1/7) = 1.88 \text{ МэВ}$ )
		X = p			
<b>4</b>	<b><sup>23</sup>Na</b>	<b>p</b>	<b><sup>20</sup>Ne</b>	<b>X</b>	$Q = -9.532 + 7.289 - (-7.041 + 2.424) = 2.38 \text{ МэВ}$
Z	11	1	10	2	Реакция экзотермическая
A	23	1	20	4	
				X = $\alpha$	
<b>5</b>	<b><sup>23</sup>Na</b>	<b>d</b>	<b><sup>24</sup>Mg</b>	<b>X</b>	$Q = -9.532 + 13.136 - (-13.933 + 8.071) = 9.47 \text{ МэВ}$
Z	11	1	12	0	Реакция экзотермическая
A	23	2	24	1	
				X = n	
<b>6</b>	<b><sup>23</sup>Na</b>	<b>d</b>	<b><sup>24</sup>Na</b>	<b>X</b>	$Q = -9.532 + 13.136 - (-8.42 + 7.289) = 4.74 \text{ МэВ}$
Z	11	1	11	1	Реакция экзотермическая
A	23	2	24	1	
				X = p	

9. Какую минимальную энергию  $T_{\min}$  должен иметь дейтрон, чтобы в результате неупругого рассеяния на ядре  $^{10}\text{B}$  возбудить состояние с энергией  $E_{\text{возб}} = 1.75 \text{ МэВ}$ ?

При неупругом рассеянии энергия реакции  $Q = -E_{\text{возб}}$ , а минимальная энергия дейтрона равняется порогу реакции:  $T_{\min} = T_{\text{пор}}$ .

Воспользовавшись формулой для порога реакции (2.14a) (т.к.  $Q \ll m_d c^2$ )

получим:

$$T_{\min} \cong E_{\text{возб}}(1+m_1/m_2) \cong 1.75(1+2/10) = 2.1 \text{ МэВ}.$$

10. Вычислить порог реакции:  $^{14}\text{N} + \alpha \rightarrow ^{17}\text{O} + p$ , в двух случаях, если налетающей частицей является:

1)  $\alpha$ -частица, 2) ядро  $^{14}\text{N}$ . Энергия реакции  $Q = 1.18 \text{ МэВ}$ . Объяснить результат.

Вычислим порог, воспользовавшись выражением (2.14a):

$$T_{\text{пор}} \cong |Q| \left( 1 + \frac{m_a}{m_A} \right)$$

1)  $T_{\text{пор}} = 1.18(1 + 4/14) = 1.52 \text{ МэВ}$ .

2)  $T_{\text{пор}} = 1.18(1 + 14/4) = 5.31 \text{ МэВ}$ ,

В первом случае на движение центра инерции "бесполезно" тратится  $(4/14)Q$ , во втором  $(14/4)Q$ , таким образом порог реакции во втором случае выше в 3.5 раза.

11. Рассчитать энергии и пороги следующих реакций:



Для расчета энергии и порогов реакций воспользуемся формулами

$$Q = c^2 \sum_i m_i - c^2 \sum_f m_f \quad (2.2)$$

и

$$T_{\text{пор}} = |Q| \left( 1 + \frac{m_a}{m_A} + \frac{|Q|}{2m_A c^2} \right) \quad (2.14)$$

и данными таблицы характеристик атомных ядер:

	Реакция	Q (МэВ)	T <sub>пор</sub> (МэВ)
1	d(p,γ) <sup>3</sup> He	+5.494	реакция экзотермическая
2	d(d, <sup>3</sup> He)n	+3.27	реакция экзотермическая
3	<sup>7</sup> Li(p,n) <sup>7</sup> Be	-1.643	T <sub>пор</sub> = 1.88 МэВ
4	<sup>3</sup> He(α,γ) <sup>7</sup> Be	+1.587	реакция экзотермическая
5	<sup>32</sup> S(γ,p) <sup>31</sup> P	-8.864	T <sub>пор</sub> = Q <sub>0</sub> (так как m <sub>1</sub> =0, Q <sub>0</sub> << 1)
6	<sup>32</sup> S(γ,n) <sup>31</sup> S	-15.042	T <sub>пор</sub> = Q <sub>0</sub>
7	<sup>32</sup> S(γ,α) <sup>28</sup> Si	-6.948	T <sub>пор</sub> = Q <sub>0</sub>
8	<sup>4</sup> He(α,p) <sup>7</sup> Li	-17.34	T <sub>пор</sub> = 34.68 МэВ

12. Какие ядра могут образовываться в результате реакций под действием : 1) протонов с энергией 10 МэВ на мишени из <sup>7</sup>Li; 2) ядер <sup>7</sup>Li с энергией 10 МэВ на водородной мишени?

Используя законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов выпишем всевозможные реакции взаимодействия протонов с ядрами <sup>7</sup>Li.

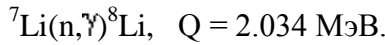
Воспользуемся формулами (2.2) и (2.14) и данными таблицы характеристик ядер. Пороги реакций под действием протонов обозначим T<sub>пор</sub>, под действием ядер <sup>7</sup>Li - T\*<sub>пор</sub>. Энергии и пороги реакций приведены в таблице:

	Реакция	Q(МэВ)	T <sub>пор</sub> (МэВ)	T* <sub>пор</sub> (МэВ)
1	<sup>7</sup> Li+p → <sup>4</sup> He + <sup>4</sup> He	17.348		
2	<sup>7</sup> Li+p → γ + <sup>8</sup> Be	17.255		
3	<sup>7</sup> Li+p → n + <sup>7</sup> Be	-1.643	1.88	13.14
4	<sup>7</sup> Li+p → p + t + <sup>4</sup> He	-2.467	2.82	19.74
5	<sup>7</sup> Li+p → n + <sup>3</sup> He + <sup>4</sup> He	-3.230	3.69	25.84
6	<sup>7</sup> Li+p → <sup>3</sup> He + <sup>5</sup> He	-4.125	4.71	33.00
7	<sup>7</sup> Li+p → t + <sup>5</sup> Li	-4.434	5.07	35.47
8	<sup>7</sup> Li+p → d + <sup>6</sup> Li	-5.025	5.74	40.2
9	<sup>7</sup> Li+p → d + d + <sup>4</sup> He	-6.5	7.43	52
10	<sup>7</sup> Li+p → p + n + <sup>6</sup> Li	-7.249	8.29	57.99
11	<sup>7</sup> Li+p → n + p + d + <sup>4</sup> He	-8.724	9.97	69.79
12	<sup>7</sup> Li+p → p + d + <sup>5</sup> He	-9.619	10.99	76.95

Под действием протонов с энергией 10 МэВ возможны реакции 1) - 11), то есть образуются ядра <sup>1</sup>H, <sup>2</sup>H, <sup>3</sup>H, <sup>3</sup>He, <sup>4</sup>He, <sup>5</sup>Li, <sup>6</sup>Li, <sup>7</sup>Be, <sup>8</sup>Be. Под действием ядер <sup>7</sup>Li с энергией 10 МэВ возможны только реакции 1) - 2), то есть образуются только ядра <sup>4</sup>He и <sup>8</sup>Be.

13. Ядро  ${}^7\text{Li}$  захватывает медленный нейтрон и испускает  $\gamma$ -квант. Чему равна энергия  $\gamma$ -кванта?

Реакция



Так как  $|\vec{p}_\alpha| \cong |\vec{p}_\gamma|$ ,  $p_\gamma = E_\gamma / c$ ;  $p_\alpha = (2M_\alpha E_\alpha)^{1/2}$  и  $E_\alpha + E_\gamma = Q$ ,

где  $p_\alpha$ ,  $p_\gamma$  - импульсы ядра и  $\gamma$ -кванта,  $E_\alpha$ ,  $E_\gamma$  - энергии ядра и  $\gamma$ -кванта, то

$$E_\alpha = \frac{E_\gamma^2}{2M_\alpha c^2} \cong \frac{Q^2}{2M_\alpha c^2} \cong \frac{2.034^2}{2 \cdot 7 \cdot 931.5} \cong 3 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ}$$

Энергия  $\gamma$ -кванта:

$$E = Q - E_{\text{Li}} \cong Q = 2.034 \text{ МэВ}$$

14. Определить в лабораторной системе кинетическую энергию ядра  ${}^9\text{Be}$ , образующегося при пороговом значении энергии нейтрона в реакции  ${}^{12}\text{C}(n,\alpha){}^9\text{Be}$ .

Если энергия налетающей частицы равна пороговой энергии, то энергии частиц-продуктов и соответственно их импульсы в с.ц.и. равны нулю. В лабораторной системе импульс  ${}^9\text{Be}$   $\vec{p}_{\text{Be}}$  равен импульсу переносного движения  $\vec{p}_{\text{Be}}^{\text{пер}}$  (см. (2.19))

$$\vec{p}_{\text{Be}} = \vec{p}_{\text{Be}}^{\text{пер}} + \vec{p}'_{\text{Be}} = \vec{p}_{\text{Be}}^{\text{пер}}.$$

Импульс переносного движения  $\vec{p}_{\text{Be}}^{\text{пер}}$  выразим через импульс нейтрона (см. (2.22))

$$\vec{p}_{\text{Be}} = \frac{m_{\text{Be}}}{m_\alpha + m_{\text{Be}}} \vec{p}_n.$$

Выразим в последнем выражении импульсы через энергии, а затем вместо энергии нейтрона подставим выражение для пороговой энергии, получим

$$\sqrt{2m_{\text{Be}}T_{\text{Be}}} = \frac{m_{\text{Be}}}{m_\alpha + m_{\text{Be}}} \sqrt{2m_n T_n} = \frac{m_{\text{Be}}}{m_\alpha + m_{\text{Be}}} \sqrt{2m_n |Q| \frac{m_c + m_n}{m_c}}$$

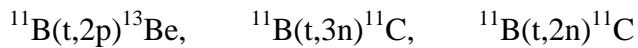
Учитывая, что  $m_c + m_n \cong m_{\text{Be}} + m_\alpha$ , окончательно получим

$$T_{\text{Be}} = \frac{m_n m_\alpha}{m_c (m_\alpha + m_{\text{Be}})} |Q| = \frac{1.4}{12 \cdot (4 + 9)} |8.071 - 2.424 - 11.347| = 0.33 \text{ МэВ.}$$

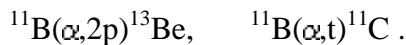


**15.** При облучении мишени из натурального бора наблюдалось появление радиоактивных изотопов с периодами полураспада 20.4 мин и 0.024 с. Какие образовались изотопы? Какие реакции привели к образованию этих изотопов?

Периоды полураспада 20.4 мин и 0.024 сек соответствуют ядрам  $^{11}\text{C}$ ,  $^{12}\text{Be}$ . Чтобы они образовались под действием одних и тех же частиц пучка, этими частицами должны быть ядра трития или  $\alpha$ -частицы:



или



**16.** Мишень из натурального бора бомбардируется протонами. После окончания облучения детектор  $\beta$ -частиц зарегистрировал активность 100 Бк. Через 40 мин активность образца снизилась до  $\sim 25$  Бк. Каков источник активности? Какая ядерная реакция происходит?

Активность меняется со временем по закону  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ .

Отсюда находим период полураспада

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{t \ln 2}{\ln(A_0/A_1)} = \frac{40 \ln 2}{\ln(100/25)} = 20 \text{ мин.}$$

Такой период полураспада имеет  $^{11}\text{C}$ , который образуется в реакции  $^{11}\text{B}(p,n)^{11}\text{C}$ .

**17.**  $\alpha$ -Частица с кинетической энергией  $T = 10$  МэВ испытывает упругое лобовое столкновение с ядром  $^{12}\text{C}$ . Определить кинетическую энергию в л.с. ядра  $^{12}\text{C}$   $T_C$  после столкновения.

Воспользуемся формулой (2.30). Для упругого рассеяния

$$(m_\alpha \equiv m_a = m_b, m_c \equiv m_A = m_B, Q = 0).$$

Получим

$$T_C = \frac{4kT_a}{(1+k)^2} \cos^2 \theta_C$$

где  $k = m_\alpha / m_c$ ,  $\theta_C$  - угол вылета ядра  $^{12}\text{C}$ .

Из условия задачи  $\theta_C = 180^\circ$ .

Окончательно имеем

$$T_C = \frac{4 \cdot (4/12) \cdot 10}{(1 + (4/12))^2} = 7.5 \text{ МэВ}$$

**18.** Определить максимальную и минимальную энергии ядер  ${}^7\text{Be}$ , образующихся в реакции  ${}^7\text{Li}(p,n){}^7\text{Be}$

( $Q = -1,65 \text{ МэВ}$ ) под действием ускоренных протонов с энергией  $T_p = 5 \text{ МэВ}$ .

Вспользуемся формулой (2.30)

$$T_{\text{Be}} = \frac{m_p m_{\text{Be}} T_p}{(m_{\text{Be}} + m_n)^2} \left( \cos \theta_{\text{Be}} \pm \sqrt{\cos^2 \theta_{\text{Be}} + \frac{(m_{\text{Be}} + m_n) [(m_n - m_p) T_p + m_n Q]}{m_p m_{\text{Be}} T_p}} \right)^2$$

Если второе слагаемое под корнем отрицательно, то диапазон углов ограничивается условием неотрицательности выражения под корнем, т.е.

$$\cos^2 \theta_{\text{Be}}^{\max} = \left| \frac{(m_n + m_{\text{Be}}) [(m_n - m_p) T_p + m_n Q]}{m_p m_{\text{Be}} T_p} \right|$$

$$\cos^2 \theta_{\text{Be}}^{\max} = \left| \frac{(1+7) \cdot [(1-1) \cdot 5 + 1 \cdot (-1.65)]}{1 \cdot 7 \cdot 5} \right| = 0.377$$

Под корнем будет неотрицательная величина, когда  $\cos 0.614$ , т.е. максимальный угол, под которым будут вылетать ядра  ${}^7\text{Be} \sim 52^\circ$ . Кинетическая энергия ядер  ${}^7\text{Be}$ , вылетающих под этим углом

$$T_{\text{Be}} = \frac{m_p m_{\text{Be}} T_p \cos^2 \theta_{\text{Be}}^{\max}}{(m_n + m_{\text{Be}})^2} = \frac{1 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 0.377}{(1+7)^2} \cong 0.21 \text{ МэВ}$$

При углах вылета в диапазоне от  $0^\circ$  до  $52^\circ$  ядра  ${}^7\text{Be}$  могут иметь два значения энергии. Одно из них соответствует знаку "+" перед корнем, а другое знаку "-". Максимальное и минимальное значения кинетической энергии будет при  $0^\circ$ :

$$T_{\text{Be}}^{\max} = \frac{m_p m_{\text{Be}} T_p}{(m_n + m_{\text{Be}})^2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{(m_n + m_{\text{Be}}) [Q m_n + (m_n - m_p) T_p]}{m_p m_{\text{Be}} T_p}} \right\}^2,$$

$$T_{\text{Be}}^{\min} = \frac{m_p m_{\text{Be}} T_p}{(m_n + m_{\text{Be}})^2} \left\{ 1 - \sqrt{1 + \frac{(m_n + m_{\text{Be}}) [Q m_n + (m_n - m_p) T_p]}{m_p m_{\text{Be}} T_p}} \right\}^2.$$

Подставляя численные значения, получим

$$T_{\text{Be}}^{\max} = \frac{1 \cdot 7 \cdot 5}{(1+7)^2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - 0.377} \right\}^2 = 1.75 \text{ МэВ}, \quad T_{\text{Be}}^{\min} = 0.024 \text{ МэВ}.$$

Когда ядро  ${}^7\text{Be}$  вылетает с максимальной энергией, угол вылета нейтрона  $180^\circ$ , при минимальной энергии  ${}^7\text{Be}$ , угол вылета нейтрона  $0^\circ$ .

19.  $\alpha$ -Частицы, вылетающие под углом  $\theta_{\text{неупр}} = 30^\circ$  в результате реакции неупругого рассеяния с возбуждением состояния ядра  $^{12}\text{C}$  с энергией  $E_{\text{возб}} = 4.44$  МэВ, имеют такую же энергию в л.с., что и упруго рассеянные на том же ядре  $\alpha$ -частицы под углом  $\theta_{\text{упр}} = 45^\circ$ .

Определить энергию  $\alpha$ -частиц, падающих на мишень  $T_\alpha^{\text{нал}}$ .

В случае упругого рассеяния энергия  $\alpha$ -частиц определяется соотношением:

$$T_\alpha^{\text{выл}} = \frac{1}{(m_\alpha + m_C)^2} \left\{ \sqrt{m_\alpha m_C T_\alpha^{\text{нал}}} \cos \theta_{\text{упр}} \pm \sqrt{m_\alpha m_C T_\alpha^{\text{нал}} \cos^2 \theta_{\text{упр}} + (m_\alpha + m_C) \left( (m_C - m_\alpha) T_\alpha^{\text{нал}} \right)} \right\}^2, \quad (19.1)$$

а в случае неупругого:

$$T_\alpha^{\text{выл}} = \frac{1}{(m_\alpha + m_C)^2} \left\{ \sqrt{m_\alpha m_C T_\alpha^{\text{нал}}} \cos \theta_{\text{неупр}} \pm \sqrt{m_\alpha m_C T_\alpha^{\text{нал}} \cos^2 \theta_{\text{неупр}} + (m_\alpha + m_C) \left( Q \cdot m_C + (m_C - m_\alpha) T_\alpha^{\text{нал}} \right)} \right\}^2, \quad (19.2)$$

где  $Q = E_{\text{возб}}$ .

Приравняв (19.1) и (19.2), получаем:

$$\begin{aligned} \cos \theta_{\text{упр}} \pm \sqrt{\cos^2 \theta_{\text{упр}} + \frac{(m_C^2 - m_\alpha^2)}{m_\alpha^2}} &= \\ = \cos \theta_{\text{неупр}} \pm \sqrt{\cos^2 \theta_{\text{неупр}} + \frac{(m_C^2 - m_\alpha^2)}{m_\alpha^2} + \frac{(m_C + m_\alpha) m_C Q}{m_\alpha^2 T_\alpha^{\text{нал}}}} & \\ \left( \cos \theta_{\text{упр}} - \cos \theta_{\text{неупр}} \pm \sqrt{\cos^2 \theta_{\text{упр}} + \frac{(m_C^2 - m_\alpha^2)}{m_\alpha^2}} \right)^2 - & \\ - \cos^2 \theta_{\text{упр}} - \frac{(m_C^2 - m_\alpha^2)}{m_\alpha^2} &= \frac{(m_C + m_\alpha) m_C Q}{m_\alpha^2 T_\alpha^{\text{нал}}}. \end{aligned}$$

Подставим числовые значения:

$$T_\alpha^{\text{нал}} = \frac{\frac{(12+4) \cdot 12}{4^2} (-4.44)}{\left( \cos 45^\circ - \cos 30^\circ + \sqrt{\cos^2 45^\circ + \frac{12^2 - 4^2}{4^2}} \right)^2 - \cos^2 45^\circ - \frac{12^2 - 4^2}{4^2}} = 59.1 \text{ МэВ}$$

20.  $\alpha$ -Частицы с энергией  $T = 5$  МэВ взаимодействуют с неподвижным ядром  ${}^7\text{Li}$ . Определить величины импульсов в с.ц.и., образующихся в результате реакции  ${}^7\text{Li}(\alpha, n){}^{10}\text{B}$  нейтрона  $p'_n$  и ядра  ${}^{10}\text{B}$   $p'_B$ .

Расчитаем энергию реакции:

$$Q = 2.424 \text{ МэВ} + 14.907 \text{ МэВ} - 8.071 \text{ МэВ} - 12.050 \text{ МэВ} = -2.79 \text{ МэВ}.$$

Для вычисления кинетической энергии нейтрона и ядра  ${}^{10}\text{B}$  в с.ц.и. воспользуемся формулой (2.32):

$$T'_n = \frac{M_B}{M_n + M_B} \left( \frac{M_{Li} T_\alpha}{M_\alpha + M_{Li}} + Q \right) = \frac{(p'_n)^2}{2M_n}$$

Отсюда в с.ц.и.:

$$p'_B = p'_n = \sqrt{2M_n T'_n} = \frac{1}{c} \sqrt{2M_n c^2 \frac{M_B}{M_n + M_B} \left( \frac{M_{Li} T_\alpha}{M_\alpha + M_{Li}} + Q \right)} \cong \\ \cong \frac{1}{c} \sqrt{2 \cdot 939.57 \frac{10}{1+10} \cdot \left( \frac{7}{4+7} 5 - 2.79 \right)} = 259 \frac{\text{МэВ}}{c}.$$

21. С помощью реакции  ${}^{32}\text{S}(\alpha, p){}^{35}\text{Cl}$  исследуются низколежащие возбужденные состояния  ${}^{35}\text{Cl}$  (1.219; 1.763; 2.646; 2.694; 3.003; 3.163 МэВ). Какие из этих состояний будут возбуждаться на пучке  $\alpha$ -частиц с энергией 5.0 МэВ? Определить энергии протонов, наблюдаемых в этой реакции под углами  $0^\circ$  и  $90^\circ$  при  $E = 5.0$  МэВ.

Энергия реакции:

$$Q = (\Delta m_\alpha + \Delta m_S - \Delta m_p - \Delta m_{Cl}) c^2 = \\ = 2.424 - 26.016 - 7.289 + 29.013 = -1.868 \text{ МэВ}.$$

Кинетическая энергия столкновения двух частиц в с.ц.и.:

$$T' = \frac{m_S}{m_\alpha + m_S} T_\alpha.$$

Максимальная энергия возбуждения ядра:

$$E_{\text{возб}}^{\text{макс}} = T' - |Q| = \frac{32}{36} \cdot 5 - 1.868 = 2.58 \text{ МэВ}.$$

Т.е. при энергии налетающих  $\alpha$ -частиц 5 МэВ могут возбуждаться только состояния с 1.219, 1.763. Энергии протонов, вылетающих под углами  $0^\circ$  и  $90^\circ$  в реакции определяются соотношениями:

$$T_p(0^0) = \frac{m_p m_\alpha T_\alpha}{(m_p + m_{Cl})^2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{(m_p + m_{Cl})(Q m_{Cl} + (m_{Cl} - m_\alpha) T_\alpha)}{m_p m_\alpha T_\alpha}} \right\}^2,$$

$$T_p(90^0) = \frac{Q m_{Cl} + (m_{Cl} - m_\alpha) T_\alpha}{m_p + m_{Cl}},$$

где энергия реакции  $Q = Q_0 - E_{\text{возб}}$ ;

$Q_1 = -3.09$  МэВ,  $Q_2 = -3.63$  МэВ.

Подставляя численные значения, получим

$$T_p(\theta = 0^0, E_{\text{возб}} = 1.219) =$$

$$= \frac{1.4 \cdot 5}{(1 + 35)^2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{(1 + 35)[(-3.09) \cdot 35 + (35 - 4) \cdot 5]}{1.4 \cdot 5}} \right\}^2 = 1.62 \text{ МэВ.}$$

Аналогично для других случаев

Энергия возбуждения (МэВ)	$T_p(0^0)$ (МэВ)	$T_p(90^0)$ (МэВ)
1.219	1.62	1.3
1.763	1.03	0.78

## 22. Используя импульсную диаграмму получить связь между углами в л.с. и с.ц.и.

Построим импульсную диаграмму:

1. Отложим отрезок  $(AB) = p_a$ , где  $p_a$  - величина импульса налетающей частицы в л.с..

1. На отрезке  $(AB)$  отложим точку  $O$ , которая делит  $(AB)$  на отрезки пропорциональные массам продуктов реакции:

$$(AO) = \frac{m_b}{(m_b + m_B)} p_a.$$

1. Из точки  $O$  деления импульса  $p_a$  проводим окружность с радиусом равным величине импульсов продуктов реакции в с.ц.и.  $p'_b = p'_B$ .

