

1)  $U(x)$  - потенциальная энергия.

$$U(x) = U(x_0) + \frac{dU}{dx}(x_0)\xi + \frac{1}{2} \frac{d^2U}{dx^2}(x_0)\xi^2 + \dots, \quad \xi = x - x_0.$$

$$\frac{dU}{dx}(x_0) = 0 \quad (x_0 - \text{минимум}).$$

$$U(x) = U(x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2U}{dx^2}(x_0)\xi^2 = U(x_0) + \frac{k\xi^2}{2}, \quad k = \frac{d^2U}{dx^2}$$

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d^2U}{dx^2}(x_0)\xi, \quad F_x = -k\xi - \text{возвр. сила}$$

$$m\ddot{\xi} = F_x = -k\xi - \text{диф. ур-е.} \quad k/m = \omega_0^2.$$

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0 - \text{ур-е гарм. осциллятора}$$

$$\xi(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \text{его решение.} \quad \omega_0 \text{ частота свобод. колеб.}$$

$$\omega_0 - \text{частота свобод. колебаний} = \sqrt{k/m}$$

$A$  - амплитуда - величина макс. отклонения от положения равновесия.

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 - \text{фаза колебаний}$$

$\varphi_0$  - начальная фаза колебаний.

$T$  - период - пром. времени, за кот фаза перем.  $2\pi$

$$\omega_0(t+T) + \varphi = \omega_0 t + \varphi + 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

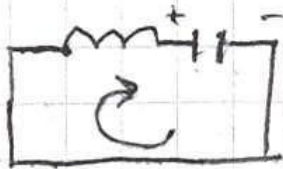
$\nu$  - частота - число колеб. в ед. времени

$$T = \frac{1}{\nu} \rightarrow \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow \omega = 2\pi\nu$$

Гармонич. осциллятор - любая система соверш. колебания по гармонич. закону.

Две колебательных:

$$V_c = q/C.$$



$$\frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt} \quad I = \frac{dq}{dt}$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

## ② Энергия колебаний

Для механич. осциллятора:

$$U_{\max} = \frac{k \delta_{\max}^2}{2} = \frac{k A^2}{2}$$

$$T_{\max} = \frac{m \dot{\delta}_{\max}^2}{2} = \frac{m A^2 \omega^2}{2}$$

$$\omega^2 = k/m \rightarrow T_{\max} = \frac{k A^2}{2}$$

$$W = T + U = \frac{k \delta^2}{2} + \frac{m \dot{\delta}^2}{2} = \frac{k A^2}{2}$$

В эл. контуре:

Энергия:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C}$$

Аналогию колебаний:

$$F = -k\delta, \quad F \text{ линейна}$$

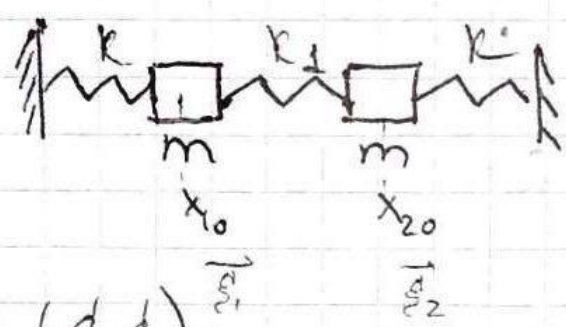
Если из разности потенциалов брать меньшие доли выс. перка, то

$$F = -k\delta - k_1 \delta^2 \dots = f(\delta) \quad m\ddot{\delta} = f(\delta)$$

колебания нелинейны. (реже - негармонич. функции), неизохронны (частота завис. от амплитуды) могут перестать быть независимыми.

3

Механика:



$$\xi_1 = x_1 - x_{10}$$

$$\xi_2 = x_2 - x_{20}$$

$$\begin{cases} m\ddot{\xi}_1 = -k\xi_1 - k_1(\xi_1 - \xi_2) \\ m\ddot{\xi}_2 = -k\xi_2 + k_1(\xi_1 - \xi_2) \end{cases}$$

справ. и вводимые  $\rightarrow$

$$\begin{cases} \xi_I = \xi_1 + \xi_2 \\ \xi_{II} = \xi_1 - \xi_2 \end{cases} \text{ - норм. е координаты}$$

$$\begin{cases} m\ddot{\xi}_I = -k\xi_I \\ m\ddot{\xi}_{II} = -(k + 2k_1)\xi_{II} \end{cases}$$

решение:  $\begin{cases} \xi_I = A_I \cos(\omega_I t + \varphi_I) \\ \xi_{II} = A_{II} \cos(\omega_{II} t + \varphi_{II}) \end{cases}$

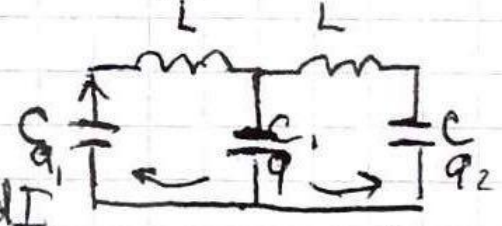
$$\omega_I = \sqrt{k/m}$$

$$\omega_{II} = \sqrt{(k + 2k_1)/m}$$

если  $x_1 = x_2$ , то  $\xi_{II} = 0$

если  $x_1 = -x_2$ , то  $\xi_I = 0$

Кернел:



$$\frac{q_1}{C} - \frac{q}{C_1} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{q_2}{C} - \frac{q}{C_1} = -L \frac{dI}{dt}$$

правило Кирхгофа  
з-н сохранения заряда.

$$q_1 + q_2 + q = 0$$

$$L\ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C} + \frac{q_1 + q_2}{C_1}$$

$$q_I = q_1 - q_2$$

$$q_{II} = q_1 + q_2$$

$$L\ddot{q}_2 + \frac{q_1 + q_2}{C_1} + \frac{q_2}{C}$$

$$\ddot{q}_I = \frac{1}{LC} q_I$$

$$\omega_I = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\ddot{q}_{II} = -\frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{2}{C_1} \right) q_{II}$$

$$\omega_{II} = \sqrt{\frac{1}{L} \left( \frac{1}{C} + \frac{2}{C_1} \right)}$$

Для неинтерф. системы:

можно:

$$\left\{ \begin{aligned} \xi_I^d &= \xi_1^d + n_1 \xi_2^d \\ \xi_{II}^d &= \xi_I^d + n_2 \xi_2^d \end{aligned} \right.$$

можно

$$\left\{ \begin{aligned} \xi_1^d &= A_1 \cos \omega_1 t \\ \xi_2^d &= B_2 \cos \omega_2 t \end{aligned} \right.$$

Нормальные координаты - коор., введ. которых позволяет свести ур-я сист. в системе лин. диф. уравнений к виду Н.К. = виду сист. свободн.

Нормальные моды - колебания опис. уравнениями на норм. координаты.

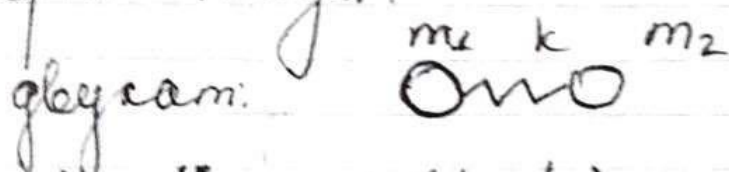
# 4) Типы молек. колебаний

Валентные - вдоль направл. связей.

- симметричные - одинаково, (узлы)
- антисимметричные - (противофаз; высочайшие узлы)

Деформационные - изм формы молекулы без изм длины связей (углы).

Кольч. моды:



$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) \\ m_2 \ddot{x}_2 = k(x_1 - x_2) \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = A \cos \omega t \\ x_2 = B \cos \omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} -k(A - B) = -m_1 A \omega^2 \\ k(A - B) = -m_2 \omega^2 B \end{cases} \quad B = -\frac{A m_1}{m_2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{\mu}} \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Трёхатомная (симметрич)



$$\begin{cases} \mu \ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) \\ m \ddot{x}_2 = k(x_1 - x_2) - k(x_2 - x_3) \\ x_1 = x_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu \ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) \\ m \ddot{x}_2 = 2k(x_1 - x_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t \\ x_2 = B \cos \omega t \end{cases}$$

$$-MA\omega^2 = -k(A-B)$$

$$-mB\omega^2 = 2k(A-B)$$

$$\frac{A}{B} = c$$

$$\left\{ \begin{array}{l} MA\omega^2 = -k(c-1) \\ mB\omega^2 = 2k(1-c) \end{array} \right.$$

5

число степеней свободы

молекула сост. из  $N$  атомов.

$3N$  уравнений (каждый атом - материальная точка)

в целом молекула имеет:

и  $3$  поступат. и  $3$  (для нелинейной) и  $2$  (для линейной) } вращения.

итого:  $i = 3N - 3 - 3$  нелинейная.  
 $i = 3N - 3 - 2$  линейная.

$H_2O$ :  $N=3$ , нелинейная.

$i = 3$ . - 2 вращательных (сфер. противор.)  
и 1 деформация (углы)

$CO_2$   $N=3$ , линейная

$i = 4$  2 вращательных  
и 2 деформации.



6) где сум. с 2-мя степен. свободы:

$$x = A \cos \omega t$$

$$y = B \cos(\omega t + \varphi)$$

заданное в  
направлении  $\varphi$ .  $\varphi$  -  
фаза сдвига

$$\cos \omega t = x/a$$

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$$

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} \cos \varphi - \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad (\text{ф-ла косинуса})$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad - \text{интегр.}$$

1)  $\varphi = 0$ :  $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0$   $y = -\frac{b}{a}x$

точка пересечения по направлению

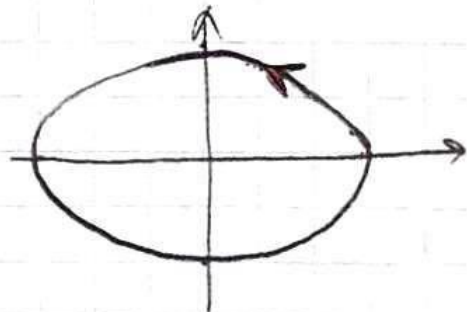
$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \cos \omega t$$

2)  $\varphi = \pm \pi$   $\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 = 0$  - касание. касаясь  
вдоль прямой  $y = \frac{b}{a}x$

3)  $\varphi = \pm \pi/2$ :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   $a = b$  - эллипс

$$x = a \cos \omega t$$

$$y = -b \sin \omega t$$



Фигуры Лиссажу - частоты скл. колеб  
разн-ые в неск раз, траектории - ф-ры  
Лиссажу  
вписаны в  $\square$   $2A_1, 2A_2$

