**1. Введение**

Работа химиков, физиков и представителей других естественно-научных профессий часто связана с выполнением количественных измерений различных величин. При этом возникает вопрос анализа достоверности получаемых значений, обработки результатов непосредственных измерений и оценки погрешностей расчетов, в которых используются значения непосредственно измеряемых характеристик (последний процесс также называется обработкой результатов *косвенных*измерений). По целому ряду объективных причин знания выпускников химического факультета МГУ о расчете погрешностей не всегда достаточны для правильной обработки получаемых данных. В качестве одной из таких причин можно назвать отсутствие в учебном плане факультета курса по статистической обработке результатов измерений.

            К данному моменту вопрос вычисления погрешностей, безусловно, изучен исчерпывающе. Существует большое количество методических разработок, учебников и т.д., в которых можно почерпнуть информацию о расчете погрешностей. К сожалению, большинство подобных работ перегружено дополнительной и не всегда нужной информации. В частности, большинство работ студенческих практикумов не требует таких действий, как сравнение выборок, оценка сходимости и др. Поэтому кажется целесообразным создание краткой разработки, в которой изложены алгоритмы наиболее часто употребляемых вычислений, чему и посвящена данная разработка.

**2. Обозначения, принятые в данной работе**

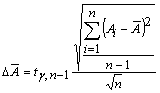
http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image002.gif-измеряемая величина, http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image004.gif-среднее значение измеряемой величины, http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image006.gif- абсолютная погрешность среднего значения измеряемой величины, http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image008.gif - относительная погрешность среднего значения измеряемой величины.

**3. Расчет погрешностей непосредственных измерений**

Итак, предположим, что были проведены n измерений одной и той же величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image002.gifв одних и тех же условиях. В этом случае можно рассчитать среднее значение этой величины в проведенных измерениях:

                                                                 (1)

Как вычислить погрешность http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image012.gif? По следующей формуле:

                                                      (2)

В этой формуле используется коэффициент Стьюдента http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image016.gif. Его значения при разных доверительных вероятностях и значениях http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image018.gif приведены в [таблице](http://www.students.chemport.ru/thamma.shtml).

**3.1. Пример расчета погрешностей непосредственных измерений:**

**Задача.**

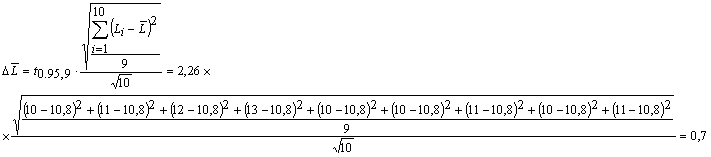
Проводили измерения длины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image020.gif металлического бруска. Было сделано 10 измерений и получены следующие значения: 10 мм, 11 мм, 12 мм, 13 мм, 10 мм, 10 мм, 11 мм, 10 мм, 10 мм, 11 мм. Требуется найти среднее значение http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image022.gif измеряемой величины (длины бруска) и его погрешность http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image024.gif.

**Решение.**

С использованием формулы (1) находим:

http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image026.gif*мм*

Теперь с использованием формулы (2) найдем абсолютную погрешность http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image024.gif среднего значения http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image022.gif при доверительной вероятности http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image028.gif и числе степеней свободы http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image030.gif (используем значение http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image032.gif=2,262, взятое из [таблицы](http://www.students.chemport.ru/thamma.shtml)):



Запишем результат:

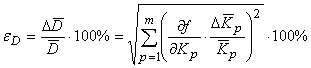
http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image020.gif=10,8±0,70.95 *мм*

**4. Расчет погрешностей косвенных измерений**

Предположим, что в ходе эксперимента измеряются величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image036.gif, а затем c использованием полученных значений вычисляется величина http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image038.gif по формуле http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image040.gif. При этом погрешности непосредственно измеряемых величин рассчитываются так, как это было описано в пункте 3.

Расчет среднего значения величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image038.gif производится по зависимости http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image040.gif с использованием средних значений аргументов http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image043.gif.

Погрешность величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image038.gif рассчитывается по следующей формуле:

****,(3)

где http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image047.gif- количество аргументов http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image043.gif, http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image049.gif- частные производные функции http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image051.gifпо аргументам http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image043.gif, http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image053.gif - абсолютная погрешность среднего значения аргумента http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image043.gif.

Абсолютная погрешность, как и в случае с прямыми измерениями, рассчитывается по формуле http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image055.gif.

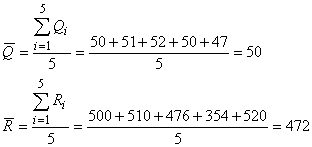
**4.1. Пример расчета погрешностей непосредственных измерений:**

**Задача.**

Было проведено 5  непосредственных измерений величин http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image057.gif и http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image059.gif. Для величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image057.gif получены значения: 50, 51, 52, 50, 47; для величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image059.gif получены значения: 500, 510, 476, 354, 520. Требуется рассчитать значение величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image061.gif, определяемой по формуле http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image063.gif и найти погрешность полученного значения.

**Решение.**

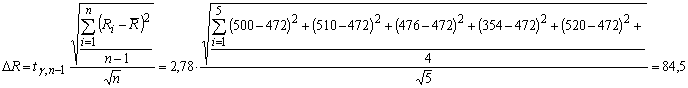
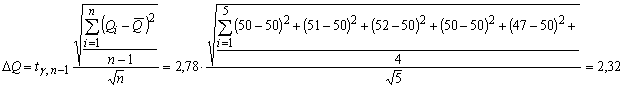
По формуле (1) найдем средние значения величин http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image057.gif и http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image059.gif:



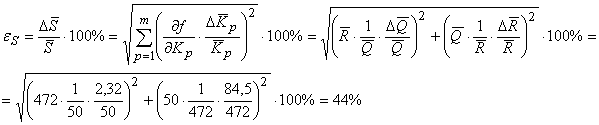
Вычисляем http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image061.gif:

http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image067.gif

            Находим в [таблице](http://www.students.chemport.ru/thamma.shtml) при доверительной вероятности 0,95 и числе степеней свободы http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image069.gif значение http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image071.gif. По формуле (2) рассчитываем погрешности средних значений величин http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image057.gif и http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image059.gif:



С использованием формулы (3) находим относительную погрешность среднего значения величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image061.gif:

****

Найдем абсолютную погрешность среднего значения величины http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image061.gif:

http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image079.gif

Запишем результат:

http://www.students.chemport.ru/materials/deviations.files/image081.gif