2. Из точки  $A$  проводим прямую до пересечения с окружностью. Отрезок  $(AC)$  равен импульсу вылетающей частицы  $b$  в л.с., а угол  $\theta'_b$  - углу вылета этой частицы в л.с., угол  $\theta_b$  - углу вылета частицы  $b$  в с.ц.и..

3. Из точки  $C$  опустим перпендикуляр  $(CD)$  на прямую  $(AB)$ , тогда можно записать:

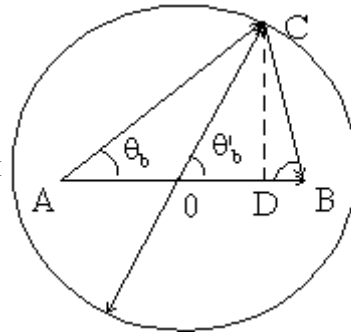
$$\text{tg } \theta_b = \frac{CD}{OD},$$

$$CD = (OC) \sin \theta'_b,$$

$$OD = (AO) + (OC) \cos \theta'_b.$$

Комбинируя эти три уравнения, получим

$$\operatorname{tg} \theta_b = \frac{\sin \theta'_b}{\frac{AO}{OC} + \cos \theta'_b}$$



где (см. (2.28))

$$(OC) = p_a \sqrt{\frac{m_b m_B}{(m_b + m_B) m_a} \left( \frac{Q}{T_a} + \frac{m_A}{m_a + m_A} \right)}$$

Окончательно получим

$$\operatorname{tg} \theta_b = \frac{\sin \theta'_b}{k_b + \cos \theta'_b},$$

где

$$k_b = \left( \frac{m_a m_b T_b}{m_B (m_A T_a + Q(m_a + m_A))} \right)^{1/2}.$$

**23.** Протон с кинетической энергией  $T_a = 5$  МэВ налетает на ядро  ${}^1\text{H}$  и упруго рассеивается на нем. Определить энергию  $T_B$  и угол рассеяния  $\theta_B$  ядра отдачи  ${}^1\text{H}$ , если угол рассеяния протона  $\theta_b = 30^\circ$ .

Для упругого рассеяния

$$T_a = T_b + T_B,$$

где  $T_a$ ,  $T_b$  и  $T_B$  - кинетические энергии налетающего протона, рассеянного протона и ядра водорода после рассеяния в л.с..

Из (2.30) имеем

$$T_b = T_a \cos^2 \theta_b,$$

$$T_B = T_a \cos^2 \theta_B.$$

В итоге получим

$$T_B = T_a - T_a \cos^2 \theta_b = T_a \sin^2 \theta_b = 5 \sin^2 30^\circ = 1.25 \text{ МэВ},$$

$$\theta_B = \arccos(\sin \theta_b) = 60^\circ.$$

**24.** Для получения нейтронов широко используется реакция  $t(d,n)\alpha$ . Определить энергию нейтронов  $T_n$ , вылетающих под углом  $90^\circ$  в нейтронном генераторе, использующем дейтроны, ускоренные до энергии  $T_d = 0.2$  МэВ.

Определим энергию реакции:

$$Q = 13.136 + 14.950 - 2.424 - 8.071 = 17.591 \text{ МэВ.}$$

Используем соотношение

$$T_b = \frac{m_a m_b T_a}{(m_b + m_B)^2} \left( \cos \theta_b \pm \sqrt{\cos^2 \theta_b + \frac{(m_b + m_B)(m_B - m_a)T_a + m_B Q}{m_a m_b T_a}} \right)^2 \quad (2.30)$$

получим

$$T_n(90^\circ) = \frac{(m_\alpha - m_d)T_d + m_\alpha Q}{m_\alpha + m_n} = \frac{(4 - 2) \cdot 0.2 + 4 \cdot 17.591}{4 + 1} = 14.15 \text{ МэВ}$$

**25.** Для получения нейтронов используется реакция  ${}^7\text{Li}(p,n){}^7\text{Be}$ . Энергия протонов  $T_p = 5$  МэВ. Для эксперимента необходимы нейтроны с энергией  $T_n = 1.75$  МэВ. Под каким углом  $\theta_n$  относительно направления протонного пучка будут вылетать нейтроны с такой энергией? Какой будет разброс энергий нейтронов  $\Delta T$ , если их выделять с помощью коллиматора размером 1 см, расположенного на расстоянии 10 см от мишени.

Расчитаем энергию реакции

$$Q = 14.907 + 7.289 - 8.071 - 15.768 = -1.643 \text{ МэВ}$$

Используя (2.31), получим

$$\begin{aligned} \theta_n &= \arccos \left( \frac{T_n(m_n + m_{Be}) - T_p(m_{Be} - m_p) - Q m_{Be}}{2\sqrt{m_n m_p T_n T_p}} \right) = \\ &= \arccos \left( \frac{1.75(1+7) - 5(7-1) + 7 \cdot 1.643}{2\sqrt{1 \cdot 1 \cdot 1.75 \cdot 5}} \right) \cong 139.5^\circ \end{aligned}$$

Диапазон углов, вырезаемых коллиматором  
 $139.5^\circ - \arctg(0.5/10) \leq \theta \leq 139.5^\circ + \arctg(0.5/10)$

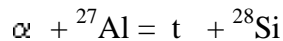
Используя

$$T_b = \frac{m_a m_b T_a}{(m_b + m_B)^2} \left( \cos \theta_b \pm \sqrt{\cos^2 \theta_b + \frac{(m_b + m_B)(m_B - m_a)T_a + m_B Q}{m_a m_b T_a}} \right)^2 \quad (2.30),$$

получим

$$T_n^{\min} \cong 1.73 \text{ МэВ, } T_n^{\max} \cong 1.77 \text{ МэВ, } \Delta T \cong T_n^{\max} - T_n^{\min} \cong 40 \text{ кэВ.}$$

26. Определить орбитальный момент трития  $l_t$ , образующегося в реакции  $^{27}\text{Al}(\alpha,t)^{28}\text{Si}$ , если орбитальный момент налетающей  $\alpha$ -частицы  $l_\alpha = 0$ .



$$J^P: 0^+ \quad 5/2^+ \quad 1/2^+ \quad 0^+$$

Момент количества движения во входном канале

$$\vec{J}_i = \vec{s}_\alpha + \vec{J}_{\text{Al}} + \vec{l}_\alpha = \frac{5}{2}$$

Из [закона сохранения момента количества движения](#) следует:

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f = \vec{s}_t + \vec{J}_{\text{Si}} + \vec{l}_t$$

$$\text{Откуда } l_t = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3, 2.$$

Четности во входном и выходном каналах

$$P_f = P_t \cdot P_{\text{Si}} (-1)^{l_t} = (+1)(+1)(-1)^{l_t};$$

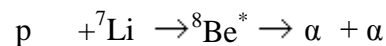
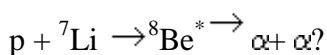
$$P_i = P_\alpha \cdot P_{\text{Al}} (-1)^{l_\alpha} = (+1)(+1)(-1)^{l_\alpha};$$

Из [закона сохранения четности](#):

$$P_i = P_f \Rightarrow (-1)^{l_t} = +1.$$

Орбитальный момент трития  $l_t$  должен быть четным числом, т.е.  $l_t = 2$ .

27. При каких относительных орбитальных моментах количества движения протона возможна ядерная реакция



$$J^P: 1/2^+ \quad 3/2^- \quad \quad \quad 0^+ \quad 0^+$$

Четность в конечном состоянии

$$P_i = P_\alpha P_\alpha (-1)^{l_\alpha} = (-1)^{l_\alpha}.$$

Волновая функция двух тождественных бозонов ( $\alpha$ -частиц) при пространственном отражении не меняется, т.е. волновая функция должна быть симметрична относительно перестановки бозонов. Отсюда следует, что  $l_\alpha$  - четное число. Полный момент системы в конечном состоянии  $J_f = l_\alpha$  и, соответственно может принимать только четные значения. Следовательно, промежуточное ядро  ${}^8\text{Be}$  для того, чтобы развалится на две  $\alpha$ -частицы должно быть в состояниях с положительной четностью и четными значениями спина. Четность в начальном состоянии также должна быть положительной

$$P_{\text{Be}} = (+1) = P_i = P_p P_{\text{Li}} (-1)^{l_p} = (+1)(-1)(-1)^{l_p}.$$



Таким образом, чтобы выполнялся закон сохранения четности орбитальный момент налетающего протона должен быть нечетным числом ( $l_p = 1, 3, \dots$ ).

**28.** С какими орбитальными моментами  $l_p$  могут вылетать протоны в реакции  $^{12}\text{C}(\gamma, p)^{11}\text{B}$ , если: 1) конечное ядро образуется в основном состоянии, а поглотился E2- фотон; 2) конечное ядро образуется в состоянии  $1/2^+$ , а поглотился M1- фотон; 3) конечное ядро образуется в основном состоянии, а поглотился E1- фотон?

В основном состоянии  $J^P(^{12}\text{C}) = 0^+$ .

$$1) J^P(^{11}\text{B}) = 3/2^-.$$

Вспользуемся законом сохранения четности и момента количества движения. В начальном состоянии:

$$\vec{J}_i = \vec{J}_\gamma + \vec{J}_{^{12}\text{C}} = \vec{2} + \vec{0} = \vec{2},$$

$$P_i = P_\gamma \cdot P_{^{12}\text{C}} = (-1)^2(+1) = +1.$$

В конечном состоянии :

$$\vec{J}_i = \vec{2} = \vec{J}_f = \vec{s}_p + \vec{J}_B + \vec{l}_p = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{3}}{2} + \vec{l}_p.$$

В соответствии с законом сохранения момента, орбитальный момент протона  $l_p$  может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4. Из закона сохранения четности

$$P_i = +1 = P_f = P_p P_B (-1)^{l_p} = (+1)(-1)(-1)^{l_p}$$

следует, что четные значения  $l_p$  должны быть отброшены, т.е. протоны могут вылетать с орбитальными моментами  $l_p = 1, 3$ .

$$2) J^P(^{11}\text{B}) = 1/2^+.$$

$$\vec{J}_i = \vec{1} + \vec{0} = \vec{1},$$

$$P_i = (-1)^{1+1}(+1) = +1,$$

$$\vec{J}_i = \vec{1} = \vec{J}_f = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{l}_p,$$

$$P_i = +1 = P_f = (+1)(+1)(-1)^{l_p} = (-1)^{l_p}.$$

В соответствии с законом сохранения момента  $l_p$  может принимать значения 0, 1, 2. Из закона сохранения четности орбитальный момент протонов должен быть четным  $l_p = 0, 2$ .

$$3) J^P(^{11}\text{B}) = 3/2^-.$$

$$\vec{J}_i = \vec{1} + \vec{0} = \vec{1},$$

$$P_i = (-1)^1(+1) = -1,$$

$$\vec{J}_i = \vec{1} = \vec{J}_f = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{3}}{2} + \vec{l}_p,$$

$$P_f = (+1)(-1)(-1)^{l_p}$$

Из допустимых законом сохранения момента значений 0, 1, 2 закон сохранения четности оставляет только четные значения  $l_p = 0, 2$ .

**29.** В результате поглощения ядром  $\gamma$ -кванта вылетает нейтрон с орбитальным моментом  $l_n = 2$ . Определить мультипольность  $\gamma$ -кванта, если конечное ядро образуется в основном состоянии.

Реакция  ${}^4\text{He}(\gamma, n){}^3\text{He}$ .

Суммарный момент в конечном состоянии

$$\vec{J}_f = \vec{J}_{\text{He}} + \vec{s}_n + \vec{l}_n = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{2} = \vec{1}, \vec{2}, \vec{3}.$$

Четность в конечном состоянии

$$P_f = P_{\text{He}} P_n (-1)^{l_n} = (+1)(+1)(-1)^2 = +1$$

В начальном состоянии

$$\vec{J}_i = \vec{J}_\gamma + \vec{s}_\alpha = \vec{J}_\gamma,$$

$$P_i = P_\gamma P_\alpha = P_\gamma = +1.$$

То есть мультипольность фотонов должна быть 1, 2, 3, а их четность положительная, т.е. это фотоны M1, E2, M3.

**30.** Ядро  ${}^{12}\text{C}$  поглощает  $\gamma$ -квант, в результате чего вылетает протон с орбитальным моментом  $l = 1$ . Определить мультипольность поглощенного  $\gamma$ -кванта, если конечное ядро образуется в основном состоянии?

Реакция  ${}^{12}\text{C}(\gamma, p){}^{11}\text{B}$ .

В конечном состоянии

$$\vec{J}_f = \vec{J}_B + \vec{s}_p + \vec{l}_p = \frac{\vec{3}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{1} = \vec{0}, \vec{1}, \vec{2}, \vec{3},$$

$$P_f = P_B P_p (-1)^{l_p} = (-1)(+1)(-1)^1 = +1.$$

В начальном состоянии

$$\vec{J}_i = \vec{J}_\gamma + \vec{J}_C = \vec{J}_\gamma,$$

$$P_i = P_\gamma P_C = P_\gamma.$$

Следовательно фотоны должны иметь положительную четность и мультипольности 1, 2, 3, т.е. это M1, E2 и M3-фотоны.

**31.** Определить орбитальный момент дейтрона  $l_d$  в реакции подхвата  $^{15}\text{N}(n,d)^{14}\text{C}$ , если орбитальный момент нейтрона  $l_n = 0$ .

В начальном состоянии

$$\vec{J}_i = \vec{J}_N + \vec{s}_n + \vec{l}_n = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{0} = \vec{0}, \vec{1},$$

$$P_i = P_n P_N (-1)^{l_n} = (+1)(-1)(-1)^0 = -1.$$

В конечном состоянии

$$\vec{J}_f = \vec{J}_C + \vec{s}_d + \vec{l}_d = \vec{0} + \vec{1} + \vec{l}_d,$$

$$P_f = -1 = P_C P_d (-1)^{l_d} = (+1)(+1)(-1)^{l_d} = (-1)^{l_d}.$$

Из [закона сохранения момента](#) следует, что возможные значения орбитального момента дейтрона  $l_d = 0, 1, 2$ . Однако [закон сохранения четности](#) допускает только нечетные значения, т.е.  $l_d = 1$ .

**33.** Ядро  $^{40}\text{Ca}$  поглощает E1  $\gamma$ -квант. Какие одночастичные переходы возможны?

Согласно одночастичной модели спин и четность основного состояния ядра  $^{40}_{20}\text{Ca} - 0^+$ . В ядре  $^{40}_{20}\text{Ca}$  полностью заполнены оболочки  $1s_{1/2}, 1p_{3/2} - 1p_{1/2}, 1d_{5/2} - 2s_{1/2} - 1d_{3/2}$ . Оболочка  $1f_{7/2} - 2p_{3/2} - 1f_{5/2} - 2p_{1/2} - 1g_{9/2}$  вакантна. При поглощении E1 фотона, по законам сохранения момента и четности квантовые характеристики ядра в возбужденном состоянии должны быть  $1^-$ . Наиболее низколежащим состояниям, которые будут возбуждаться, будут соответствовать одночастичные переходы нуклонов из третьей оболочки в четвертую вакантную оболочку. При этом будут образовываться состояния типа частица - дырка  $1p1h$ . Спин таких состояний

$$\vec{J} = \vec{j}_p + \vec{j}_h = \vec{1},$$

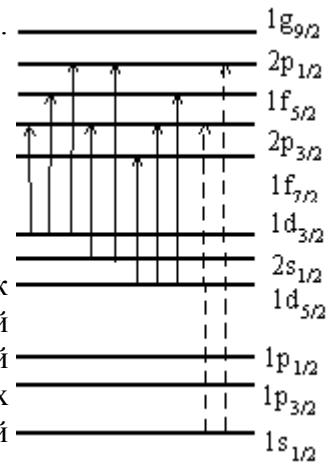
где  $\vec{J}_p$  и  $\vec{J}_h$  - полные моменты частицы и дырки соответственно. Этому условию соответствуют следующие переходы:

$$1d_{3/2} \rightarrow 2p_{3/2}, 1d_{3/2} \rightarrow 1f_{5/2}, 1d_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2},$$

$$2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}, 2s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2},$$

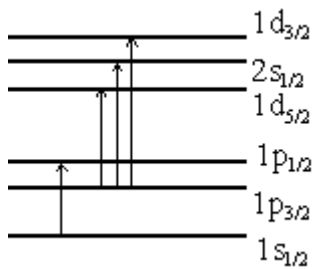
$$1d_{5/2} \rightarrow 1f_{7/2}, 1d_{5/2} \rightarrow 2p_{3/2}, 1d_{5/2} \rightarrow 1f_{5/2}.$$

При этом закон сохранения четности также выполняется, так как переходы происходят в состояния с противоположной четностью. При поглощении E1-фотонов достаточно большой энергии возможно возбуждение и других частично-дырочных состояний. Например при переходе нуклонов из первой оболочки в четвертую, это переходы  $1s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$  и  $1s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ .



**34.** Ядро  $^{12}\text{C}$  поглощает E1  $\gamma$ -квант. Какие одночастичные переходы возможны ?

Основное состояние ядра  $^{12}\text{C}$  имеет спин и четность  $0^+$ , у него полностью заполнены первая оболочка и подоболочка  $1p_{3/2}$  второй оболочки.



При поглощении E1 фотонов возможны переходы нуклонов из второй оболочки на третью и из первой оболочки на вакантные состояния второй таких, чтобы суммарный момент частицы и дырки в образовавшемся состоянии типа частица - дырка был равен 1, при этом [закон сохранения четности](#) будет выполнен, так как четность состояний при переходе от первой ко второй и от второй к третьей оболочке меняется и четность таких состояний будет отрицательной.

Это переходы  $1s_{1/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ ,  $1p_{3/2} \rightarrow 1d_{5/2}$ ,  $1p_{3/2} \rightarrow 2s_{1/2}$ ,  $1p_{3/2} \rightarrow 1d_{3/2}$ .

**35.** Можно ли в реакции неупругого рассеяния дейтронов на ядре  $^{10}\text{B}$  возбудить состояние с характеристиками  $J^P = 2^+$ ,  $I = 1$ ?

Реакция  $^{10}\text{B}(d,d)^{10}\text{B}$ .

Изоспин основного состояния ядра  $^{10}\text{B}$  равен 0,

$$I = |I_z| = \left| \frac{Z - N}{2} \right| = 0.$$

Изоспин дейтрона также равен 0.

Следовательно возбуждение состояния ядра  $^{10}\text{B}$  с  $I = 1$  не может проходить в результате сильного взаимодействия, т.к. нарушается [закон сохранения изоспина](#).

Проекция изоспина сохраняется и реакция может проходить в результате электромагнитного взаимодействия.

Однако возбуждение такого состояния будет подавлено из-за малости константы электромагнитного взаимодействия.

**36.** Вычислить сечение рассеяния  $\alpha$ -частицы с энергией 3 МэВ в кулоновском поле ядра  $^{238}\text{U}$  в интервале углов от  $150^\circ$  до  $170^\circ$ .

Воспользуемся формулой Резерфорда для дифференциального сечения упругого рассеяния нерелятивистской заряженной частицы на угол в кулоновском поле ядра (3.6):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Zze^2}{4T} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{C}{\sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

где  $T$  - кинетическая энергия налетающей частицы,  $z$  и  $Z$  - заряды налетающей частицы и ядра мишени соответственно. Сечение рассеяния  $\alpha$ -частицы в интервале углов  $\theta_1 - \theta_2$ :

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \\ &= C \int_0^{\theta_2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \sin \theta d\theta d\varphi = -2\pi C \frac{2}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \\ &= 8\pi \left( \frac{Zze^2}{4T} \right)^2 \left( \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_2}{2}} - \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_1}{2}} \right) \\ &= 8\pi \left( \frac{92 \cdot 2 \cdot 1.44}{4 \cdot 3} \right)^2 \left( \frac{1}{\sin^2 75^\circ} - \frac{1}{\sin^2 85^\circ} \right) \text{ фм}^2 = 7.86 \text{ б.} \end{aligned}$$

**37.** Золотая пластинка толщиной  $d = 0.1$  мм облучается пучком  $\alpha$ -частиц с интенсивностью  $N_0 = 10^3$  частиц/с. Кинетическая энергия  $\alpha$ -частиц  $T = 5$  МэВ. Сколько  $\alpha$ -частиц на единицу телесного угла падает в секунду на детектор, расположенный под углом  $= 170^\circ$ ? Плотность золота  $\rho = 19.3$  г/см<sup>3</sup>.

Воспользуемся формулами (3.2) и (3.3):

$$\frac{d^2\sigma_{ab}(\theta, \varphi)}{d\Omega d\varepsilon_b} = \frac{1}{nN_0} \frac{dN_b}{d\Omega d\varepsilon_b}, \quad (3.2)$$

$$n = \frac{\rho d N_A}{A}. \quad (3.3)$$

Рассеяние чисто Резерфордское, тогда дифференциальное сечение упругого рассеяния (3.6):

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \left( \frac{Zze^2}{4T} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (3.6)$$

Комбинируя (3.2), (3.3) и (3.6) получим для числа  $\alpha$ -частиц, попадающих в детектор за 1 секунду:

$$= 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{23} \frac{19.3 \cdot 0.01}{197} \left( \frac{2 \cdot 79 \cdot 1.44 \cdot 10^{-13}}{4.5} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 85} \cong 0.77 \text{ частиц/(рад}\cdot\text{с)}.$$

**38.** Коллимированный пучок  $\alpha$ -частиц с энергией  $T = 10$  МэВ падает перпендикулярно на медную фольгу толщиной  $\delta = 1$  мг/см<sup>2</sup>. Частицы, рассеянные под углом  $\theta = 30^\circ$ , регистрируются детектором площадью  $S = 1$  см<sup>2</sup>, расположенным на расстоянии  $l = 20$  см от мишени. Какая доля от полного числа рассеянных  $\alpha$ -частиц будет зарегистрирована детектором?

Аналогично задаче 37

$$\Delta N = \frac{N_0 N_A}{A_{Cu}} \delta \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega$$

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \left( \frac{Zze^2}{4T} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} ; \Delta\Omega = S/l^2$$

Тогда доля частиц, рассеянных под углом  $\theta = 30^\circ$ :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N_0} &= \frac{N_A}{A_{Cu}} \delta \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \frac{S_{дет}}{4\pi l^2} = \\ &= \frac{6.02 \cdot 10^{23}}{63} \cdot 10^{-3} \left( \frac{2 \cdot 29 \cdot 1.44 \cdot 10^{-13}}{4 \cdot 10} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 15^\circ} \cdot \frac{1}{4\pi(20)^2} \cong 1.9 \cdot 10^{-8}. \end{aligned}$$

**39.** При исследовании реакции  $^{27}\text{Al}(p,d)^{26}\text{Al}$  под действием протонов с энергией  $T_p = 62$  МэВ в спектре дейтронов, измеренном под углом  $\theta_d = 90^\circ$  с помощью детектора с телесным углом  $d\Omega = 2 \cdot 10^{-4}$  ср, наблюдались пики с энергиями  $T_d = 45.3; 44.32; 40.91$  МэВ. При суммарном заряде протонов  $q = 2.19$  мКл, упавших на мишень толщиной  $\delta = 5$  мг/см<sup>2</sup>, количество отсчетов в этих пиках  $N$  составило 5180, 1100 и 4570 соответственно. Определить энергии уровней ядра  $^{26}\text{Al}$ , возбуждение которых наблюдалось в этой реакции. Рассчитать дифференциальные сечения  $d\sigma/d\Omega$  этих процессов.

Энергия возбуждения ядра определяется соотношением

$$E_b^{(i)} = Q_0 - Q_i,$$

где  $Q_0$ ,  $Q_i$  - энергии реакций с образованием ядра в основном и возбужденном состояниях соответственно.