7

$$m\ddot{\xi} = -r\xi' - k\xi \quad F_{\text{уп}} = -r\xi$$

r - коэффициент
с сопротивления

$$\frac{r}{m} = 2\beta \quad \omega_0^2 = k/m \rightarrow \ddot{\xi} + 2\beta\dot{\xi} + \omega_0^2\xi = 0$$

\beta - коэффициент
затухания

\xi
гидр. уравнение

где константы:  $2\beta = R/L$   
 $\omega_0^2 = 1/LC$

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2q = 0$$

решение в виде:

$$\xi(t) = A_0 e^{\lambda t}$$

характеристическое уравнение -  $\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0$

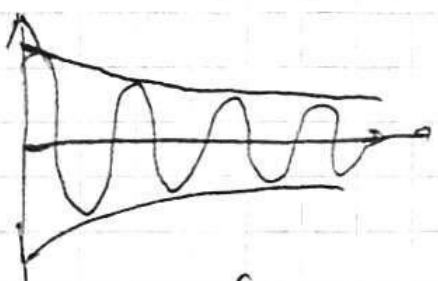
$$\lambda = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$$

малое затухание:  $\beta < \omega_0$  ( $\beta < 0$ ).

$$\lambda = -\beta \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$\xi(t) = A_0 e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega_c t + \varphi_0) \quad \text{ф. на Эйнштейна}$$

$$\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$



характеристики:

1)  $T_n$  - время периода. амплитуда

$T_n$  - время, за кот  $A$  уменьшается. в 2 раз

$$\frac{A_0}{A_0 e^{-\beta T_n}} = 2 \rightarrow T_n = \frac{1}{\beta}$$

2) Коэффициент передачи по ТА

$$N_e = \frac{TA}{T} = \frac{1}{\beta T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_c}$$

3) Декремент затухания

$$D = \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$$

4) Логарифмический декремент затухания

$$\gamma = \ln D = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{1}{N_e}$$

5) Добротность

1)  $Q = \pi N_e = \frac{\pi}{\gamma} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega_c}{2\beta}$

2)  $Q = 2\pi \frac{W(t)}{\Delta W(t, T)}$

$T_w$  - время переноса энергии  
 $T_w = \frac{1}{2\beta}$

3)  $Q = \frac{\omega_c}{2\beta} = \omega_c T_w \approx \omega_0 T_w$

$\beta \ll \omega_0$   
 $Q \approx \frac{\omega_0}{2\beta}$

$$\textcircled{8} \quad m\ddot{\xi} = -c\dot{\xi} - k\xi$$

$$\gamma/m = 2\beta$$

$$k/m = \omega_0^2$$

$$\ddot{\xi} + 2\beta\dot{\xi} + \omega_0^2\xi = 0$$

предположим:  $\xi(t) = A_0 e^{\alpha t}$

характеристическое уравнение:  $\alpha^2 + 2\beta\alpha + \omega_0^2 = 0$

$$\alpha = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$$

случае: предположим  $\beta = \omega_0$

$$\xi(t) = (A + Bt)e^{-\beta t}$$

$A = \xi(0)$ ,  $A=0$   $B = \xi'(0)$  — условие  $\xi$ .

$$\xi'(0) = B - \beta A$$

$$\xi_{\max} = \frac{B}{\beta e} \text{ при } t = 1/\beta$$

Условию, где условие выполняется по макс. отклонению (амплитуде) в заданный предельно

$$\xi(t) = \delta_0 t e^{-\beta t} \quad (A=0)$$

9

$$m\ddot{\xi} = -r\dot{\xi} - k\xi$$

$$r/m = 2\beta$$

$$k/m = \omega_0^2$$

$$\ddot{\xi} + 2\beta\dot{\xi} + \omega_0^2\xi = 0$$

предположение:  $\xi(t) = A_0 e^{\alpha t}$

характерное уравнение:  $d^2 + 2\beta d + \omega_0^2 = 0$

$$d = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$$

случае затухание -  $\beta > \omega_0$

$$\xi(t) = e^{-\beta t} (A e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + B e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t}) =$$
$$= A e^{-t/\tau_1} + B e^{-t/\tau_2}$$

$$\tau_1 = \frac{1}{\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}} \quad \tau_2 = \frac{1}{\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}}$$

А и B определяем из нач. условий  
при  $t=0$   $\xi=0$ , но  $\dot{\xi}(0) \neq 0$   
 $A+B=0$   
 $A=-B$

10 Вынужд. колеб. сина:  $F(t) = F_0 \cos \Omega t$

Вынужд. колебание происходит под действием внешней период. к-ти. сина.

$$m \ddot{\xi} = -c \dot{\xi} - k \xi + F_0 \cos \Omega t$$

$$\ddot{\xi} + 2\beta \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = f_0 \cos \Omega t$$

$$f_0 = F_0 / m$$

$$\beta = c / 2m$$

$$\omega_0^2 = k / m$$

для контура: Вынужд. возг-е. Внешн. ЭДС.  
 $u(t) = U_0 \cos \Omega t$

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = f_0 \cos \Omega t$$

$$f_0 = U / L$$

$$\beta = R / 2L$$

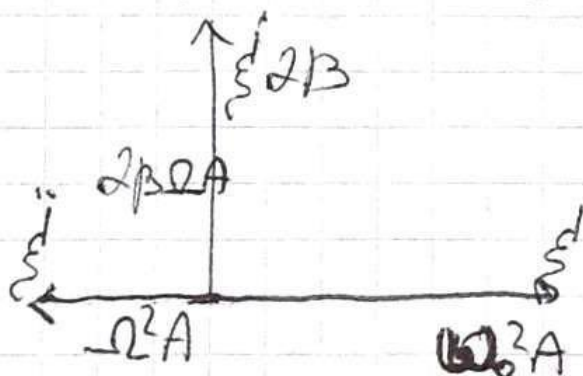
$$\omega_0^2 = 1 / LC$$

Решение в виде:  $\xi = A \cos(\Omega t - \alpha)$

$$\dot{\xi} = -\Omega A \sin(\Omega t - \alpha) = A \Omega \cos(\Omega t - \alpha + \pi/2)$$

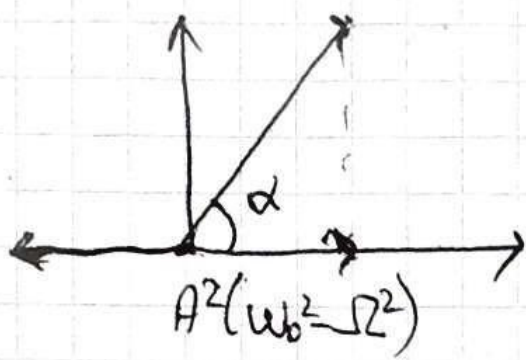
$$\ddot{\xi} = -\Omega^2 A \cos(\Omega t - \alpha) = A \Omega^2 \cos(\Omega t - \alpha + \pi)$$

~~$\omega_0^2 \xi(t)$~~  вправо -  $\omega_0^2 \xi(t)$



слагаем

no m. Iluparofa:



$$A^2(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + A^2 4\beta^2 \Omega^2 = f_0^2$$

$$A(\Omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

Amnemyga norncecececece:

$$A_n = A \sin \alpha$$

Amn-ga gureficececece  
 $A_g = A \cos \alpha$

11) Вынужденные колебания происходят под действием внешней периодической силы.

$$F(t) = F_0 \cos \omega t.$$

В системе возн. собств. колебания с частотой  $\omega_0$ . Система подв. силе с частотой  $\Omega$ . Собств. затух. колебания превратятся через  $\tau_A \approx 1/\beta$ , затем сист. будет совершать колебания с частотой  $\Omega$  - режим установившихся колебаний.

Резонанс смещения

$$A(\Omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}} \quad \text{дифференциал по } \Omega$$

если нужно дать знак,

$$A' = 2(\omega_0^2 - \Omega^2) \cdot 2\Omega + 8\beta^2 \Omega = 0.$$

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\omega_c^2 - \beta^2} \quad \text{резонансная частота}$$

$$A(\Omega)_p \approx \frac{f_0}{2\beta\omega_0} \quad \text{tg } \alpha = \frac{\Omega_p}{\beta}$$

при  $\beta \ll \omega_0$   $\Omega_p \approx \omega_0$

$$A_p \approx f_0 / 2\beta\omega_0$$

$$\text{tg } \alpha_p = \frac{\omega_0}{\beta} \approx \infty$$

$$\alpha_p \approx \pi/2$$

Резонанс скорости:

$$\dot{\xi} = A\Omega \cos(-\Omega t - \alpha + \pi/2)$$

$$A_v = A\Omega$$

резонанс макс-се при  $\Omega_p = \omega_0$

$$A_v(\Omega) = \frac{f_0}{\sqrt{\frac{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2}{\Omega^2} + 4\beta^2}}$$

$$A_p^v = \frac{f_0}{2\beta}$$



$$\textcircled{12} \quad \ddot{\xi} + 2\beta \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = f_0 \cos \Omega t.$$

$$A(\Omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}, \quad \text{tg} \alpha = \frac{2\beta \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

(из берм. гармоническ.).

1) низкое  $\Omega$  ( $\Omega \ll \omega_0$ ).

$$A_n = A \sin \alpha$$

$$A_g = A \cos \alpha$$

при  $\Omega \rightarrow 0 \quad \alpha \approx 0$

$$\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha \approx 2\beta \Omega / \omega_0^2, \quad \cos \alpha \approx 1.$$

$$A \approx f_0 / \omega_0^2$$

$$A_n \approx 2\beta f_0 \Omega / \omega_0^4 \rightarrow 0$$

$$A_g \approx A.$$

нет отставания по фазе между  $\xi$  и  $F_0$ .  
 система ведет себя как свободный  
 осциллятор, на кот действ. внеш. сила  $F_0$ .

2) высокое  $\Omega$  ( $\Omega \gg \omega_0$ ).

$$A \rightarrow 0 \text{ при } \Omega \rightarrow \infty, \quad \alpha \rightarrow \pi.$$

$$\text{сгбв} \quad \text{tg} \alpha \approx -2\beta / \Omega$$

$$A_n \rightarrow 0, \quad A_n \approx 2\beta f_0 / \Omega^3$$

$$A \approx f_0 / \Omega^2 \rightarrow 0.$$

$$A_g \approx \frac{f_0}{\Omega^2} \approx -A \rightarrow 0.$$

Осциллятор не успевает срег. за внешн.  
 силой.

