

## Программа по квантовой механике, 311 группа, осень 2003

Границы применимости классической механики и потребность в возникновении квантовой механики.

Атом водорода: опыты Резерфорда, спектральные эксперименты и формула Бальмера, противоречие с классическими представлениями и модель Бора.

Фотоны: фотоэффект и теория Эйнштейна, постоянная Планка, пересмотр опытов по интерференции и корпускулярные свойства света, корпускулярно-волновая природа электромагнитного поля.

Гипотеза де Бройля и её экспериментальные подтверждения, пересмотр понятия траектории частиц и принцип неопределённости Гейзенберга, корпускулярно-волновой дуализм и принципиальное отличие волн материи от амплитуды напряжённости электромагнитного поля.

Постулат существования волновой функции: динамическое состояние системы и степень полноты его определения, вероятностное толкование волновой функции, примеры.

Принцип суперпозиции состояний; пространство функций, интегрируемых с квадратом, скалярное произведение и его свойства.

Среднее значение координаты и функции от координат. Равноправие координат и импульсов: импульсная волновая функция, физические аналогии, координатное и импульсное представления. Постулат среднего значения физической величины: операторы, проблемы измерения в квантовой механике, ансамбль эквивалентных систем.

Квантовомеханические операторы: свойства, эрмитовость и вещественность средних значений, симметризация, коммутаторы, примеры.

Флуктуации статистических распределений и состояния с нулевой дисперсией. Уравнение на собственные значения для эрмитовых операторов, свойства собственных значений и собственных функций эрмитовых операторов.

Динамическое состояние системы и необходимость волнового уравнения: уравнение Шредингера, сохранение нормы во времени и изменение во времени средних значений физических величин.

Разделение переменных и стационарные состояния: частное и общее решения уравнения Шредингера, начальные условия в квантовой механике, число собственных функций эрмитовых операторов.

Частицы в прямоугольном потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками; энергетический спектр и собственные функции, отличия классического и квантовомеханического подходов.

Проблема сплошного спектра: физические примеры, собственные дифференциалы,  $\delta$ -функция Дирака.

Разложение волновой функции при наличии дискретного и сплошного спектров: средние значения физических величин и вероятностная трактовка отдельных членов разложения, полнота системы собственных функций эрмитового оператора, обобщённое равенство Парсеваля, соотношение замкнутости, эквивалентные представления.

Наблюдаемые: постулат полноты системы собственных функций наблюдаемой, постулат измерения физической величины, теорема о коммутирующих наблюдаемых.

Одномерное уравнение Шредингера: модельные представления и техника решения задач с прямоугольными потенциалами, примеры, сравнение классических и квантовых представлений.

Алгебра коммутаторов: примеры, соотношения неопределённостей Гейзенберга и связь с теоремой о коммутирующих наблюдаемых.

Гармонический осциллятор: модели, энергетический спектр и собственные функции, двух- и трёхмерный осцилляторы.

Атом водорода: отделение центра масс, сферическая симметрия и разделение переменных, сферические переменные и собственные значения операторов момента, радиальное уравнение и энергетический спектр, структура волновой функции.

Классический предел уравнения Шредингера и уравнение непрерывности.

Теория представлений: примеры эквивалентных представлений. Переход от одного эквивалентного представления к другому как унитарное преобразование. Преобразование подобия операторов. Оператор эволюции. Представления Шредингера и Гейзенберга. Уравнение движения. Примеры.

Приближённые методы: теория возмущений для стационарных состояний – общая постановка задачи. Теория возмущений для невырожденного состояния; пример – основное состояние атома гелия. Теория возмущений для вырожденного состояния. Линейный эффект Штарка для атома водорода. Теория возмущений для нестационарных состояний; переходы; гармоническое возмущение. Вариационный принцип. Вариационная теорема. Вариационный метод. Линейный метод Ритца, метод самосопряженного поля. Квазиклассический метод. Адиабатический метод.

Общий формализм квантовой механики: дираковские векторы и инвариантное пространство векторов состояний; линейные операторы и их элементарные свойства. Тензорное произведение двух инвариантных пространств; инвариантность скалярного произведения и его физический смысл; абстрактные векторы состояний и волновые функции; индекс состояния и индекс представления; алгебра операторов.

Теория обобщённого углового момента: коммутационные соотношения, собственные значения операторов  $J^2$  и  $J_z$ . Инвариантное пространство собственных векторов; полуцелые значения момента; матричное представление операторов и векторов состояния.

Спиновый момент: спин  $1/2$ ; матрицы Паули. Опыты Штерна-Герлаха. Гипотеза Уленбека и Гаудсмита. Произвольное спиновое состояние (спин  $1/2$ ) и его связь с направлением в пространстве. Спин в магнитном поле и эволюция состояния как решение полного уравнения Шредингера. Уравнение Паули.

Сложение моментов: связанный и несвязанный базисы, коэффициенты Клебша-Гордана; сложение орбитального и спинового моментов электрона.

Квантование вращения твёрдого тела: задача двух тел, подвижная система координат и аномальные соотношения коммутации; сферический, симметричный и асимметричный волчки. Теория возмущений и корреляционная диаграмма.

Спин и тождественные частицы: тождественные частицы и принцип неразличимости; начальные условия в классической и квантовой механиках. Начальные условия, решение полного уравнения Шредингера и перестановки тождественных частиц. Оператор перестановки и его собственные значения; симметричные и антисимметричные волновые функции; перестановочная симметрия как следствие принципа неразличимости, перестановочная симметрия как интеграл движения. Фермионы и бозоны; решения уравнения Шредингера и учёт перестановочной симметрии.

Задачи о гармоническом осцилляторе: обобщённый дираковский подход, коммутационные соотношения, лестничные операторы и проблем собственных значений, физический смысл решения. Квантование свободного электромагнитного поля.

Чистые и смешанные состояния в квантовой механике: статистический оператор и матрица плотности.