Энергия реакции  $^{27}\text{Al} (p, d)^{26}\text{Al}$  с образованием  $^{26}\text{Al}$  в основном состоянии получим, используя данные по избыткам масс атомов

$$Q_0 = -17.197 + 7.289 - 13.136 + 12.210 = -10.834 \text{ МэВ}.$$

Энергию реакции, можно рассчитать с помощью соотношения (2.31):

$$Q = T_b \frac{m_b + m_B}{m_B} - T_a \frac{m_B - m_a}{m_B} - \frac{2\sqrt{m_a m_b}}{m_B} \sqrt{T_a T_b} \cos \theta_b$$

Подставляя в него соответствующие величины получим для трех пиков соответственно

$$Q_1 = -10.83 \text{ МэВ}, Q_2 = -11.87 \text{ МэВ} \text{ и } Q_3 = -15.56 \text{ МэВ}.$$

Таким образом первый пик соответствует образованию ядра  $^{26}\text{Al}$  в основном состоянии ( $Q_1 = Q_0$ ), второй возбужденному состоянию с энергией 1.05 МэВ, а третий 4.72 МэВ

Количество частиц мишени на единицу площади:

$$n = \frac{\delta N_A}{A} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{27} = 1.1 \cdot 10^{20} \frac{\text{ат}}{\text{см}^2}$$

Полное число упавших на мишень частиц

$$N = \frac{q}{e} = \frac{2.19 \cdot 10^{-3}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cong 1.39 \cdot 10^{16} \text{ частиц}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta N}{nNd\Omega}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_1 = \frac{5180}{1.1 \cdot 10^{20} \cdot 1.39 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} \cong 17 \cdot 10^{-29} \frac{\text{см}^2}{\text{ср}} = 17 \frac{\text{мкбарн}}{\text{ср}}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_2 = 3.6 \frac{\text{мкбарн}}{\text{ср}}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_3 = 15 \frac{\text{мкбарн}}{\text{ср}}$$

**40.** Интегральное сечение реакции  $^{32}\text{S}(\gamma, p)^{31}\text{P}$  с образованием конечного ядра  $^{31}\text{P}$  в основном состоянии при энергии падающих  $\gamma$ -квантов, равной 18 МэВ, составляет 4 мб. Оценить величину интегрального сечения обратной реакции  $^{31}\text{P}(p, \gamma)^{32}\text{S}$ , отвечающей той же энергии возбуждения ядра  $^{32}\text{S}$ , что и в реакции  $^{32}\text{S}(\gamma, p)^{31}\text{P}$ . Учесть, что это возбуждение снимается за счет  $\gamma$ -перехода в основное состояние.

Воспользуемся принципом детального равновесия для реакции (3.8):

$$\frac{\sigma_{\text{уп}}}{\sigma_{\text{рy}}} = \frac{(2s_p + 1)(2J_p + 1) \bar{p}_p^2}{2(2J_s + 1) \bar{p}_y^2},$$

$$\text{где } p_y^2 = \frac{E_y^2}{c^2}, \quad p_p^2 = 2\mu_p T_p \cong 2m_p T_p.$$

Энергии фотона  $E$  и вылетающего протона  $T_p$  связаны соотношением

$$E\gamma + Q = T_p,$$

где энергия реакции

$$Q = 26.016 + 24.441 - 7.289 = 8.864 \text{ МэВ},$$

$$T_p = 18 - 8.864 = 9.136 \text{ МэВ}.$$

Частицы обладающие нулевой массой имеют не более двух ориентаций спина: параллельную и антипараллельную ее импульсу, безотносительно к величине спина. Поэтому соотно-шение детального баланса в этом случае имеет вид:

$$\frac{\sigma_{\text{уп}}}{\sigma_{\text{рy}}} = \frac{(2 \cdot 1/2 + 1)(2 \cdot 1/2 + 1) \cdot 2 \cdot 938 \cdot 9.136}{2 \cdot (2 \cdot 0 + 1) (18)^2} \cong 105.8$$

$$\sigma_{\text{рy}} = \frac{4}{105.8} \cong 0.04 \text{ мб.}$$

**41.** Рассчитать интенсивность пучка нейтронов  $J$ , которым облучали пластинку  $^{55}\text{Mn}$  толщиной  $d = 0.1$  см в течении  $t_{\text{акт}} = 15$  мин, если спустя  $t_{\text{охл}} = 150$  мин после окончания облучения ее активность  $I$  составила 2100 Бк. Период полураспада  $^{56}\text{Mn}$  2.58 ч, сечение активации  $\sigma = 0.48$  б, плотность вещества пластины  $\rho = 7.42$  г/см<sup>3</sup>.

Для активности пластины можно записать

$$I = Jn\sigma(1 - e^{-\lambda t_{\text{обл}}})e^{-\lambda t_{\text{охл}}},$$

где  $n$  - число ядер на единицу площади мишени

$$n = \frac{\rho d N_A}{A}.$$

Отсюда

$$J = \frac{IAe^{\lambda t_{\text{охл}}}}{\rho d \sigma (1 - e^{-\lambda t_{\text{обл}}})} = \frac{2100 \cdot 55 e^{\frac{150 \ln 2}{154.8}}}{7.42 \cdot 0.1 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 0.48 \cdot 10^{-24} (1 - e^{-\frac{15 \ln 2}{154.8}})} = 1.62 \cdot 10^7 \text{ нейтр./с}$$

**42.** Дифференциальное сечение реакции  $d\sigma/d\Omega$  под углом  $90^\circ$  составляет 10 мб/ср. Рассчитать величину интегрального сечения, если угловая зависимость дифференциального сечения имеет вид  $1+2\sin\theta$ .



**Решение**

$$\begin{aligned}\sigma &= \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = a \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (1 + 2 \sin \theta) \sin \theta d\theta d\varphi = \\ &= 2\pi a \left( \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta + 2 \int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta \right) = 2\pi a (2 + \pi)\end{aligned}$$

Найдем константу  $a$  из условия  $a(1 + 2\sin 90^\circ) = 10$ .  $a = 10/3$  мб/ср. В результате получим

$$\sigma = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10(2 + \pi)}{3} \cong 108 \text{ мб.}$$

**43.** Рассеяние медленных ( $T_n \approx 1$  кэВ) нейтронов на ядре изотропно. Как можно объяснить этот факт?

Оценим высоту центробежного барьера тяжелого ядра  $^{238}\text{U}$  для нейтронов

$$\begin{aligned}B_{\text{ц}} &= \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu_n R^2} = \frac{\hbar^2 c^2 l(l+1)}{2\mu_n c^2 r_0^2 A^{2/3}} \cong \\ &\cong \frac{(197)^2 l(l+1)}{2 \cdot 940 \cdot (13)^2 \cdot (238)^{2/3}} \cong 0.31 l(l+1) \text{ МэВ.}\end{aligned}$$

Таким образом  $B_{\text{ц}} > 1$  кэВ при  $l \neq 0$ , т.е. нейтроны с энергией  $\approx 1$  кэВ могут эффективно взаимодействовать с ядрами только при  $l = 0$ , при этом волновая функция относительного движения сферически симметрична, а угловое распределение изотропно в с.ц.и.

**44.** Определить энергию возбуждения составного ядра, образующегося при захвате  $\alpha$ -частицы с энергией  $T = 7$  МэВ неподвижным ядром  $^{10}\text{B}$ .

При взаимодействии  $\alpha$ -частицы ядром  $^{10}\text{B}$  образуется составное ядро  $^{14}\text{N}$ . Напишем закон сохранения энергии в с.ц.и.

$$m_N^* c^2 = m_N c^2 + E_{\text{возб}} = (m_B + m_\alpha) c^2 + \frac{m_B}{m_\alpha + m_B} T_\alpha$$

Откуда для  $E_{\text{возб}}$  получим

$$\begin{aligned}E_{\text{возб}} &= (\Delta m_B + \Delta m_\alpha - \Delta m_N) c^2 + \frac{m_B}{m_\alpha + m_B} T_\alpha = \\ &= (12.05 + 2.425 - 2.863) + \frac{10}{4 + 10} \cdot 7 = 16.61 \text{ МэВ.}\end{aligned}$$

**45.** В сечении реакции  $^{27}\text{Al}(\alpha, p)^{30}\text{Si}$  наблюдаются максимумы при энергиях  $\alpha$ -частиц  $T$  3.95; 4.84 и 6.57 МэВ. Определить энергии возбуждения составного ядра, соответствующие максимумам в сечении.

В сечении реакции  $^{27}\text{Al}(\alpha, p)^{30}\text{Si}$  наблюдаются максимумы при энергиях  $\alpha$ -частиц  $T$  3.95; 4.84 и 6.57 МэВ. Определить энергии возбуждения составного ядра, соответствующие максимумам в сечении.

В данной реакции образуется составное ядро  $^{31}\text{P}$ . По аналогии с задачей 44:

$$E_{\text{возб}} = (\Delta m_{\alpha} + \Delta m_{\text{Al}} - \Delta m_{\text{P}}) + \frac{m_{\text{Al}}}{m_{\alpha} + m_{\text{Al}}} T_{\alpha} =$$

$$= 2.425 - 17.197 + 24.441 + \frac{27}{31} T_{\alpha}.$$

Подставляя значения энергий  $T$ , получим

$$E_{\text{возб}} = 13.11; 13.88 \text{ и } 15.39 \text{ МэВ.}$$

**46.** С каким орбитальным моментом могут рассеиваться протоны с  $T_p = 2$  МэВ на ядре  $^{112}\text{Sn}$ ?

Воспользуемся формулой (3.10):

$$l(l+1) < 2\mu TR^2 / \hbar^2 \cong 2m_p c^2 Tr_0^2 A^{2/3} / \hbar^2 c^2 =$$

$$= 2 \cdot 938 \cdot 2 \cdot (1.3)^2 \cdot (112)^{2/3} / (197)^2 = 3.8$$

Таким образом протоны с энергией 2 МэВ взаимодействуют с ядром  $^{112}\text{Sn}$  при  $l = 0$  и  $l = 1$ .

**47.** Оценить сечение образования составного ядра при взаимодействии нейтронов с кинетической энергией  $T_n = 1$  эВ с ядрами золота  $^{197}\text{Au}$ .

При этой энергии с ядром эффективно будут взаимодействовать нейтроны только с  $l = 0$ . Воспользуемся формулой (3.20) для оценки сечения образования составного ядра:

$$\sigma^*(l=0) = \frac{2\pi\hbar^2 c^2}{m_n c^2 \sqrt{T_n T'_n}} = \frac{2\pi \cdot (197)^2}{940 \cdot \sqrt{10^{-6} \cdot 30}} \cong 47000 \text{ Фм}^2 = 470 \text{ б.}$$

**48.** Оценить сечение образования составного ядра при взаимодействии нейтронов с кинетической энергией  $T_n = 30$  МэВ с ядрами золота  $^{197}\text{Au}$ .

Для оценки сечения в этой области энергий можно воспользоваться формулой (3.18)

$$\sigma_1^*(\max) = \sum_{l=0}^{R/\lambda} (2l+1)\pi\lambda^2 = \pi(R+\lambda)^2$$

Оценим длину волны нейтрона

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2T_n m_n c^2}} = \frac{197}{\sqrt{940 \cdot 30}} \cong 0.8 \text{ Фм}$$

так как  $R \gg \lambda$ , можно записать

$$\sigma \cong \pi(R+\lambda)^2 = \pi(r_0 A^{1/3} + \lambda)^2 \cong \pi \cdot (1.3 \cdot 197^{1/3} + 0.8)^2 \cong 220 \text{ Фм}^2 = 2.2 \text{ б.}$$

**49.** Сравнить полные сечения реакции для  $\alpha$ -частиц с энергией 20 МэВ на ядрах  $^{56}\text{Fe}$  и  $^{197}\text{Au}$ .

В реакциях с заряженными частицами при относительно небольших энергиях основным фактором, определяющим величину сечения, является высота кулоновского барьера. Оценим высоту кулоновского барьера по формуле (3.11а)

$$V_k(^{56}\text{Fe}) \cong \frac{2 \cdot 26}{56^{1/3}} \cong 13.6 \text{ МэВ}, \quad V_k(^{197}\text{Au}) \cong \frac{2 \cdot 79}{197^{1/3}} \cong 27.2 \text{ МэВ.}$$

Энергия  $\alpha$ -частиц больше высоты кулоновского барьера на ядре  $^{56}\text{Fe}$  и меньше высоты кулоновского барьера на ядре  $^{197}\text{Au}$ . Следовательно полное сечение реакций на ядре  $^{197}\text{Au}$  будет сильно подавлено и меньше, чем сечение реакции на ядре  $^{56}\text{Fe}$ .

**50.** Оценить сечение реакции  $^{63}\text{Cu}(p,n)^{63}\text{Zn}$ , если известны сечения реакций, идущих с образованием того же составного ядра с той же энергией возбуждения:

$$^{60}\text{Ni}(\alpha,p)^{63}\text{Zn} - 0.7 \text{ б}; \quad ^{63}\text{Cu}(p,pn)^{62}\text{Cu} - 0.87 \text{ б}; \quad ^{60}\text{Ni}(\alpha,pn)^{62}\text{Cu} - 0.97 \text{ б.}$$

Все приведенные реакции идут через одно и то же составное ядро  $^{64}\text{Zn}$ :

1.  $^{63}\text{Cu} + p \rightarrow ^{64}\text{Zn} \rightarrow n + ^{63}\text{Zn};$
2.  $^{60}\text{Ni} + \alpha \rightarrow ^{64}\text{Zn} \rightarrow n + ^{63}\text{Zn};$
3.  $^{63}\text{Cu} + p \rightarrow ^{64}\text{Zn} \rightarrow p + n + ^{62}\text{Cu};$
4.  $^{60}\text{Ni} + \alpha \rightarrow ^{64}\text{Zn} \rightarrow p + n + ^{62}\text{Cu}.$

Для таких реакций справедливо соотношение (3.13)

$$\sigma_1 = \sigma_p(^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_n}{\Gamma}; \quad \sigma_2 = \sigma_\alpha(^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_n}{\Gamma}; \quad \sigma_3 = \sigma_p(^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_{np}}{\Gamma}; \quad \sigma_4 = \sigma_\alpha(^{64}\text{Zn}) \frac{\Gamma_{np}}{\Gamma},$$

где  $\Gamma_n$ ,  $\Gamma_{pn}$  - ширины распада составного ядра с вылетом нейтрона и нейтрона + протона,  $\Gamma$  - полная ширина распада. Отсюда получаем, что

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\sigma_2}{\sigma_4} = \frac{\Gamma_n}{\Gamma_{pn}},$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{\sigma_2}{\sigma_4} = 0.87 \frac{0.7}{0.97} = 0.63 \text{ б.}$$

**51.** Оценить нейтронную ширину  $\Gamma_n$  изолированного уровня  $0^+$  ядра  $^{108}\text{Rh}$  (энергия уровня  $E_0 = 1.21$  эВ, полная ширина  $\Gamma = 0.21$  эВ), если при резонансном поглощении нейтронов с образованием этого уровня составного ядра сечение поглощения для энергии нейтронов  $T_n = 1$  эВ  $\sigma = 2700$  б. Спин ядра-мишени  $I(^{107}\text{Rh}) = 1/2$ .

Сечение резонансной реакции  $(n, \gamma)$  (3.21)

$$\sigma_{ab} = \frac{2J+1}{(2s_n+1)(2I+1)} \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma}{(T_n - T_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}.$$

Длина волны нейтрона

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{pc} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2m_n c^2 T}} = \frac{197}{\sqrt{2 \cdot 939.6} \sqrt{T(\text{МэВ})}} \Phi_M \cong \frac{4.5 \cdot 10^3}{\sqrt{T(\text{эВ})}} \Phi_M.$$

Полная ширина уровня

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma \cong \Gamma_\gamma.$$

В итоге получим

$$\begin{aligned} \Gamma_n &= \frac{(2s_n+1)(2I+1)}{2J+1} \frac{\sigma_{ab}}{\pi \lambda^2} \frac{(T - T_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_\gamma}{2}\right)^2}{\Gamma_\gamma} = \\ &= \frac{2 \cdot 2}{1} \frac{2700 \cdot 1}{\pi \cdot (4.5)^2 \cdot 10^4} \frac{(1 - 1.21)^2 + \left(\frac{0.21}{2}\right)^2}{0.21} \cong 4.5 \cdot 10^{-3} \text{ эВ.} \end{aligned}$$

**52.** Получить, исходя из модели оболочек, отношение сечений реакций подхвата  $^{16}\text{O}(p,d)^{15}\text{O}$ , с образованием конечного ядра  $^{15}\text{O}$  в основном состоянии ( $J^P = 1/2^-$ ) и в состоянии ( $J^P = 3/2^-$ ).

Особенностью реакций подхвата  $(p,d)$  является то, что в них возбуждаются состояния, соответствующие возбуждению "дырок" относительно основного состояния ядра-мишени. В реакции  $^{16}\text{O}(p,d)$  это состояния  $(1p_{1/2})^{-1}$  и  $(1p_{3/2})^{-1}$ , глубокие дырочные состояния  $(1s_{1/2})^{-1}$  не возбуждаются, если энергия налетающей частицы не очень велика (взаимодействие

поверхностное). Основному состоянию ядра  $^{15}\text{O}$  ( $J^P = 1/2^-$ ) соответствует нейтронная конфигурация

$$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^1,$$

а состоянию с  $J^P = 3/2^-$  - конфигурация

$$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^3(1p_{1/2})^2.$$

То есть в первом случае подхватывается нейтрон из состояния  $1p_{1/2}$ , а во втором из  $1p_{3/2}$ . Вероятности подхвата в первую очередь определяются числом нейтронов на соответствующих подоболочках. Таким образом сечение реакции с образованием ядра  $^{15}\text{O}$  в основном состоянии должно быть приблизительно вдвое меньше, чем сечение реакции с возбуждением состояния ядра  $3/2^-$ .

**53.** Для реакции срыва  $^{35}\text{Cl}(d,p)^{36}\text{Cl}$  найти возможные значения орбитального момента  $l_n$  захваченного ядром нейтрона. Указать, исходя из простейшей оболочечной модели, какое из значений  $l_n$  реализуется, если ядро  $^{36}\text{Cl}$  образуется в основном состоянии.

Спины и четности ядер  $^{35}\text{Cl}$  и  $^{36}\text{Cl}$   $3/2^+$  и  $2^+$  соответственно. Из закона сохранения количества движения следует, что

$$\vec{J}_f = \vec{J}_i + \vec{J}_n,$$

где  $J_i$  и  $J_f$  - спины ядер  $^{35}\text{Cl}$ , и  $^{36}\text{Cl}$ , соответственно, а  $J_n$  - полный момент нейтрона

$$\vec{J}_n = \vec{l}_n + \vec{s}_n = \vec{l}_n + \frac{\vec{1}}{2}$$

$$|J_i - J_f| \leq J_n \leq J_i + J_f$$

$$1/2 \leq J_n \leq 7/2$$

$$\text{или } 0 \leq l_n \leq 4.$$

Из закона сохранения четности

$$P_f = P_i P_n (-1)^{l_n}, \quad (+1) = (+1)(+1)(-1)^{l_n},$$

где  $P_i$ ,  $P_f$ ,  $P_n$  - четности начального и конечного ядер и нейтрона, получаем, что  $l_n$  - четное число,  $l_n = 0, 2, 4$ . Ядро  $^{35}\text{Cl}$  в оболочечной модели в основном состоянии имеет нейтронную конфигурацию

$$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^6(2s_{1/2})^2(1d_{3/2})^2.$$

Конечное ядро  $^{36}\text{Cl}$  имеет еще один нейтрон в состоянии  $1d_{3/2}$  с орбитальным моментом 2. Это значение переданного момента нейтрона и реализуется в реакции  $^{35}\text{Cl}(d,p)^{36}\text{Cl}$  с возбуждением основного состояния конечного ядра.

**54.** Оценить спин и четность состояния ядра  $^{24}\text{Mg}$  с энергией 1.37 МэВ, если при возбуждении этого состояния в реакции неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергией  $T = 40$  Мэв, первый максимум в угловом распределении  $\alpha$ -частиц наблюдается под углом  $10^0$ .

Воспользовавшись формулой (3.23) получим,

$$\Delta l \approx \frac{2p_{\alpha}R \sin \frac{\theta}{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2Tm_{\alpha}c^2r_0A^{1/3}} \sin \frac{\theta}{2}}{2} \cong$$

$$\cong \frac{\hbar}{2\sqrt{2 \cdot 40 \cdot 4 \cdot 940 \cdot 1.3 \cdot 24^{1/3}} \sin 5^{\circ}} \cong 1.8.$$

Орбитальный момент может принимать только целочисленные значения, таким образом ближайшее значение  $\Delta l = 2$ . Спин и четность основного состояния ядра  $^{24}\text{Mg}$   $J_i^P = 0^+$ . Используя закон сохранения момента количества движения, получим

$$|J_i - \Delta l| \leq J_f \leq J_i + \Delta l,$$

отсюда  $J_f = 2$ . Четность этого состояния, согласно закону сохранения четности должна быть положительной, таким образом квантовые характеристики состояния с энергией 1.37 МэВ  $J_f^P = 2^+$ .

**55.** Найти угол , под которым должен быть максимум углового распределения протонов в реакции (d,p) на ядре  $^{58}\text{Ni}$ , вызванной дейтронами с энергией  $T=15$  МэВ, с образованием ядра  $^{59}\text{Ni}$  в основном состоянии.

Спин и четность ядра  $^{58}\text{Ni}$   $J_i^P = 0^+$ . В данном случае передаваемый угловой момент  $l$  равен угловому моменту нейтрона, помещаемого в состояние  $2p_{3/2}$ ,  $l = 1$ . Используя формулу (3.22), получим

$$\theta \approx 2\arcsin\left(\frac{\hbar\Delta l}{2pR}\right) = 2\arcsin\left(\frac{\hbar c\Delta l}{2\sqrt{2Tm_d c^2 r_0 A^{1/3}}}\right) \cong$$

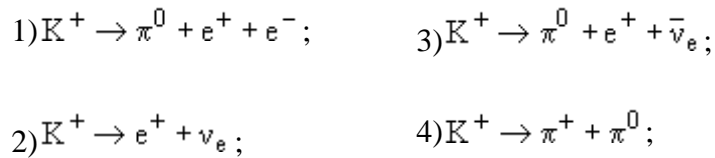
$$\cong 2\arcsin\left(\frac{197}{2\sqrt{2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 931 \cdot 13 \cdot 58^{1/3}}}\right) \cong 10^{\circ}.$$

## Свойства частиц и взаимодействий

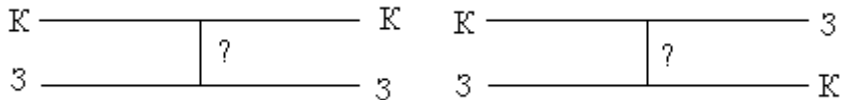
### Задачи 1 - 52

- $\pi^0$ -мезон, кинетическая энергия которого равна энергии покоя, распадается на два  $\gamma$ -кванта, энергии которых равны. Каков угол между направлениями движения  $\gamma$ -квантов?
- Определить величину суммарной кинетической энергии  $\pi$ -мезонов  $T_{\Sigma\pi}$ , образующихся при распаде покоящегося  $K^+$ -мезона:  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ . Массы покоя частиц в энергетических единицах:  
 $m_{K^+} = 493.646 \text{ МэВ}$ ,  $m_{\pi^{\pm}} = 139.658 \text{ МэВ}$ .
- Определить частицы  $X$ , образующиеся в реакциях сильного взаимодействия:  
1)  $\pi^- + p \rightarrow K^- + p + X$ ; 2)  $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^0 + X$ ; 3)  $p + \bar{p} \rightarrow \Xi^- + \pi^+ + X$ .
- Могут ли следующие реакции: 1)  $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^-$ ; 2)  $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} + \pi^0$ ; 3)  $K^+ + n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$  происходить в результате сильного взаимодействия.
- Какие из приведенных ниже реакций под действием нейтрино и антинейтрино возможны, какие запрещены и почему: 1)  $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$ ; 2)  $\nu_e + n \rightarrow p + \mu^-$ ; 3)  $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$ .
- Построить из кварков следующие частицы:  $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Omega^-$ .
- Определить значения спинов, четностей и изоспинов основных состояний гиперядер  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$  и  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ .
- Нарисовать кварковые диаграммы взаимодействий  $p$ - $p$ ,  $n$ - $n$ ,  $p$ - $n$ .
- Показать, что без введения квантового числа "цвет", принимающего три значения, кварковая структура  $\Delta^{++}$ ,  $\Delta^-$ ,  $\Omega^-$  противоречит принципу Паули.
- Проверить выполнение законов сохранения и построить кварковые диаграммы реакций, происходящих в результате сильного взаимодействия: 1)  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$ ; 2)  $p + \bar{p} \rightarrow \Omega^- + \Omega^-$ ; 3)  $\pi^+ + n \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^+$ .
- Нарисовать основные диаграммы Фейнмана для следующих процессов: 1) рассеяние электрона на электроне; 2) эффект Комптона; 3) электрон-позитронная аннигиляция; 4) фотоэффект в кулоновском поле ядра; 5) образование электрон-позитронной пары в кулоновском поле ядра. Какие виртуальные частицы участвуют в этих процессах?
- Оценить отношение сечений двух- и трехфотонной аннигиляции электрон-позитронной пары.
- Какие из приведенных ниже слабых распадов адронов запрещены, а какие разрешены?  
1)  $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$ ; 2)  $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ ; 3)  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu_e$ .
- Нарисовать кварковые диаграммы распадов  
1)  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ , 2)  $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^-$ , 3)  $\rho^0(770) \rightarrow e^+ + e^-$ , 4)  $\eta'(958) \rightarrow 3\pi^0$ . Какие взаимодействия ответственны за эти распады?