малая амплитуда, отставание по  
 фазе на  $\pi$ .

$$\textcircled{13} \langle P(t) \rangle = \frac{1}{2} F_0 A_n \Omega \sim \frac{\Omega^2}{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}$$

$$(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 = (\Omega - \omega_0)^2 \left( \frac{\omega_0}{\Omega} + 1 \right)^2 \Omega^2 \approx (\Omega - \omega_0)^2 4\Omega^2$$

вблизи резонанса

$$\langle P(t) \rangle \sim R(\Omega) = \frac{\beta^2}{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}$$

$R(\Omega)$  - резкая форма линии  
описывает резонансную линию

при  $\Omega = \omega_0$   $R(\Omega) = 1$

при  $|\Omega - \omega_0| = \beta$   $R(\Omega) = 1/2$

при  $|\Omega - \omega_0| = 3\beta$   $R(\Omega) = 0$

Структура функции  $R(\Omega)$  (линия  
линия при заданном положении  $\frac{1}{2}$  от max)

$$\Delta \Omega_p \approx 2\beta = 1/\tau w$$

$$Q = \omega \tau w \approx \Omega_p \tau w = \frac{\Omega_p}{\Delta \Omega}$$

Диапазон частот  
 $|\Omega - \omega_0| \leq n\beta$

$$n \ll \frac{2\pi}{\beta} = 2Q$$

14

Условие резонанса: тока совп. с  
условием резонанса сопротивлений

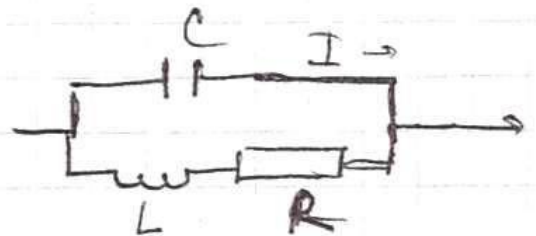
$$\varphi = A \sin \omega t \quad \Omega_p = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\dot{q} = A \omega \cos(\omega t - \alpha + \pi/2)$$

Резонанс силы тока - значит нуль  
полного сопротивления:  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

В последоват цепи.  
 $A_v = A \cdot \Omega$

Для паралл цепи:



$$\omega_p = \omega_0$$

резонанс сопротивлений -  
баланс токов

~~Условие резонанса~~ Условие резонанса сопротивлений

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 4\beta^2} \approx \omega_0 \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{L^2}}$$

15)  $P(t) = F(t) \cdot \dot{x}(t)$  - no onfeg-ro.

$$P(t) = F_0 \cos(\Omega t) \cdot \Omega A \cos(\Omega t - \alpha + \pi/2) =$$

$$\frac{1}{2} F_0 \Omega A [\cos(2\Omega t - \alpha + \pi/2) + \cos(\alpha - \pi/2)].$$

изм-ся в 2 раза чаще.

Среднее значение:

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2} F_0 \Omega A \cos(\alpha - \pi/2) = \frac{1}{2} F_0 A v \Omega$$

$$\langle P(t) \rangle \sim A v.$$

Подробнее:

при мезокос  $\Omega$ :

$$A v \approx 2 \beta f_0 \Omega / \omega^4 \rightarrow 0. \quad A g \approx A.$$

при резонансе ( $\beta \ll \omega_0$ ).

$$A_p = \frac{f_0}{2\beta\omega_0}$$

$$\Delta\omega_p \approx \frac{1}{2\tau}$$

$$Q \approx \frac{A_p}{A(\omega \rightarrow 0)} = \frac{\omega_0^2}{2\beta\omega_0} (\approx \omega_0 \tau).$$

$A_p$  при резонансе  $\approx A_{max}$  при мезокос  $\Omega$

где константа:

$$Q = \frac{U_{c0}^{(p)}}{U_{l0}} \cong \frac{Q_0^{(p)}}{C l_0}$$

16) квазиэлектр. ток - в любой момент времени сила тока во всех точках цепи одинакова.

$$U = U_0 \cos \omega t$$



2-е пр. Кирхгофа:

$$-L\ddot{q} + U_0 \cos \omega t = \frac{q}{C} + R\dot{q} = 0$$

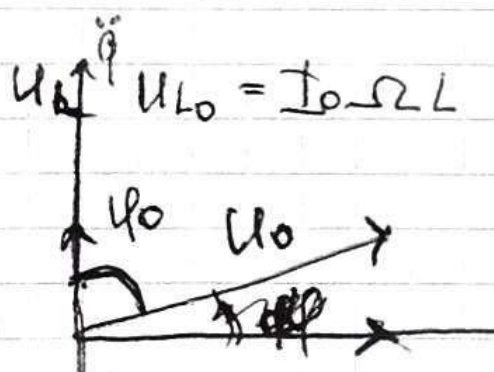
$$\ddot{q} + \dot{q} \cdot 2\beta + \omega_0^2 q = U_0 \cos \omega t$$

в част. решении  $q = q_0 \cos(\omega t - \alpha)$   
 $q_0$  и  $\alpha$  с помощью вект. диаграммы

$$U_0 = \frac{I_0}{\omega C} = \frac{q}{C} \quad U_C = \frac{q}{C} = \frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t - \alpha)$$

$$U_R = IR = I_0 R \cos(\omega t - \alpha + \pi/2)$$

$$U_L = \dot{q}L = LI_0 \omega \cos(\omega t - \alpha + \pi)$$



$$Z = \frac{U_0}{I_0} - \text{полн. сопротивление}$$

$$U_0^2 = I_0^2 \left( (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2 \right)$$

$$U_C = I_0 / \omega C$$

$U_0 = I_0 Z$  - закон Ома для цепи переменного тока

$R$  - омическое (активное) сопротивление.

$\omega L - \frac{1}{\omega C} = X$  - реактивное сопротивление

$\omega L$  - индуктивное  
 $\frac{1}{\omega C}$  - емкостное

$$Z = \sqrt{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}$$

$\varphi$  - величина отставания по фазе тока от напряжения

⑪  $P = UI$  (в одних берге).

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) U(t) dt = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi.$$

$$\varphi = \alpha - \pi/2.$$

т.к.  $U_R = U_0 \cos \varphi = I_0 R$  — среднее по времени

$$\langle P(t) \rangle = I_0^2 R / 2 = I_g^2 R. \quad \checkmark \text{ значение за период.}$$

$$I_g = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \text{ — действительное значение —}$$

значение силы постоянного тока, при том в цепи будет такая же мощность.

$$U_g = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

$$\langle P(t) \rangle = I_g \cdot U_g \cos \varphi.$$

$\cos \varphi$  — коэф. мощности.

18 Волновая пов-ть. колеб-ся в одной фазе

Фронт волны - передняя волн пов-ть

Продольные волны - частицы смещаются параллельно направлению распространения

Поперечные волны - частицы смещаются перпендикулярно направлению распространения

Плоская волна (размеры источника больше расстояния от него)

Еще дальше от источника

$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$  - уравнение плоской волны

в вектор. виде:  $\xi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$  волны

сферич. волна - расстояние до центра больше размера источника

$$E \sim \frac{1}{r^2} \quad E \sim A^2 \rightarrow A \sim \frac{1}{r}$$

$$\xi(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr)$$

Учет затухания:

$\xi(\vec{r}, t) = A e^{-\gamma r} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$  - где плоской

$\xi(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} e^{-\gamma r} \cos(\omega t - k\vec{r})$  - где сферич

19) Упругая волна - деформация.  
возмущение, распространяется в упругой среде

Энергия, переносимая упругой волной:

$$T = \frac{m}{2} \left( \frac{\partial d}{\partial t} \right)^2 \quad U = \frac{k}{2} (\xi_{n+1} - \xi_n)^2$$

$$(\xi_{n+1} - \xi_n) \approx l \frac{\partial \xi}{\partial x} \rightarrow U = \frac{kl^2}{2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$

$$U = \frac{mv^2}{2} \left( \frac{\partial d}{\partial x} \right)^2$$

$$W = U + T = \frac{m}{2} \left( \left( \frac{\partial d}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left( \frac{\partial d}{\partial x} \right)^2 \right) \text{ энергия.}$$

плотность энергии

$$w_0 = \frac{\rho}{2} \left( \left( \frac{\partial d}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left( \frac{\partial d}{\partial x} \right)^2 \right) \quad \rho \text{ - плотность.}$$

Для плоской волны:  $T = U = \frac{m}{2} A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx)$

$$w_0 = \frac{\rho}{2} A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx)$$

$$\langle w_0(t) \rangle = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2}$$

Плотность потока энергии: кол-во энергии переносимое волной в ед. времени через ед. площадь.

$$S(t) = w_0(t) \cdot v$$

Интенсивность

$$I = \langle S(t) \rangle = \langle w_0(t) \rangle \cdot v = \frac{\rho A^2 \omega^2 v}{2}$$

Вектор Умова:  $\vec{S}(t) = w_0(t) \vec{v}$



поток энергии:

$$\langle \vec{S}(t) \rangle = \langle W_0(t) \rangle \cdot \vec{\nu}$$

$$\Phi = \int_S \vec{S}(t) d\vec{S} = \int_S S_n(t) dS$$

"нормаль"

Энергия э/м волны:

$$W_{0E} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}, \quad W_{0B} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Плотность энергии волны:

$$W_0 = W_{0E} + W_{0B} = \epsilon \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{EB}{\mu_0}$$

$S(t)$  плотность потока энергии:

$$S(t) = W_0(t) \cdot \vec{\nu} = \frac{EB}{\mu_0}$$

Утечка энергии:

$$I = \langle S(t) \rangle = \langle W_0(t) \rangle \cdot \vec{\nu} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}$$

$$\vec{S}(t) = W_0(t) \cdot \vec{\nu} = \frac{[\vec{E} \cdot \vec{B}]}{\mu_0}$$

вектор Пойнтинга

$$\langle \vec{S}(t) \rangle = \langle W_0(t) \rangle \vec{\nu} = \frac{[\vec{E}_0, \vec{B}_0]}{2\mu_0}$$

$$\Phi = \int_S \vec{S} d\vec{S} = \int_S S_n dS$$

$$\langle \Phi \rangle = \int_S \langle \vec{S} \rangle d\vec{S} = \int_S \langle S_n \rangle dS$$

20. Кратчайший способ уравнения волны

• p-й элемент системы осевых масс:

• где n-ое:  $m \ddot{\xi}_n = k(\xi_{n+1} - \xi_n) - k(\xi_n - \xi_{n-1})$ .

$n \rightarrow \infty$   
 $l \rightarrow 0$   $\xi(x, t)$  - непрерывное n-ое осевых масс

в предельном случае:

•  $\xi_{n+1} \approx \xi(x+l, t) \approx \xi(x, t) + l \frac{\partial \xi}{\partial x}(x, t) + \frac{l^2}{2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}(x, t)$

•  $\xi_{n-1} \approx \xi(x-l, t) \approx \xi(x, t) - l \frac{\partial \xi}{\partial x}(x, t) + \frac{l^2}{2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}(x, t)$

где 2-го з-на Ньютона:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{kl^2}{m} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad v^2 = \frac{kl^2}{m}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad \text{- кратчайший способ уравнения волны}$$

$$\xi(0, t) = A \cos \omega t$$

•  $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx) = A \cos(\omega t - kx)$

•  $t$  - время прохождения волны в м. с. коэффициент  $x$   
 $k$  - волновое число

$$t = \frac{x}{v}; \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{TV} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

• где  $\Delta$  - оператор Лапласа

•  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \Delta \xi$

$$\Delta = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}$$

Ур-е плоской и сферич. волн:

Волн поверхность - геометр. место точек, координаты в одной фазе

Фронт волны - передняя волн пов-ть

Волна плоская, если размер источника много больше расстояния от него

$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ . - уравнение плоской волны

$\vec{k}$  - волн. вектор.

$kx = kr \cos \varphi = \vec{k} \cdot \vec{r}$ .  $\rightarrow \xi(x, t) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$

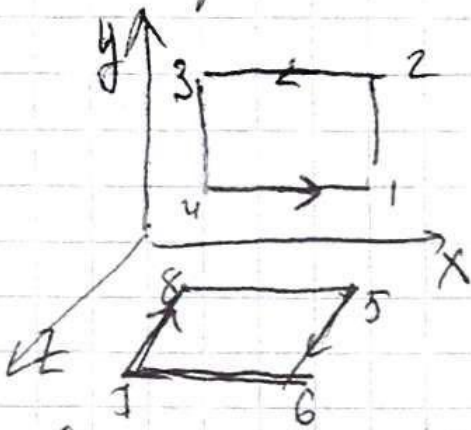
Сферическая волна (расстояние от источника много больше его размера)

$E_{\text{элект}} \sim \frac{1}{r^2}$ .

$A^2 \sim E \rightarrow A \sim \frac{1}{r}$ .

$\xi(x, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kR)$ . - уравнение сферич. волны

21) Уравнение з/м волны:



$$\int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}) = E_y(x+dx) dy$$

$$\int_2^3 (\vec{E}, d\vec{l}) = -E_y(x) dy$$

$$\int_3^4 (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l})$$

В первом:  $\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = [E_y(x+dx) - E_y(x)] dy = \frac{\partial E_y}{\partial x} dx dy$

$\oint (\vec{B}, d\vec{S}) = B_z dx dy$ ;  $\oint (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{\partial}{\partial t} \int (\vec{B}, d\vec{S})$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

где z - по направлению

$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = [B_z(x+dx) - B_z(x)] dz = \frac{\partial B_z}{\partial x} dx dz$

$$\int (\vec{E}, d\vec{S}) = -E_y dx dz$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

где z по x

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = -\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \nu^2 \frac{\partial E_y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = \nu^2 \frac{\partial B_z}{\partial x^2}$$

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}}$$

векторы и макс. поле распространяется с одинаковой скоростью.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

связь между ампл. и фазовой

$$E(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$B(x, t) = B_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$k E_0 \sin(\omega t - kx) = \omega B_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$k B_0 \sin(\omega t - kx + \varphi) = \omega E_0 \epsilon_0 \mu_0 \sin(\omega t - kx)$$

Фазы одинаковы.

$$\epsilon_0 E_0^2 = \frac{B_0^2}{\mu_0}$$

т.к. фазы совпад.

соотношение выполняется в любой момент времени.

$$B = \frac{E}{c}$$

① когерентные волны - разность фаз  $\alpha_2 - \alpha_1$  остается постоянной во времени.

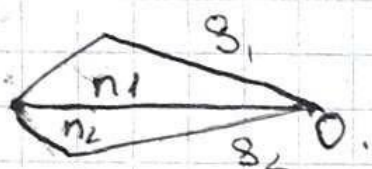
$$A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \quad A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi \quad \varphi = \alpha_2 - \alpha_1$$

инт. волны:

$$\langle A^2 \rangle = \langle A_1^2 \rangle + \langle A_2^2 \rangle \quad I = I_1 + I_2$$

коэф. волны:  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$



в м 0:  $A_1 \cos[\omega t - \frac{S_1}{v_1}]$   $S_1 = \frac{c}{n_1}$   
 $A_2 \cos[\omega t - \frac{S_2}{v_2}]$   $S_2 = \frac{c}{n_2}$

$$\delta = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 S_2 - n_1 S_1)$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

$\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1$  - оптич. разность хода.

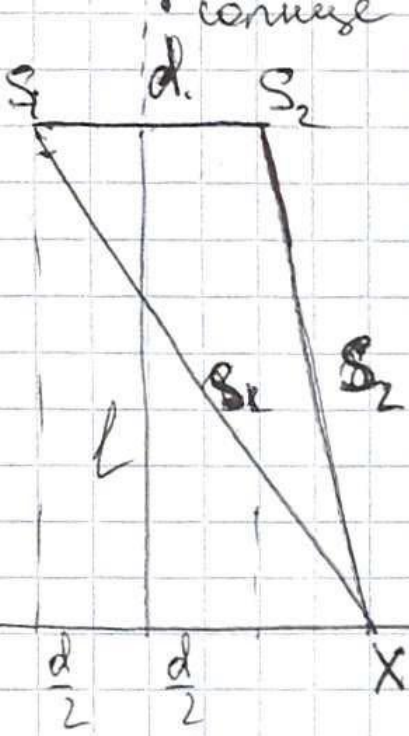
Интерференция - перераспред. энергии при наложении 2-х волн.

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad - \text{max}$$

$$\Delta = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda_0 \quad - \text{min}$$

для m макс.

2 макс. коэф. - интерференция



$$r_2^2 = l^2 + (x - \frac{d}{2})^2$$

$$r_1^2 = l^2 + (x + \frac{d}{2})^2$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 2xd$$

$$r_2 + r_1 \approx 2l$$

$$r_2 - r_1 = \frac{xd}{l}$$

$$\Delta = n \frac{xd}{l} \rightarrow x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda$$

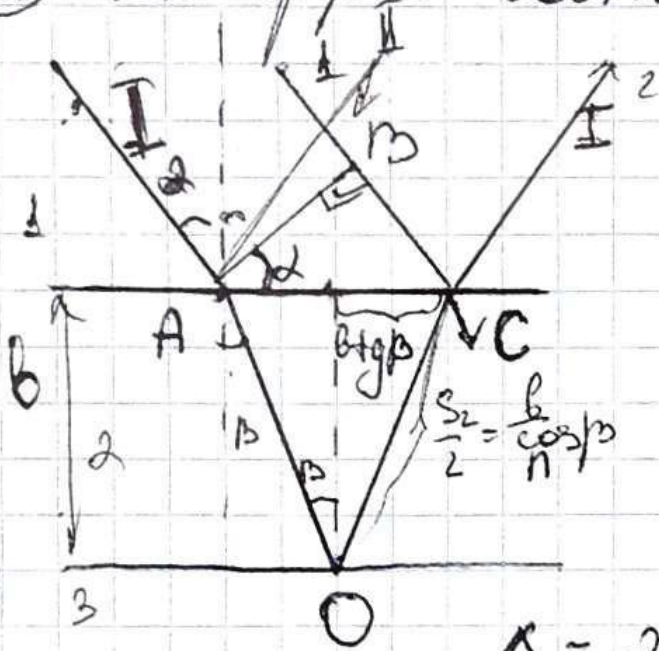
$$x_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda$$

ширина интерф. полос:  $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$

~~даны~~ +

в опыте Юнга  $E_1 = E_2 \rightarrow$   
 $E = 2E_0$        $I = 4I_0$

② Уменьшение света в тонких пленках:



$$\Delta = nS_2 - S_1$$

$$S_1 = BC$$

$$S_2 = AO + OC$$

$$S_1 = 2b \operatorname{tg} \beta \sin \alpha$$

$$S_2 = 2b / \cos \beta$$

$$\Delta = 2bn / \cos \beta - 2b \operatorname{tg} \beta \sin \alpha =$$

$$\frac{2b n^2 - n \sin \alpha \sin \beta}{n \cos \beta}$$

$$n \sin \beta = \sin \alpha \quad (\text{з-н преломл.})$$

$$n \cos \beta = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \beta} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$$

$$\left| \frac{\Delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\Delta = 2bn \cos \beta} \right| \quad - \text{разн. хода}$$

Если  $n_3 > n_2 > n_1$ , то нет фаз разн. хода (каждый луч -  $\lambda/2$ )

$$\text{max: } 2bn_2 \cos \beta = m \lambda_0$$

$$\text{min: } 2bn_2 \cos \beta = (m + \frac{1}{2}) \lambda_0$$

Если  $n_1 = n_3 < n_2$ , то луч 2 "теряет" половину фазы, а луч 3 - нет.

$$\text{и тогда: } \Delta = 2bn_2 \cos \beta + \lambda_0 / 2$$

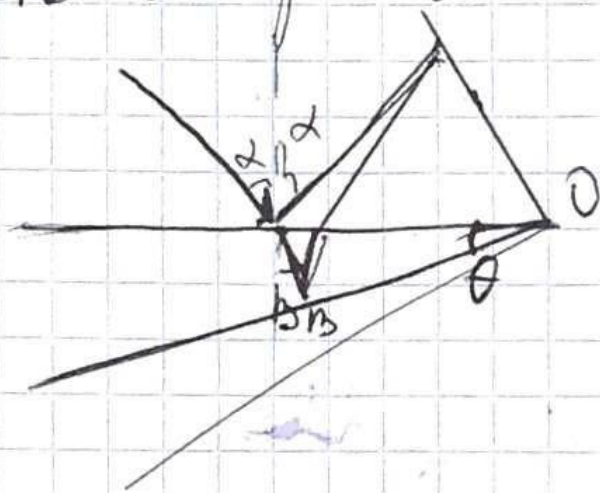
$$\text{max: } 2bn_2 \cos \beta = (m + \frac{1}{2}) \lambda_0$$

$$\text{min: } 2bn_2 \cos \beta = m \lambda_0$$

для макс-а нужно установить условие содир. лучей, поместив экран в фокус л-ми.

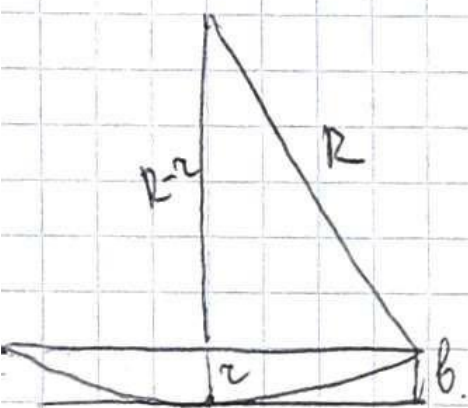


# Кольца равной кривизны



Интерфер. картина  
располож. в плоскости,  
проход. через ребро клина

# Кольца Ньютона



свет падает нормально

$$R^2 = (R-b)^2 + r^2 \approx R^2 - 2Rb + r^2$$

$$b = \frac{r^2}{2R}$$

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} \quad (\text{отражение})$$

$$r = \sqrt{R \lambda_0 (m - \frac{1}{2})}$$

- радиус кольца  
m - четное - светлое  
m нечетное - темное

если 2 выпукл. пов-ти:

$$\Delta = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) r^2 + \frac{\lambda_0}{2}$$

$$r = \sqrt{m \lambda_0 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \quad \text{- темное кольцо}$$

Кольца равн. кривизны - на пленку падает конус пучка света.