15. Какие из перечисленных ниже четырех способов распада  $K^+$ -мезона возможны? Для разрешенных нарисовать диаграммы, для запрещенных указать причину запрета.



16. Диаграммы показывают два варианта взаимодействия красного и зеленого кварков. Определить, за счет какого взаимодействия произошла реакция в каждом случае и что было виртуальной частицей.



17. Показать, что пространственная четность позитрония ( $e^+e^-$ ) равна  $(-1)^{L+1}$ , где  $L$  - относительный орбитальный момент  $e^+$  и  $e^-$ .

18. Какие значения может иметь относительный орбитальный момент двух  $\pi^0$ -мезонов, образующихся в реакции  $p\bar{p} \rightarrow 2\pi^0$ , если относительный орбитальный момент  $p\bar{p}$  равен  $L$ ?

19. Как доказать несохранение четности в распаде  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ?

20. Возможен ли распад  $\pi^0 \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e$  для нейтрино с нулевой массой?

21. Почему распад  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  сильно (в  $10^4$  раз) подавлен по сравнению с распадом  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  хотя энергвыделение в распаде  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  во много раз больше, чем в распаде  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ?

22. Показать, что зарядовые четности мезонов  $\eta_c(1S)$  и  $J/\psi(1S)$  равны соответственно  $+1$  и  $-1$ .

23. Как меняются при операции обращения времени следующие величины: импульс, момент количества движения, энергия, векторный и скалярный потенциалы, напряженность электрического и магнитного поля?

24. Показать, что спиральность частицы  $\hbar$  инвариантна по отношению к обращению времени.

25.  $\pi^+$ -мезон распадается в состоянии покоя. Нарисовать импульсы и спины частиц, образующихся в результате распада  $\pi^+$ -мезона  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ . Совершить C-, P-, CP-, T- и CPT-преобразования этого распада.

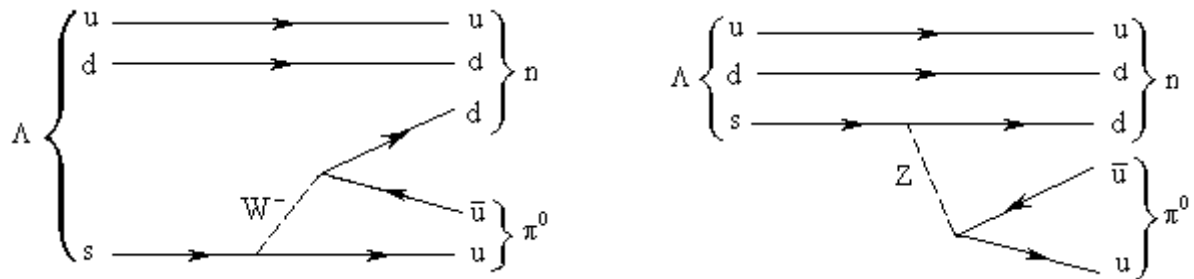
26. Исходя из экспериментального значения угла Вайнберга  $\sin^2 \theta_w = 0.226 \pm 0.005$  оценить величину слабого заряда  $g_w$  и сравнить ее с величиной электрического заряда  $e$ .

27. Возможен ли опыт по визуальному наблюдению промежуточных бозонов  $W^\pm$ , например, в пузырьковой, искровой, дрейфовой камере, ядерных фотоэмульсиях или другом трековом приборе?

28. Определить длину  $L$  и время  $t$  пробега реакторного нейтрино в воде, воспользовавшись данными эксперимента Райнеса и Коуэна (1956 - 1959 г.г.), получившими для сечения взаимодействия антинейтрино с веществом  $\sigma \approx 10^{-43} \text{ см}^2$ .



29. Нарисовать простейшие диаграммы Фейнмана взаимодействия реакторного антинейтрино с веществом.
30. Из характеристик переносчиков слабого взаимодействия  $W^\pm$  и  $Z$  бозонов определить радиус слабых сил.
31. Протон, поглощая фотон, переходит в  $\Delta^+$ . Определить тип, мультипольность и энергию фотона.
32. Какая энергия нужна для "переворота" кварка в нуклоне?
33. Определить магнитные моменты  $u$  и  $d$ -кварков в ядерных магнетонах, считая, что их масса равна  $1/3$  массы нуклона.
34. Могут ли топ-кварк ( $t$ ) и его антикварк ( $\bar{t}$ ) образовать связанную систему  $t\bar{t}$  - топоний, аналогичную чармонию ( $c\bar{c}$ ) и ботомонию ( $b\bar{b}$ )?
36. Показать, что в супермультиплете легчайших барионов  $1/2^+$  не может быть частиц, состоящих из кварков одинакового аромата  $u u u$ ,  $d d d$ ,  $s s s$ .
38.  $\Sigma^0$ -гиперон распадается следующим образом:  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ . Как меняются кварковые состояния при этом распаде? Определить тип и мультипольность испущенного фотона. Как направлен спин  $\Lambda$ , если спин  $\Sigma^0$  направлен вверх?
39. Показать, что кварк, испустив глюон, не может перейти в антикварк.
40. Что можно сказать об электрическом квадрупольном моменте протона, нейтрона и других адронов?
41. Одна из следующих двух диаграмм, описывающих распад  $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$  неправильна. Какая?



42. Возможно ли рассеяние нейтрино на электроне с участием 1) нейтрального слабого тока; 2) заряженного слабого тока? Положительный ответ сопроводить диаграммой процесса.
43. Барионы  $\Sigma^-$  и  $\Delta^-$  имеют близкие массы (соответственно 1197 и 1232 МэВ/ $c^2$ ) и распадаются одинаково:

$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-,$$

$$\Delta^- \rightarrow n + \pi^-.$$

За счет каких взаимодействий происходят эти распады? Нарисовать их кварковые диаграммы и оценить константу  $\alpha_w$  слабого взаимодействия, полагая константу сильного взаимодействия  $\alpha_s \approx 1$ .

44. Одна из реакций ассоциированного рождения странных частиц  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$  происходит за счет сильного взаимодействия, т.е. за время  $\sim 10^{-23}$ . Каждая из рожденных странных частиц  $\Lambda$  и  $K^0$  распадается за счет слабых сил за время  $\sim 10^{-10}$  сек. Из этих данных получите отношение констант слабого и сильного взаимодействий  $\alpha_w/\alpha_s$ .

45. Почему отсутствие распада  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \gamma$  можно рассматривать как указание на нулевой спин  $K^+$ -мезона?

46. Определить относительный орбитальный момент  $p$  и  $\pi^+$ , образующихся при распаде  $\Delta^+ \rightarrow p + \pi^+$ .

47. Захват отрицательных каонов в гелии иногда приводит к образованию гиперядер (ядер, в которых нейтрон заменен  $\Lambda$ -гипероном) в соответствии с реакцией  $K^- + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{H}_\Lambda + \pi^0$ . При изучении относительных мод распада  ${}^4\text{H}_\Lambda$  и, в частности, из изотропии распадных продуктов установлено, что

$J({}^4\text{H}_\Lambda) = 0$ . Покажите, что это означает отрицательную четность для  $K^-$ , независимо от углового момента состояния, из которого  $K^-$  был захвачен.

48. Покажите, что реакция  $p^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$  не может идти для покоящихся пионов.

49. Ядро  ${}^{34}\text{Cl}$  испытывает  $\beta^+$ -распад:  ${}^{34}\text{Cl} \rightarrow {}^{34}\text{S} + e^+ + \nu_e$ . Такой же тип  $\beta$ -распада имеет место и для

$\pi^+$ -мезона:  $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$ . Что еще сближает эти два  $\beta^+$ -распада? Оцените отношение вероятностей сравниваемых распадов и время жизни  $\pi^+$  относительно  $\beta^+$ -распада, учитывая, что средние времена жизни  ${}^{34}\text{Cl}$  и пиона собственно  $\tau_{\text{Cl}} = 1.5$  с,  $\tau_\pi = 2.6 \cdot 10^{-8}$  с и вероятность распада пиона по каналу  $e^+ \nu_e$  около  $10^{-4}$ .

50. Среднее время жизни нейтрона  $\tau_n = 890$  с, а мюона  $\tau_\mu = 2.2 \cdot 10^{-6}$  с. Покажите, что если принять во внимание разницу в энерговыделении (правило Сарджента), то константы взаимодействия в обоих случаях совпадают с точностью до фактора 10.

51. Среднее время жизни мюона равно  $2.2 \cdot 10^{-6}$  с. Рассчитайте время жизни  $\tau$ -лептона, считая, что относительная вероятность распада  $\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau$  составляет 18% и что  $m_\tau c^2 = 1777$  МэВ,

$m_\mu c^2 = 105.7$  МэВ. Сравните результат с измеренным временем жизни  $\tau$ -лептона  $2.9 \cdot 10^{-13}$  с.

52.  $W$ -бозон распадается за счет слабого взаимодействия и время этого распада, оказывается

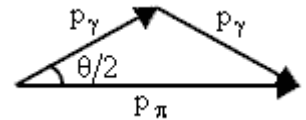
$$\tau \approx \frac{\hbar}{\Gamma_W} \approx \frac{6.6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{2.1 \cdot 10^3 \text{ МэВ}} \approx 3 \cdot 10^{-25} \text{ с},$$

где  $G_W = 2.1$  ГэВ - ширина распада  $W$ -бозона. Объяснить, почему это время столь мало и даже на два порядка ниже характерного времени распада за счет сильного взаимодействия.

## Решение:

1.  $\pi^0$ -мезон, кинетическая энергия которого равна энергии покоя, распадается на два  $\gamma$ -кванта, энергии которых равны. Каков угол между направлениями движения  $\gamma$ -квантов?

Энергии  $\gamma$ -квантов в л.с. равны, если равны углы вылета  $\gamma$ -квантов относительно направления первоначального движения пиона.



По условию задачи  $T = mc^2$ , где  $T$  - кинетическая энергия,  $m$  - масса пиона.

Тогда для полной энергии  $E_i$  и импульса  $P_\pi$  пиона можно записать

$$E_i = T + mc^2 = 2T,$$

$$P_\pi = \frac{\sqrt{T^2 + 2Tmc^2}}{c} = \frac{T\sqrt{3}}{c}.$$

Из закона сохранения энергии  $E_\gamma = T$ . Закон сохранения импульса приводит к следующему соотношению

$$\frac{T\sqrt{3}}{c} = 2p_\gamma \cos \frac{\theta}{2} = 2 \frac{E_\gamma}{c} \cos \frac{\theta}{2} = 2 \frac{T}{c} \cos \frac{\theta}{2},$$

где  $P_\gamma$  - импульс одного  $\gamma$ -кванта.

$$\text{Откуда } \theta = 2 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = 60^\circ.$$

2. Определить величину суммарной кинетической энергии  $\pi$ -мезонов  $T_{\Sigma\pi}$ , образующихся при распаде покоящегося  $K^+$ -мезона:  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ . Массы покоя частиц в энергетических единицах:

$$m_{K^+} = 493.646 \text{ МэВ}, \quad m_{\pi^{\pm}} = 139.658 \text{ МэВ}.$$

Полная энергия  $K^+$ -мезона  $E_{K^+}$  равна его энергии покоя  $E_{K^+} = m_{K^+}$ . Полная энергия трех пионов  $E_{\Sigma\pi}$  равна сумме их кинетических энергий и энергий покоя  $E_{\Sigma\pi} = T_{\Sigma\pi} + M_{\Sigma\pi} = T_{\Sigma\pi} + 3m_{\pi^{\pm}}$ . Из закона сохранения энергии  $E_{K^+} = E_{\Sigma\pi}$ ,

$$T_{\Sigma\pi} = m_{K^+} - 3m_{\pi^{\pm}} = (493.646 \text{ МэВ} - 3 \times 139.658 \text{ МэВ}) = 74.672 \text{ МэВ}.$$

3. Определить частицы  $X$ , образующиеся в реакциях сильного взаимодействия:

$$1) \pi^- + p \rightarrow K^- + p + X; \quad 2) K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^0 + X; \quad 3) p + \bar{p} \rightarrow \Xi^- + \pi^+ + X.$$

Исходя из законов сохранения электрического заряда  $Q$ , барионного заряда  $B$ , странности  $S$  и проекции изоспина  $I_3$  в этих реакциях определим характеристики частиц  $X$ :

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \pi^- + p \rightarrow K^- + p + X \\
 & Q: \quad -1 + 1 \rightarrow -1 + 1 + Q_X \quad Q_X = 0 \\
 & B: \quad 0 + 1 \rightarrow 0 + 1 + B_X \quad B_X = 0 \\
 & S: \quad 0 + 0 \rightarrow -1 + 0 + S_X \quad S_X = 1 \\
 & I_3: \quad -1 + 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 + (I_3)_X \quad (I_3)_X = -1/2
 \end{aligned}$$

Этот набор квантовых чисел соответствует  $K^0$ -мезону.

$$\begin{aligned}
 2) \quad & K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^0 + X \\
 & Q: \quad -1 + 1 \rightarrow -1 + 0 + Q_X \quad Q_X = 1 \\
 & B: \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 + B_X \quad B_X = 0 \\
 & S: \quad -1 + 0 \rightarrow -3 + 1 + S_X \quad S_X = 1 \\
 & I_3: \quad -1/2 + 1/2 \rightarrow 0 - 1/2 + (I_3)_X \quad (I_3)_X = 1/2
 \end{aligned}$$

Этот набор квантовых чисел соответствует  $K^+$ -мезону.

$$\begin{aligned}
 3) \quad & p + \bar{p} \rightarrow \Xi^- + \pi^+ + X \\
 & Q: \quad 1 - 1 \rightarrow -1 + 1 + Q_X \quad Q_X = 0 \\
 & B: \quad 1 - 1 \rightarrow 1 + 0 + B_X \quad B_X = -1 \\
 & S: \quad 0 + 0 \rightarrow -2 + 0 + S_X \quad S_X = 2 \\
 & I_3: \quad 1/2 - 1/2 \rightarrow -1/2 + 1 + (I_3)_X \quad (I_3)_X = -1/2
 \end{aligned}$$

Этот набор квантовых чисел соответствует  $\Xi^0$ -гиперону.

**4.** Могут ли следующие реакции: 1)  $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^-$ ; 2)  $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} + \pi^0$ ; 3)  $K^+ + n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$  происходить в результате сильного взаимодействия.

Определим изменения электрического заряда  $Q$ , барионного заряда  $B$ , странности  $S$  и проекции изоспина  $I_3$  в этих реакциях:

$$1) \quad \pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^-$$

$$\begin{aligned}
Q: & -1 + 1 \rightarrow -1 + 1 - 1 & \Delta Q = -1 \\
B: & 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 & \Delta B = 0 \\
S: & 0 + 0 \rightarrow -2 + 1 - 1 & \Delta S = -2 \\
I_3: & -1 + 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 - 1/2 & \Delta I_3 = 0
\end{aligned}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняются электрический заряд и странность.

$$\begin{aligned}
2) \quad & \pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} + \pi^0 \\
Q: & 1 + 1 \rightarrow 2 + 0 & \Delta Q = 0 \\
B: & 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 & \Delta B = 0 \\
S: & 0 + 0 \rightarrow 0 + 0 & \Delta S = 0 \\
I_3: & 1 + 1/2 \rightarrow 3/2 + 0 & \Delta I_3 = 0
\end{aligned}$$

Реакция возможна, так как все законы сохранения выполнены.

$$\begin{aligned}
3) \quad & K^+ + n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0 \\
Q: & 1 + 0 \rightarrow 1 + 0 & \Delta Q = 0 \\
B: & 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 & \Delta B = 0 \\
S: & 1 + 0 \rightarrow -1 + 0 & \Delta S = -2 \\
I_3: & 1/2 - 1/2 \rightarrow 1 + 0 & \Delta I_3 = 1
\end{aligned}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняются странность и проекция изоспина.

5. Какие из приведенных ниже реакций под действием нейтрино и антинейтрино возможны, какие запрещены и почему: 1)  $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$ ; 2)  $\nu_e + n \rightarrow p + \mu^-$ ; 3)  $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$ .

Реакции происходят в результате слабого взаимодействия. Определим изменения электрического заряда Q, барионного заряда B, лептонного электронного  $L_e$  и мюонного  $L_\mu$  чисел в этих реакциях:

$$\begin{aligned}
1) \quad & \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+ \\
Q: & 0 + 1 \rightarrow 0 + 1 & \Delta Q = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B: & \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 & \Delta B = 0 \\
L_e: & \quad 0 + 0 \rightarrow 0 + 0 & \Delta L_e = 0 \\
L_\mu: & \quad -1 + 0 \rightarrow 0 - 1 & \Delta L_\mu = 0
\end{aligned}$$

Реакция возможна, так как все законы сохранения выполнены.

$$\begin{aligned}
2) \quad & \nu_e + n \rightarrow p + \mu^- \\
Q: & \quad 0 + 0 \rightarrow 1 - 1 & \Delta Q = 0 \\
B: & \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 & \Delta B = 0 \\
L_e: & \quad 1 + 0 \rightarrow 0 + 0 & \Delta L_e = -1 \\
L_\mu: & \quad 0 + 0 \rightarrow 0 + 1 & \Delta L_\mu = 1
\end{aligned}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняются электронное и мюонное лептонные числа.

$$\begin{aligned}
3) \quad & \bar{\nu}_\mu + n \rightarrow p + \mu^- \\
Q: & \quad 0 + 0 \rightarrow 1 - 1 & \Delta Q = 0 \\
B: & \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 & \Delta B = 0 \\
L_e: & \quad 0 + 0 \rightarrow 0 + 0 & \Delta L_e = 0 \\
L_\mu: & \quad -1 + 0 \rightarrow 0 + 1 & \Delta L_\mu = 2
\end{aligned}$$

Реакция невозможна, так как не сохраняется мюонное лептонное число.

6. Построить из кварков следующие частицы:  $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Omega^-$ .

	u	u	d	p
Электрический заряд	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1
Странность	0	0	0	0
<hr/>				
	u	d	d	n
Электрический заряд	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0

Странность	0	0	0	0
	u	d	s	$\Lambda$
Электрический заряд	$+2/3$	$-1/3$	$-1/3$	0
Странность	0	0	-1	-1
	u	d	s	$\Sigma^0$
Электрический заряд	$+2/3$	$-1/3$	$-1/3$	0
Странность	0	0	-1	-1
	u	s	s	$\Xi^0$
Электрический заряд	$+2/3$	$-1/3$	$-1/3$	0
Странность	0	-1	-1	-2
	s	s	s	$\Omega^-$
Электрический заряд	$-1/3$	$-1/3$	$-1/3$	-1
Странность	-1	-1	-1	-2

7. Определить значения спинов, четностей и изоспинов основных состояний гиперядер  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$  и  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ .

Гиперядро  ${}^5_{\Lambda}\text{He}$  можно представить как ядро  ${}^4\text{He}$  (изоспин  $\vec{I}({}^4\text{He}) = \vec{0}$ , спин и четность  $J^P({}^4\text{He}) = 0^+$ ) с добавлением  $\Lambda$ -гиперона в состоянии  $1s_{1/2}$ . Спин и четность гиперона в этом состоянии  $J^P(\Lambda) = 1/2^+$ , а изоспин  $\Lambda$ -гиперона  $\vec{I}(\Lambda) = \vec{0}$ .

Получаем, что изоспин гиперядра  $\vec{I}({}^5_{\Lambda}\text{He}) = \vec{I}({}^4\text{He}) + \vec{I}(\Lambda) = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$ ,

спин  $\vec{J}({}^5_{\Lambda}\text{He}) = \vec{J}({}^4\text{He}) + \vec{J}(\Lambda) = \vec{0} + \vec{1/2} = \vec{1/2}$

и его четность  $P({}^5_{\Lambda}\text{He}) = P({}^4\text{He}) \times P(\Lambda) = (+1) \times (+1) = +1$ .

Таким образом:  $J^P(\Lambda^5 \text{He}) = 1/2^+$ ,  $I(\Lambda^5 \text{He}) = 0$ .

Гиперядро  $\Lambda\Lambda^6 \text{He}$  также можно представить как ядро  $^4\text{He}$ , но уже с двумя  $\Lambda$ -гиперонами в состоянии  $1s_{1/2}$ . В этом случае гипероны полностью заполняют оболочку  $1s_{1/2}$ , и, поэтому, их спин и четность будут

$$J^P(\Lambda\Lambda) = 0^+$$

Получаем, что изоспин гиперядра  $\bar{I}(\Lambda\Lambda^6 \text{He}) = \bar{I}(^4\text{He}) + \bar{I}(\Lambda) + \bar{I}(\Lambda) = \bar{0} + \bar{0} + \bar{0} = \bar{0}$ ,

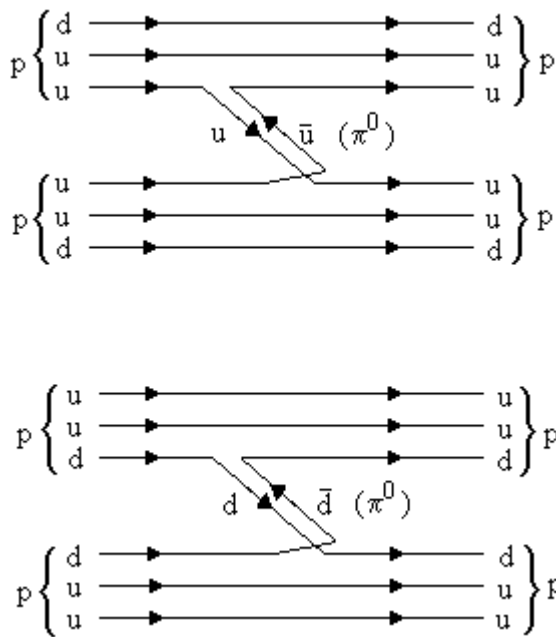
$$\text{спин } \bar{J}(\Lambda\Lambda^6 \text{He}) = \bar{J}(^4\text{He}) + \bar{J}(\Lambda) = \bar{0} + \bar{0} = \bar{0}$$

$$\text{и его четность } P(\Lambda\Lambda^6 \text{He}) = P(^4\text{He}) \times P(\Lambda) = (+1) \times (+1) = +1.$$

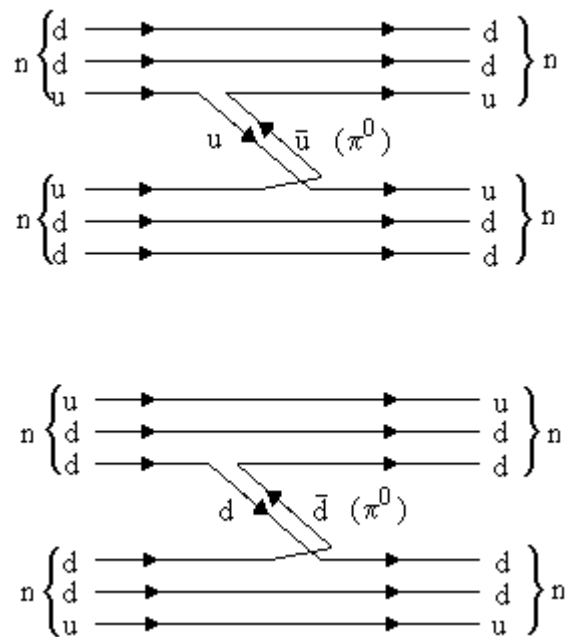
То есть  $J^P = 0^+$ ,  $I(\Lambda\Lambda^6 \text{He}) = 0$ .