Интерфер. картина - система концентр. темных и светлых колец.

max и min опред-ся углом падения.

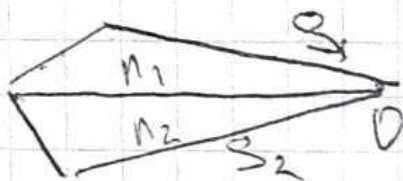
③ Интерференция - перераспределение энергии при наложении  $\Delta x$  волн.

когерентные волны - разность фаз постоянна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \quad \varphi = \text{const.}$$

$$A_1 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{S_1}{v_1} \right) \right] \quad S_1 = c_1 / n_1$$

$$A_2 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{S_2}{v_2} \right) \right] \quad S_2 = c_2 / n_2$$



$$\delta = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (S_2 n_2 - S_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

$$\omega/c = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

$\Delta$  - оптич. разн. хода.

$$\text{min } \Delta = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda_0$$

$$\text{max } \Delta = \pm m \lambda_0$$

Роль нелинейности фазности.

1. 2 источника испускают волны с  $\omega_1$  и  $\omega_2$

1) ~~Время~~ Времени когерентности - время в рез. которой можно наблюдать интерференцию картинку.

$$T_k |\omega_1 - \omega_2| = \pi$$

$$T_k = \frac{\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$$

(разн. фаз увеличивается на  $\pi$ )

(колеб. становятся не усил., а ослабляют друг друга.)

Если источник испускает нечл. спектр волны от  $\omega$  до  $\omega + \Delta\omega$ , получим

изменяемые картины фразоидов при

разн. фаз  $2\pi$ . (как волны от  $\omega$  до  $\omega + \frac{\Delta\omega}{2}$

и-ся волна от  $\omega + \frac{\Delta\omega}{2}$  до  $\omega + \Delta\omega$ , что если разн. фаз

$L_k = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$  - время когерентности.

2) Число когерентных колебаний:

$$N_k = \frac{L_k}{T} = \frac{2\pi}{T\Delta\omega} = \frac{\omega}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\lambda} \quad \text{- равно} \\ \text{также по-ку} \\ \text{интерференции}$$

3) Длина когерентности - расстояние на кот. распространяется волна за время коэф-ты.

$$l_k = \delta_k \cdot L_k = \frac{\lambda l_k}{T} = \lambda N_k \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

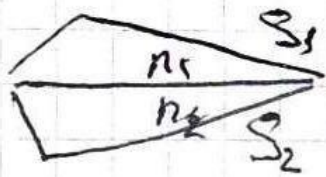
$$L_k = \frac{l_k}{\delta} = \frac{\lambda^2}{\delta \Delta\lambda}$$

④ Интерференция - пересечение световых волн при наложении волн.

Для коэф. волн  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$

$$A_1 \cos \left[ \omega t - \frac{s_1}{v_1} \right] \quad v_1 = c/n_1$$

$$A_2 \cos \left[ \omega t - \frac{s_2}{v_2} \right] \quad v_2 = c/n_2$$



$$\delta = \omega \left( \frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (s_2 n_2 - s_1 n_1)$$

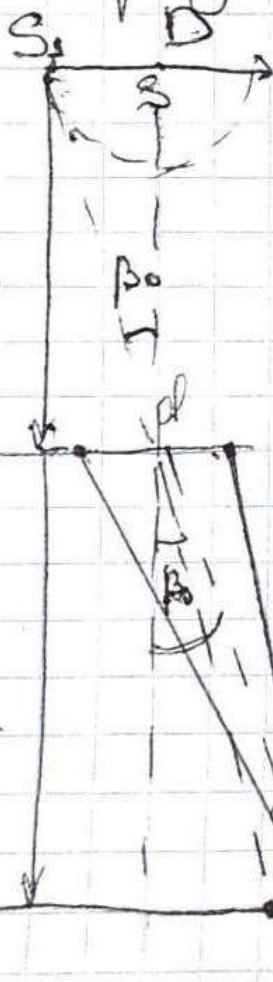
$$\omega/c = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}; \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

$\Delta$  - размер пути разг

$$\text{min: } \Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0$$

$$\text{max: } \Delta = \pm m \lambda_0$$

Роль размера отверстия



размер отверстия  $D$ ,  
интерф картина от  $S_1$ ,  
смещена от  $S_2$  на угол  
 $\beta_0 = D/2L$

Если  $\beta_0 > \lambda_0$ ;  
 $\lambda_0$  - мин. разг (1-го мин),  
то интерф-е не видна

Интерф-е видна  
при  $\lambda_0 > \beta_0$ .

$$\lambda_0 = \frac{x_{\text{min}}}{k} = \frac{\lambda}{2d}$$

$$\frac{D}{L} < \frac{\lambda}{d}$$

$$D \sin \alpha_k = \varphi_k L.$$

Радиус когерентности:  $r_k = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda L}{D}$   
размер области на сфере пов-ти,  
св-т источника, в пределах кот. коге-  
рентность сохраняется

$$\text{Угол когерентности } \varphi_k = \frac{r_k}{L} = \frac{\lambda}{D}$$

Мелкий угол в котором лучи,  
исходящие от источника, можно  
считать когерентными.

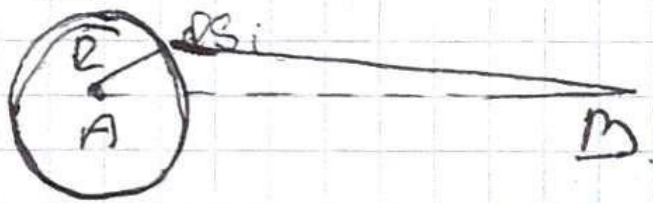
$$\beta = 2\beta_0 = D/L \cdot \text{угл. размер ист-ка волны}$$

5) Дифракция - явление наблюдаемое волнами при препятствии, в более широком смысле - отклонение от законов геометрической оптики.

Принцип Гюйгенса - Френеля

1) Любой малый элемент волн фронта может рассматриваться как самостоятельный источник сферич. волн. (вторичных)

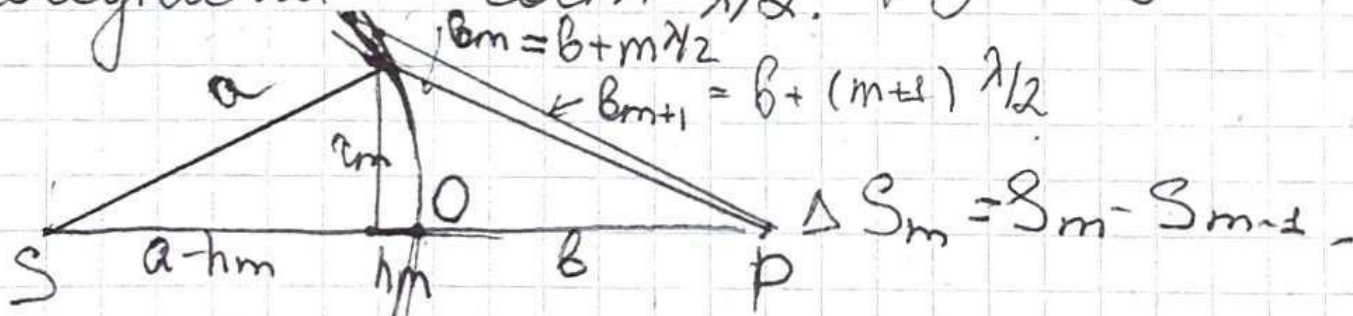
2) Интерференция волн в любой т. пространства можно найти вычислив результат интерф-ции вторичных волн в этой точке.



$$\xi_i = \sum_j \xi_j = \sum E_0 i r_i \cos$$

$$= \sum \frac{E_0 i}{r_i} \cos (\omega t - k r_i + \varphi_0)$$

Метод зон Френеля - выделение на волн. фронте таких областей радиуса  $\lambda/2$  между соседними



$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2$$

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = b m \lambda + \frac{m^2 \lambda^2}{4} - 2bh_m - h_m^2$$

$$h_m = \frac{b m \lambda}{2(a+b)}$$

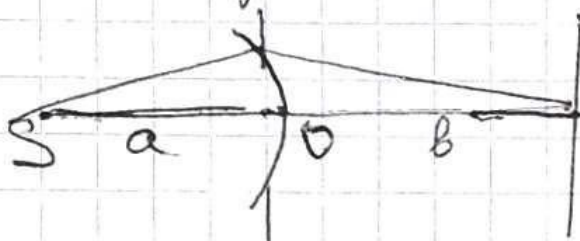
прем. фр.  
 $S_{\text{зон}} = 2\pi R h$

$$S_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi a b}{a+b} m \lambda$$

$$S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b} \quad \text{— Всех зон Фр. одинакова.}$$

$$r_m = \sqrt{\frac{a b}{a+b} m \lambda}$$

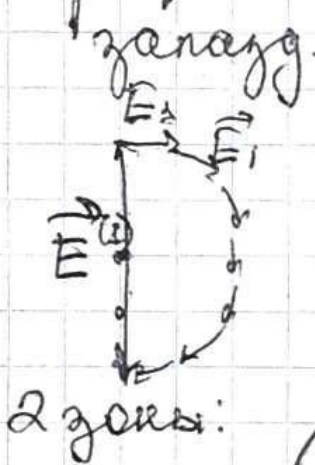
Дифракция от круглого отверстия.



Экран. Интенсивность в центре экрана!

Если открыта 1-я з. Френеля вект. диаграмм.

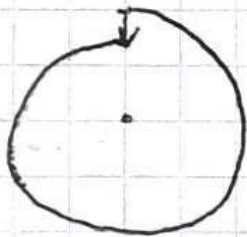
Фазовый метод. по фазе — поворот на  $\Delta \varphi_i$   $\vec{E}$  где первая зона  $\Delta \varphi_n = \pi$  (т.к.  $\Delta = \lambda/2$ )



Результат колебание  $\vec{E}^{(2)}$

$$E^{(2)} = 2E_0 \quad I = 4I_0$$

(Сфера)



Зонная пластинка —

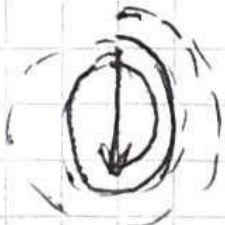
открыты только четные зоны Френеля (вект.) для усиления амплитуды — как сфер. линза

Дифракция от круглого диска.

закрываются первые зоны Френеля

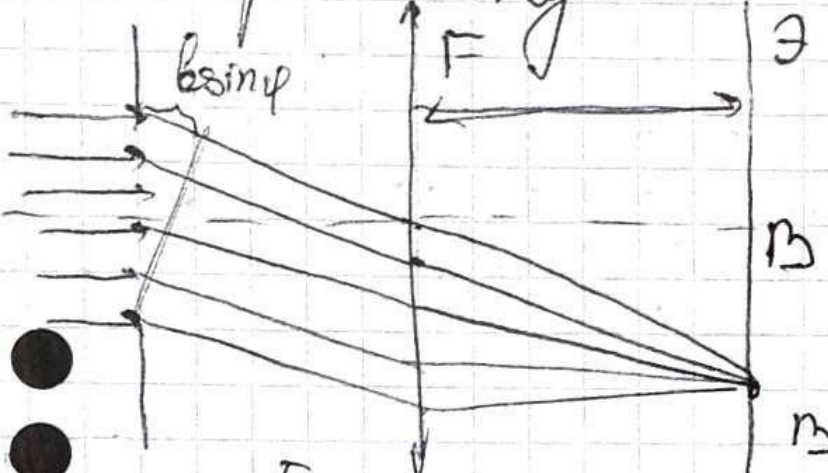
в центре картины образуется светлая пятно — пятно Пуассона, т.к. туда приходит свет от незакрыт. зон, созд. Диккенсовское  $\approx I_0$

Вокруг пятна Пуассона образ-ся темные и светлые кольца



6) Дифракция Фраунгофера на щели

Дифр. Фраунгофера. дифр. наблюдается в паралл. лучах



на щель освещена в падает монохром. свет с амплитудой  $E_0$ . на  $y$  на расстоянии  $dx$ :  
 $dE = \frac{E_0}{b} dx$ .

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} dx \cos(\omega t - kx \sin \varphi)$$

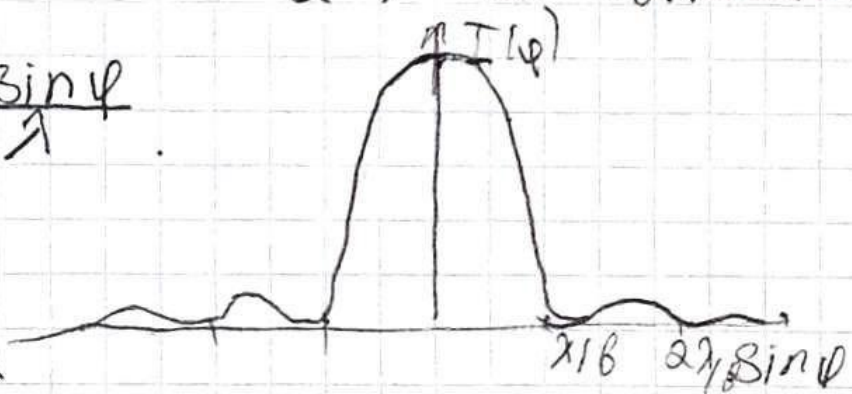
от всех щелей:  $E_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx =$

$$\frac{-E_0}{k b \sin \varphi} (\sin(\omega t - k b \sin \varphi) - \sin \omega t) =$$

$$= \frac{2E_0}{k b \sin \varphi} \sin \frac{k b \sin \varphi}{2} \cos(\omega t - \frac{k b \sin \varphi}{2}) = \frac{E_0}{2} \text{Sinc}(\cos \omega t - \alpha)$$

$$\alpha = \frac{k b \sin \varphi}{2} = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$$

$$I(\varphi) = I_0 \frac{\text{Sinc}^2 \alpha}{\alpha^2}$$

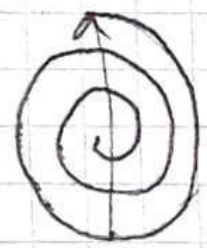


Минимум наблюдается при  $\alpha = m \pi$

$$\Delta = b \sin \varphi = m \lambda / 2$$

$$\Delta \alpha = 2\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda}$$

$$E = \frac{dE_0}{d\alpha}$$





min:  $2\sin\varphi = \pm m \lambda$

max  $2\sin\varphi = (m + 1/2) \lambda$   $m = 0, 1, \dots$

нулевой макс  $m = 0$

$$E = E_0$$

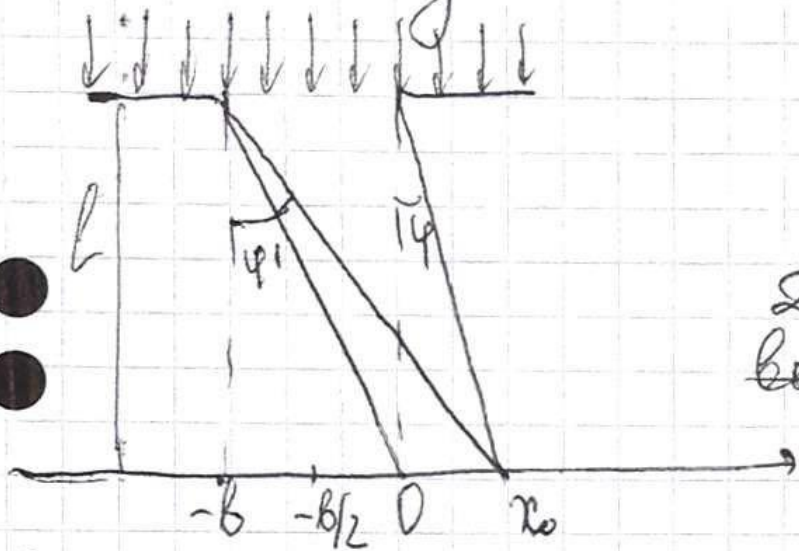
$$I = I_0$$

- Значит:
- мизра не вносит ген. разности хода
  - дифф. картина определяется только углом  $\varphi$ , положение мизры не вносит.

7

Дифф. Френеля - в центре возн. как максимум, так и минимум.

Дифф. Фраунгофера - в центре всегда максимум.



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{x_0}{l} \\ \operatorname{tg} \varphi' &= \frac{x_0 + b}{l} \end{aligned}$$

Для дифф. Фраунгофера  
важны фазы парам

$\varphi \approx \varphi'$   
если  $x_0 \gg b$ .

Смещ min -  $x_{01}$ ,  $x_{01} \gg b$

$$\delta\text{-ый min: } b \sin \varphi_1 = \lambda \rightarrow \sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{b} \approx \frac{x_{01}}{l}$$

$$x_{01} \approx \frac{l \lambda}{b}$$

$$x_{01} \gg b$$

$$\frac{l \lambda}{b} \gg b$$

$$\frac{b^2}{l \lambda} \ll 1$$

- характер критерий малой  
дифф. Фраунгофера.

открыта небольшая часть  $\delta\text{-ой}$  з. Френеля.

если  $\varphi_1 \neq \varphi$ ,  $x_{01} \approx b$ , то

$$\frac{b^2}{l \lambda} \sim 1$$

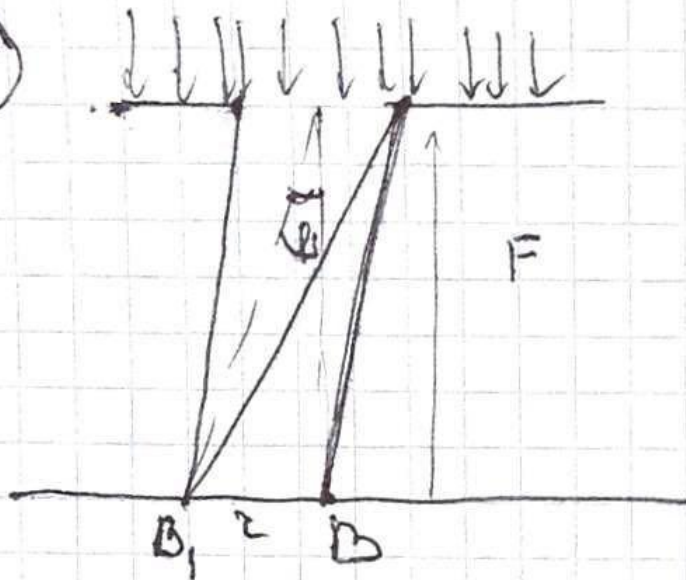
дифф. Френеля,  
всегда как зон Френеля.

если  $x_{01} \ll b$ , то

$$\frac{b^2}{l \lambda} \gg 1$$

характер оптики  
открыто много зон Френеля

8



лучи 1 и 2  
 почти паралл.  
 угловое откл.  $\epsilon$   
 выражает путь  
 определяем поворотением  
 $\epsilon$  до минимума  
 $d \sin \varphi_1 \approx \lambda$   
 $\varphi_1 \approx \lambda / d$

Вместо точки на экране пятно,  
 радиусом:  $r = \frac{F \lambda}{d}$

чем меньше  $d$ , тем больше размытие.