### 8. Нарисовать кварковые диаграммы взаимодействий p-p, n-n, p-n.

Взаимодействие p-p:

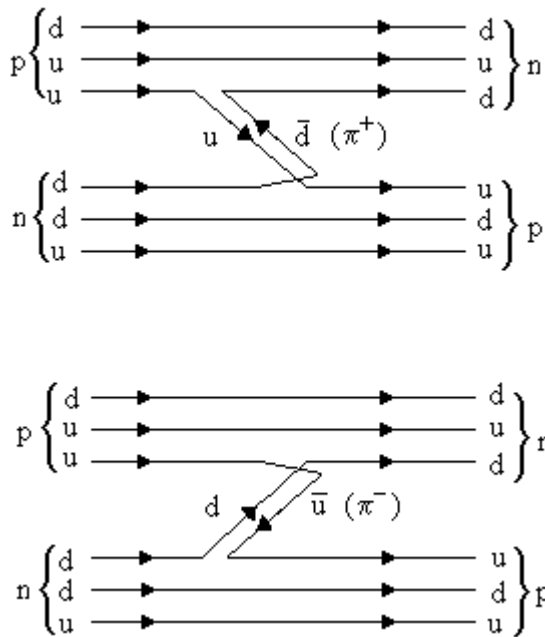


Взаимодействие n-n:



Взаимодействие p-n:





9. Показать, что без введения квантового числа "цвет", принимающего три значения, кварковая структура

$\Delta^{++}, \Delta^{-}, \Omega^{-}$  противоречит принципу Паули.

Указанные частицы имеют кварковый состав  $\Delta^{++}$  - (uuu),  $\Delta^{-}$  - (ddd),  $\Omega^{-}$  - (sss).

Эти частицы имеют  $J^P = 3/2^{+}$ .

Орбитальный момент относительного движения кварков в них равен нулю.

Кварки являются фермионами и имеют спин  $\vec{s} = \vec{1}/2$ . Для них возможны только две проекции  $s = 1/2$  и  $s = -1/2$ .

Таким образом, для того, чтобы образовать состояние  $3/2^{+}$ , все три кварка, обладающие одним ароматом, должны иметь одинаковые проекции спинов.

Согласно принципу Паули два фермиона не могут находиться в одном состоянии (иметь одинаковые квантовые числа). Чтобы удовлетворить принципу Паули, необходимо ввести для кварков квантовое число - "цвет". "Цвет" должен иметь три разные значения для трех кварков, у которых остальные квантовые числа совпадают.

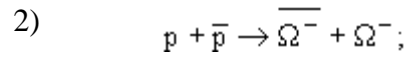
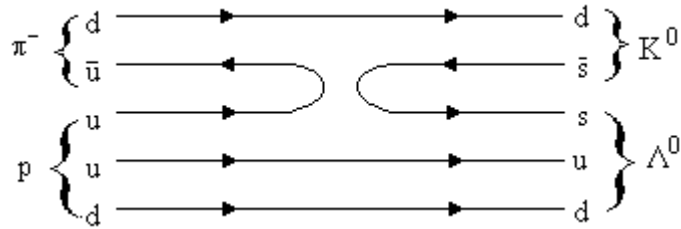
Квантовое число "цвет" имеет следующие значения - красный, синий, зеленый.

10. Проверить выполнение законов сохранения и построить кварковые диаграммы реакций, происходящих в результате сильного взаимодействия: 1)  $\pi^{-} + p \rightarrow \Lambda + K^{0}$ ; 2)  $p + \bar{p} \rightarrow \Omega^{-} + \Omega^{-}$ ; 3)  $\pi^{+} + n \rightarrow \Xi^{-} + K^{+} + K^{+}$ .

$$1) \quad \pi^{-} + p \rightarrow \Lambda + K^{0};$$

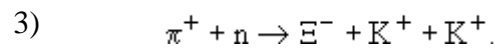
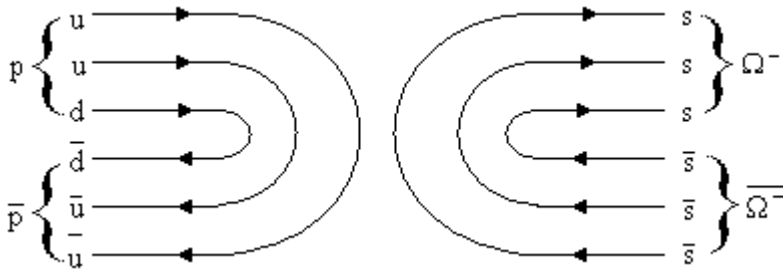
$$\begin{aligned}
 Q: & \quad -1 + 1 \rightarrow 0 + 0 & \Delta Q = 0 \\
 B: & \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 & \Delta B = 0 \\
 S: & \quad 0 + 0 \rightarrow -1 + 1 & \Delta S = 0 \\
 I_3: & \quad -1 + 1/2 \rightarrow 0 - 1/2 & \Delta I_3 = 0
 \end{aligned}$$

Закон сохранения выполнен.



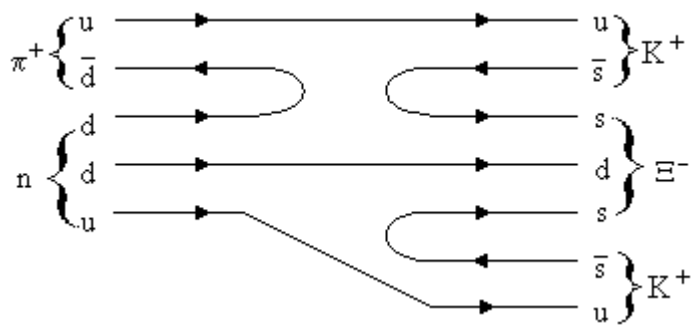
$$\begin{aligned}
 Q: & \quad 1 - 1 \rightarrow 1 - 1 & \Delta Q = 0 \\
 B: & \quad 1 - 1 \rightarrow -1 + 1 & \Delta B = 0 \\
 S: & \quad 0 + 0 \rightarrow 3 - 3 & \Delta S = 0 \\
 I_3: & \quad 1/2 - 1/2 \rightarrow 0 + 0 & \Delta I_3 = 0
 \end{aligned}$$

Закон сохранения выполнен.



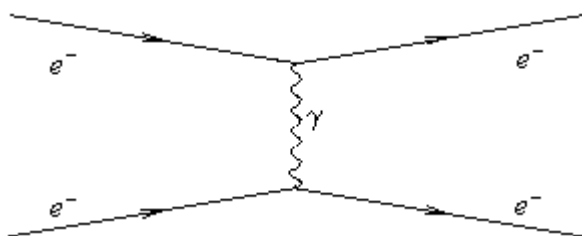
$$\begin{aligned}
 Q: & \quad 1 + 0 \rightarrow -1 + 1 + 1 & \Delta Q = 0 \\
 B: & \quad 0 + 1 \rightarrow 1 + 0 + 0 & \Delta B = 0 \\
 S: & \quad 0 + 0 \rightarrow -2 + 1 + 1 & \Delta S = 0 \\
 I_3: & \quad 1 - 1/2 \rightarrow -1/2 + 1/2 + 1/2 & \Delta I_3 = 0
 \end{aligned}$$

Закон сохранения выполнен.

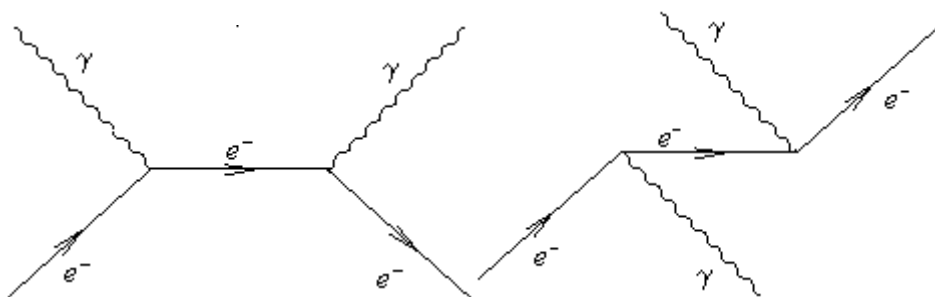


**11.** Нарисовать основные диаграммы Фейнмана для следующих процессов: 1) рассеяние электрона на электроме; 2) эффект Комптона; 3) электрон-позитронная аннигиляция; 4) фотоэффект в кулоновском поле ядра; 5) образование электрон-позитронной пары в кулоновском поле ядра. Какие виртуальные частицы участвуют в этих процессах?

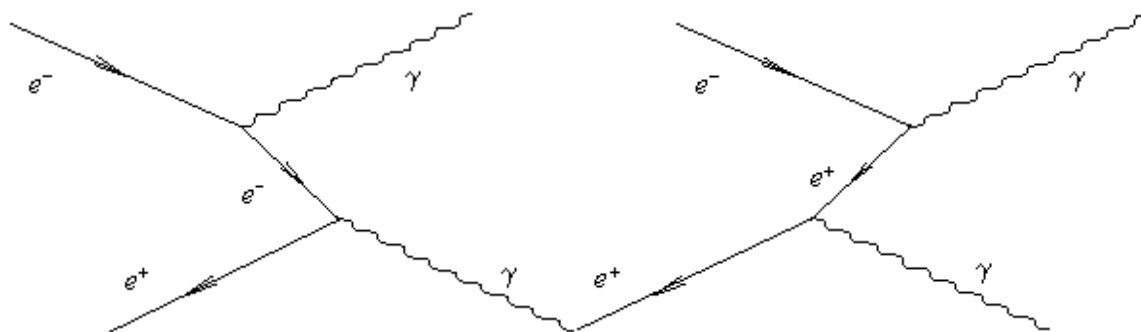
1) Рассеяние электрона на электроме. Виртуальная частица - фотон.



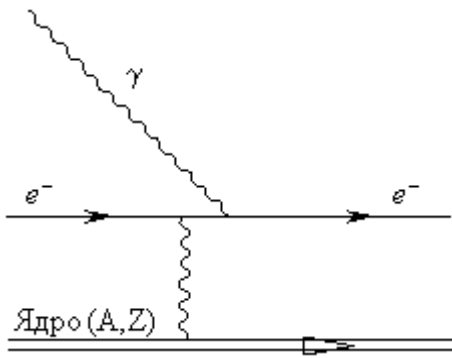
2) Эффект Комптона. Виртуальная частица - электрон.



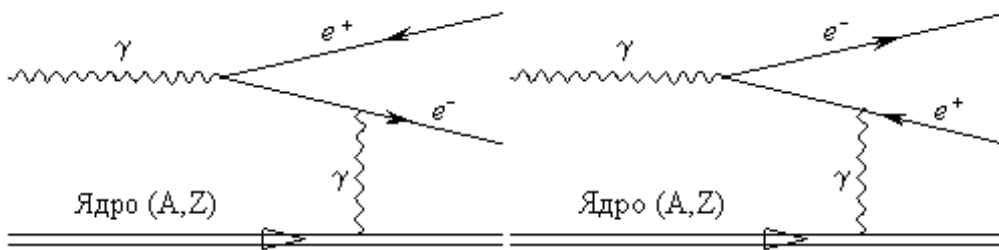
3) Электрон-позитронная аннигиляция. Виртуальная частица - электрон или позитрон.



4) Фотоэффект в кулоновском поле ядра. Виртуальная частица - фотон.



5) Образование электрон-позитронной пары в кулоновском поле ядра. Виртуальная частица - фотон.



12. Оценить отношение сечений двух- и трехфотонной аннигиляции электрон-позитронной пары.

В квантовой электродинамике константа связи

$$g_{эл} = \sqrt{\frac{e^2}{\hbar c}}$$

Диаграмме с  $N$  узлами соответствует амплитуда процесса пропорциональная  $g_{эл}^N$ . Сечение процесса с  $N$  узлами пропорционально  $g_{эл}^{2N}$ .

В случае двухфотонной аннигиляции фейнмановская диаграмма имеет две вершины, поэтому сечение этого процесса можно оценить так -

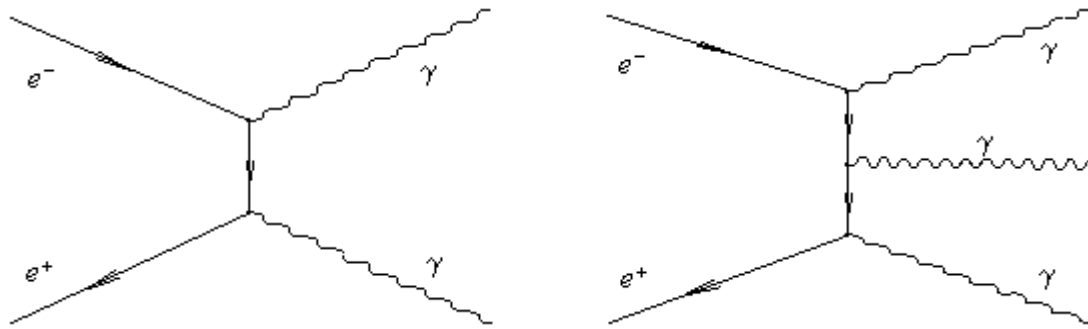
$$\sigma_{2\gamma} \approx g_{эл}^4 = (1/137)^2.$$

В случае трехфотонной аннигиляции фейнмановская диаграмма имеет три вершины, и сечение этого процесса пропорционально

$$\sigma_{3\gamma} \approx g_{эл}^6 = (1/137)^3.$$

То есть отношение сечений

$$\sigma_{2\gamma} / \sigma_{3\gamma} = g_{эл}^4 / g_{эл}^6 = 1 / g_{эл}^2 = 137.$$



13. Какие из приведенных ниже слабых распадов адронов запрещены, а какие разрешены?

1)  $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$ ; 2)  $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ ; 3)  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu_e$ .

Нарисовать диаграммы разрешенных распадов.

Лептонные слабые распады адронов с изменением странности подчиняются следующим правилам:

$|\Delta S| = 1$  и  $\Delta Q = \Delta S$ , где  $\Delta Q$  и  $\Delta S$  - изменения электрического заряда и странности адронов.

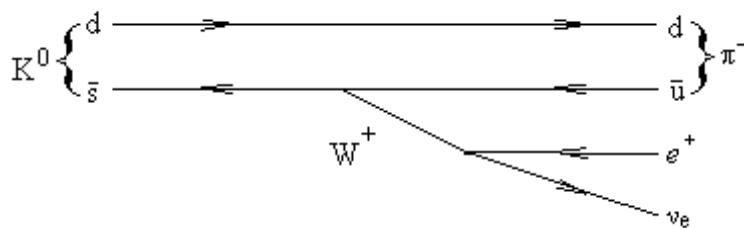
Определим изменения электрического заряда адронов  $Q_{\text{адр}}$  и странности  $S$  в этих распадах:

1)  $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$

$Q_{\text{адр}}: 0 \rightarrow -1 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = -1$

$S: 1 \rightarrow 0 \quad \Delta S = -1$

Распад разрешен  $\Delta Q = \Delta S$ .

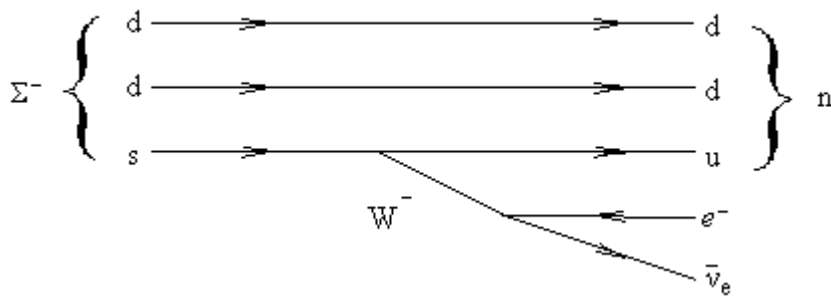


2)  $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$

$Q_{\text{адр}}: -1 \rightarrow 0 \quad \Delta Q_{\text{адр}} = 1$

$S: -1 \rightarrow 0 \quad \Delta S = 1$

Распад разрешен  $\Delta Q = \Delta S$ .



$$3) \quad \Xi^0 \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu_e$$

$$Q_{\text{адр}}: \quad 0 \rightarrow -1 \qquad \Delta Q_{\text{адр}} = -1$$

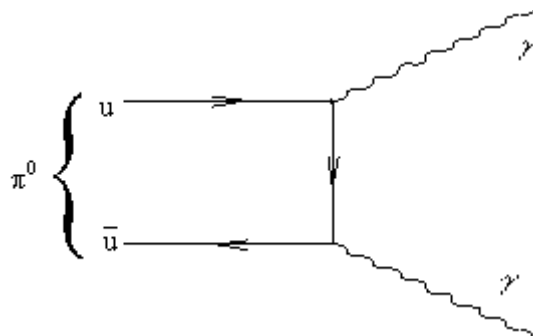
$$S: \quad -2 \rightarrow -1 \qquad \Delta S = 1$$

Распад запрещен  $\Delta Q \neq \Delta S$ .

#### 14. Нарисовать кварковые диаграммы распадов

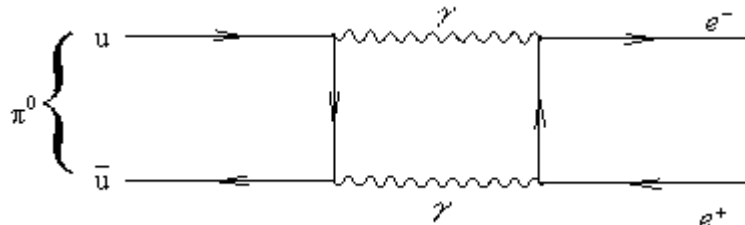
1)  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ , 2)  $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^-$ , 3)  $\rho^0(770) \rightarrow e^+ + e^-$ , 4)  $\eta'(958) \rightarrow 3\pi^0$ . Какие взаимодействия ответственны за эти распады?

$$1) \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma$$

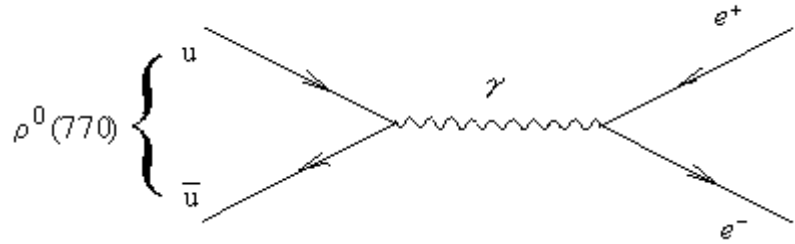
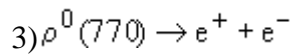


Этот распад происходит в результате электромагнитного взаимодействия.

$$2) \quad \pi^0 \rightarrow e^+ + e^-$$

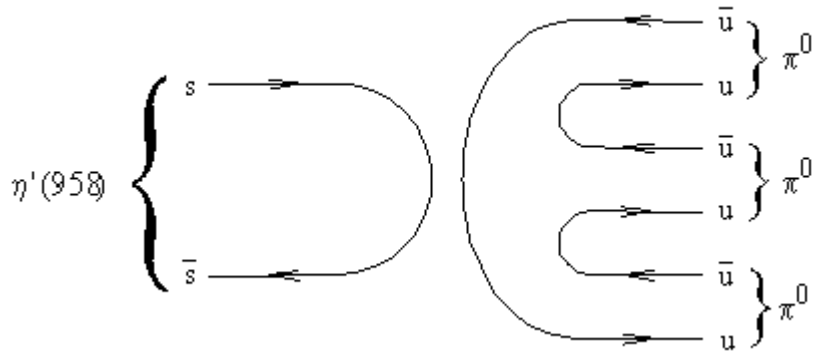
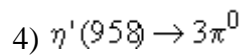


Этот распад происходит в результате электромагнитного взаимодействия.



Этот распад происходит в результате электромагнитного взаимодействия.

Разница в диаграммах распадов 2) и 3) связана с различием зарядовой четности  $\pi^0$ -мезона  $C_{\pi^0} = +1$  и  $\rho^0$ -мезона  $C_{\rho^0} = -1$ . Так как зарядовая четность  $\gamma$ -кванта  $C_{\gamma} = -1$ , то распад  $\pi^0$ -мезона возможен только при участии двух  $\gamma$ -квантов -  $C_{\pi^0} = C_{\gamma} C_{\gamma} = (-1) \times (-1) = +1$ . Для  $\rho^0$ -мезона распад возможен с участием только одного  $\gamma$ -кванта  $C_{\rho^0} = C_{\gamma} = -1$ .

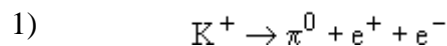


Этот распад происходит в результате сильного взаимодействия.

**15.** Какие из перечисленных ниже четырех способов распада  $K^+$ -мезона возможны? Для разрешенных нарисовать диаграммы, для запрещенных указать причину запрета.



Определим изменения электрического заряда  $Q$ , странности  $S$  и проекции изоспина  $I_3$  адронов и лептонного числа  $L_e$ :



$Q_{\text{адр}}: 1 \rightarrow 1$        $\Delta Q_{\text{адр}} = 0$

$S: 1 \rightarrow 0$        $\Delta S = -1$

$$\begin{array}{lll}
I_3: & 1/2 \rightarrow 1 & \Delta I_3 = 1/2 \\
L_e: & 0 \rightarrow 0 - 1 + 1 & \Delta L_e = 0
\end{array}$$

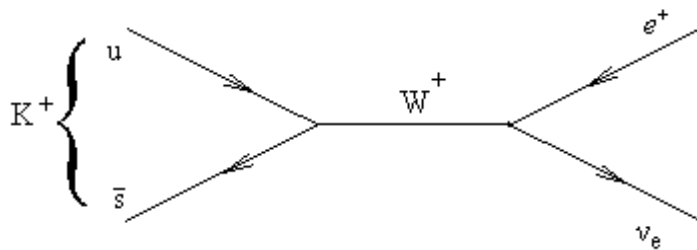
Распад запрещен, так как изменение странности адронов  $\Delta S = -1$ , а изменение их электрического заряда

$\Delta Q_{\text{адр}} = 0$ , то есть  $\Delta Q \neq \Delta S$ .

$$2) \quad K^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$$

$$\begin{array}{lll}
Q_{\text{адр}}: & 1 \rightarrow 0 & \Delta Q_{\text{адр}} = -1 \\
S: & 1 \rightarrow 0 & \Delta S = -1 \\
I_3: & 1/2 \rightarrow 0 & \Delta I_3 = -1/2 \\
L_e: & 0 \rightarrow -1 + 1 & \Delta L_e = 0
\end{array}$$

Распад разрешен - выполнены все законы сохранения для слабого взаимодействия. Слабое взаимодействие допускает несохранение странности и изоспина. Диаграмма этого распада:



$$3) \quad K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \bar{\nu}_e$$

$$\begin{array}{lll}
Q_{\text{адр}}: & 1 \rightarrow 0 & \Delta Q_{\text{адр}} = -1 \\
S: & 1 \rightarrow 0 & \Delta S = -1 \\
I_3: & 1/2 \rightarrow 0 & \Delta I_3 = -1/2 \\
L_e: & 0 \rightarrow 0 - 1 - 1 & \Delta L_e = -2
\end{array}$$

Распад запрещен законом сохранения лептонного числа  $L_e$ .

$$4) \quad K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

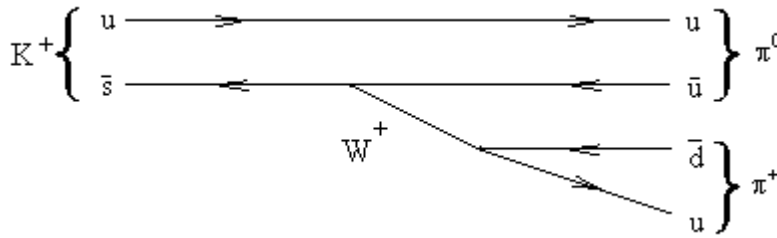
$$\begin{array}{lll}
Q_{\text{адр}}: & 1 \rightarrow 1 + 0 & \Delta Q_{\text{адр}} = -1 \\
S: & 1 \rightarrow 0 + 0 & \Delta S = -1
\end{array}$$



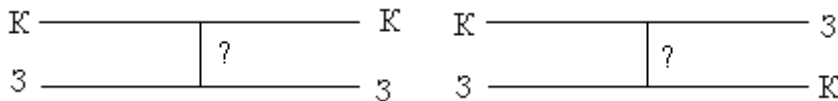
$$I_3: \quad 1/2 \rightarrow 1 + 0$$

$$\Delta I_3 = 1/2$$

Распад разрешен - выполнены все законы сохранения для слабого взаимодействия. Диаграмма этого распада:



16. Диаграммы показывают два варианта взаимодействия красного и зеленого кварков. Определить, за счет какого взаимодействия произошла реакция в каждом случае и что было виртуальной частицей.