Разрешение 2-х объектов:

2-х объекта могут быть разрешены,  
 если  $\beta$  (угловое расстояние) больше чем  
 угловый размер источника. ( $\varphi_1$ ).  
 $\beta > \varphi_1$

$$\beta \approx \frac{h}{L}$$

$$\varphi_1 \approx \frac{\lambda}{d}$$

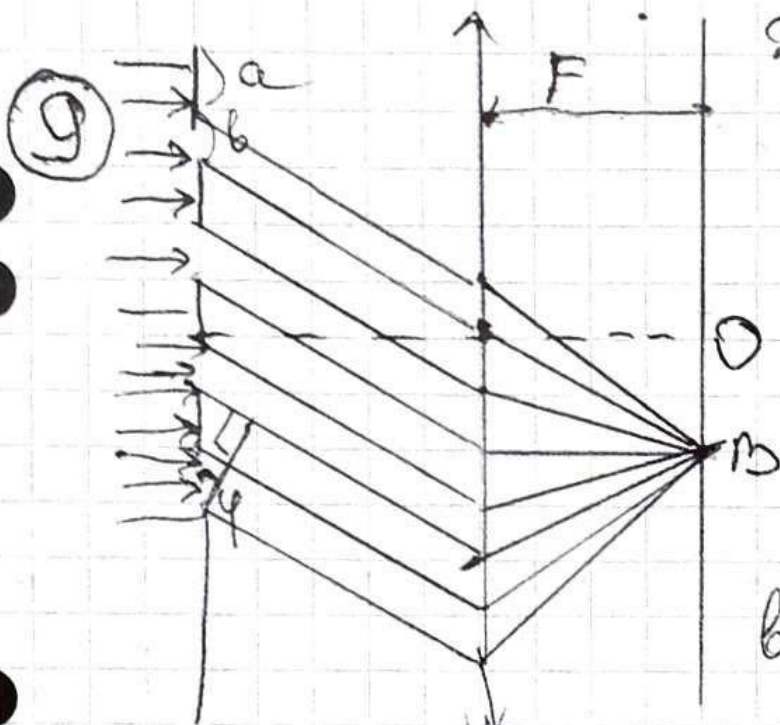
$h$  - расстояние между объектами  
 $L$  - отверстие прибора

$$d > \frac{L \lambda}{h} \text{ - потеря коэф-та вент.}$$

$$\frac{L \lambda}{h} = r_k$$

$$\rightarrow d > r_k$$

в обр. случае - коэф. излучения,  
 неопт. от изд-я точечного  
 источника



Диффракционная система  
 $d$  - период решетки  
 $d = a + b$

ум. порождение  
 главных мин:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda$$

$m = 1, 2, \dots$

в центре - "0" максимум

Директ. максимум:  $\vec{E}_0 = N \vec{E}_N$

условие:  $d \sin \varphi = \pm m \lambda$ ,  $m = 0, 1, \dots$

$m < d/\lambda$ .  $I \sim \frac{1}{N}$  (интенсивность  
 растет по квадрату  
 функции)

Директ. минимумы:

$N d \sin \varphi = \pm m_2 \lambda$  ( $m_2 = 1, 2, \dots, N-1$ ) - одно  
 зон min вблизи макс порядка  $m$ :

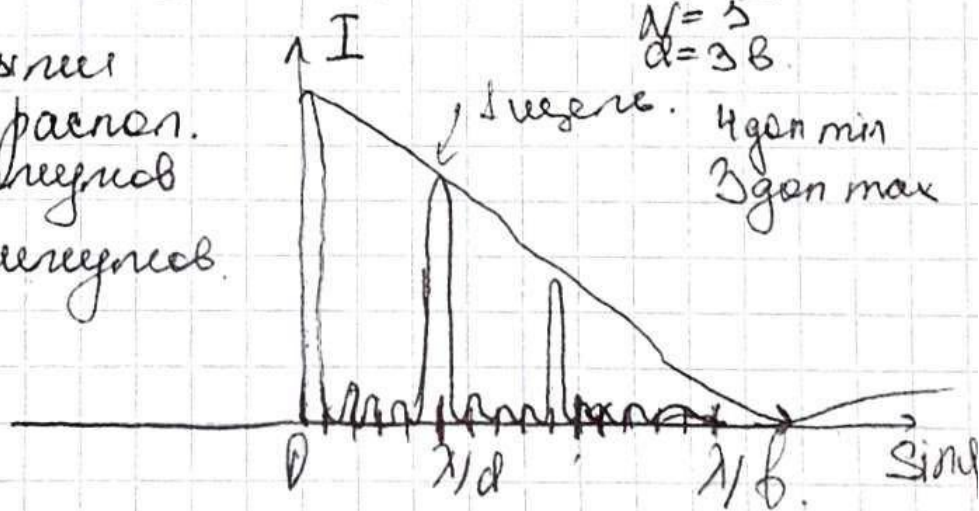
$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \pm m_2 \lambda / N - (m_2 = 1, 2, \dots, N-1)$$

Директ максимумы:

$$d \sin \varphi = m \lambda \pm (m_2 + 1/2) \lambda / N \quad (m_2 = 1, 2, \dots, N-2)$$

между макс  
 2 макс max распол.  
 $N-1$  зон минимумов  
 $N-2$  зон максимумов

$I \sim N^2$   
 $\sin \varphi \sim \frac{1}{N}$



Свободная спектральная область - область спектра  $m$ -го порядка, которая не накладывается на спектры соседних порядков.

Если падает на решетку некогерентный свет, то возможно перекрытие спектров и наблюдение так называемых соседних порядков.

Условие отсутствия наложения

$$(m-1)(\lambda + \Delta\lambda) < m\lambda \rightarrow \Delta\lambda < \frac{\lambda}{m-1}$$

$$m(\lambda + \Delta\lambda) < (m+1)\lambda \rightarrow \Delta\lambda < \frac{\lambda}{m}$$

$$\Delta\lambda_c = \lambda/m$$

чем выше порядок спектра, тем уже св. спектральная область

Угловая дисперсия: (угл. расстояние между соседними линиями)

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}$$

$$d \cos \varphi = m d\lambda$$

$$D_\varphi = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

$$\text{при } \cos \varphi \approx 1 \rightarrow D_\varphi \approx \frac{m}{d}$$

Линейная дисперсия:

$$\text{при } \varphi \rightarrow 0, dx \approx F d\varphi$$

$$D_x \approx F D_\varphi$$

10) ~~Кратность~~

Дифф. решетка - система из  
Низелей

Кратности сетки:

1)  $\Delta \lambda_c$  - спектр. область.  
нет коротковолновых спектров.

$$\Delta \lambda_c = \frac{\lambda}{m}$$

2) Угловая дисперсия.

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}$$

$$D_\varphi = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

$$D_\varphi = \frac{m}{d}$$

$$d \cos \varphi = m \lambda$$

(дифф. решетка)

при  $\cos \varphi \approx 1$

3) Линейная дисперсия - линейное  
расстояние между спектр. линиями  
при  $\varphi \rightarrow 0$   
 $d x \approx F d \varphi$

$$D_x \approx F D_\varphi$$

4) Разрешающая способность: -

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda_{\min}}$$

отношение ширины линии  
волны к мин. разрешенной  
длине волны.

дифф. решетка - две волны могут быть  
разрешены, если макс. порядок совпадает  
с мин. порядком.

$$d \sin \varphi = (m + \frac{1}{2}) \lambda = m (\lambda + \delta \lambda_{\min})$$

$$\delta \lambda_{\min} = \frac{\lambda}{m N} \rightarrow R = m N$$

II Разрешающая способность - отношение чисел-ордены

волны к минимальной разрешимой длине волны

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda_{\min}}$$

Критерий Релея - 2 волны могут быть разрешены, если max одной совпадает с min другой.

$$d \sin \varphi = (m + \frac{1}{2}) \lambda = (\lambda + \delta \lambda_{\min}) m$$

$$\delta \lambda_{\min} = \frac{\lambda}{m N}$$

$$R = m N$$

- 12 Поляризация - нарушение симметрии распределения возмущения
- относится к направлению распространения волны
- Только поперечные волны!

Поляризованный свет - направление колебаний вектора  $\vec{E}$  сохраняется или меняется закономерным образом

Типы

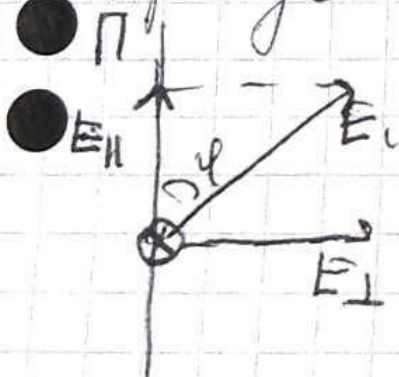
- 1) Плоско (линейно) поляризованный свет - колебания  $\vec{E}$  происходят в одной плоскости - плоскости колебаний.

- 2) Эллиптически поляризованный свет - колебания  $\vec{E}$  описывает эллипс в пл-ти XOY  $\omega = 2\pi\nu/c$ .

- 3) Циркулярно поляризованный свет - колебания вектора  $\vec{E}$  описывает окружность в XOY

естественный свет - свет волны, испущенный обычными источниками. Нет выделенного направления,  $\vec{E}$  меняет направление беспорядочно.

Идеальный поляризатор - устройство, которое пропускает 100% энергии световой волны, если проекция колебаний  $\vec{E}$  || пл. осей плоскости поляризатора и не пропускает волны, если  $\vec{E} \perp$  этой осей.



$$E_{||} = E_0 \cos \varphi$$

$$E_{\perp} = E_0 \sin \varphi$$

проходит только  $E_{||} = E_0 \cos \varphi$



$I = I_0 \cos^2 \varphi$  - закон Малюса.

степень поляризации:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Реальный поляризатор - выдает смесь естествен и плоскополяризованного света.

идеальный

$$P = 1.$$

$$I_{\max} = I.$$

(13)

Двойное лучепреломление -

- Оптическая анизотропия - пропускание света по-разному в разных напр-х.
- Различие периодов времени кристалла вдоль разных осей.

Однокристалл крист. только одно направление оптически - оптическая ось  $no$  - вдоль оптической оси  
 $ne$  - в перпенд-х направлениях

- Главная оптическая ось - ось симметрии, проходящая через ось крист. и центр падающего света.
- На кристалл падает плоскопараллельный свет.

Обыкновенный луч - плоскость поляризации перпенд. к главной оптич. оси -  $no$

Необыкновенный луч - плоскость поляризации паралл. к оптич. оси. Показатель преломления зависит от напр-я распр-ия  
вдоль оптич. оси -  $ne$   
перпенд. оптич. оси -  $no$

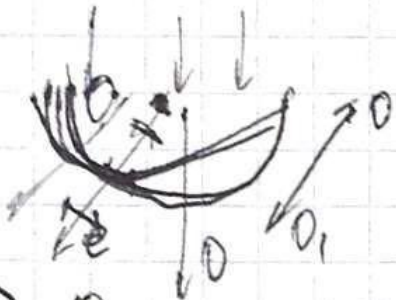
- Три плоскости ориентации по-ти поляризации возбуждаются как в главной плоскости крист, так и перпенд. к ней.
- Падающий луч делится на обыкновенный и необыкновенный. (или если свет естественный - то же самое)
- Эффект разделения луча - двойное лучепреломление

- Обыкн. луч одинаково (в одних) распр-ив во всех напр-ниях. Волн. поверхность сферическая.

Необыки. луч имеет разную скорость в разных направлениях - волновые пов-ти →  
 2 типа скорости: вращательная

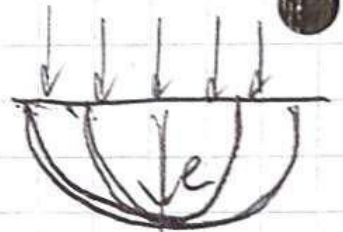
Под лучей в кристалле:

1) луч нормально падает на пов-ть оптическая ось под углом.



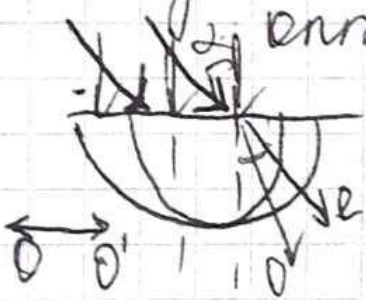
во обыки. луч не преломл-ся  
 необыки преломляется.