В первом случае при взаимодействии двух кварков их цвет не изменяется. Это возможно, либо в сильном взаимодействии при обмене глюоном со скрытым цветом ( $K\bar{K}$ ,  $z\bar{z}$ ,  $C\bar{C}$ ), либо в электрослабом взаимодействии, когда виртуальными частицами являются не имеющие цвета фотон и Z-бозон. Наиболее вероятен вариант сильного взаимодействия с обменом глюоном, имеющим скрытый цвет.

Во втором случае цвет кварков изменился. Это возможно, только если взаимодействие между кварками сильное, и, следовательно, виртуальной частицей является глюон.

17. Показать, что пространственная четность позитрония ( $e^+e^-$ ) равна  $(-1)^{L+1}$ , где L - относительный орбитальный момент  $e^+$  и  $e^-$ .

Пространственная четность позитрония  $P_{\text{поз}}$  определяется как произведение внутренней четности электрона и позитрона на орбитальный множитель  $(-1)^L$ . Электрон и позитрон имеют значения спинов равные  $1/2$  и, следовательно, являются соответственно фермионом и антифермионом. Произведение внутренних четностей электрона и позитрона равна  $(-1)$ , поскольку внутренняя четность фермиона противоположна внутренней четности антифермиона. Пространственная четность позитрония

$$P_{\text{поз}} = (-1)(-1)^L = (-1)^{L+1}.$$

18. Какие значения может иметь относительный орбитальный момент двух  $\pi^0$ -мезонов, образующихся в реакции  $p\bar{p} \rightarrow 2\pi^0$ , если относительный орбитальный момент  $p\bar{p}$  равен L? Относительный орбитальный момент двух  $\pi^0$ -мезонов l определим из законов сохранения момента количества движения и четности. Получаем соотношение

$$P_p P_{\bar{p}} (-1)^L = P_{\pi^0} P_{\pi^0} (-1)^l$$

где  $P_p, P_{\bar{p}}, P_{\pi^0}$  - внутренние четности протона, антипротона и  $\pi^0$ -мезона. Внутренние четности протона  $P_p = +1$ , антипротона  $P_{\bar{p}} = -1$  и  $\pi^0$ -мезона  $P_{\pi^0} = -1$ . Получаем, что  $(-1)(-1)^L = (-1)^l$ , то есть  $l = L + 1$ .

**19.** Как доказать несохранение четности в распаде  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ?

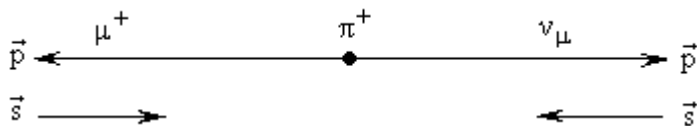
Спиральность частицы есть

$$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|},$$

где  $\vec{s}$ - спин частицы, а  $\vec{p}$ - ее импульс.

Состояние, при котором направления спина и импульса совпадают, соответствуют спиральности  $h = +1$ , а состояние с противоположно направленными спином и импульсом соответствует спиральности  $h = -1$ . Ультрарелятивистские фермионы, участвующие в любом слабом процессе, должны иметь значение спиральности  $h = -1$  для частиц и  $h = +1$  для античастиц.

Пион  $\pi^+$  имеет спин, равный 0. При распаде  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  мюонное нейтрино как ультрарелятивистская частица будет обладать спиральностью  $h = -1$ . Соответственно, мюон, согласно законам сохранения импульса и момента импульса, также будет иметь спиральность равную  $h = -1$ . Хотя мюон и является античастицей, но в данном распаде его кинетическая энергия значительно меньше его массы покоя, так как  $m_\pi - m_\mu \ll m_\mu$ , и, следовательно, мюон нельзя считать релятивистским. Такой мюон может иметь спиральность  $h = -1$ .



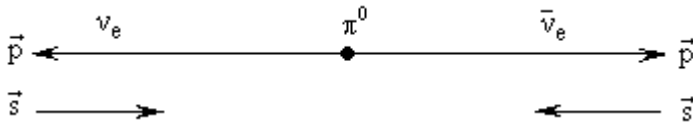
Применение к этому распаду операции пространственной инверсии приводит к тому, что нейтрино будет иметь спиральность  $h = +1$ , что невозможно для ультрарелятивистского фермиона. Отсутствие симметрии данного распада относительно пространственной инверсии указывает на несохранение пространственной четности в слабых взаимодействиях.

**20.** Возможен ли распад  $\pi^0 \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e$  для нейтрино с нулевой массой?

Нейтрино всегда имеет отрицательную спиральность, а антинейтрино всегда имеет положительную спиральность.

Спин нейтрино  $s_\nu$  равен 1/2, и направление его вектора противоположно направлению движения частицы. Спин антинейтрино  $s_{\bar{\nu}}$  также равен 1/2, но направление его вектора совпадает с направлением движения частицы.

При распаде, исходя из закона сохранения импульса, нейтрино должны разлетаться строго в противоположные стороны. Момент количества движения  $\vec{J} = \vec{s}_\nu + \vec{s}_{\bar{\nu}} = \vec{1}$ . Однако, спин  $\pi^0$ -мезона равен 0, то есть данный распад невозможен из-за нарушения закона сохранения момента количества движения  $J_i = J_\pi = 0$ , а  $J_f = \vec{s}_\nu + \vec{s}_{\bar{\nu}} = 1$ .



**21.** Почему распад  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  сильно (в  $10^4$  раз) подавлен по сравнению с распадом  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  хотя энерговыведение в распаде  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  во много раз больше, чем в распаде  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ ?

Ультррелятивистские фермионы, участвующие в любом слабом процессе, должны иметь значение спиральности  $h = -1$  для частиц и  $h = +1$  для античастиц.

В указанных распадах нейтрино будут обладать спиральностью  $h = -1$ . Поэтому из закона сохранения момента импульса следует, что спин  $\mu^+$  должен быть направлен против его импульса.  $\mu^+$ -мезон образовался в результате слабого взаимодействия, и, следовательно, он должен был бы иметь  $h(\mu^+) = +1$ . И если бы его масса, как и нейтрино, была бы равна нулю, распад  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  был бы запрещен. Но  $\mu^+$  имеет отличную от нуля массу. Поэтому он испускается в состоянии, которое является смесью состояний с "правильной" ( $h = +1$ ) и "неправильной" ( $h = -1$ ) спиральностями. Распад происходит благодаря примеси "неправильной" компоненты. Это позволяет объяснить подавление распада  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  по сравнению с распадом  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  в  $10^4$  раз. В распаде  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  доля состояний с "неправильной" спиральностью гораздо меньше, чем в распаде  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ , так как,  $m_e \ll m_\mu$ .

**22.** Показать, что зарядовые четности мезонов  $\eta_c(1S)$  и  $J/\psi(1S)$  равны соответственно +1 и -1.

Зарядовая четность системы фермион-антифермион  $C = (-1)^L(-1)^J$ , где  $L$  - взаимный орбитальный момент, а  $J$  - полный момент (спин) системы. Мезоны  $\eta_c(1S)$  и  $J/\psi(1S)$  имеют одинаковый кварковый состав ( $c$  и  $\bar{c}$  кварки) с нулевым орбитальным моментом (состояние  $1S$ ), но спин  $\eta_c(1S)$  равен 0, а спин  $J/\psi(1S)$  равен 1. Поэтому  $C_{\eta_c} = (-1)^0(-1)^0 = 1$ , а  $C_{J/\psi} = (-1)^0(-1)^1 = -1$ .

**23.** Как меняются при операции обращения времени следующие величины: импульс, момент количества движения, энергия, векторный и скалярный потенциалы, напряженность электрического и магнитного поля?

Импульс и момент количества движения меняют свои направления на противоположные так как эти величины по определению содержат производные по времени  $\frac{d\vec{r}}{dt}$  (импульс

$$\vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{dt}, \text{ момент количества движения } \vec{J} = [\vec{r} \vec{p}].$$

При обращении времени энергия не меняется.

По определению

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi$$

и

$$\vec{H} = \text{rot } \vec{A},$$

где  $\varphi$  и  $\vec{A}$  - скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля,  $\vec{E}$  - напряженность электрического поля и  $\vec{H}$  - напряженность магнитного поля. Уравнение движения заряда в электромагнитном поле будет

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}]$$

Уравнения движения инвариантны по отношению к обращению времени, поэтому вместе с заменой  $t$  на  $-t$  надо изменить знак магнитного поля, то есть уравнение движения не меняется, если провести замену

$$t \rightarrow -t, \vec{E} \rightarrow \vec{E} \text{ и } \vec{H} \rightarrow -\vec{H}.$$

При этом скалярный потенциал не меняется, а векторный меняет знак:

$$\varphi \rightarrow \varphi \text{ и } \vec{A} \rightarrow -\vec{A}.$$

Таким образом, обращение времени оставляет скалярный потенциал и напряженность электрического поля неизменными, а векторный потенциал и напряженность магнитного поля при этом меняют направление на противоположное.

**24.** Показать, что спиральность частицы  $h$  инвариантна по отношению к обращению времени.

Спиральность частицы  $h$  по определению

$$h = \frac{\vec{s} \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|},$$

где  $\vec{s}$ - спин частицы, а  $\vec{p}$ - ее импульс. При обращении времени как импульс, так и спин (момент количества движения) меняют знаки. Следовательно, спиральность, являющаяся произведением этих величин, должна сохраняться.

25.  $\pi^+$ -мезон распадается в состоянии покоя. Нарисовать импульсы и спины частиц, образующихся в результате распада  $\pi^+$ -мезона  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ . Совершить C-, P-, CP-, T- и CPT-преобразования этого распада.

Импульсы и спины мюона и нейтрино в исходном распаде пиона будут выглядеть следующим образом:

$$(*) \quad \begin{array}{ccccc} \mu^+ & \leftarrow & \pi^+ & \rightarrow & \nu_\mu \\ \vec{s} & \longrightarrow & & & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longleftarrow & & & \longrightarrow \vec{p} \end{array}$$

C-преобразование меняет знаки зарядов. Импульс и момент импульса остаются неизменными. В результате C-преобразования процесс (\*) имеет вид

$$C: \quad \begin{array}{ccccc} \mu^- & \leftarrow & \pi^- & \rightarrow & \bar{\nu}_\mu \\ \vec{s} & \longrightarrow & & & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longleftarrow & & & \longrightarrow \vec{p} \end{array}$$

В результате C-преобразования получается ненаблюдаемый в природе процесс - образование мюонного антинейтрино с отрицательной спиральностью.

P-преобразование меняет направление импульса, направление момента импульса не меняется. В результате P-преобразования процесс (\*) имеет вид

$$P: \quad \begin{array}{ccccc} \mu^+ & \leftarrow & \pi^+ & \rightarrow & \nu_\mu \\ \vec{s} & \longrightarrow & & & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longrightarrow & & & \longleftarrow \vec{p} \end{array}$$

В результате P-преобразования получается ненаблюдаемый в природе процесс - образование мюонного нейтрино с положительной спиральностью.

CP-преобразование меняет знаки зарядов и направление импульса, момент импульса не меняется. В результате CP-преобразования процесс (\*) имеет вид

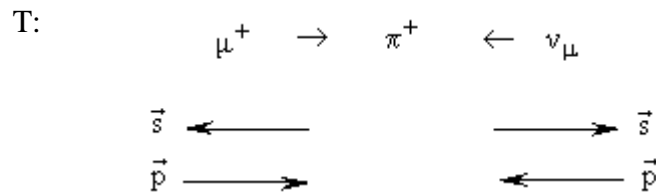
$$CP: \quad \begin{array}{ccccc} \mu^- & \leftarrow & \pi^- & \rightarrow & \bar{\nu}_\mu \\ \vec{s} & \longrightarrow & & & \longleftarrow \vec{s} \\ \vec{p} & \longrightarrow & & & \longleftarrow \vec{p} \end{array}$$

Комбинация двух последовательных преобразований С и Р приводит к распаду с положительной спиральностью мюонного антинейтрино - процессу, наблюдаемому в природе.

В результате Т-преобразования происходит изменение знаков импульса  $\vec{p}$ , момента импульса  $\vec{s}$  и меняются местами начальное и конечное состояния

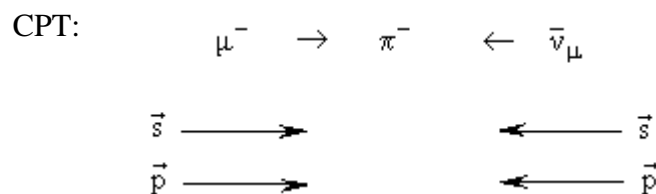
$$T | \vec{p}, \vec{s} \rangle = | -\vec{p}, -\vec{s} \rangle$$

В результате Т-преобразования процесс (\*) имеет вид



Т-преобразование дает разрешенный распад.

СРТ-преобразование меняет знаки зарядов, знак момента импульса, а также меняет местами начальное и конечное состояния. В результате СРТ-преобразования процесс (\*) имеет вид



В силу СРТ-инвариантности, если в природе происходит некоторый процесс, то точно с такой же амплитудой может происходить СРТ-сопряженный процесс, в котором частицы заменены соответствующими античастицами, проекции их спинов и импульсов изменили знак, а начальное и конечное состояния поменялись местами. На опыте не обнаружено ни одного случая нарушения СРТ-инвариантности.

В результате СРТ-преобразования получается процесс, который существует в природе.

**26.** Исходя из экспериментального значения угла Вайнберга  $\sin^2 \theta_W = 0.226 \pm 0.005$  оценить величину слабого заряда  $g_W$  и сравнить ее с величиной электрического заряда  $e$ .

Из единой теории электрослабых взаимодействий следует соотношение между электрическим и слабым зарядами:  $e^2 / g_W^2 = \sin^2 \theta_W$ , где  $e$  - элементарный электрический заряд,  $g_W$  - слабый заряд,  $\theta_W$  - угол Вайнберга. Экспериментальное значение  $\sin^2 \theta_W = 0.226$ . Оценка отношения электрического заряда к слабому  $e / g_W = \sqrt{0.226} = 0.475$ .

**27.** Возможен ли опыт по визуальному наблюдению промежуточных бозонов  $W^\pm$ , например, в пузырьковой, искровой, дрейфовой камере, ядерных фотоэмульсиях или другом трековом приборе?

Рассмотрим реакцию рождения  $W^\pm$ -бозонов  $p + \bar{p} \rightarrow W^+ + W^-$  на крупнейшем протон-антипротоном коллайдере TEVATRON (Лаборатория им. Ферми, США) с энергией каждого пучка 1 ТэВ. Тогда  $W$ -бозоны будут рождаться с полной энергией  $E = 1$  ТэВ и от точки рождения до распада пройдут расстояние  $l = \tau v$ , где  $\tau$ - время жизни  $W$ -бозона с учетом релятивистского замедления времени

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Среднее время жизни  $W$ -бозона в его собственной системе  $\tau_0 \approx \hbar/\Gamma$ , где  $\Gamma$  - ширина распада  $W$ -бозона, равная 2.1 ТэВ. Отсюда

$$\tau_0 \approx \frac{\hbar}{\Gamma} \approx \frac{6.6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{2.1 \cdot 10^3 \text{ МэВ}} \approx 3.1 \cdot 10^{-25} \text{ с.}$$

Из релятивистского соотношения для полной энергии

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

находим  
скорость

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2} \quad \text{и} \quad \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \tau_0 \frac{E}{mc^2}.$$

Отсюда имеем

$$l = \tau v = \tau_0 c \frac{E}{mc^2} \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2} = \tau_0 c \sqrt{\left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 - 1} \approx \tau_0 c \frac{E}{mc^2},$$

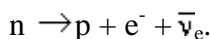
т.к. энергия покоя  $W$ -бозона ( $mc^2 = 80$  ТэВ) много меньше его полной энергии ( $E = 1$  ТэВ).

$$l = 3.1 \cdot 10^{-25} \text{ с} \times 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} \times (1000 \text{ МэВ}/80 \text{ МэВ}) \approx 10^{-13} \text{ см} \approx 1 \text{ Фм.}$$

Таким образом, пробег промежуточного бозона до распада слишком мал (примерно в 10 раз меньше диаметра ядра), чтобы его можно было наблюдать в любом трековом приборе.

**28.** Определить длину  $L$  и время  $t$  пробега реакторного нейтрино в воде, воспользовавшись данными эксперимента Райнеса и Коуэна (1956 - 1959 г.г.), получившими для сечения взаимодействия антинейтрино с веществом  $\sigma \approx 10^{-43} \text{ см}^2$ .

Антинейтрино в реакторе рождается в реакции распада нейтрона



Число нейтрино прошедших через слой вещества толщиной  $x$ ,

$$N(x) = N(0) \exp(-n\sigma x),$$

где  $n$  - количество ядер вещества в единице объема.

Определим  $L$  как длину, на которой поток антинейтрино уменьшается в  $e$  раз, то есть  $L = 1/n\sigma$ . В свою очередь  $n = \rho N_A / A$ , где  $N_A$  - число Авогадро,  $\rho$ - плотность вещества,  $A$  - молярная масса. Для воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $A(\text{H}_2\text{O}) = 18$ . Откуда

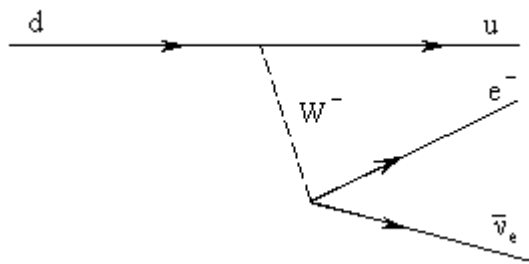
$$L = 1/ns = A/\rho N_A \sigma = 18/(1 \text{ г/см}^3 \times 6 \cdot 10^{23} \times 10^{-43} \text{ см}^2) = 3 \cdot 10^{20} \text{ см} = 3 \cdot 10^{15} \text{ км.}$$

$$t = L/c = 3 \cdot 10^{15} \text{ км} / 3 \cdot 10^5 \text{ км/с} = 10^{10} \text{ с} \approx 320 \text{ лет} \quad (1 \text{ год} \approx 3.156 \cdot 10^7 \text{ с}).$$

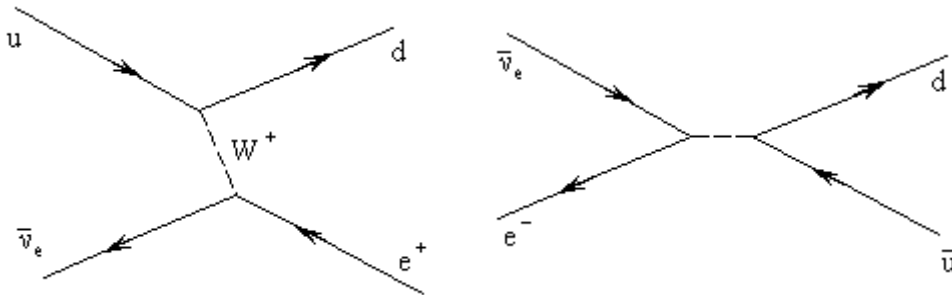
**29.** Нарисовать простейшие диаграммы Фейнмана взаимодействия реакторного антинейтрино с веществом.

Реакторное антинейтрино - электронное, то есть  $\bar{\nu}_e$ . Обычное вещество состоит из кварков первого поколения,  $u$ ,  $d$  и  $e^-$ . Все возможные диаграммы взаимодействия  $\bar{\nu}_e$  с этими частицами легко получить из диаграммы распада  $d$ -кварка, ответственного за распад нейтрона

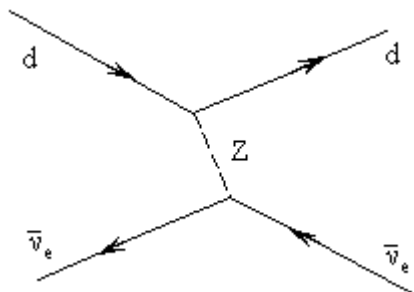
$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e, \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e:$$



Из этой диаграммы получаем диаграммы взаимодействия  $\bar{\nu}_e$  с  $u$ -кварком и электроном:



$\bar{\nu}_e$  не будет взаимодействовать с  $d$ -кварком с участием  $W$ -бозона (нельзя нарисовать двухузловую диаграмму такого процесса). Однако  $\bar{\nu}_e$  может рассеиваться на  $d$ -кварке, с участием  $Z$ -бозона.



Аналогичный вид имеют диаграммы рассеивания  $\bar{\nu}_e$  на  $u$ -кварке и электроне.



**30.** Из характеристик переносчиков слабого взаимодействия  $W^\pm$  и  $Z$  бозонов определить радиус слабых сил.

Массы  $W$  и  $Z$  бозонов:  $m_W \approx 80 \text{ ГэВ}/c^2$ ,  $m_Z \approx 90 \text{ ГэВ}/c^2$ . Радиус действия слабых сил  $a_W$  связан с массой переносчиков взаимодействия  $W$  и  $Z$  бозонов соотношением:

$$a_W \approx \frac{\hbar c}{m_W c^2} \approx \frac{\hbar c}{m_Z c^2} \quad (*)$$

следующими из соотношения неопределенности  $\Delta E \Delta t \approx \hbar$ . Действительно, нарушение закона сохранения энергии на величину  $\Delta E = m_W c^2 \approx m_Z c^2$  ненаблюдаемы в течение временных интервалов

$$\Delta t \leq \hbar / \Delta E \approx \hbar / m_W c^2 \approx \hbar / m_Z c^2.$$

Откуда следует (\*). Так как  $m_W \approx m_Z \approx 100 \text{ ГэВ}/c^2$ , имеем

$$a_W \approx 0.2 \text{ ГэВ} \cdot \text{Фм} / 100 \text{ ГэВ} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Фм}.$$

**31.** Протон, поглощая фотон, переходит в  $\Delta^+$ . Определить тип, мультипольность и энергию фотона.

Протон  $p$  и  $\Delta^+$  имеют массы

$m_p = 938,3 \text{ МэВ}/c^2$ ,  $m_{\Delta^+} = 1232 \text{ МэВ}/c^2$  и спины-четности  $J^P(p) = 1/2^+$ ,  $J^P(\Delta^+) = 3/2^+$ . Характеристики фотона получаются из законов сохранения полного момента количества движения и четности (процесс электромагнитный):

$$\vec{J}_p + \vec{J}_\gamma = \vec{J}_{\Delta^+}, \quad P_p \cdot P_\gamma = P_{\Delta^+},$$

или

$$\frac{1}{2} + J_\gamma = \frac{3}{2}; \quad (+1) \cdot P_\gamma = (+1).$$

Откуда  $J = 1$  или  $2$ , а  $P_\gamma = +1$ . Поэтому, рассматриваемый в задаче процесс осуществляется  $M1$  и  $E2$ -фотонами. Энергия фотона

$$E_\gamma = m_{\Delta^+} c^2 - m_p c^2 = (1232 - 938) \text{ МэВ} \approx 300 \text{ МэВ}.$$

**32.** Какая энергия нужна для "переворота" кварка в нуклоне?

Рассмотрим протон  $p$  и  $\Delta^+$ . Обе частицы имеют одинаковый кварковый состав  $uud$  и нулевой результирующий орбитальный момент кварков. Но у протона спин  $d$ -кварка противоположен спину  $u$ -кварков, а у  $\Delta^+$  спины всех кварков направлены в одну сторону:  $p = uud(\uparrow\uparrow\downarrow)$ ,  $\Delta^+ = uud(\uparrow\uparrow\uparrow)$ . Таким образом от протона к  $\Delta^+$  можно перейти, изменив направление спина  $d$ -кварка, то есть "перевернув" его. Для перехода протона в  $\Delta^+$  требуется [энергия около 300 МэВ](#), то есть для "переворота" кварка в протоне нужна энергия около 300 МэВ.