2) Оптик ось перпенд к нормали луч падает нормально.



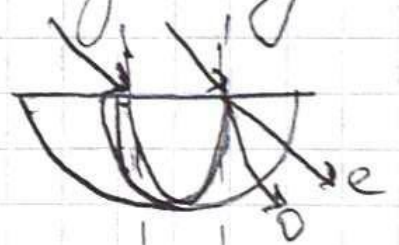
обыки и необыки лучи не преломл-ся, но необыки. луч  $\vec{D}$   $\vec{D}_1$   $\vec{D}_2$  проходит с меньшей скоростью из-за не

3) луч падает под углом  $\alpha$  оптик. ось перпенд.



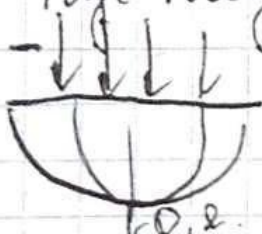
обыки луч подчиняется закону преломления необыки откл-ся на угол  $\gamma$  и не под-ся закону.

4) луч падает под углом  $\alpha$  оптик. ось под углом так же, как и в 3



угол  $\gamma$  преломления луча может быть как больше  $\gamma$ , так и меньше

5) луч падает нормально, ось паралл



нет преломления и запазд-я необыки луча.

14) Плоскостерный свет падает на  
на одноосный крист. На выходе

- попер.-ей обложки и неоднородности: лучи,
- поперечу во взаимно перпенд. плоск-х
- Они имеют опред. разн. хода, но  
нет интерференции. Для наблюд. и  
интерференции лучи пропускают  
через попереч, расположен. под углом  
к главной оптич. оси. Он выделен  
составляющей с одинак. направлением  
колебаний.

● Разность хода  $\Delta = |n_e - n_o| d$ .

● Два интерф. эффекта -

1) цвета тонких плёнок:  
на крист. пластинку падает луч  
плоскостерный белого света, две разных  
длины волн формы и ориентации  
элементов поляризации окажутся  
разными, поэтому gone разн. разн.  
цветов, различия. В результате при  
наблюдении крист. пластинки она  
будет окрашена в какой-либо цвет.  
При повороте поперечка на  $\pi/2$   
цвет изменится на противополож.

- все тонкие пластинка неоднородна, возник
- чередующиеся полосы.

2) Телесы равного наклона.

- На крист. пластинку, в рез. перпенд.  
к оптической оси падает луч-се  
лучок плоскостерный света, тогда  
некий будут реальн. условия макс.
- при наблюдении через попереч  
будут видны светлые и тёмные

краска на пластинке. А  
в центре - белое пятно.

15

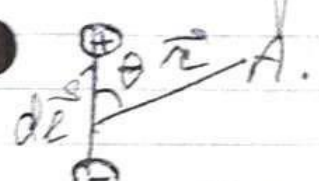
Диполь - в 1-ом приближении  
система: ядро-нейтрон + электрон + заряд

Дипольный момент изменяется по  
закону:  $\vec{p} = p_0 \cos \omega t$

Всякий движ. заряд - м-т тока  $i = \dot{q}$ .

По з. Био-Савара-Лапласа:  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} [i, \vec{r}]$

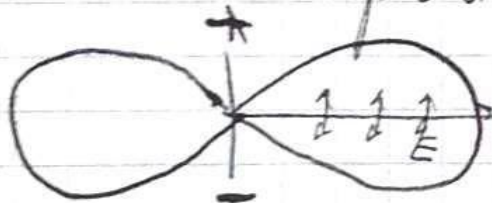
$B(t) \sim [p_0, \dot{p}] \sim \dot{p} \sin \theta$

  $E \sim \frac{dB}{dt} \sim \ddot{p} \sin \theta$

$I \sim E^2 \sim \ddot{p}^2 \sin^2 \theta \sim \omega^4 \sin^2 \theta$

Диполь излучает макс. энергию в направл.  
перпенд. осей. и не излучает вдоль осей.

Диаграмма направленности излучения  
диполя.

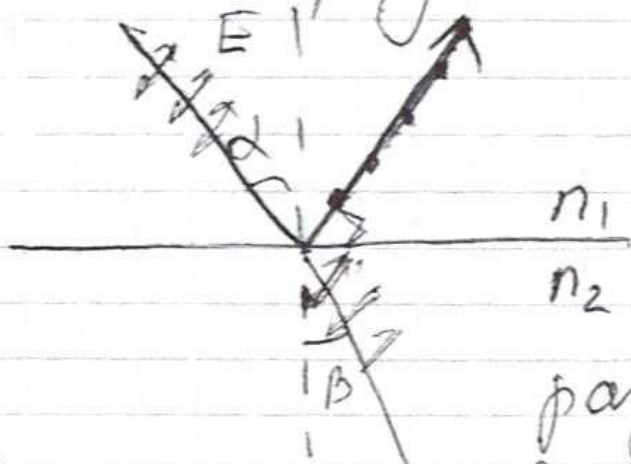


вектор  $\vec{B} \perp$  к  
плоскости проход.

через ось диполя, а вектор  $\vec{E} \perp \vec{B}$

излучение диполя плоскополяризов.  
Плоскость колебаний - плоскость,  
в которой лежит ось диполя и  
направление распространения волн

16) Поляризация при отражении



Если луч, падающий поперечно к плоскости падения, то дает ~~возврат~~ на границе раздела 2-х фаз, то

во 2-ой фазе воздушн-се колебания дилетней, совпадают по направ-но с осью колебаний вектора  $\vec{E}$ .

Отраж. и прелом. волны можно считать рез-т интерференции

При отраж. уга падения  $\alpha$  направл-е отраж. луча  $\beta$  <sup>созд. луча II</sup> скатся  $\perp$  к направ-но колебаний дилетней. Отражение не будет происходить  $\alpha = \beta$  - угол Брюстера

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\alpha + \beta = \pi/2$$

$$\sin \beta = \cos \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

Если падает естественн свет, то под углом Брюстера, то отраж. луч ~~точно~~ поперечен в плоскости, перпенд. к плоскости падения, и преломл. лучи частично поперечен.

Если плоскость перпенд. к плоскости падения, то для любого уга поперечен сохраняется и  $I$  отлична от 0.

17) Рассеяние света - преобразует световое вещество, сопровождая изменение направления и, возм., частоты.

- Свет рассеиваемый под углом  $\theta$  к исходному лучу (отсюда полураспространение) если среда однородна и рассеяние между излучателями  $\ll \lambda$ , то по свойствам излучения соответствующим излучениям распределению, на рассеяние  $\lambda/2$  и кратные будут компенсированы.  $I_{\text{расс}} \approx 0$ .
- Если в-во неоднородно, то  $I \neq 0$  перед препятствием  $I \neq 0$ .

Молекулярное рассеивание - (разрешение среды).

$$I_{\text{р}} \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4} \quad (\text{как для диполя})$$

Закон Рэлея  $\uparrow$  пример - верхние слои атмосферы  
различное рассеяние  $\uparrow$

Чистые среды (для турбулентности) также выполняется закон Рэлея. (взвесь, эмульсия)

- рассеяние в чистых средах - явление Ми.

Рассеяние Ми -  $D \gg \lambda$   
излучение сильнее рассеяние интерференция  
 $I$  почти не зависит от  $\omega$ .



18) Оптическая активность - а  
поворот плоскости поляризации  
линейно поляризу света при прохождении  
через в-во  
1-ый: оптич. активны в  
любом агрегатном состоянии  
2-ой: оптич. активны  
только в кристаллах.

Отсутствие центра инверсии.

Оптические изомеры

Рацемат - смесь 2х изомеров.

Оптич. изомер: положительный:  
вращает плоскость поляризации  
вправо  
отрицательный - влево

Для оптич. активных молекул:  
закон Бюй:  $\alpha = [\alpha] l c$ . 2-угол

$[\alpha]$  - угл. оптич. активности (угл. враще.)  
 $l$  - путь, пройденный лучом в растворе  
 $c$  - концен-я.

Для кристаллов:  $\alpha = [\alpha] l$ .

Величина  $[\alpha]$  зависит от  $T, P, \text{раств-ля}$ .

Гипотеза Френеля:

в оптич. активных в-вах правый  
и левый циркулярно поляризу свет

распространяется с разными скоростями

Линейно поляризу. волна - сумма 2-х

циркулярно поперек в противоположных  
направл-х волн.  $E_1 = E_2 = E$ .

лучи падающие в в-во имеют разную  
с разницей в пути скорость, поэтому  
к объекту выходя из в-ва

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

$$\Delta = d(n_+ - n_-)$$

$$\alpha = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi \Delta}{\lambda}$$

$\alpha$  положительн - правовр.

$\alpha$  отрицат - левовр.

19) Эффект Фарадея - искривление оптической активности в магнитном поле.

Для поворота плоскости поляризации надо направить луч вдоль направления магн. поля.

$$n_+ - n_- = k_5 l B, \quad k_5 - \text{const. Велде.}$$

Возможно для всех веществ, но обычно эффект мал.

Через возникновение опт. активности обусловлено искривл. кругового движения  $\vec{e}$  в магн. поле. Направление света опред-ся направлением ~~магн. поля~~  $\vec{e}$ , опред. направление магн. поля.

20) Искусственная оптическая

анизотропия возникает при

разупорядочении структуры без-ва.

1) Пьезоэлектрик эффект - фотоупругость

При приложении к изотропному ~~телу~~ <sup>телу</sup> механич. напряжению возникает анизотропия + искажается крист. решетка, возник. оптические ос.

$$n_e - n_o = k_1 \sigma, \quad k_1 - \text{коэф. Брюстера}$$

2) Электрооптические эффекты: изменение изотр. в-ва в электр. поле.

- эффект Поккельса:

наблюдается в пьезоэлектрик. крист.

прямой пьезоэффект - изменение или растрескивание вдоль опред. направл. без эл. поля.

эл. поляризация

обратный пьезоэффект - эл. поле вызывает изменение или растрескивание

$$n_e - n_o = k_2 E, \quad k_2 - \text{коэф. Поккельса}$$

Эффект Керра (жидк., стекла, крист.)

При приложении поле появляется оптическая ось, направл. вдоль поле.

$$n_e - n_o = k_3 E^2, \quad k_3 - \text{коэф. Керра}$$

Ориентационный эффект - где полар.

поляризации эффект - где легко поларизовать

3) Магнетострикционный эффект  
Эффект Коттона-Мутона.

Экспоненциальный эффект Коттона-Мутона

$$n_e - n_o = k_e B^2 \quad \text{ли-пост Коттона-Мутона}$$