**33.** Определить магнитные моменты  $u$  и  $d$ -кварков в ядерных магнетонах, считая, что их масса равна  $1/3$  массы нуклона.

Всякая точечная заряженная частица со спином  $1/2$ , массой  $m$  и зарядом  $q$  имеет величину собственного магнитного момента

$$\mu_s = \frac{q\hbar}{2mc}$$

Исходя из этого, для  $u$  и  $d$ -кварка соответственно имеем:

$$\mu_u = \frac{+2/3e\hbar}{2m_u c} = \frac{e\hbar}{3m_u c} = \frac{e\hbar}{m_p c} = 2\mu_N,$$

$$\mu_d = \frac{-1/3e\hbar}{2m_d c} = -\frac{e\hbar}{6m_u c} = -\frac{e\hbar}{2m_p c} = -1\mu_N,$$

где  $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c}$  - ядерный магнетон.

**34.** Могут ли топ-кварк ( $t$ ) и его антикварк ( $\bar{t}$ ) образовать связанную систему  $t\bar{t}$  - топоний, аналогичную чармонию ( $c\bar{c}$ ) и ботомонию ( $b\bar{b}$ )?

О связанной системе кварков можно говорить лишь в том случае, когда она существует в течение времени больше, чем требуется частице со скоростью света для преодоления расстояния  $\approx 1$  Фм (размер адрона), то есть

$$10^{-13} \text{ см} / 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с} \approx 10^{-23} \cdot 10^{-24} \text{ сек.}$$

Топ-кварк имеет ширину распада  $\Gamma_t \approx 2$  ГэВ, откуда время жизни топ-кварка

$$t_t \approx \hbar/\Gamma \approx 6.6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с} / 2 \cdot 10^3 \text{ МэВ} = 3,3 \cdot 10^{-25} \text{ сек.},$$

то есть слишком мало, чтобы он успел образовать связанную систему  $t\bar{t}$ .

**35.** Показать, что для частиц октета легчайших барионов с  $J^P = 1/2^+$  выполняется следующее правило: у кварков одинакового аромата спины параллельны.

Волновая функция бариона (системы из трех кварков) может быть записана в следующем виде

$$\Psi(1,2,3) = \Psi(K \text{ } \bar{3} \text{ } C) \Psi(r_1 \text{ } r_2 \text{ } r_3) \Psi(s_1 \text{ } s_2 \text{ } s_3) \Psi(I_1 \text{ } I_2 \text{ } I_3) \quad (*)$$

где 1, 2, 3 - совокупность всех координат и квантовых чисел кварков, а произведение четырех функций справа - это произведение соответственно цветовой ( $K$  - красный,  $\bar{3}$  - зеленый,  $C$  - синий), пространственной, спиновой и изоспиновой частей волновой функции бариона.  $\Psi(1, 2, 3)$  должна быть антисимметрична в целом к перестановке всех квантовых чисел и координат двух тождественных кварков (кварки  $u$  и  $d$  остаются тождественными, поскольку составляют изоспиновой дублет). При этом цветовая, пространственная, спиновая и изоспиновая функции в отдельности могут быть как симметричными ( $s$ ), так и антисимметричными ( $a$ ).  $\Psi(K \text{ } \bar{3} \text{ } C)$  всегда антисимметрична, так

как кварки в барионе разноцветны. Для легчайших барионов орбитальные моменты кварков  $l = 0$  и пространственная функция  $\Psi(r_1 r_2 r_3)$  - симметрична. В этом случае (\*) переписывается в виде

$$\Psi_a(1, 2, 3) = \Psi_a(K \ 3 \ C) \Psi_s(r_1 r_2 r_3) \Psi(s_1 s_2 s_3) \Psi(I_1 I_2 I_3) \quad (**)$$

Отсюда следует, что в супермультиплетях легчайших барионов (например, октете  $J^P = 1/2^+$  и декуплете  $J^P = 3/2^+$ ) допустимы лишь такие кварковые комбинации, у которых спиновая и изоспиновая функции одновременно либо симметричны, либо антисимметричны, то есть спиново-изоспиновая функция либо

$$\Psi_s(s_1 s_2 s_3) \Psi_s(I_1 I_2 I_3), \text{ либо } \Psi_a(s_1 s_2 s_3) \Psi_a(I_1 I_2 I_3).$$

Рассмотрим теперь протон ( $u \ u \ d$ ). Запишем (\*\*) в виде

$$\Psi_a(u \ u \ d) = \Psi_a(u_K \ u_3 \ d_C) \Psi_s(r_u r_u r_d) \Psi(s_u s_u s_d) \Psi(I_u I_u I_d).$$

Переставим  $u$ -кварки. Изоспиновая функция к таким перестановкам симметрична. Значит должна быть симметрична и спиновая функция. Это означает, что спины  $u$ -кварков обязаны быть параллельными. Спин  $d$ -кварка антипараллелен спинам  $u$ -кварков, чтобы результирующий момент протона (его спин) был равен  $1/2$ . Итак,  $\Psi(s_u s_u s_d) = \Psi(\uparrow\uparrow\downarrow)$ . Эту ситуацию можно изобразить и так:  $p = u\uparrow u\uparrow d\downarrow$ . Аналогично рассуждая, можно получить  $n = u\downarrow d\uparrow d\uparrow$ ,  $\Xi^0 = u\downarrow s\uparrow s\uparrow$ ,  $\Xi^- = d\downarrow s\uparrow s\uparrow$ .

**36.** Показать, что в супермультиплете легчайших барионов  $1/2^+$  не может быть частиц, состоящих из кварков одинакового аромата  $u \ u \ u$ ,  $d \ d \ d$ ,  $s \ s \ s$ .

Рассмотрим комбинацию  $u \ u \ u$ . Пусть  $u$  зеленого и красного кварков спины параллельны:

$$\Psi_a(u \ u \ u) = \Psi_a(u_K \ u_3 \ u_C) \Psi_s(r_u r_u r_u) \Psi(\uparrow\uparrow\downarrow) \Psi(I_u I_u I_u).$$

Изоспиновая функция симметрична к перестановке любой пары  $u$ -кварков. Поэтому симметричной обязана быть и спиновая функция. Однако, она антисимметрична к перестановке тех  $u$ -кварков, у которых спины антипараллельны. Таким образом, комбинация из трех одинаковых по аромату кварков в супермультиплете барионов  $1/2^+$  ( $l = 0$ ) запрещена.

**37.** Как направлены спины кварков в  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ?

Обе частицы имеют один и тот же кварковый состав  $u \ d \ s$  и входят в октет легчайших барионов с  $J^P = 1/2^+$ . Рассмотрим  $\Lambda$ . Ее изоспин равен нулю, то есть изоспиновая волновая функция антисимметрична к перестановке имеющих изоспин кварков  $u$  и  $d$ . Поэтому спиновая волновая функция  $\Lambda$  так же обязана быть антисимметричной к перестановке  $u$  и  $d$ -кварков, откуда следует, что спины этих кварков в  $\Lambda$  антипараллельны, а направление спина  $s$ -кварка произвольно, например  $\Lambda = u\uparrow d\downarrow s\downarrow$ .

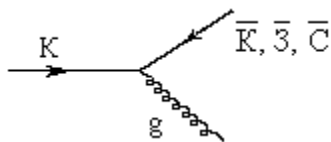
Рассмотрим  $\Sigma^0$ . Это частица с изоспином 1, то есть ее изоспиновая волновая функция симметрична к перестановке несущих изоспин кварков  $u$  и  $d$ . Поэтому симметричной к такой перестановке будет и спиновая функция. Это означает, что спины  $u$  и  $d$ -кварка в  $\Sigma^0$  параллельны, а спин  $s$ -кварка направлен в противоположную сторону:  $\Sigma^0 = u\uparrow d\uparrow s\downarrow$ .

38.  $\Sigma^0$ -гиперон распадается следующим образом:  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ . Как меняются кварковые состояния при этом распаде? Определить тип и мультипольность испущенного фотона. Как направлен спин  $\Lambda$ , если спин  $\Sigma^0$  направлен вверх?

$\Sigma^0$  и  $\Lambda$  имеют одинаковый кварковый состав  $uds$ . Спины кварков в этих частицах направлены следующим образом (см. 37):  $\Sigma^0 = u\uparrow d\uparrow s\downarrow$ ,  $\Lambda = u\uparrow d\downarrow s\downarrow$ . Отсюда следует, что при распаде  $\Sigma^0$  с излучением фотона "переворачивается" один из кварков (в данном примере d-кварк; направление его спина меняется на противоположное). Спин-четность  $\Sigma^0$  равны  $1/2^+$ . Таковы же и спин-четность  $\Lambda$ . Откуда спин-четность излученного фотона  $1^+$ , то есть излучается M1-фотон. Если до распада спин  $\Sigma^0$  был направлен вверх, то спин  $\Lambda$  будет направлен вниз.

39. Показать, что кварк, испустив глюон, не может перейти в антикварк.

Пусть кварк имеет красный цвет. Тогда диаграмма предполагаемого условием задачи процесса имеет вид:



Поскольку имеет место закон сохранения цвета, то цветовая структура глюона  $g$  может быть получена из следующих равенств:

$$K = \bar{K} + g,$$

$$K = \bar{S} + g,$$

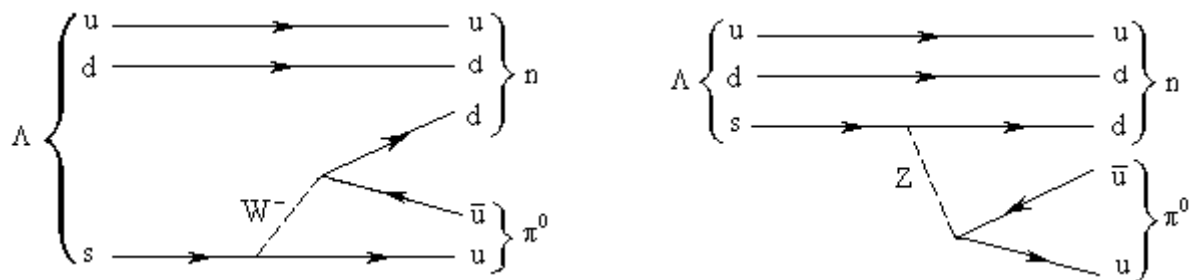
$$K = \bar{C} + g,$$

откуда  $g = KK, K\bar{S}$  или  $K\bar{C}$ , что, очевидно, невозможно для глюона, поскольку последний должен иметь структуру цвет-антицвет.

40. Что можно сказать об электрическом квадрупольном моменте протона, нейтрона и других адронов?

В статической кварковой модели протон (нейтрон) состоит из трех кварков с нулевыми орбитальными моментами  $l=0$ , то есть описываются сферически симметричными волновыми функциями. Поэтому электрические квадрупольные моменты протона и нейтрона должны быть равны нулю. Отличные от нуля электрические квадрупольные моменты могут быть у адронов, в которых кварки имеют  $l \neq 0$ .

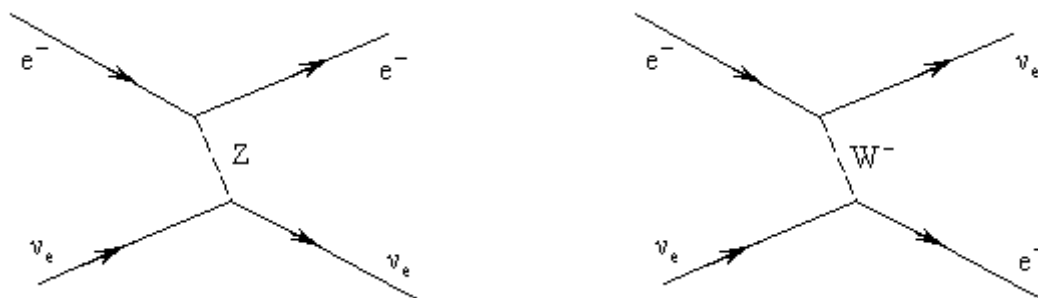
41. Одна из следующих двух диаграмм, описывающих распад  $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$  неправильна. Какая?



Неправильная диаграмма справа. Z-бозон фигурирует в нейтральных слабых токах, не меняющих ароматы кварков, т.е. никаких связанных с кварками квантовых чисел. В правой диаграмме испускание Z-бозона сопровождается переходом s-кварка в d, при котором изменяется странность и изоспин.

**42.** Возможно ли рассеяние нейтрино на электроне с участием 1) нейтрального слабого тока; 2) заряженного слабого тока? Положительный ответ сопроводить диаграммой процесса.

В нейтральных слабых токах переносчиком взаимодействия является Z-бозон, в заряженных слабых токах -  $W^\pm$ . Оба вида рассеяния возможны и их диаграммы следующие:



**43.** Барионы  $\Sigma^-$  и  $\Delta^-$  имеют близкие массы (соответственно 1197 и 1232 МэВ/c<sup>2</sup>) и распадаются одинаково:

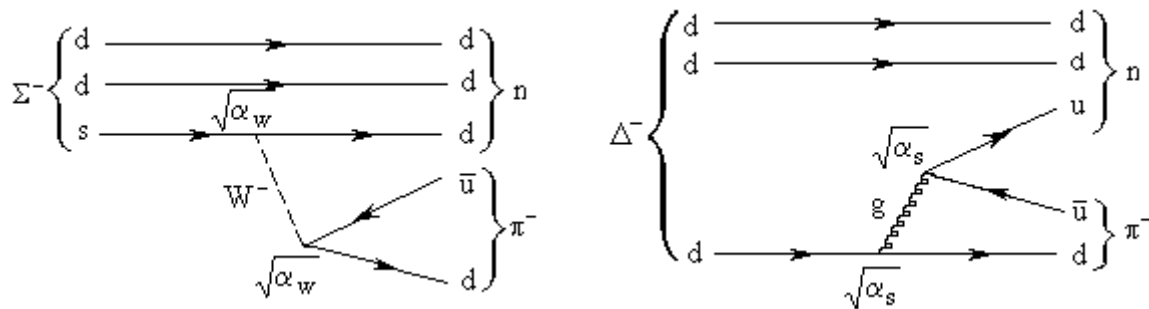
$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-,$$

$$\Delta^- \rightarrow n + \pi^-.$$

За счет каких взаимодействий происходят эти распады? Нарисовать их кварковые диаграммы и оценить константу  $\alpha_w$  слабого взаимодействия, полагая константу сильного взаимодействия  $\alpha_s \approx 1$ .

$\Sigma^-$  распадается за счет слабого, а  $\Delta^-$  - за счет сильного взаимодействия. В первом случае не сохраняется странность и изоспин, а во втором все квантовые числа сохраняются.

Диаграммы распадов:



Времена жизни  $\Sigma^-$  и  $\Delta^-$  следующие:  $\tau(\Sigma^-) = 1.5 \cdot 10^{-10}$  с,

$$\tau(\Delta^-) = \frac{\hbar}{\Gamma(\Delta^-)} = \frac{6.6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{сек}}{120 \text{ МэВ}} \approx 10^{-23} \text{ с}.$$

Время жизни  $t$  связано с константой распада в случае двухузловых диаграмм соотношением

$$\tau = \frac{1}{\text{вероятность распада}} \approx \frac{1}{\alpha^2},$$

откуда

$$\frac{\tau(\Delta^-)}{\tau(\Sigma^-)} = \left( \frac{\alpha_w}{\alpha_s} \right)^2 \approx \frac{10^{-23} \text{ с}}{1.5 \cdot 10^{-10} \text{ с}} \approx 10^{-13}$$

Полагая  $\alpha_s \approx 1$ , имеем  $\alpha_w \approx 10^{-6}$ .

**44.** Одна из реакций ассоциированного рождения странных частиц  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$  происходит за счет сильного взаимодействия, т.е. за время  $\sim 10^{-23}$ . Каждая из рожденных странных частиц  $\Lambda$  и  $K^0$  распадается за счет слабых сил за время  $\sim 10^{-10}$  сек. Из этих данных получите отношение констант слабого и сильного взаимодействий  $\alpha_w/\alpha_s$ .

Основными диаграммами рождения и распада странных частиц являются двухузловые диаграммы. Поэтому величина  $\alpha_w/\alpha_s$  может быть найдена из соотношения

$$\left( \frac{\alpha_w}{\alpha_s} \right)^2 = \frac{\tau(\pi^- p \rightarrow \Lambda K^0)}{\tau(\Lambda \text{ или } K^0)} \approx \frac{10^{-23} \text{ сек}}{10^{-10} \text{ сек}} = 10^{-13}$$

Откуда  $\alpha_w/\alpha_s \approx 10^{-6}$ .

**45.** Почему отсутствие распада  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \gamma$  можно рассматривать как указание на нулевой спин  $K^+$ -мезона?

Спин мезона ноль или целочислен. Если бы спин  $K^+$  был бы не равен нулю, например, 1, то из закона сохранения момента количества движения было бы (т.к. спин  $\pi^+$  равен нулю):  $\vec{1} = \vec{0} + \vec{J}_\gamma$  и, поскольку четности  $K^+$  и  $\pi^+$  одинаковы, то возможно было бы излучение M1-фотона. При любом не равном нулю спине  $K^+$  можно было бы подобрать тип и мультипольность фотона, которые удовлетворяли бы законам сохранения момента и

четности, и значит такой фотон должен был бы излучаться. Лишь в том случае, если спин  $K^+$  нулевой, излучение фотона запрещено, т.к. равенство  $\vec{0} = \vec{0} + \vec{J}_\gamma$  для фотона невозможно поскольку его спин не может быть нулевым.

**46.** Определить относительный орбитальный момент  $p$  и  $\pi^+$ , образующихся при распаде  $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$ .

Законы сохранения момента количества движения и четности для рассматриваемого распада имеют вид

$$\vec{J}(\Delta^{++}) = \vec{J}(p) + \vec{J}(\pi^+) + \vec{l},$$

$$P_{\Delta^{++}} = P_p P_{\pi^+} (-1)^l.$$

Учитывая, что  $J(\Delta^{++}) = 3/2$ ,  $J(p) = 1/2$  и  $J(\pi^+) = 0$  из первого уравнения имеем  $l = 1$  или  $2$ .

Т.к. внутренние четности участвующих частиц следующие:  $P_{\Delta^{++}} = +1$ ;  $P_p = +1$  и  $P_{\pi^+} = -1$ , то второе уравнение оставляет единственную возможность  $l = 1$ .

**47.** Захват отрицательных каонов в гелии иногда приводит к образованию гиперядер (ядер, в которых нейтрон заменен  $\Lambda$ -гипероном) в соответствии с реакцией  $K^- + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{H}_\Lambda + \pi^0$ .

При изучении относительных мод распада  ${}^4\text{H}_\Lambda$  и, в частности, из изотропии распадных продуктов установлено, что

$J({}^4\text{H}_\Lambda) = 0$ . Покажите, что это означает отрицательную четность для  $K^-$ , независимо от углового момента состояния, из которого  $K^-$  был захвачен.

Если  $l$  – орбитальный угловой момент, а спины всех участвующих частиц равны нулю, то, перемножая четности в начальном и конечном состояниях, находим

$$(-1)^l P_K = (-1)^l P_\pi$$

(внутренние четности  ${}^4\text{He}$  и  ${}^4\text{H}_\Lambda$  положительны). Откуда  $P_K = P_\pi = -1$ .

**48.** Покажите, что реакция  $p^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$  не может идти для покоящихся пионов.

Т.к.  $J_d = 1$  и рассматривается захват из  $s$ -состояния, в реакции будут участвовать состояния с  $J = 1$  в начале и конце. Поскольку энергосодержание  $Q$  всего  $0.5$  МэВ, конечное состояние  $n$  и  $\pi^0$  должно быть  $s$ -состоянием. Следовательно, два нейтрона должны находиться в триплетном спиновом состоянии, что запрещено принципом Паули.

**49.** Ядро  ${}^{34}\text{Cl}$  испытывает  $\beta^+$ -распад:  ${}^{34}\text{Cl} \rightarrow {}^{34}\text{S} + e^+ + \bar{\nu}_e$ . Такой же тип  $\beta$ -распада имеет место и для

$\pi^+$ -мезона:  $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \bar{\nu}_e$ . Что еще сближает эти два  $\beta^+$ -распада? Оцените отношение вероятностей сравниваемых распадов и время жизни  $\pi^+$  относительно  $\beta^+$ -распада, учитывая, что средние времена жизни  $^{34}\text{Cl}$  и пиона собственно  $\tau_{\text{Cl}} = 1.5 \text{ с}$ ,  $\tau_{\pi} = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ с}$  и вероятность распада пиона по каналу  $e^+ \bar{\nu}_e$  около  $10^{-4}$ .

Основные состояния  $^{34}\text{Cl}$  и  $^{34}\text{S}$ , также как  $\pi^+$  и  $\pi^0$ , имеют нулевые спины. Поэтому оба  $\beta$ -распада разрешенные фермиевского типа:  $0^+ \rightarrow 0^+$  и  $0^- \rightarrow 0^-$  соответственно. Начальное и конечное ядро принадлежат к изоспиновому мультиплету с  $I = 1$ . То же самое относится и к пионам, участвующим в процессе. Кроме того, близки энергосвободы  $Q$  этих двух распадов (соответственно 5.0 и 4.1 МэВ). Вероятности распадов в единицу времени обратны средним временам жизни. Поэтому отношение вероятностей  $\beta^+$ -распада  $^{34}\text{Cl}$  и пиона с учетом того, что вероятность распада последнего по каналу  $e^+ \bar{\nu}_e$  всего  $10^{-4}$ , оказывается равной

$$\frac{\tau_{\pi} \cdot 10^4}{\tau_{\text{Cl}}} = \frac{2.6 \cdot 10^{-8}}{1.5} \cdot 10^4 \approx 1.7 \cdot 10^{-4}.$$

Время жизни  $\pi^+$  относительно  $\beta^+$ -распада равно

$$\tau_{\pi} \cdot 10^4 = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ с} \cdot 10^4 = 2.6 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

**50.** Среднее время жизни нейтрона  $\tau_n = 890 \text{ с}$ , а мюона  $\tau_{\mu} = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ . Покажите, что если принять во внимание разницу в энергосвободы (правило Сарджента), то константы взаимодействия в обоих случаях совпадают с точностью до фактора 10.

В распаде нейтрона энергосвобода 0.78 МэВ, а мюона - около 105 МэВ. Имеем для отношения констант распада  $\alpha_n / \alpha_{\mu}$  с учетом правила Сарджента:

$$\frac{\alpha_n}{\alpha_{\mu}} = \sqrt{\left(\frac{\tau_{\mu}}{\tau_n}\right) \left(\frac{Q_{\mu}}{Q_n}\right)^5} = \sqrt{\left(\frac{2.2 \cdot 10^{-6} \text{ с}}{9 \cdot 10^2 \text{ с}}\right) \left(\frac{105 \text{ МэВ}}{0.8 \text{ МэВ}}\right)^5} \approx 10.$$

**51.** Среднее время жизни мюона равно  $2.2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ . Рассчитайте время жизни  $\tau$ -лептона, считая, что относительная вероятность распада  $\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_{\tau}$  составляет 18% и что  $m_{\tau} c^2 = 1777 \text{ МэВ}$ ,

$m_{\mu} c^2 = 105.7 \text{ МэВ}$ . Сравните результат с измеренным временем жизни  $\tau$ -лептона  $2.9 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ .

Используя правило Сарджента получаем для времени жизни  $\tau$ -лептона

$$\tau_{\tau} = \tau_{\mu} \left(\frac{Q_{\mu}}{Q_{\tau}}\right)^5 K \approx \tau_{\mu} \left(\frac{m_{\mu}}{m_{\tau}}\right)^5 K,$$

где  $K$  - относительная вероятность распада по каналу  $e^+ \nu_e \bar{\nu}_{\tau}$ , равная 0.18. Окончательно имеем



$$\tau_{\tau} \approx 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ с} \left( \frac{1057 \text{ МэВ}}{1777 \text{ МэВ}} \right)^5 \times 0.18 \approx 2.9 \cdot 10^{-13} \text{ с}.$$

**52.** W-бозон распадается за счет слабого взаимодействия и время этого распада, оказывается

$$\tau \approx \frac{\hbar}{\Gamma_W} \approx \frac{6.6 \cdot 10^{-22} \text{ МэВ} \cdot \text{с}}{2.1 \cdot 10^3 \text{ МэВ}} \approx 3 \cdot 10^{-25} \text{ с},$$

где  $G_W = 2.1 \text{ ГэВ}$  - ширина распада W-бозона. Объяснить, почему это время столь мало и даже на два порядка ниже характерного времени распада за счет сильного взаимодействия.

Главная причина "сверхбыстрого" слабого распада W-бозона - большое энерговыделение  $Q_W \approx m_W c^2 = 80 \text{ ГэВ}$ . Согласно правилу Сарджента вероятность слабого распада зависит от энерговыделения в пятой степени. Оценим среднее время жизни W-бозона, исходя из

времени распада  $\pi$ -мезона  $\tau_{\pi} = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ . Энерговыделение при распаде  $\pi$ -мезона ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$ )

$$Q_{\pi} = (m_{\pi} - m_{\mu}) c^2 = 140 \text{ МэВ} - 106 \text{ МэВ} = 34 \text{ МэВ}.$$

Для  $\tau_W$  имеем оценку

$$\tau_W = \tau_{\pi} \left( \frac{Q_{\pi}}{Q_W} \right)^5 = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ с} \left( \frac{34 \text{ МэВ}}{80000 \text{ МэВ}} \right)^5 = 3.6 \cdot 10^{-25} \text{ с}$$

близкую к табличному значению.

## Нуклеосинтез

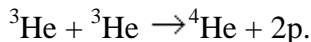
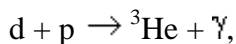
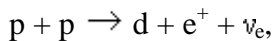
### Задачи 1 - 5

1. Оценить поток солнечных нейтрино на поверхности Земли.
2. Почему реакции синтеза ядер в звездах начинаются с реакции  $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ , идущей за счет слабого взаимодействия, а не с реакции  $p + n \rightarrow d + \gamma$ , идущей за счет электромагнитного взаимодействия, или других реакций, идущих в результате сильного взаимодействия?
3. Удельная мощность падающего на Землю солнечного излучения составляет  $w_{\text{уд}} = 0.14 \text{ Вт/см}^2$ . С какой скоростью солнце теряет свою массу? Если эта скорость сохранится и в будущем, то сколько времени еще будет существовать Солнце?
4. Определить, какую часть своей массы  $\delta M$  потеряло Солнце за последние  $t = 10^6$  лет (светимость Солнца  $W = 4 \cdot 10^{33}$  эрг/с, масса Солнца  $M = 2 \cdot 10^{33}$  г).
5. Гравитационный радиус объекта, имеющего массу  $M$ , определяется соотношением  $r_G = 2GM/c^2$ , где  $G$  - гравитационная постоянная. Определить величину гравитационных радиусов Земли, Солнца.

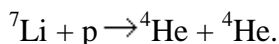
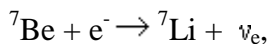
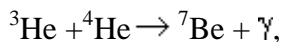
### Решения

1. Оценить поток солнечных нейтрино на поверхности Земли.

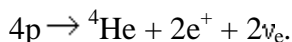
Выделение солнечной энергии происходит в основном в результате реакций так называемого водородного цикла или водородной цепочки. Основные реакции этой цепочки следующие



В процессе этих реакций выделяется 24.6 МэВ энергии. Есть еще дополнительные разветвления этой цепочки, например



Однако, приведенная вначале цепочка является основной. Кратко ее можно записать так



Таким образом, на каждые  $E = 24.6$  МэВ излученной Солнцем энергии вылетает два нейтрино. Светимость Солнца  $W = 4 \cdot 10^{33}$  эрг/с, радиус орбиты Земли  $R_3 = 1.5 \cdot 10^{13}$  см. Общее число нейтрино, излучаемых Солнцем в единицу времени  $N = 2W/E$ . Площадь сферы с радиусом, равным радиусу орбиты Земли

$$S = 4\pi R_3^2.$$

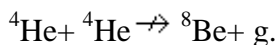
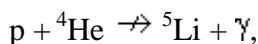
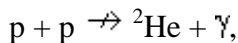
Тогда плотность потока нейтрино на земной орбите будет

$$J = \frac{2W}{4\pi R_{\text{З}}^2 E} = \frac{2 \text{ нейтрино} \times 4 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}}{4 \times 3.14 \times (1.5 \cdot 10^{13} \text{ см})^2 \times 24.6 \text{ МэВ} \times 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}} = 7 \cdot 10^{10} \frac{\text{нейтрино}}{\text{с} \cdot \text{см}^2}$$

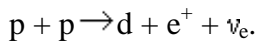
2. Почему реакции синтеза ядер в звездах начинаются с реакции  $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ , идущей за счет слабого взаимодействия, а не с реакции  $p + n \rightarrow d + \gamma$ , идущей за счет электромагнитного взаимодействия, или других реакций, идущих в результате сильного взаимодействия?

К моменту начала ядерных реакций синтеза элементов звезды имеют следующий химический состав: 90% по числу атомов составляет водород и ~10% по числу атомов составляет гелий. Суммарный состав остальных элементов меньше 1%.

При столкновении двух протонов, двух ядер гелия, или протона и ядра гелия не образуется долгоживущих связанных атомных ядер. Ядер  ${}^2\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$  в природе не существует. Ядро  ${}^8\text{Be}$  имеет среднее время жизни  $\sim 10^{-16}$  сек.



Единственной возможной реакцией в звездной среде ядер гелия и водорода является реакция образования дейтрона в результате слабого взаимодействия



Из теоретических оценок следует, что при кинетической энергии сталкивающихся протонов примерно ~1 МэВ, сечение этой реакции  $\sim 10^{-23}$  барн.

Реакция  $p + n \rightarrow d + \gamma$  оказывается невозможной, так как в звездной среде на этой стадии эволюции Вселенной нейтроны отсутствуют.

3. Удельная мощность падающего на Землю солнечного излучения составляет  $w_{\text{уд}} = 0.14 \text{ Вт/см}^2$ . С какой скоростью солнце теряет свою массу? Если эта скорость сохранится и в будущем, то сколько времени еще будет существовать Солнце?

Площадь сферы, имеющей радиус, равный среднему радиусу орбиты Земли  $R_{\text{З}}$ ,  $S = 4\pi R_{\text{З}}^2$ .  
Полная мощность, излучаемая Солнцем

$$W = w_{\text{уд}} S = 4\pi w_{\text{уд}} R_{\text{З}}^2 = 4 \times 3.14 \times 0.14 \text{ Вт/см}^2 \times (1.5 \cdot 10^{13} \text{ см})^2 \approx 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт} = 4 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$$

Излучение Солнцем энергии  $E$  соответствует потере массы  $m = E/c^2$ . Скорость потери массы Солнцем можно оценить как

$$\mu = W / c^2 = (4 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}) / (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с})^2 = 4.4 \cdot 10^{12} \text{ г/с}.$$

Масса Солнца  $M_C = 1.99 \cdot 10^{30}$  кг, при сохранении скорости потери массы Солнце будет существовать

$$t = M_C / \mu = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ кг} / 4.4 \cdot 10^9 \text{ кг/с} = 4.5 \cdot 10^{20} \text{ с} = 1.4 \cdot 10^{13} \text{ лет.}$$

Эта оценка является завышенной, так как если масса Солнца уменьшится ниже определенной величины протекание ядерных реакций синтеза на Солнце станет невозможно.

**4.** Определить, какую часть своей массы  $\delta M$  потеряло Солнце за последние  $t = 10^6$  лет (светимость Солнца  $W = 4 \cdot 10^{33}$  эрг/с, масса Солнца  $M = 2 \cdot 10^{33}$  г).

Из светимости определим потери массы Солнцем за единицу времени -

$$m = W/c^2 = (4 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}) / (3 \cdot 10^{10} \text{ см/с})^2 = 4.4 \cdot 10^{12} \text{ г/с.}$$

Соответственно, за  $t = 10^6$  лет потери массы Солнца будут

$$\delta M = m t = 4.4 \cdot 10^{12} \text{ г/с} \times 10^6 \text{ лет} \times 3.16 \cdot 10^7 \text{ с/год} = 1.4 \cdot 10^{26} \text{ г.}$$

Относительная потеря массы Солнцем  $\delta M$  за время  $t = 10^6$  лет

$$\delta M = \Delta M / M = 1.4 \cdot 10^{26} \text{ г} / 2 \cdot 10^{33} \text{ г} = 7 \cdot 10^{-8} .$$

**5.** Гравитационный радиус объекта, имеющего массу  $M$ , определяется соотношением  $r_G = 2GM/c^2$ , где  $G$  - гравитационная постоянная. Определить величину гравитационных радиусов Земли, Солнца.

Гравитационный радиус Земли

$$r_G^Z = 2GM_Z / c^2 = 2 \times (6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2) \times 5.98 \cdot 10^{24} \text{ кг} / (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 = 8.86 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Гравитационный радиус Солнца

$$r_G^C = 2GM_C / c^2 = 2 \times (6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2) \times 1.99 \cdot 10^{30} \text{ кг} / (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 = 2.95 \cdot 10^3 \text{ м.}$$

## Взаимодействие частиц с веществом

### Задачи 1 - 3

1. Во сколько раз отличаются энергетические потери протонов и  $K^+$ -мезонов с кинетической энергией  $T = 100$  МэВ в алюминиевой фольге толщиной 1 мм?
2. Пучок протонов с кинетической энергией  $T = 500$  МэВ и током  $I = 1$  мА проходит через медную пластину толщиной  $D = 1$  см. Рассчитать мощность  $W$ , рассеиваемую пучком в пластине.
3. Определить критические энергии электронов для углерода, алюминия, железа, свинца.

### Решение

1. Во сколько раз отличаются энергетические потери протонов и  $K^+$ -мезонов с кинетической энергией  $T = 100$  МэВ в алюминиевой фольге толщиной 1 мм?

Величина удельных ионизационных потерь энергии  $dT/dx$  для тяжелых заряженных частиц (при условии  $E \ll (M/m_e) Mc^2$ ), где  $M$  и  $m_e$  - массы тяжелой частицы и электрона, определяется соотношением

$$-\frac{dT}{dx} = 3.1 \cdot 10^5 \frac{Z z^2 d}{A \beta^2} \left( 11.2 + \ln \frac{\beta^2}{Z(1-\beta^2)} - \beta^2 \right), \frac{\text{эВ}}{\text{см}},$$

где  $z$  - заряд частицы,  $\beta = v/c$  ( $v$  - скорость частицы),  $Z, A$  - заряд и массовое число ядер вещества среды,  $d$  - плотность вещества среды в  $\text{г/см}^3$ .

Так как заряды протона и  $K^+$  мезона одинаковы, то отношение потерь будет зависеть только от скоростей частиц, а точнее от  $\beta^2 = v^2/c^2$ :

$$\left( -\frac{dT_p}{dx} / -\frac{dT_{K^+}}{dx} \right) = \frac{\beta_{K^+}^2}{\beta_p^2} \left( \left( 11.2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{Al}(1-\beta_p^2)} - \beta_p^2 \right) / \left( 11.2 + \ln \frac{\beta_{K^+}^2}{Z_{Al}(1-\beta_{K^+}^2)} - \beta_{K^+}^2 \right) \right)$$

Полная энергия частицы

$$E = T + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

откуда

$$\frac{T}{mc^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ и } \beta^2 = \frac{T^2/m^2c^4 + 2T/mc^2}{T^2/m^2c^4 + 2T/mc^2 + 1}.$$

Отношение кинетической энергии частицы  $T$  к энергии покоя  $mc^2$  обозначим как  $\alpha$ , тогда

$$\beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}.$$

Для протонов

$$a = 100 \text{ МэВ} / 938.3 \text{ МэВ} = 0.1066, \quad \beta^2 = \frac{0.1066^2 + 2 \times 0.1066}{0.1066^2 + 2 \times 0.1066 + 1} = 0.183$$

Для  $K^+$  мезонов

$$a = 100 \text{ МэВ} / 493.6 \text{ МэВ} = 0.2026, \quad \beta^2 = \frac{0.2026^2 + 2 \times 0.2026}{0.2026^2 + 2 \times 0.2026 + 1} = 0.309$$

Отношение потерь для протонов и  $K^+$ -мезонов:

$$\left( -\frac{d\Gamma_p}{dx} / -\frac{d\Gamma_{K^+}}{dx} \right) = \frac{0.309}{0.183} \left( \left( 11.2 + \ln \frac{0.183}{13 \times (1 - 0.183)} - 0.183 \right) / \left( 11.2 + \ln \frac{0.309}{13 \times (1 - 0.309)} - 0.309 \right) \right) = 1.56.$$

2. Пучок протонов с кинетической энергией  $T = 500 \text{ МэВ}$  и током  $I = 1 \text{ мА}$  проходит через медную пластину толщиной  $D = 1 \text{ см}$ . Рассчитать мощность  $W$ , рассеиваемую пучком в пластине.

Определим энергию, которую теряет один протон в пластине. Для протонов с кинетической энергией  $T = 500 \text{ МэВ}$  величина  $\alpha$  (см. предыдущую задачу) будет

$$\alpha = T/mc^2 = 500 \text{ МэВ} / 938.3 \text{ МэВ} = 0.533 \quad \text{и тогда} \quad \beta_p^2 = \frac{0.533^2 + 2 \times 0.533}{0.533^2 + 2 \times 0.533 + 1} = 0.574$$

Удельные ионизационные потери протонов в меди будут (также см. предыдущую задачу)

$$-\frac{d\Gamma_p}{dx} = 3.1 \cdot 10^5 \frac{Z_{Cu} z_p^2 D}{A_{Cu} \beta_p^2} \left( 11.2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{Cu} (1 - \beta_p^2)} - \beta_p^2 \right) = \frac{3.1 \cdot 10^5 \times 29 \times 1^2 \times 8.96}{63.55 \times 0.574} \times \left( 11.2 + \ln \frac{0.574}{29 \times (1 - 0.574)} - 0.574 \right) = 1.67 \cdot 10^7 \frac{\text{эВ}}{\text{см}}$$

Мощность, рассеиваемая пучком в пластине

$$W = \frac{DI(-d\Gamma_p/dx)}{z_p} = \frac{1 \text{ см} \times 1 \cdot 10^{-3} \text{ А} \times 1.67 \cdot 10^7 \text{ эВ/см} \times 1.6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг/эВ}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл/протон}} = 1.67 \cdot 10^{11} \text{ эрг/с} = 1.67 \cdot 10^4 \text{ Вт.}$$

3. Определить критические энергии электронов для углерода, алюминия, железа, свинца.

Энергия, при которой потери на излучение и ионизацию становятся одинаковыми, называется критической.

Соотношение между удельными радиационными и ионизационными потерями энергии электронов определяется выражением

$$\frac{(d\Gamma/dx)^{\text{рад}}}{(d\Gamma/dx)^{\text{ион}}} \cong \frac{TZ}{800},$$

где  $T$  - кинетическая энергия электронов в МэВ,  $Z$  - заряд ядра в единицах электронного заряда. Тогда критическая энергия  $T_{\text{кр}} \approx 800/Z$ .

Углерод  $T_{\text{кр}} \approx 800/6 = 133$  МэВ,

алюминий  $T_{\text{кр}} \approx 800/13 = 62$  МэВ,

железо  $T_{\text{кр}} \approx 800/26 = 31$  МэВ,

свинец  $T_{\text{кр}} \approx 800/82 = 9.8$  МэВ.

## Источники гамма - излучения

### Задачи 1 - 2

1. При вращении в магнитном поле с индукцией  $B$  электрон излучает электромагнитную энергию (магнитно- тормозное или синхротронное излучение). Интенсивность излучения такова, что за один оборот электрон теряет энергию

$$\Delta E = 3 \cdot 10^{-5} E_e^2 B, \quad (*)$$

где  $E_e$  - энергия электронов,  $E_e$  и  $\Delta E$  - в ГэВ,  $B$  - в Тл. Частота излучаемых квантов в среднем составляет

$$\omega_\gamma \approx 10^{18} E_e^2 B, \text{ с}^{-1}.$$

При каких значениях  $E_e$  потери на синхротронное излучение за оборот составляют 10% от первоначальной энергии электронов? Сколько  $\gamma$ -квантов излучается при этом?

2. Для создания источника монохроматических фотонов с регулируемой энергией можно использовать комптоновское рассеяние лазерного излучения на ускоренных электронах.

Энергия рассеянного фотона  $E_\gamma$  будет зависеть от скорости  $v$  ускоренного пучка электронов, энергии  $E_{\gamma 0}$  и угла столкновения  $\theta$  фотонов лазерного излучения с пучком электронов, а также угла  $\varphi$  между направлениями движения первичных и рассеянных фотонов:

$$E_\gamma = E_{\gamma 0} \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos(\theta - \varphi)}.$$

Вычислить максимальную энергию полученного монохроматического излучения, если в качестве источника первичных фотонов использовать излучение рубинового лазера ( $E_{\gamma 0} = 1.78$  эВ), а электроны имеют кинетическую энергию: 1) 10 МэВ, 2) 1 ГэВ, 3) 5 ГэВ.

### Решения

1. При вращении в магнитном поле с индукцией  $B$  электрон излучает электромагнитную энергию (магнитно- тормозное или синхротронное излучение). Интенсивность излучения такова, что за один оборот электрон теряет энергию

$$\Delta E = 3 \cdot 10^{-5} E_e^2 B, \quad (*)$$

где  $E_e$  - энергия электронов,  $E_e$  и  $\Delta E$  - в ГэВ,  $B$  - в Тл. Частота излучаемых квантов в среднем составляет

$$\omega_\gamma \approx 10^{18} E_e^2 B, \text{ с}^{-1}.$$



При каких значениях  $E_e$  потери на синхротронное излучение за оборот составляют 10% от первоначальной энергии электронов? Сколько  $\gamma$ -квантов излучается при этом?

Из выражения (\*) получаем отношение  $\Delta E/E_e = 3 \cdot 10^{-5} E_e V$ . Возьмем значение  $V = 1$  Тл,  $\Delta E/E_e = 1/10$ . Тогда  $E_e = 3.3 \cdot 10^3$  ГэВ = 3.3 ТэВ, а потери энергии электронами за оборот  $\Delta E = 330$  ГэВ. Число  $\gamma$ -квантов, излучаемых за оборот

$$N_\gamma = \frac{\Delta E}{E_\gamma} = \frac{\Delta E}{\hbar \omega_\gamma} = \frac{\Delta E}{\hbar 10^{18} E_e^2 V} =$$

$$= \frac{3.3 \cdot 10^{11} \text{ эВ}}{6.6 \cdot 10^{-28} \text{ эВ} \cdot \text{с} \times 10^{18} \text{ эВ}^2 / \text{ГэВ}^2 \times (3.3 \cdot 10^3 \text{ ГэВ})^2 \times 1 \text{ Тл}} = 5 \cdot 10^{13} \text{ } \gamma\text{-квантов}.$$

2. Для создания источника монохроматических фотонов с регулируемой энергией можно использовать комптоновское рассеяние лазерного излучения на ускоренных электронах.

Энергия рассеянного фотона  $E_\gamma$  будет зависеть от скорости  $v$  ускоренного пучка электронов, энергии  $E_{\gamma 0}$  и угла столкновения  $\theta$  фотонов лазерного излучения с пучком электронов, а также угла  $\varphi$  между направлениями движения первичных и рассеянных фотонов:

$$E_\gamma = E_{\gamma 0} \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos(\theta - \varphi)}.$$

Вычислить максимальную энергию полученного монохроматического излучения, если в качестве источника первичных фотонов использовать излучение рубинового лазера ( $E_{\gamma 0} = 1.78$  эВ), а электроны имеют кинетическую энергию: 1) 10 МэВ, 2) 1 ГэВ, 3) 5 ГэВ.

Максимальная энергия монохроматического излучения достигается при  $\theta = \varphi = \pi$ , при этом  $\cos \theta = -1$  и  $\cos(\theta - \varphi) = 1$ .

Энергия  $\gamma$ -квантов будет

$$E_\gamma = E_{\gamma 0} \frac{1 + v/c}{1 - v/c}.$$

Определим теперь величину  $\beta = v/c$ . Полная энергия частицы

$$E = T + m c^2 = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

откуда

$$\frac{T}{m c^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ и } \beta^2 = \frac{T^2 / m^2 c^4 + 2T / m c^2}{T^2 / m^2 c^4 + 2T / m c^2 + 1}.$$

Отношение кинетической энергии частицы  $T$  к энергии покоя  $m_0c^2$  обозначим как  $\alpha$ , тогда

$$\beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}$$

Энергия электронов  $T_e = 10$  МэВ.

$$\alpha = T_e/m_0c^2 = 10 \text{ МэВ}/0.511 \text{ МэВ} = 19.569.$$

$$\beta = \sqrt{\frac{(19.569)^2 + 2 \times 19.569}{(19.569)^2 + 2 \times 19.569 + 1}} = 0.99764$$

Максимальная энергия монохроматического излучения

$$E_\gamma = E_{\gamma 0} \frac{1 + v/c}{1 - v/c} = 1.78 \text{ эВ} \times \frac{1 + 0.99764}{1 - 0.99764} = 1.5 \text{ кэВ}.$$

Энергия электронов  $T_e = 1$  ГэВ.

$$\alpha = T_e/m_0c^2 = 1000 \text{ МэВ}/0.511 \text{ МэВ} = 1956.9.$$

$$\beta = \sqrt{\frac{(1956.9)^2 + 2 \times 1956.9}{(1956.9)^2 + 2 \times 1956.9 + 1}} = 0.999999869.$$

Максимальная энергия монохроматического излучения

$$E_\gamma = 1.78 \text{ эВ} \times \frac{1 + 0.9999998696}{1 - 0.9999998696} = 27.3 \text{ МэВ}.$$

Энергия электронов  $T_e = 5$  ГэВ.

$$\alpha = T_e/m_0c^2 = 5000 \text{ МэВ}/0.511 \text{ МэВ} = 9784.7.$$

$$\beta = \sqrt{\frac{(9784.7)^2 + 2 \times 9784.7}{(9784.7)^2 + 2 \times 9784.7 + 1}} = 0.99999994779.$$

Максимальная энергия монохроматического излучения

$$E_\gamma = 1.78 \text{ эВ} \times \frac{1 + 0.99999994779}{1 - 0.99999994779} = 682 \text{ МэВ}.$$